

Численное исследование гиперзвукового обтекания острой кромки на основе модели Навье-Стокса-Фурье

Ю.А.Рыжов, Ю.А. Никитченко, И.В. Парамонов

Аннотация

Рассмотрено влияние коэффициента объемной вязкости на распределение нормального напряжения в области острой кромки. Решалась задача об обтекании бесконечно тонкой пластины потоком воздуха ($Pr = 0.72$, $\gamma = 1.4$, $s = 0.75$). Показано, что при числах Маха $M < 7$ и значении коэффициента объемной вязкости $\mu' \approx 0.7\mu$ распределение нормального напряжения описывается гладкими кривыми. При больших числах Маха получаемые результаты физически неадекватны при любых значениях μ' .

Ключевые слова

гиперзвуковой поток; острая кромка; модель Навье-Стокса-Фурье; объемная вязкость.

Введение

В последнее время возрос интерес к перспективным гиперзвуковым летательным аппаратам. Соответственно, возникает необходимость получения и анализа аэрогазодинамических характеристик летательного аппарата (ЛА) до момента начала опытно-конструкторских работ. Корректный расчет гиперзвукового ЛА и на сегодняшний день связан с рядом проблем. Одной из таких проблем является обтекание острой кромки. Вблизи острой кромки возникает сильная неравновесность течения. Это обусловлено тем, что в указанной области течения возникают высокие градиенты газовых параметров. В такой ситуации очень важно правильно выбрать модель течения. Методы кинетической теории, являющиеся высокоинформативными моделями, могут применяться лишь для задач с простой геометрией, вследствие малой экономичности этих методов.

В работе [1] показано, что использование модели Навье-Стокса-Фурье (NSF) приводит к физически неадекватным распределениям нормальных напряжений в области острой кромки. Рассматривалась задача обтекания бесконечно тонкой пластины,

расположенной под нулевым углом атаки в потоке с числом Маха $M = 10.15$. В той же работе был разработан метод решения задач такого типа. Естественным образом возникает вопрос о возможности применения модели NFS к расчету течений в интервале чисел $M = 5 \div 10$.

В настоящей работе предпринята попытка определения границ применимости модели NFS к расчетам обтекания острой кромки. В качестве критерия адекватности модели используется распределение нормальных напряжений в области острой кромки, а в качестве «параметра настройки» модели - коэффициент объемной вязкости.

1. Постановка задачи, единицы измерения

Рассматривается задача, поставленная в [1]. Бесконечно тонкая пластина обтекается гиперзвуковым потоком газа под нулевым углом атаки, поверхность пластины термостабилизирована. В работе использовалась декартова прямоугольная система координат, начало которой расположено в носовой (верхней по потоку) точке пластины, ось oX направлена по вектору скорости невозмущенного потока, ось oY - нормаль к поверхности пластины рис.1. У передней кромки пластины реализовано сгущение сетки, далее вниз по потоку шаг сетки был постоянным.

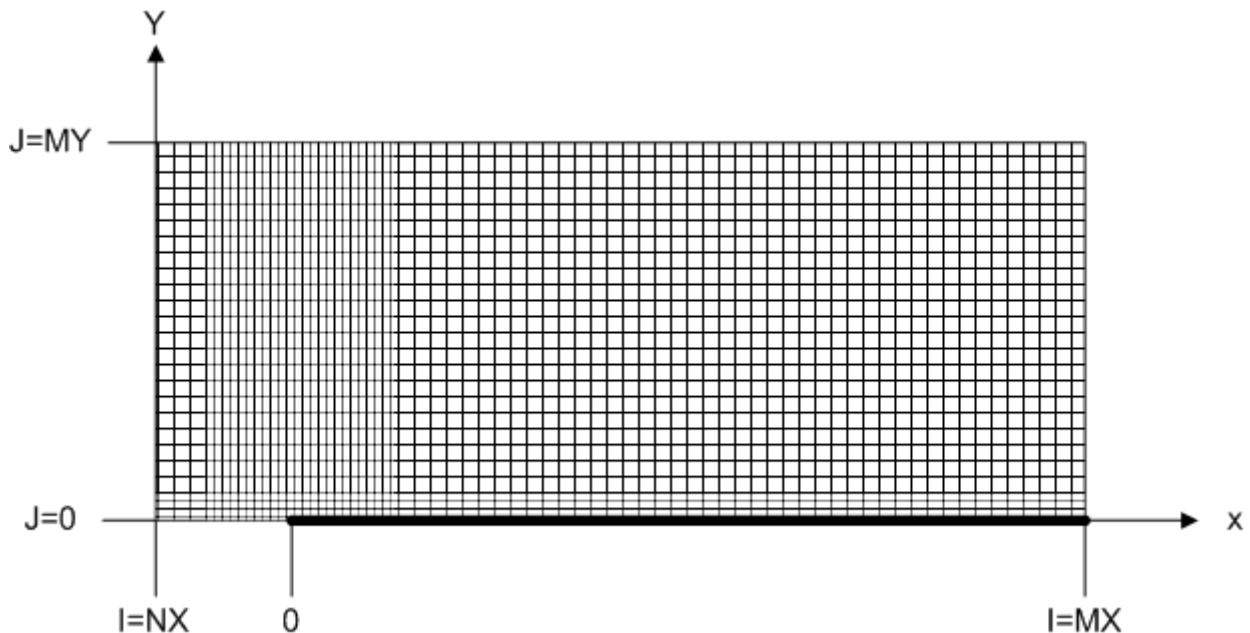


Рис. 1. Схема вычислительной области.

Используются традиционные обозначения основных газодинамических переменных: плотность, скорость, температура и давление невозмущенного потока - ρ_∞ , U_∞ , T_∞ , p_∞ .

Температура поверхности - T_w . Все физические величины приводятся в безразмерном виде. Для обезразмеривания величин используются величины характерные для молекулярно-кинетической теории:

время - $\tau_\infty = \frac{\mu_\infty}{p_\infty}$ (время релаксации напряжений), μ_∞ - коэффициент вязкости;

геометрический размер - $\lambda_\infty = \tau_\infty \sqrt{RT_\infty}$ (средняя длина свободного пробега молекулы);

скорость - $\sqrt{RT_\infty}$ (средняя скорость теплового движения молекул);

плотность - ρ_∞ ;

температура - T_∞ ;

давление и напряжения - $p_\infty = \rho_\infty RT_\infty$;

тепловой поток - $p_\infty \sqrt{RT_\infty}$.

При выбранных единицах измерения числа Маха, Кнудсена и Рейнольдса связаны следующим соотношением:

$$Kn Re = \sqrt{\gamma} M \quad (1)$$

где $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ - показатель адиабаты. Число Кнудсена, рассчитанное по длине пластины или ее

участка, совпадает с соответствующей безразмерной длиной.

2. Система уравнений Навье-Стокса-Фурье. Граничные условия.

Для решения задачи был использован метод, описанный в [1] – псевдостационарный метод, использующий алгоритм Томаса.

Система уравнений записывается как

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \rho = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{xy}}{\partial y} \right) = 0$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yy}}{\partial y} \right) = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\gamma-1}{\rho} \left(P_{xx} \frac{\partial u_x}{\partial x} + P_{yy} \frac{\partial u_y}{\partial y} + P_{xy} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) = 0$$

$$\text{Здесь: } P_{xx} = p + p_{xx} = p - \mu \left(c_1 \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_2 \frac{\partial u_y}{\partial y} \right),$$

$$P_{yy} = p + p_{yy} = p - \mu \left(c_1 \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_2 \frac{\partial u_x}{\partial x} \right), \quad P_{xy} \equiv P_{yx} = -\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right),$$

$$q_x = -c_3 \mu \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -c_3 \mu \frac{\partial T}{\partial y}, \quad \mu = T^s, \quad c_1 = \frac{4}{3} + \frac{\mu'}{\mu}, \quad c_2 = \frac{\mu'}{\mu} - \frac{2}{3}, \quad c_3 = \frac{\gamma}{Pr(\gamma-1)},$$

μ' - коэффициент объемной вязкости, Pr - число Прандтля.

Рассматривается установившееся течение, вследствие чего начальные условия можно считать несущественными. На границах расчетной области, обращенных к невозмущенному потоку, принимаются значения ρ_∞ , \mathbf{U}_∞ , T_∞ и нулевые значения производных. На нижней по потоку границе вторые производные всех величин приняты равными нулю. В точках расчетной области, имеющих координату $y=0$ и не являющихся граничными точками поверхности пластины, выставляются условия симметрии. В граничных точках поверхности принимается $u_y = 0$, а значения u_x и T определяются зависимостями скольжения скорости и скачка температуры [2]. В принятых в настоящей работе единицах эти зависимости имеют вид:

$$u_x|_{y=0} = \frac{\mu}{\rho\sqrt{T}} \left(1.431 \frac{\partial u_x}{\partial y} + 0.84 \frac{1}{\sqrt{T}} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (3)$$

$$T|_{y=0} - T_w = 0.7351c_3 \frac{\mu}{\rho\sqrt{T}} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (4)$$

3. Конечно-разностная реализация

В работе [1] была показана неэффективность схемы Мак-Кормака, рассмотренной в качестве расчетного метода в работе [3] для решения данного класса задач, а также описан устойчивый метод аппроксимации производных, использующихся для реализации алгоритма Томаса. По приведенным результатам становится очевидным эффективность данного подхода, в связи с чем, он выбран для решения поставленной задачи в широком диапазоне чисел Маха.

4. Результаты расчетов

В отличие от работы [1], расчеты проводились в интервале чисел $M_\infty = 5 \div 10$, при этом температура поверхности пластины оставалась неизменной $T_w = 2.16$, число $Pr = 0.72$, $\gamma = 1.4$. Показатель степени температуры в выражении коэффициента вязкости принимался характерным для воздуха: $s = 0.75$. Рассмотрены значения коэффициента объемной вязкости в интервале $\mu'/\mu = 0 \div 1$.

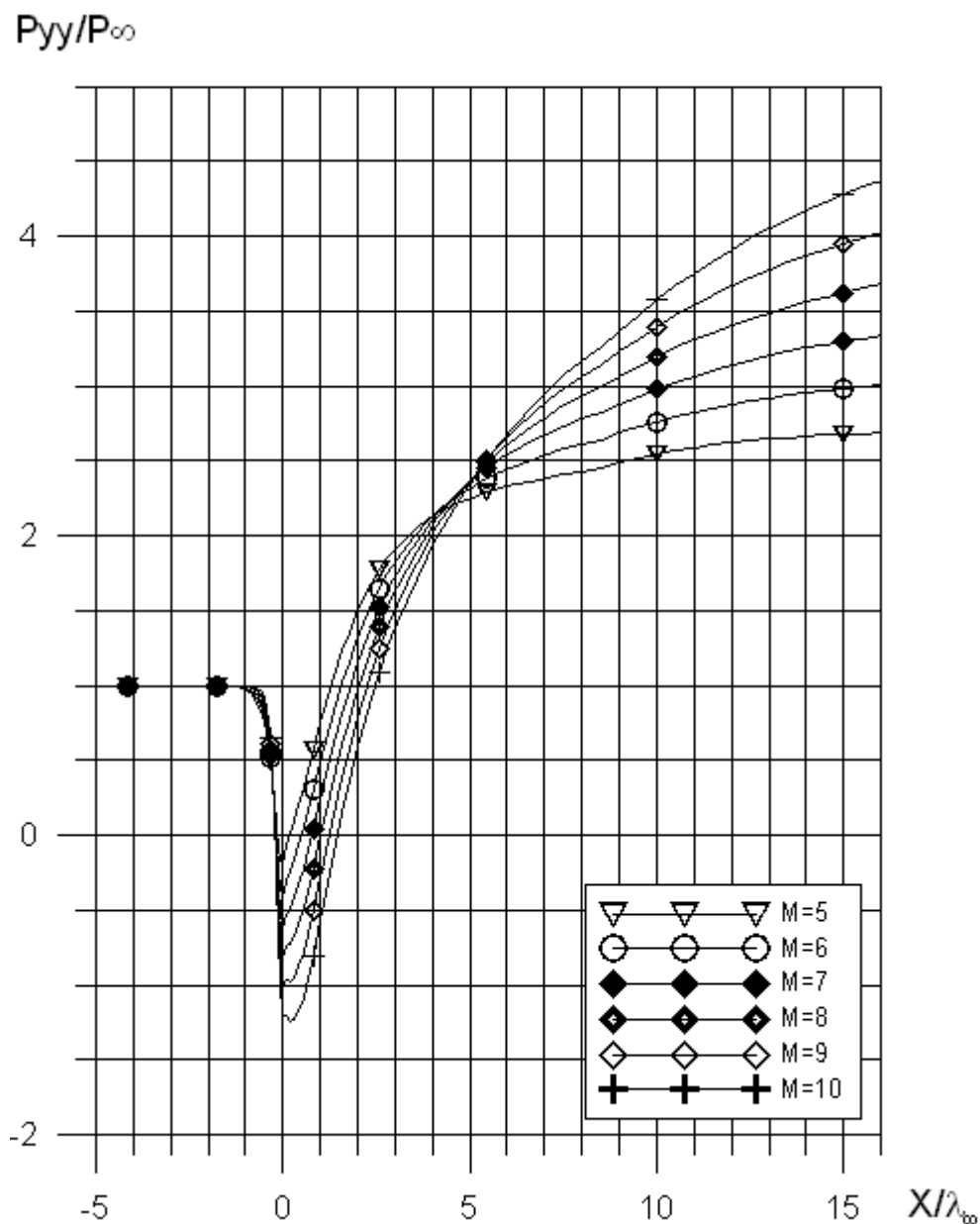


Рис. 2. Распределение нормальных напряжений по поверхности пластины $\mu'/\mu = 0$.

Как видно на рис. 2. при отсутствии объемной вязкости, т.е. $\mu'/\mu=0$, распределения нормальных напряжений на поверхности пластины имеет явно физически неадекватный характер вблизи передней кромки пластины для всех рассмотренных чисел $M = 5 \div 10$.

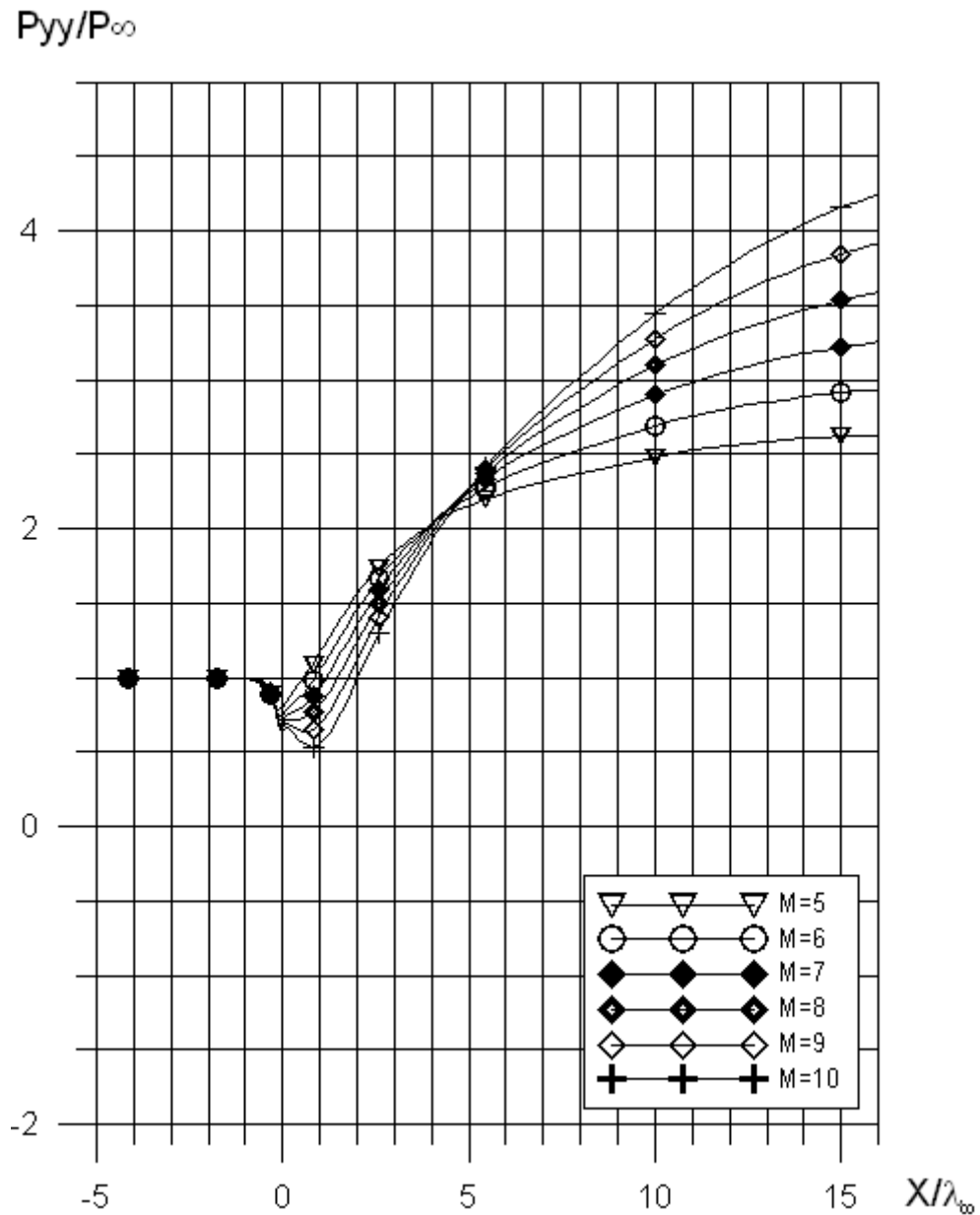


Рис. 3. Распределение нормальных напряжений по поверхности пластины $\mu'/\mu=0.5$.

На рис. 3. показано, что увеличение объемной вязкости до $\mu'/\mu=0.5$ заметно снижает осцилляции значений нормальных напряжений для всего приведенного диапазона чисел Маха в рассматриваемой области, однако не устраняет их полностью.

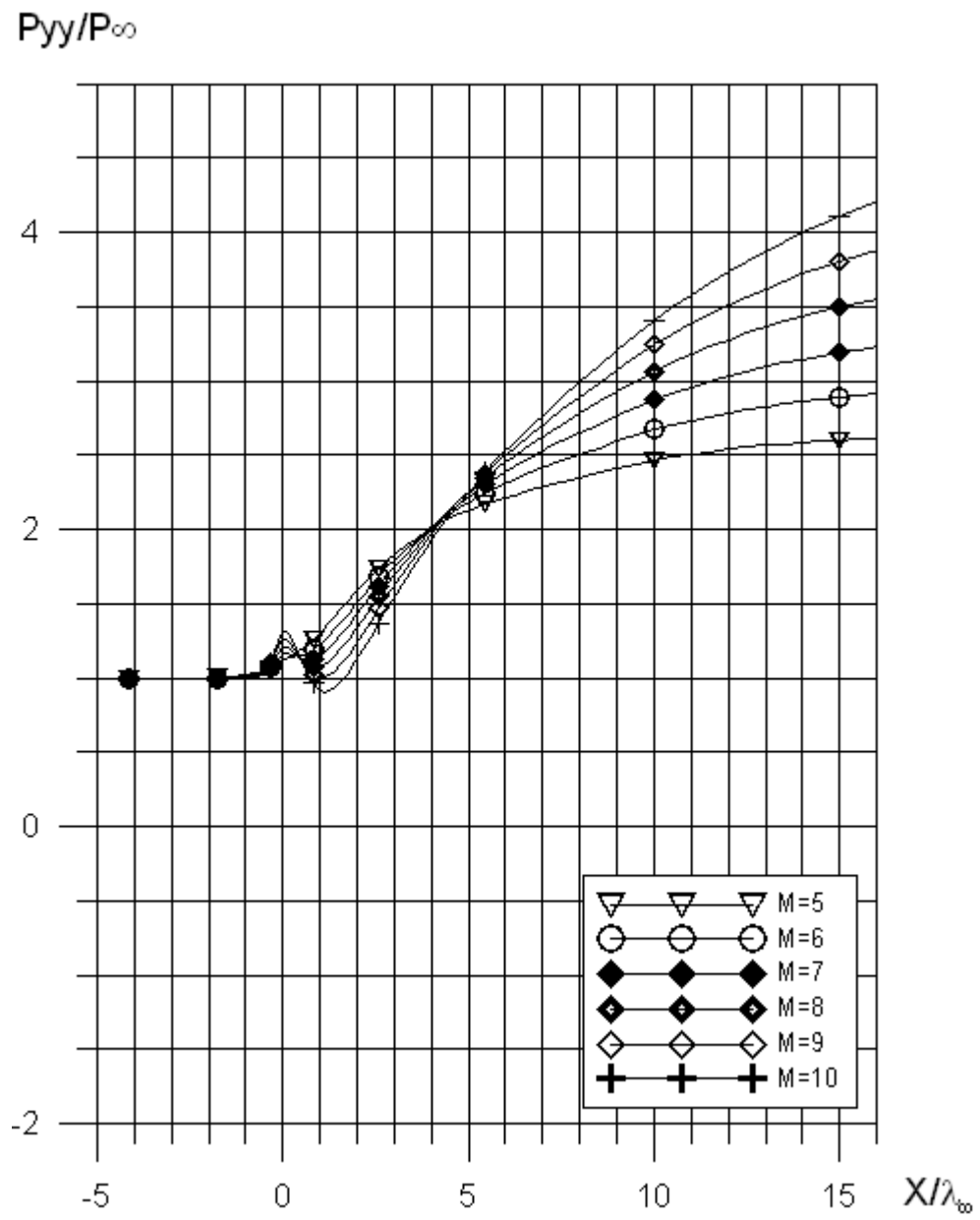


Рис. 4. Распределение нормальных напряжений по поверхности пластины $\mu'/\mu = 0.7$.

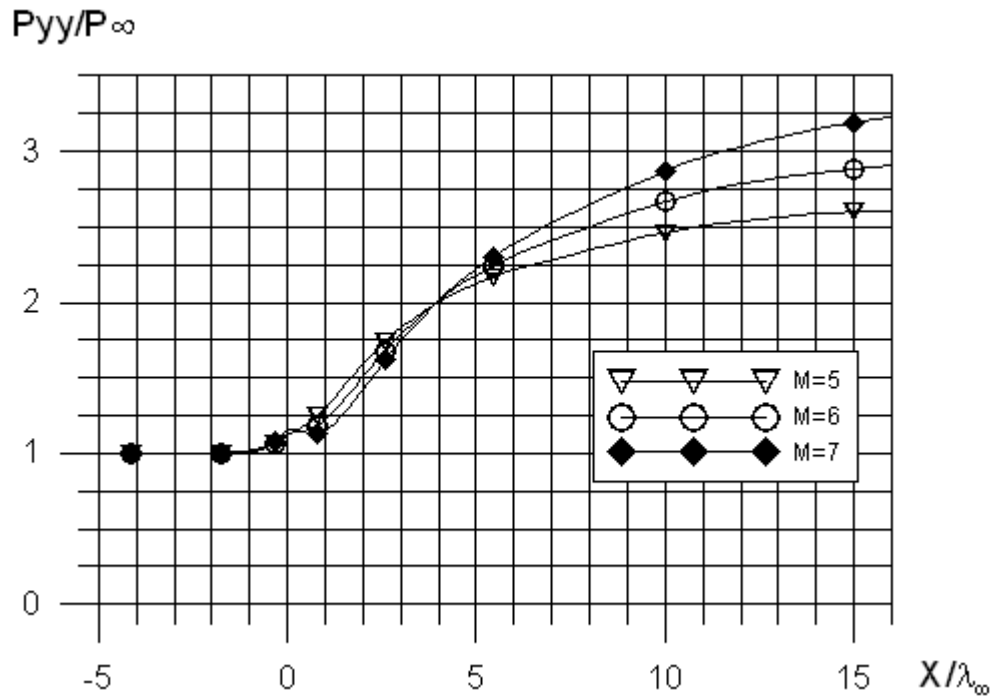


Рис. 5. Распределение нормальных напряжений по поверхности пластины $\mu'/\mu = 0.7$.

На рис. 4 и Рис. 5 приведены распределения нормальных напряжений с $\mu'/\mu = 0.7$. Видно, что для чисел $M = 5 \div 6$ зависимость имеет гладкий характер без осцилляций вблизи передней кромки, что качественно соответствует физике явления. Однако уже при $M = 7$ осцилляции вновь проявляются в рассматриваемой области. Дальнейшее увеличение объемной вязкости до $\mu'/\mu = 1.0$ не позволяет устранить осцилляции при $M \geq 7$.

Выводы

Проведенные расчеты обтекания острой кромки гиперзвуковым потоком воздуха ($\gamma = 1.4$ и $s = 0.75$) с использованием модели NSF показывают, что при $M < 7$ могут быть получены гладкие кривые распределения нормального напряжения, если относительная величина коэффициента объемной вязкости составляет $\mu'/\mu \approx 0.7$. Для больших чисел Маха коэффициент объемной вязкости не позволяет «настроить» модель NSF на физически адекватное распределение нормальных напряжений в области острой кромки. Вместе с тем, результаты работ [1], [3] и ряда других, свидетельствуют о том, что распределения остальных газодинамических параметров остаются гладкими в широком интервале коэффициента объемной вязкости и при существенно больших числах Маха ($M > 10$).

Библиографический список

1. Никитченко Ю.А. Применение модели Навье-Стокса-Фурье к расчету гиперзвукового обтекания тонкой пластины. Том 18, №3, 2011г., с.21-28.
2. Welander P., Arkiv far Fysik 7, Hafte 6, 507 (1954).
3. Tannehill J.C., Mohling R.A., Rakich J.V. Numerical Computation of the Hypersonic Rarefied Flow Near the Sharp Leading Edge of a Flat Plate // AIAA Paper, 1973, №200, p 1-13.

Сведения об авторах

Рыжов Юрий Алексеевич, профессор, заведующий кафедрой Московского авиационного института (национального исследовательского университета), д.т.н., академик РАН, тел. 8-495-760-60-27

Никитченко Юрий Алексеевич, доцент Московского авиационного института (национального исследовательского университета), к.т.н., тел. 8-917-586-02-1, e-mail: ol394@yandex.ru

Парамонов Игорь Викторович, аспирант Московского авиационного института (национального исследовательского университета), тел. 8-495-941-59-62, e-mail: a3@bk.ru