

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования

**«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(национальный исследовательский университет)»**

На правах рукописи



Андросович Ирина Вячеславовна

**МЕТОДИКА ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ  
ПАРАМЕТРОВ ЛАБИРИНТНЫХ УПЛОТНЕНИЙ ГАЗОТУРБИННОГО  
ДВИГАТЕЛЯ**

Специальность 2.5.15. Тепловые, электроракетные двигатели и энергоустановки  
летательных аппаратов

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель: доктор технических наук, доцент  
Силуянова Марина Владимировна

Москва - 2023

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	<b>4</b>
<b>1. КРАТКИЙ АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ И ОПТИМИЗАЦИИ УПЛОТНЕНИЙ ГТД</b> .....	<b>10</b>
<b>1.1. Виды и применение уплотнительных узлов роторов турбомашин</b> .....	<b>10</b>
<b>1.2. Исследования по моделированию и оптимизации бесконтактных уплотнений в мире</b> .....	<b>16</b>
<b>1.3. Исследования по моделированию и оптимизации бесконтактных уплотнений в России</b> .....	<b>29</b>
<b>1.4. Одномерные математические модели лабиринтных уплотнений</b> .....	<b>35</b>
<b>1.5. Выводы по главе</b> .....	<b>43</b>
<b>2. МЕТОДИКА ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЛАБИРИНТНЫХ УПЛОТНЕНИЙ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ</b> .....	<b>46</b>
<b>2.1. Алгоритм выбора оптимальных параметров лабиринтного уплотнения</b> .....	<b>46</b>
<b>2.2. Одномерная математическая модель бесконтактного уплотнения</b> .....	<b>48</b>
<b>2.3. Валидация математической модели</b> .....	<b>57</b>
<b>2.4. Постановка задачи оптимизации лабиринтного уплотнения</b> .....	<b>61</b>
<b>2.5. Выводы по главе</b> .....	<b>62</b>
<b>3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЛАБИРИНТНОГО УПЛОТНЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ</b> .....	<b>63</b>
<b>3.1. Математическая модель течения в лабиринтном уплотнении</b> .....	<b>63</b>
<b>3.1.1. Модель турбулентности</b> .....	<b>66</b>
<b>3.1.2. Математическая модель теплообмена</b> .....	<b>71</b>
<b>3.2. Математическая модель механических характеристик</b> .....	<b>73</b>
<b>3.3. Валидация и верификация математической модели</b> .....	<b>81</b>
<b>3.3.1. Верификация математической модели</b> .....	<b>86</b>
<b>3.4. Выводы по главе</b> .....	<b>88</b>
<b>4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЛАБИРИНТНОГО УПЛОТНЕНИЯ</b> .....	<b>90</b>
<b>4.1. Выбор типа уплотнения</b> .....	<b>90</b>
<b>4.2. Определение критериев оптимальности и ограничений на параметры уплотнения</b> .....	<b>92</b>
<b>4.3. Определение параметров расчетной сетки</b> .....	<b>93</b>
<b>4.4. Выбор граничных условий</b> .....	<b>94</b>
<b>4.4.1. Анализ влияния окружной скорости на работу лабиринтного уплотнения</b> .....	<b>95</b>
<b>4.5. Оптимизация лабиринтного уплотнения</b> .....	<b>100</b>

4.5.1. Проверка удовлетворения условиям прочности .....	104
4.6. Расчет характеристик уплотнения для передачи в одномерную математическую модель .....	107
4.7. Математическое моделирование нестационарных процессов с учетом работы лабиринтных уплотнений .....	111
4.8. Выводы по главе .....	113
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>115</b>
<b>СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ .....</b>	<b>118</b>
<b>СПИСОК ИСТОЧНИКОВ.....</b>	<b>119</b>

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы исследования:** совершенствование параметров перспективных двигателей может быть достигнуто прежде всего за счёт существенного улучшения параметров узлов и их компонентов, например, за счёт уплотнений. Эффективность ГТД существенно зависит от утечек воздуха как в узлах двигателя, так и при отборе воздуха на различные нужды. Для снижения утечек воздуха используются различные типы как бесконтактных, так и контактных уплотнений такие как лабиринтные, сотовые, лунковые, щеточные, пальчиковые, листовые и др. Создание новых и модернизация существующих уплотнений является одной из важнейших задач для повышения КПД газотурбинных двигателей и силовых установок. Несмотря на активное развитие перспективных уплотнений, таких как щеточные, лабиринтные уплотнения также не теряют своей актуальности.

Ряд современных исследований посвящен не только расходным характеристикам уплотнений, но и их влиянию на роторную динамику за счет достаточно больших сил возникающих в зазорах уплотнений, тем не менее большинство исследований не рассматривает работу уплотнений в системе силовой установки. Помимо этого, ряд исследований рассматривает вопросы теплообмена в уплотнительных узлах, так как развитая поверхность и намеренная турбулизация течения в уплотнениях способствует интенсификации теплообмена между потоком газа и стенками уплотнения. Возможность учесть при моделировании силовой установки влияния уплотнительных узлов на расход воздуха, теплообмен между узлами и динамику силовой установки может способствовать более точному моделированию, как состояния газотурбинного двигателя на установившихся режимах работы, так и при переходных процессах.

В диссертационном исследовании разработана одномерная математическая модель бесконтактного уплотнения газотурбинного двигателя, учитывающая его расходную характеристику, работу как части механической системы и процессы теплообмена в уплотнении. Рассмотрена настройка и валидация математической модели бесконтактного уплотнения на примере лабиринтного уплотнения. Разработана методика выбора оптимальных параметров лабиринтного уплотнения, которая включает в себя алгоритм,

одномерную математическую модель лабиринтного уплотнения и постановку задачи оптимизации с ограничениями. Приведен пример решения задачи выбора оптимальных конструктивных параметров лабиринтного уплотнения.

**Степень разработанности темы исследования:** активное развитие вычислительных мощностей и программных комплексов привело к развитию методик математического моделирования до уровня, позволяющего как детально моделировать работу узлов газотурбинных двигателей в трехмерной постановке, так и динамические процессы в газотурбинных двигателях в одномерной постановке. Тем не менее математические модели и методики, предназначенные для моделирования динамических процессов в узлах, не имеющих такого существенного влияния на параметры газотурбинных двигателей как лопаточные машины или камера сгорания остаются слабо изученными.

**Цель работы** - разработка методики выбора оптимальных параметров лабиринтных уплотнений газотурбинных двигателей.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**:

1. Исследовать актуальное состояние проблемы математического моделирования и выбора конструктивных параметров лабиринтных уплотнений ГТД;
2. разработать методику выбора оптимальных параметров уплотнения в системе газотурбинного двигателя;
3. разработать математическую модель процесса функционирования лабиринтных уплотнений в одномерной постановке, для моделирования работы лабиринтных уплотнений как части системы газотурбинного двигателя с учетом механического взаимодействия и теплообмена между потоком газа, ротором и статором;
4. определить требования и рекомендации для численного моделирования рабочих процессов в лабиринтных уплотнениях и определения эмпирических коэффициентов математической модели лабиринтного уплотнения в условиях отсутствия экспериментальных данных с применением метода конечных элементов;
5. сформулировать постановку задачи оптимизации лабиринтного уплотнения;

6. найти оптимальные параметры лабиринтного уплотнения по разработанной методике.

**Вклад автора в проведенное исследование:** основные положения диссертации получены автором лично, либо при его непосредственном участии, что подтверждено публикациями и докладами на научно-технических конференциях. В процессе выполнения диссертации соискатель самостоятельно выполнил следующие виды научно-исследовательских работ:

1. Обзор источников по теме исследования;
2. разработку методики выбора оптимальных параметров лабиринтного уплотнения;
3. разработку комплекса математических моделей, описывающих рабочие процессы в лабиринтных уплотнениях;
4. постановку задачи оптимизации лабиринтного уплотнения;
5. валидацию математических моделей;
6. определение оптимальных параметров лабиринтного уплотнения по разработанной методике.

#### **Новизна результатов исследований**

1. Разработана одномерная математическая модель бесконтактных уплотнений, учитывающая динамические характеристики уплотнения, процессы теплообмена, а также механическое взаимодействие ротора и статора с потоком газа;
2. разработана методика выбора оптимальных параметров и поставлена задача оптимизации лабиринтных уплотнений в системе газотурбинного двигателя;
3. определены требования и рекомендации для численного моделирования рабочих процессов в лабиринтных уплотнениях и определения эмпирических коэффициентов одномерной математической модели лабиринтного уплотнения с применением метода конечных элементов;
4. выполнено параметрическое исследование лабиринтного уплотнения, проведена валидация математической модели путем сравнения результатов математического моделирования с опубликованными данными;

5. с использованием разработанной методики решена задача оптимизации геометрии лабиринтного уплотнения, определены геометрические параметры оптимального лабиринтного уплотнения в соответствии с поставленной задачей оптимизации.

### **Теоретическая и практическая значимость результатов исследований**

1. Разработанная методика позволяет выполнить проектирование высокоэффективного лабиринтного уплотнения с учетом его работы как части системы двигателя.

2. Разработанная математическая модель позволяет: повысить точность моделирования динамических процессов в роторных системах газотурбинных двигателей с учетом работы уплотнительных узлов; повысить точность моделирования теплового состояния газотурбинного двигателя и термогазодинамических процессов в тракте газотурбинного двигателя; учесть взаимное влияние вышеперечисленных процессов.

### **Методология и методы диссертационного исследования**

В основе разработанной методики лежат:

1. Метод связанных графов и физические законы сохранения массы, энергии и импульса;
2. метод конечных элементов с использованием высокопроизводительных программных средств;
3. математические модели прочности и теплообмена;
4. современные методы оптимизации.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Одномерная математическая модель бесконтактных уплотнений, учитывающая динамические характеристики уплотнения, процессы теплообмена, а также механическое взаимодействие ротора и статора с потоком газа;
2. методика выбора оптимальных параметров геометрии уплотнения, учитывающая его работу как части системы двигателя;
3. постановка задачи оптимизации лабиринтного уплотнения;

4. результаты математического моделирования, валидации математических моделей, параметрического исследования и оптимизации лабиринтного уплотнения.

**Достоверность полученных результатов** научных положений и выводов диссертации обусловлена применением теоретически обоснованных методов, применением современного метода конечных элементов, проверкой выполнения законов сохранения и валидацией методик, которые показали высокую сходимость результатов расчетов с известными литературными источниками и опубликованными результатами численных и экспериментальных исследований. Результаты не противоречат опубликованным данным других авторов.

**Реализация и внедрения результатов работы:** методика выбора оптимальных параметров лабиринтных уплотнений газотурбинных двигателей (ГТД), включающая математическую модель лабиринтных уплотнений, позволяющую учесть влияние уплотнения на тягу, расход топлива и приемистость ГТД в целом и в увязке с функциями систем управления была учтена при проведении экспериментально-поискового оценочного сравнительного моделирования эффективности работы силовых установок в составе изделий разработки ОКБ Сухого. Акт внедрения ПАО «ОАК» «ОКБ Сухого» № 1/451084/1027 от 27.03.2023.

**Апробация работы:** основные положения работы и отдельные ее части были представлены и обсуждались на 21 научно-технической конференции, из них 15 международных и 6 всероссийских:

- X международная заочная научно-практическая конференция "Наука в современном информационном обществе", Москва, 2016 г.;

- Межотраслевой молодёжный конкурс научно-технических работ и проектов «Молодёжь и будущее авиации и космонавтики», 2016 г., 2017 г.; 2022 г.;

- Международная молодежная научная конференция «Гагаринские чтения», Москва, 2015 г., 2017 г., 2018 г.;

- Международная конференция «Авиация и космонавтика», Москва, 2016 г., 2017 г., 2018 г., 2019 г., 2020 г.;



- XXI Научно-техническая Конференция молодых ученых и специалистов, Королёв, 2017 г.;

- V Международная научно-практическая конференция «Транспорт. Образование. Логистика и инженерия – 2018», Рига, 2018 г.;

- XII Международная конференция «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций», Москва, 2018 г.;

- Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием «Новые технологии, материалы и оборудование российской авиакосмической отрасли», КАИ им. А.Н. Туполева, Казань, 2018 г., 2022 г.;

- IX Международный Аэрокосмический Конгресс IAC 18, Межд. фонд попечителей МГАТУ, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, 2018 г.;

- Международная молодёжная научная конференция XXIV Туполевские чтения (школа молодых ученых), КАИ им. А.Н. Туполева, Казань, 2019 г.;

- I Международная молодёжная научная конференция «Новые материалы XXI века: разработка, диагностика, использование», МИСиС, Москва, 2020 г.

- Международная научно-техническая конференция. «Проблемы и перспективы развития двигателестроения», СГАУ им. С.П. Королева, Самара, 2021 г.

**Публикации по теме диссертации:** непосредственно по теме диссертационной работы основные результаты изложены в 21 публикациях, в том числе 5 в изданиях, включенных в перечень ВАК, и три зарубежные (в т.ч. две из них индексируемые в международной наукометрической базе «Scopus»).

**Структура и объём диссертации:** диссертационная работа изложена на 131 странице машинописного текста, включает в себя 64 рисунка, 14 таблиц, а также список литературы, содержащий 92 наименования. Работа разделена на введение, 4 главы содержательной части, заключение, список сокращений и условных обозначений, список источников.

## **1. КРАТКИЙ АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ И ОПТИМИЗАЦИИ УПЛОТНЕНИЙ ГТД**

Утечки в авиационных двигателях влияют на эффективность двигателя и его удельные характеристики. Лабиринтные уплотнения служат для снижения утечек воздуха между ротором и статором ГТД. Конфигурация лабиринтного уплотнения представляет собой зазор сложной формы. Уплотнение корпуса турбомашин происходит благодаря уплотняющему действию малого зазора извилистой формы. Лабиринтные уплотнения служат для уменьшения расхода газа в зазорах узлов ГТД, повышения КПД, снижения утечек газа и повышения эффективности рабочих параметров двигателя.

Рабочий процесс в уплотнении — дросселирование — заключается в переводе разности потенциальных энергий среды разделяемых полостей в кинетическую энергию, а затем в тепло за счет гашения скорости трением. Ограничение утечки достигается следующими средствами: уменьшением величины зазора; уменьшением сечения струи в зазоре за счет создания отрывного течения заострением кромок гребней и резким изменением направления потока; уменьшением скорости в зазоре путем дробления перепада давлений между полостями за счет увеличения числа гребней, а также путем более полного гашения скорости в камерах (в щелевых уплотнениях уменьшение скорости достигается также увеличением протяженности щелей).

### **1.1. Виды и применение уплотнительных узлов роторов турбомашин**

Пугачев А.О. в своей докторской диссертации [1] разделяет уплотнения следующим образом: на статические, контактные, разделительные, бесконтактные, податливые и гидродинамические (рисунок 1.1).



Рисунок 1.1 - Укрупнённая классификация уплотнений [1]

В свою очередь бесконтактные и податливые уплотнения подразделяются на щелевые, лабиринтные, податливые, демпферные и уплотнения с абразивным покрытием (рисунок 1.2).



Рисунок 1.2 - Классификация бесконтактных и податливых уплотнений

В международных источниках [2] уплотнения разделяют на статические и динамические, в свою очередь динамические подразделяются по характеру механического движения на уплотнения вращающихся роторов и уплотнения валов, совершающих возвратно-поступательное движение. Бесконтактные уплотнения относятся к уплотнениям вращающихся роторов и подразделяются на: лабиринтные, щеточные, лепестковые и феррожидкостные уплотнения (рисунок 1.3).



Рисунок 1.3 - Классификация уплотнений по зарубежным источникам

В источниках приводятся следующие рекомендации по выбору типа уплотнений (рисунок 1.4). Для роторов с высокими частотами вращения рекомендуется использовать бесконтактные уплотнения.



Рисунок 1.4 – Алгоритм выбора типа уплотнения

При выборе параметров бесконтактных уплотнений руководствуются следующей таблицей, определяющей влияние геометрических параметров на снижение расхода газа через бесконтактные уплотнения (таблица 1.1).

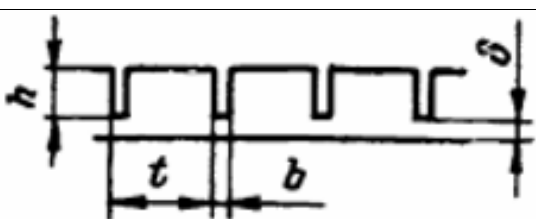
Таблица 1.1 - Степень влияния геометрических параметров на лабиринтные уплотнения

Параметр	Зависимый параметр	Тип уплотнения и степень влияния на расход через уплотнение			
		Прямоточные	Ступенчатые	С чередующимися гребнями	Радиальные
Количество рёбер	Количество щелей	Сильное	Сильное	Сильное	Сильное
Угол наклона ребра	Геометрия щелей	Среднее	Среднее	Среднее	Среднее
Ширина поверхности кончика ребра	Относительная длина щели	Среднее	Среднее	Среднее	Среднее
Зазор	Относительная острота ребра	Среднее	Среднее	Среднее	Среднее
Форма ребра	Геометрия щели	От слабого до среднего	Слабое	Слабое	От слабого до среднего

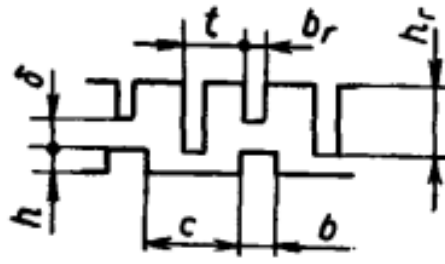
Длина канавки	Относительное расстояние между щелями	Среднее	Слабое	Слабое	Слабое
Высота ребра	Относительная глубина полости	Среднее	Слабое	Среднее	Среднее
Шероховатость поверхности	Относительная шероховатость поверхности	Среднее	Слабое	Среднее	Среднее
Пористость поверхности	Относительная пористость поверхности	Среднее	От слабого до среднего	Среднее	Среднее
Высота ступени	Относительная высота ступени	-	Слабое	-	-
Расстояние до касания	Относительное осевое расположение ротора	-	От слабого до умеренного	-	-
Направление потока	Направление положения ступенек	-	Слабое	-	-

В Российском РТМ [3] приводится следующая классификация лабиринтных уплотнений (таблица 1.2). Выделяют следующие типы лабиринтных уплотнений: прямоточное, ступенчатое с выступами и чередующимися короткими и длинными гребнями, ступенчатое с выступами и увеличенным числом коротких гребней, ступенчатое комбинированное с чередующимися гребнями ротора и статора, гарантированно-бесконтактное с чередующимися гребнями ротора и статора.

Таблица 1.2 – Основные типы лабиринтных уплотнений

А Прямоточное		$h_r$ принимается минимальным, но $h_r > 2\delta$ ; $t = 2,5h_r$
---------------	--	---

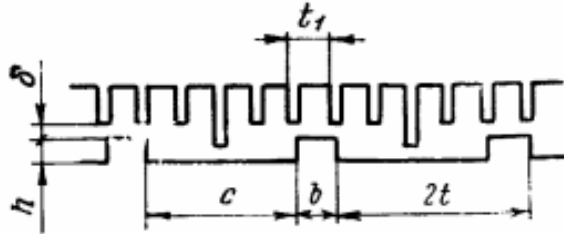
Б Ступенчатое с  
выступами и  
чередующимися  
короткими и  
длинными  
гребнями



$$\frac{c}{2} > h \geq 3\delta;$$

$$C > b \geq C - 3\delta$$

В Ступенчатое с  
выступами и  
увеличенным  
числом коротких  
гребней

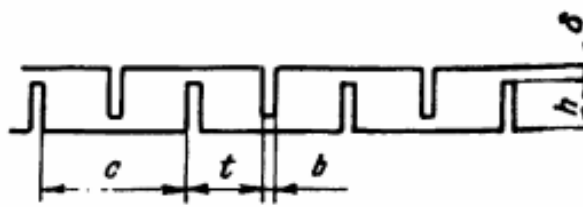


$$\frac{c}{2} \geq h \geq 3\delta;$$

$$h_{\text{опт}} = \frac{c}{3};$$

$$t_1 = b \geq 3\delta$$

Г Ступенчатое  
комбинированное  
с  
чередующимися  
гребнями ротора  
и статора

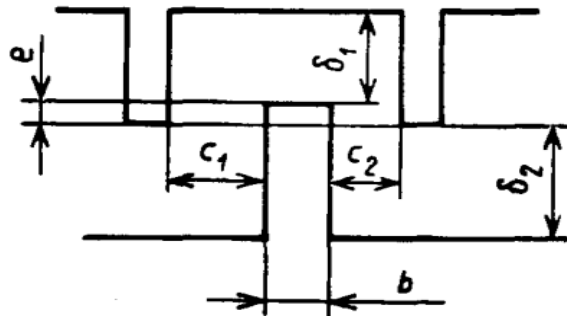


$$\frac{c}{4} \leq h \leq \frac{c}{2};$$

$$h_r > \delta < \frac{c}{2}$$

Д Гарантированно-  
бесконтактное с  
чередующимися  
гребнями ротора  
и статора

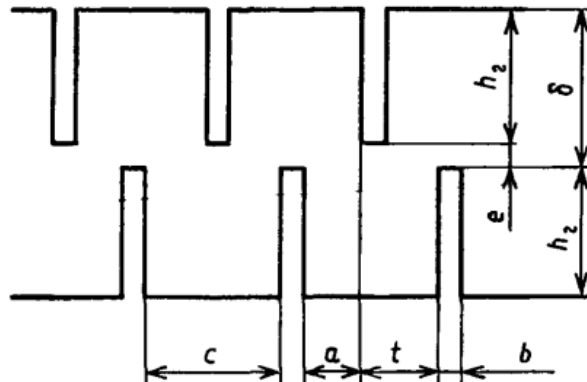
с перекрышей кромок гребней ротора и статора



$$e = (0,15 \dots 0,20)(C_1 + C_2);$$

$$1,5 \leq \frac{2\delta_1(2)}{C_1 + C_2} \leq 2,5$$

со сквозным просветом между кромками  
гребней ротора и статора



$$e = -0,05 \dots + 0,15c;$$

$$(h_r/C)_{\text{опт}} = 1$$

Также в РТМ приводятся области применения основных типов лабиринтных уплотнений в зависимости от величины радиальных зазоров  $\delta$  и осевых разбегов  $C$  (рисунок 1.5).

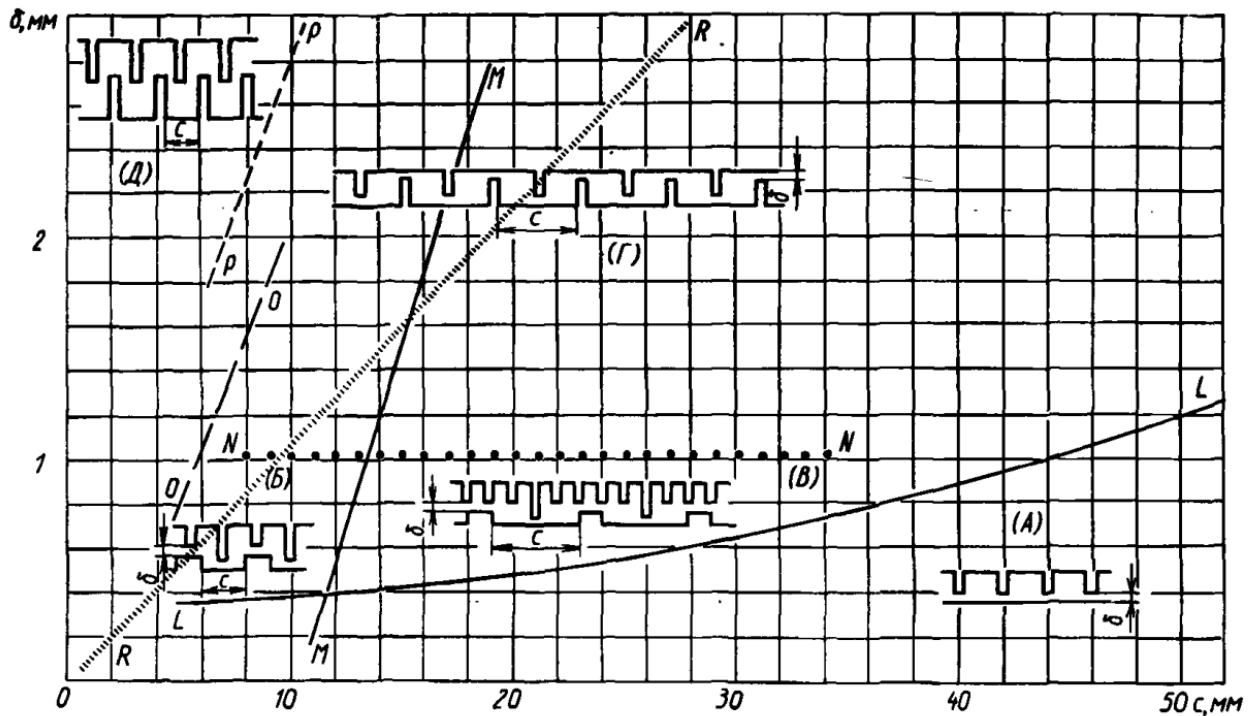


Рисунок 1.5 - Область применения основных типов лабиринтных уплотнений

В связи с высокими частотами вращения и смещением роторов для ГТД преимущественно применяются лабиринтные уплотнения. С учетом новых технологий распространение также получают щеточные уплотнения, но лабиринтные также не теряют своей актуальности.

## 1.2. Исследования по моделированию и оптимизации бесконтактных уплотнений в мире

Одна из первых работ по данной тематике была опубликована в 1908 году Martin H. [4]. Автором были исследованы первые подходы к моделированию потока газа через лабиринтное уплотнение и были сделаны выводы и сформулированы подходы, не теряющие актуальности даже с развитием вычислительной техники и средств математического моделирования.

В 1985 году Morrison G. и Chi D. [5] было проведено экспериментальное исследование влияния перепада давления, частоты вращения и количество



зубьев, а также их расположения на утечки через уплотнения несжимаемого потока.

Авторами были сделаны выводы:

- минимальный коэффициент расхода был получен, когда зубья уплотнения были центрированы на поверхности ступени;

- измерения распределения осевого давления показывают, что, когда зубья расположены по центру ступени, перепад давления между полостями почти равномерен;

- сделано предположение, что равномерный градиент давления является причиной повышения производительности ступенчатого лабиринтного уплотнения при эксплуатации;

- приведен способ расчёта расхода через лабиринтное уплотнение с использованием математического выражения для расчета скорости потока через уплотнение.

В 1986 году исследователи Buggeln R. и McDonald H. [6] разработали методику решения уравнений Навье-Стокса для течения в лабиринтных уплотнениях. Методика основана на решении нестационарных дифференциальных уравнений методом установления с подстановкой определенных начальных и граничных условий. В выводах авторы указывают: полученный программный код был использован для расчета расхода через уплотнение в широком диапазоне возможных параметров геометрии лабиринтных уплотнений при различных граничных условиях. Сравнение результатов расчета расхода через лабиринтные уплотнения, по аналитической оценке, с имеющимися экспериментальными данными показало хорошее совпадение результатов для рассмотренных существующих лабиринтных уплотнений.

В 1992 году Rhode D. и Hibbs R. [7] разработали свой вариант методики, основанный на решении уравнений Навье-Стокса для течения в лабиринтных уплотнениях. Методика использует неявную процедуру линеаризации уравнений, описывающих течение с переменным направлением в элементе для

эффективного решения нестационарных дифференциальных уравнений методом установления с определенными начальными и граничными условиями. Также, как и в работе [6] полученный программный код был использован для расчета расхода через уплотнение в широком диапазоне возможных геометрических параметров лабиринтных уплотнений при различных граничных условиях. Авторы делают вывод, что программный код станет ценным инструментом для аналитической оценки производительности существующих и будущих лабиринтных уплотнений.

В 1993 году Dara Childs [8] исследовала влияние величины зазоров роторов известными численными методиками. Приведённые математические подходы и выражения применяются до настоящего времени даже с развитием вычислительной техники и средств математического моделирования.

Большой вклад в теорию лабиринтных уплотнений внесло обзорное исследование авторов Scram V. и др. проведенное в 2002 году [9]. Исследование показало, что аналитические модели требуют точной настройки для прогнозирования эксплуатационных характеристик уплотнений с достаточной точностью. Из-за чего требуется применение испытательных стендов для их проверки.

В меморандуме НАСА Raymond E. Chupp и др. [10] рассмотрели влияние зазора в уплотнительных узлах, который имеет первостепенное значение для достижения высокой выходной мощности, эффективности и срока службы газотурбинных двигателей. А также выполнили обзор, в котором исследовали область применения уплотнений газовых и паровых турбин, типы стандартных статических и динамических уплотнений, их преимущества, передовые конструкции уплотнений, а также вопросы их срока службы.

В работе авторов Tong S.K. и Kyu S.C. [11] 2009 года анализировалось влияние конфигурации и зазора на герметичность лабиринтных уплотнений. Для прогнозирования расхода рассматривались различные инструменты: вычислительная гидрогазодинамика (CFD), аналитический метод для прогнозирования расхода двух различных конфигураций уплотнений

(прямоточной и ступенчатой) с различными зазорами. Прогнозируемые результаты были сопоставлены с экспериментальными данными. Программный комплекс, основанный на численном моделировании гидрогазодинамики, в среднем, лучше согласуется с экспериментальным результатом, чем аналитическая модель. В прямоточном уплотнении зависимость расхода от величины зазора более значительна, в то время как в ступенчатом уплотнении она значительно меньше. МКЭ достаточно хорошо отражает процессы в уплотнении. Аналитическая модель систематически завышает влияние зазора в ступенчатом уплотнении. МКЭ также хорошо предсказывает влияние направления потока на расход. Авторы сделали вывод, что преимущество ступенчатого уплотнения перед прямоточным возрастает по мере увеличения зазора.

Данное исследование [11] Tong Seop Kim и Kyu Sang Cha было опубликовано с небольшими изменениями [12], в статье также выполнен анализ влияния параметров геометрии уплотнения и зазора на утечки через лабиринтные уплотнения, рассмотрены возможности различных инструментов для прогнозирования расхода через лабиринтные уплотнения различных конфигураций и с различными зазорами. В результате проведенных исследований прогнозируемые результаты были сопоставлены с экспериментальными данными, получено хорошее совпадение результатов. Авторы делают вывод о нарастании преимуществ ступенчатого уплотнения перед прямоточным по мере увеличения зазора.

В исследовательской работе 2016 года авторы Zhigang L, Jun L. и Zhenping F. [13] предложили способ разработки новых конфигураций уплотнений лабиринтного типа. Проведенные численные исследования показали, что увеличение количества зубьев и увеличение глубины полости может улучшить стабильность вращения ротора и расширить диапазон рабочих частот вращения машины.

В статье авторов 2018 года Sun D. и др. [14] изучается влияние нагрева лабиринтных уплотнений, вызванного вращением ротора с использованием

численного моделирования и экспериментальных исследований. Когда частота вращения менее 2000 об/мин, температура слабо увеличивается по мере увеличения частоты вращения с 2000 об/мин. до 6000 об/мин, было получено максимальное увеличение температуры на 12,87 К. Увеличение соотношения давлений увеличивает интенсивность конвекционного теплообмена с потоком воздуха, а с повышением температуры нагрев уменьшается на 7 К по мере увеличения соотношения давлений с 1 к 1 до 1 к 3 при частоте вращения 6000 об/мин. Авторы делают вывод, что основная причина нагрева заключается в возникновении теплового потока между нагревающимся вязким потоком воздуха в зазоре и ротором.

В статье 2019 года авторы Chun Ye и Ahn Joon [15] рассмотрели особенности моделирования уплотнений проточной части турбомашин в программном комплексе Ansys. В результате приведена зависимость снижения утечек в лабиринтном уплотнении от отношения высоты гребня к величине зазора.

В работе 2019 года авторы Campagnoli E. и Desando A. [16] исследовали утечки в лабиринтных уплотнениях турбомашин с целью уменьшения расхода через зазоры, разделяющие лопатки и части статора. Утечки через зазоры приводят к снижению КПД турбины и компрессора, и как следствие к снижению удельных параметров двигателя. По этой причине множество исследований, доступных в литературе, посвящено изучению и оптимизации этих элементов, обычно выполняемых с помощью, вычислительной гидрогазодинамики (CFD). Авторы указывают, что для проверки и повышения точности численного моделирования необходимы экспериментальные результаты, полученные путем разработки специальных тестов и сфокусированные на области уплотнения. В работе авторов экспериментальные испытания проводятся с использованием испытательного образца, представляющего собой ступень турбины с сопловым аппаратом. Получена картина течения в области уплотнения, результаты исследования которой могут быть использованы для определения

эффективности данной конфигурации лабиринтного уплотнения, и которая позволяет проверить достоверность CFD расчетов, лабиринтного уплотнения.

В статье [17] авторы Zhang Kai и Wang A.J. рассмотрели влияние изменения конструкции элементов лабиринтного уплотнения на рабочие процессы в лабиринтном уплотнении и его эффективность, в результате, используя серию CFD-расчетов, было получено решение, позволяющее оценить влияние радиального зазора, количества гребешков, шага между гребешками и угла наклона гребешков на КПД ТНД ТРДДФ, что способствует созданию конструкции ТНД с уменьшенными утечками.

В работе 2020 года авторы Šížek, Michal и др. [18] описали течение в лабиринтных уплотнениях ГТД. Авторы привели численный расчёт течения в лабиринтных уплотнениях и оценили параметры течения при различных величинах радиального зазора. Авторами в результате расчетов сделан вывод, что температура в лабиринтных уплотнениях изменяется, а не является постоянной.

В статье 2020 года группа авторов Sun Dan и др. [19] продолжила работу [14], изучила влияние нагрева лабиринтного уплотнения, вызванного тепловым потоком, возникающим при движении ротора в воздухе на утечки через лабиринтное уплотнение. В результате было обнаружено, что, нагрев ротора вызван трением об поток воздуха, текущего через уплотнение, когда частота вращения ниже 1000 об/мин эффект нагрева минимален. Авторы делают вывод, что учёт влияния нагрева лабиринтного уплотнения из-за трения об поток воздуха позволит улучшить их характеристики при проектировании.

В работе 2020 года авторы Baek S.I. и Ahn J. [20] исследовали бесконтактное кольцевое лабиринтное уплотнение. В работе рассматривалось влияние геометрических параметров прямоточного лабиринтного уплотнения, таких как зазор, ширина зуба, высота зуба, ширина полости и угол наклона зуба на его эффективность. Из-за ограниченного пространства для установки лабиринтного уплотнения в турбомашинах, необходимо оптимизировать геометрию уплотнения, используя габаритные размеры в качестве ограничения.

В качестве критерия оптимальности уплотнения должен использоваться расход газа через уплотнение. Цель исследования авторов заключалась в том, чтобы понять влияние изменения геометрических параметров уплотнения на расход через уплотнение, а также определить оптимальную геометрию для фиксированной осевой длины. Когда осевая длина фиксирована, наиболее эффективным способом уменьшения расхода является уменьшение ширины полости и увеличение количества полостей.

В работе 2020 года группой авторов Augusto L.L.X. и др. [21] было проведено численное исследование потерь на трение при использовании смазки в трех различных конфигурациях осевых и радиальных лабиринтных уплотнениях при различных частотах вращения. Результаты показали, что реология смазки оказывает значительное влияние на вязкий крутящий момент. С другой стороны, количество лабиринтных канавок существенно не влияет на крутящий момент для осевой конфигурации уплотнения, но существенно влияет на крутящий момент в радиальном уплотнении.

В работе 2020 года Hou, Qingmin и др. [22] исследуют утечку природного газа из трубопровода. В исследовании реклассифицируются модели для оценки утечки природного газа в трубопроводах, а также анализируют теоретический диапазон применения каждой модели. Рассматривается влияние утечки на расход выше по течению от точки утечки. Для реализации эффекта обратной связи изменения расхода, используют метод последовательного приближения. Результаты моделирования показывают, что модифицированная модель «скважина-труба» способна рассчитать скорость утечки из любого отверстия.

В работе 2020 года Artur Szymański и др. [23] исследовали лабиринтное уплотнение методом численного моделирования, результаты расчёта подтверждают потенциал улучшения лабиринтных уплотнений. Испытания проводились на испытательном стенде с подачей воздуха при нагрузке в диапазоне соотношения давлений 1,05 - 1,8, что характерно для межступенчатых уплотнений авиадвигателя. Величина утечки, общие входные параметры и распределение давления в образце уплотнения контролировались с помощью

высокочастотных датчиков в режиме реального времени. Результаты, полученные методом численного моделирования, подтверждаются экспериментальными данными, доказывая надежность предлагаемой методики оптимизации. В некоторых случаях замечены расхождения между результатами численного моделирования и результатами испытаний оптимизированных уплотнений. Исследование показывает, что возможно спроектировать уплотнение таким образом, чтобы обеспечить относительную стабильность расхода в широком диапазоне рабочих параметров – различных зазоров и соотношений давлений.

В работе 2020 года авторы Šížek M. и др. [24] исследовали влияние радиального зазора лабиринтного уплотнения. Моделировалось типовое лабиринтное уплотнение газотурбинного авиационного двигателя. Цель исследования состояла в том, чтобы сравнить и проанализировать влияние радиального зазора и расположения зубьев. Термодинамические параметры лабиринтного уплотнения газотурбинного двигателя моделировались с использованием программного комплекса ANSYS CFX. Были рассмотрены 4 варианта лабиринтных уплотнений. Воздушный поток в лабиринтном уплотнении моделировался с использованием стандартной модели турбулентности k- $\epsilon$  с двумя уравнениями.

Результаты вычислений показали, что полная температура и энтальпия увеличиваются по мере увеличения угловой скорости. Такие термодинамические параметры как статическое давление и коэффициент расхода соответствуют ожиданиям, статическое давление уменьшается, а полная температура увеличивается. Также наблюдалось увеличение кинетической энергии и уменьшение плотности. Сделан вывод, что эффект лабиринтного уплотнения (т.е. уменьшение массового расхода) не зависит от угловой скорости. Радиальный зазор оказывает доминирующее влияние на работу уплотнения, расположение зубьев на роторе, либо на статоре имеет второстепенное значение.

В работе 2021 года Wanfu Zhang и др. [25] исследовали влияние величины зазоров, длины тормозов, их количества и углов наклона стенок в вихревом

тормозе перед лабиринтным уплотнением на статические и динамические характеристики роторов с использованием инструментов вычислительной гидрогазодинамики. С увеличением количества канавок, длины канавок и уменьшением зазора эффективность вихревого тормоза повышается. Угол наклона оказывает незначительное влияние на вихревой тормоз. Увеличение коэффициентов предварительного завихрения приводит к увеличению окружной скорости. По сравнению с лабиринтным уплотнением без тормозов лабиринтное уплотнение с вихревыми тормозами обладает меньшей жесткостью поперечного сечения и, как следствие, большим эффективным демпфированием. Эффективное демпфирование при отрицательных углах колебаний увеличивается примерно на 100 - 200 % по сравнению с прямыми вихревыми тормозами.

В работе 2021 года авторы Augusto L.X. и др. [26] провели численное исследование неизотермического течения смазки в лабиринтных уплотнениях. Были оценены эффекты теплопередачи и вязкого тепловыделения при механических потерях. Уравнение типа Аррениуса было использовано для представления зависимости вязкости смазки от температуры и включено в математическую модель. Сделаны выводы, что тепловой поток и вязкое тепловыделение увеличиваются при увеличении частоты вращения вала, что приводит к увеличению температуры потока и снижению вязкости смазки, а следовательно, потерь на трение. Также было оценено влияние материалов лабиринта (сталь и полимер) на тепловой поток и, следовательно, на потери вязкости. Полимерные лабиринты обеспечивали более высокие уровни температуры по сравнению со стальными лабиринтами из-за их более низкой теплопроводности.

В работе 2021 года авторы Wenjie Zhou и др. [27] исследовали новое лабиринтное уплотнение со структурой спиралевидных зубьев, расположенных в шахматном порядке. С помощью численного моделирования авторы исследовали: влияние зазора уплотнения, перепада давления, числа зубьев и эксцентриситета ротора на работу новой модели лабиринтного уплотнения.



Кроме того, было проведено сравнение и анализ различия статических характеристик между лабиринтным уплотнением со структурой спиралевидных зубьев, расположенных в шахматном порядке и лабиринтным уплотнением со структурой обычных спиралевидных зубьев. Результаты расчётов показали, что численная модель обычной структуры лабиринтных зубьев обладает высокой точностью при сравнении с экспериментальными результатами. Шахматная конструкция зубьев обладает лучшими расходными характеристиками, чем конструкция обычных спиралевидных зубьев, поскольку может вызывать более высокую интенсивность турбулентной диссипации энергии за счет шахматного расположения. Кроме того, силы, вызванные текучей средой, увеличиваются по мере увеличения эксцентриситета и перепада давления.

В работе 2021 года автор Damian Joachimiak [28] представил новый метод проектирования лабиринтных уплотнений. Этот метод основан на CFD расчетах и анализе течения, метод заключается в анализе явления переноса кинетической энергии газа в уплотнительных камерах между зазорами. Метод проектирования представлен в двух вариантах. Первый вариант предназначен для уплотнений, для которых невозможно изменить их внешние размеры (длину и высоту). Второй вариант позволяет спроектировать геометрию уплотнения без изменения длины уплотнения и с небольшим изменением высоты уплотнения. Помимо оптимального распределения зубьев, этот вариант предусматривает регулировку геометрии в соответствии с условиями течения. В результате использования обоих вариантов получается такая конструкция геометрии уплотнения по отношению к расходу через уплотнение, которая позволяет добиться максимально равномерного рассеивания кинетической энергии в каждой камере.

В работе 2021 года авторы Corral R и др. [29] исследовали новый вариант своей ранее опубликованной математической модели, предназначенной для обеспечения устойчивости лабиринтного уплотнения к флаттеру, в модель включен учет влияния зазоров. Оригинальная математическая модель была задумана, как концептуальная модель для всестороннего понимания влияния различных геометрических параметров на стабильность уплотнения,

обеспечивая качественные тенденции устойчивости уплотнения к флаттеру. Сделан вывод, что колебания ребер из-за трения или износа, приводящие к тому, что зазоры на входе становятся больше, чем на выходе, приводят к дополнительной потере стабильности в случае одинаковых зазоров. Расчеты с использованием вычислительной гидрогазодинамики с использованием решателя осредненных по числу Рейнольдса уравнений Навье-Стокса показали превосходное совпадение между обновленной моделью и предыдущими данными.

В работе авторов Tuaske J.C. и др. 2021 года [30], исследованы характеристики лабиринтных уплотнений. По полученным результатам авторы сделали вывод, что конфигурация уплотнения влияет на скорость диссипации кинетической энергии потока в уплотнении.

В работе авторов Xiaojian Cao и др. 2022 года [31] рассматриваются лабиринтные уплотнения, широко используемые в устройствах турбомашин для предотвращения утечки в уплотнительных конструкциях. В условиях высоких температур и соотношения давлений, тепло, выделяемое из-за диссипации энергии в вихревых структурах между стенками ротора и статора, не только повышает температуру рабочего тела и конструктивных элементов, но и снижает эффективность работы устройства. В рассматриваемом исследовании группа авторов, вдохновленная бионической раковиной улитки, решала задачу оптимизации с использованием генетического алгоритма. В результате была получена многослойная структура с несущим материалом как на верхней, так и на нижней поверхностях и теплоизоляционным материалом посередине. После изменения расположения слоев или соотношения толщин слоев комплексные прочностные и тепловые характеристики снижались. Результат исследования авторов показывает, что бионическая многослойная сэндвич-структура может быть применена к лабиринтному уплотнению для достижения оптимальных комплексных прочностных и тепловых характеристик.

В работе авторов Woxiu Zhang и др. 2022 года [32] рассмотрены лабиринтные уплотнения для зазора между лопаткой и статором двигателя. В

этом исследовании испытания проводились с различными типами геометрии ребер на высокоскоростном испытательном стенде со скоростью 100 м/с. Механизм износа исследовался в диапазоне скоростей от 2 мкм до 10 мкм с измерениями силы и температуры. Основным механизмом удаления истираемого материала является выдавливание со стороны ребра. Кроме того, в каждом тесте определялась адгезия истираемого материала к ребру, и на величину адгезии влияли: как геометрия ребра, так и частота вращения.

В статье 2022 года авторы Xiang Zhang и др. [33] предлагают использовать угловую скорость для расчета условий предварительной закрутки воздуха на входе. В своей работе авторы исследуют три типа уплотнений. В традиционном лабиринтном уплотнении, мембранном лабиринтном уплотнении и пористом мембранном лабиринтном уплотнении рассматривается потенциальное влияние на динамику ротора и герметичность коэффициентов предварительной закрутки на входе в диапазоне от -1 до 1. Результаты математического моделирования показывают, что предварительная закрутка на входе в лабиринтное уплотнение оказывает незначительное влияние при низких частотах вращения, отрицательная закрутка оказывает большее влияние при более высокой частоте вращения. Максимальное улучшение эффективного демпфирования возникало при коэффициенте предварительной закрутки -1 по сравнению с условиями нулевой предварительной закрутки для традиционных лабиринтных уплотнений, в мембранном лабиринтном уплотнении и пористом мембранном лабиринтном уплотнении влияние может достигать 132,1 %, 240,6 % и 385,1 %. Сделана оценка, что эффективная жесткость для мембранного лабиринтного уплотнения и пористого мембранного лабиринтного уплотнения может улучшиться на 14,8 % и 90,1 % соответственно, а снижение расхода для мембранного лабиринта и пористого мембранного лабиринтного уплотнения - на 90,1 %. Показатели снижения расхода могут достигать 4,12 % и 4,5 % соответственно. Дальнейшие изучения течения показывает, что наличие стержней приводит к большому распределению энергии, отверстия увеличивают рассеивание энергии для пористого мембранного лабиринтного уплотнения, что

приводит к меньшему расходу при сравнении между тремя различными уплотнениями. Сравнение расхода для мембранного лабиринтного уплотнения и пористого мембранного лабиринтного уплотнения показывает возможность их комбинации для получения нового типа уплотнения для систем уплотнения ротора с более высокой устойчивостью и меньшим расходом.

В статье 2022 года авторы Chen Yan и др. [34] исследовали влияние потерь охлаждающего воздуха лопаток турбины, на производительность двигателя. В ходе экспериментов авторы исследовали влияние геометрических и аэродинамических параметров на утечку воздуха посредством измерений давления и массового расхода. Основываясь на результатах, авторы сделали вывод, при изменении расстояния между пластинами изменяется и соотношения утечки в зазор. При одинаковом расстоянии зазор между пластинами увеличивается с 1 мм до 1,1 мм, что приводит к увеличению общей утечки на 30 % и увеличению массового расхода на 25,7 %. При увеличении зазора между пластинами с 1,1 мм до 1,2 мм, общая утечка увеличилась на 19,2 %, массовый расход на 19 %. Доля утечки в зазоре постепенно увеличивалась при заданном зазоре между пластинами. Когда расстояние между пластинами составляло 1 мм, утечка в обход листов составляла 68 % от общей утечки и была основным источником утечки. Утечка в зазоре составила 83 % от общей утечки при расстоянии между пластинами 10 мм. Сделан вывод, что, когда расстояние между пластинами небольшое, преобладает утечка в обход пластин, когда расстояние увеличивается преобладает утечка в зазоре, а также, что закон изменения утечки в зависимости от соотношения давлений, конструктивных параметров и отношения расстояния между листами к длине уплотнительной щели играет важную роль при проектировании уплотнительных конструкций.

В статье 2022 года авторы Nida Ahamed и др. [35] исследовали процесс трещинообразования в лабиринтных уплотнениях газотурбинного двигателя, и определили время образования трещин. Исследование трещинообразования проводилось с помощью МКЭ в программном комплексе ANSYS Mechanical APDL.

В статье 2023 года группа авторов Zhang Wo и др. [36] провели экспериментальные исследования в соответствии с ортогональным экспериментальным планом, в результате получена оценка комплексного влияния конфигураций уплотнений на расход через уплотнение и характеристики теплообмена при различных соотношениях давлений, показана взаимосвязь между расходом через уплотнение и теплообменом, выведен эмпирический коэффициент чувствительности расхода через уплотнение к интенсивности теплообмена. Сделаны выводы о влиянии геометрических параметров на расход через лабиринтное уплотнение.

### **1.3. Исследования по моделированию и оптимизации бесконтактных уплотнений в России**

Большое количество работ рассматривающих проблемы уплотнений в ГТД выполнено и в России. Работа, сравнивающая традиционные и торцевые уплотнения, была опубликована в СГАУ в 2000 году Фалалеевым С.В. [37]. Автором был проведён анализ и исследована проблема создания отечественных уплотнений. А также были обозначены пути решения существующих проблем и пути решения задачи проектирования уплотнений. В качестве одного из главных подходов при создании высокоэффективных уплотнений современных ГТД автор обозначил необходимость накопления большого объёма расчётных и экспериментальных данных.

В статье 2009 года авторы Пейчев Г.И. и другие [38] провели сравнительный анализ щеточного и лабиринтного уплотнений ГТД, а также обзор отечественной и зарубежной литературы. В работе приведен способ расчёта расхода воздуха через лабиринтное уплотнение с использованием математического выражения для расчета скорости потока через уплотнение.

В статье 2011 года авторами Брыкиным Б.В. и Леонтьевым М.К. [39] приведены результаты работы по исследованию течения газа в лабиринтных уплотнениях и определению значения аэродинамических сил при движении

ротора с постоянной частотой вращения в условиях круговой прецессии. Авторы привели результаты работы по исследованию течения газа в лабиринтных уплотнениях, определили аэродинамические циркуляционные силы для различных эксцентриситетов.

В работе [40] авторами Брыкиным Б.В., Евдокимовым И.Е. было исследовано трехребенчатое лабиринтное уплотнение с применением программного комплекса ANSYS-CFX, в результате создана «Динамическая модель уплотнения», описывающая рабочие процессы в трехребенчатом лабиринтном уплотнении в составе экспериментальной установки, и отработана методика проведения расчетов по этой модели.

В патенте 2012 года авторами Брико С. и др. [41] было исследовано лабиринтное уплотнение для кольцевого пространства между ротором и статором для паровой или газовой турбины. При использовании рассмотренного авторами лабиринтного уплотнения достигается повышенный уплотнительный эффект посредством уплотнительных полос, установленных в холодном состоянии, смещенных относительно симметричного положения, где смещение имеет противоположное направление и ту же величину расстояния, на которое уплотнительная полоса смещается относительно смежных уплотнительных элементов, выступающих со стороны ротора, в результате теплового расширения неподвижных и вращаемых компонентов и опорной структуры при нагреве. Целью изобретения по мнению авторов является создание лабиринтного уплотнения, с помощью которого обеспечивается большая герметичность, достигаемая во время устойчивого рабочего состояния.

В статье 2013 года авторами Пугачевым А.О. и Равиковичем Ю.А. [42] анализируются подходы к моделированию щёточных уплотнений, которые применяются в турбомашинах. В базовой модели для расчёта картины течения в каналах уплотнения щёточный пакет представляется как пористая среда. Также авторами были рассмотрены подходы к расчёту течения между волокнами щёточного пакета и их деформаций.

В патенте [43] автор изобретения Антонюк И.А описал способ улучшения лабиринтных уплотнений осевого компрессора газотурбинного двигателя. Автор пришел к выводу, что изобретенное лабиринтное уплотнение будет иметь меньший срок службы, чем прототип, но, в связи с простотой изнашиваемых частей, а также простотой конструкции и дешевизной, указанные недостатки не являются существенными.

В статье 2014 года авторы Москвичев А.В. и Заложных И.С. [44] рассмотрели особенности моделирования уплотнений проточной части турбомашин в программном комплексе Ansys. В работе исследователи привели зависимость снижения утечек в лабиринтном уплотнении в зависимости от отношения высоты гребня к величине зазора.

В статье 2014 года авторы Андреев Ф.Б. и др. [45] исследуют влияние динамики потока газа в лабиринтном уплотнении ротора со статором на устойчивость ротора. Основное внимание авторы уделили динамическим коэффициентам, учитывающим движение газа через лабиринтное уплотнение. Расход через уплотнение и распределение давления рассчитаны с использованием модифицированного метода Ньюмена, а распределение окружных скоростей с использованием модели Папаевангелу. В работе авторы проводят сравнительный анализ полученных результатов (динамических коэффициентов) с данными других исследователей.

В докторской диссертации Пугачёва А.О. [1] выведены упрощенные подходы, представляющие собой практические инструменты для оценки расхода через щёточные уплотнения, которые могут быть выполнены без значительных временных затрат. Реализованные конечно-элементные модели роторных систем также представляют собой инструменты для использования при проектировании уплотнений. На основе приведённых в работе теоретических и экспериментальных результатов автор сделал вывод о влиянии конструктивных параметров щёточных уплотнений на расходные характеристики и динамические коэффициенты на различных рабочих режимах. Рассмотрены

вопросы использования щёточных уплотнений совместно с лабиринтными гребешками.

В статье 2015 года авторы Макаров А.А. и Зайцев Н.Н. [46] отметили, что повышение производительности современных роторных машин достигается их работой на сверхкритических частотах вращения в условиях высоких давлений и температур рабочей среды. При этом возрастает влияние характеристик лабиринтных уплотнений на динамическую устойчивость роторной системы, ее виброактивность, и в итоге на эксплуатационный ресурс машины. Авторами подчеркнуты применяемые экспериментальные и вычислительные способы нахождения динамических коэффициентов жесткости и демпфирования лабиринтного уплотнения. Оценивается применимость этих способов при оперативном проектном анализе конструктивной и эксплуатационной эффективности альтернативных вариантов уплотнений на начальной стадии создания роторной машины.

В статье 2017 года авторами Бутымова Л.Н. и Модорский В.Я. [47] рассматриваются вопросы, связанные с взаимовлиянием вибраций и газодинамических процессов в лабиринтных уплотнениях компрессоров газоперекачивающих агрегатов. Изучается взаимовлияние колебательных газодинамических процессов в лабиринтных уплотнениях и вибраций ротора. В рамках унифицированного алгоритма получено решение нестационарной аэроупругой одномерной задачи о течении газа в деформируемом лабиринтном уплотнении. Выявлен новый фактор (диаметр ротора в районе лабиринтного уплотнения), влияющий на величину пульсаций газодинамической силы в лабиринтном уплотнении. Авторы делают вывод, что, изменив диаметр ротора можно снизить вибрации. При этом, можно уменьшить назначаемые зазоры в лабиринтном уплотнении и снизить утечки.

В статье [48] авторы Зрелов В.А. и др. рассмотрели влияния изменения конструкции элементов лабиринтного уплотнения на эффективность рабочих процессов, происходящих в лабиринтном уплотнении, в результате, используя серию CFD-расчетов, было получено решение, позволяющее оценить влияние



радиального зазора, количества гребешков, шага между гребешками и угла наклона гребешков на КПД ТНД ТРДДФ, что способствует созданию модели ТНД с уменьшенными утечками.

В статье [49] исследователями Иванов А.В. и др. приведены зависимости, позволяющие на начальном этапе проектирования оценить величину зазора в уплотнении. Авторы отмечают необходимость оценки величины рабочих зазоров, определяющих расход через уплотнение и величины минимальных гарантированных зазоров, обеспечивающих бесконтактную работу уплотнения в процессе проектирования уплотнения.

Основа диссертационного исследования была заложена при подготовке магистерской диссертации в Шанхайском Технологическом Университете [50]. В магистерской диссертации было проведено параметрическое исследование лабиринтного уплотнения, предложена оптимальная форма уплотнения, описана методика расчёта лабиринтного уплотнения.

В ходе подготовки к магистерской диссертации были опубликованы десять работ [51-60]. В работах [51-52] исследовались способы обеспечения качественного уплотнения надроторного зазора в турбине высокого давления. Сделан вывод, что процесс эксплуатации газотурбинного двигателя связан с изменением зазоров в проточной части, что приводит к необходимости увеличения зазоров для увеличения эксплуатационного ресурса.

В работах [53-60] изучались вопросы, связанные с увеличением эксплуатационного ресурса ГТД за счёт использования определенной конструкции и технологии изготовления надроторной вставки. Эта работа была продолжена в [61] в которой изучалось влияние зазора на ресурс и КПД ГТД с учётом надроторной вставки. Показана необходимость учитывать активные и пассивные системы управления радиальными зазорами для повышения долговечности и надежности двигателей.

В дальнейшем работы по совершенствованию параметров лабиринтных уплотнений были продолжены. В работах [62-64] были использованы современные методы компьютерного моделирования на основе вычислительной

газодинамики. Были рассчитаны характеристики лабиринтных уплотнений при различных соотношениях давлений, показана возможность снижения расхода воздуха через уплотнения даже при существенных отклонениях от номинального режима работы.

В работах 2021 года [65-67] была сформулирована задача оптимизации лабиринтного уплотнения. Выполнена оценка возможности повышения характеристик газотурбинных двигателей и их узлов за счет снижения потерь воздуха через уплотнение.

В работе 2021 года [68] были обобщены ранее полученные результаты, проведено исследование на сеточную сходимость, определены параметры расчётной сетки, определено влияние граничных условий на точность и стабильность расчетов, а также приведены результаты параметрического исследования и оптимизации лабиринтного уплотнения в упрощенной постановке без учета окружных скоростей на различных режимах работы.

В следующих работах был проведен анализ влияния окружной скорости на работу лабиринтного уплотнения [69], – влияние составило 1,1 %, проведено исследование работы ранее рассмотренного лабиринтного уплотнения на различных окружных скоростях, а также выполнено обобщение поставленной задачи оптимизации для оптимизации лабиринтного уплотнения с учетом ограничения на максимальные деформации и коэффициент запаса прочности лабиринтного уплотнения [70-71]. Показаны результаты газодинамических и прочностных расчетов.

Основываясь на обзоре литературы и опыта, можно сделать вывод, что усилия по повышению эффективности лабиринтных уплотнений должны быть направлены на разработку новой конструкции, или на совершенствование существующих конструкций уплотнительных узлов. Для проектирования более эффективных уплотнительных узлов большинство исследователей предлагает учитывать при проектировании дополнительные факторы, такие как влияние уплотнительных узлов на роторную динамику, теплообмен между элементами

конструкции уплотнения и потоком газа, а также нагрев газа в уплотнении при механическом воздействии.

Многие авторы в своих работах проводят теоретические исследования лабиринтных уплотнений. Большая часть современных теоретических работ выполнена с использованием математического моделирования, численных методов и метода конечных элементов.

#### 1.4. Одномерные математические модели лабиринтных уплотнений

Методики расчёта лабиринтных уплотнений активно развиваются с середины XX-века. Первые методики позволяли провести оценку качества работы лабиринтных уплотнений в одномерной постановке, а их развитие было направлено на расширение области применимости математических моделей и повышение их точности.

Martin Н. опубликовал, как уже упоминалось [4], математическую модель, предназначенную исключительно для лабиринтных уплотнений. Уравнение Martin Н. основано на подходе к определению количества полостей для соотношения давлений с определенным градиентом. Тогда потеря давления оказывается связана с работой, выполненной при расширении рабочего тела. Формула для решения массового расхода учитывает только количество ребер  $-z$ .

$$\dot{m} = \frac{A p_{\text{ВХ}}^*}{\sqrt{R T_{\text{ВХ}}^*}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_{\text{ВЫХ}}}{p_{\text{ВХ}}^*}\right)^2}{z + \ln\left(\frac{p_{\text{ВЫХ}}}{p_{\text{ВХ}}^*}\right)}}, \quad (1)$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения,  $\text{м}^2$ ;  $p_{\text{ВЫХ}}^*$  – полное давление на входе, Па;  $R$  – газовая постоянная, Дж/кг/К;  $T_{\text{ВХ}}^*$  – полная температура на входе К;  $p_{\text{ВЫХ}}$  – давление на выходе, Па;  $z$  – число зубьев.

Stodola А. [72] применил уравнение Бернулли к каждому элементу зуба, а затем, просуммировав изменения по всему уплотнению, использовал уравнение

неразрывности, чтобы получить уравнение, аналогичное уравнению расхода Martin H. для докритического потока.

Модель Egli A. [73] основана на уравнении Martin H. с эмпирическим фактором  $\mu$ , объединяющим поправку и коэффициент расхода. Для коэффициента  $\mu = 1$  уравнение дает результаты аналогичные уравнению Martin H. В представленных автором условиях эксперимента значение коэффициента составило  $\mu = 0,85$ . Коэффициент  $\mu$  основан на предположении, что реальная площадь потока, включенная в модель, меньше размера зазора. Принято, что  $A$  – сечение струи жидкости после прохождения воздуха через дроссель. Это предположение основано на том, что вскоре после прохождения зазора в полость поступает воздух с определенным статическим давлением. Поток, поступающий в лабиринтное уплотнение, расширяется в каждой полости. После каждого дросселирования небольшая часть кинетической энергии струи потока будет снова преобразовываться в энергию давления, большая ее часть будет рассеиваться в тепло, а оставшееся количество пойдет на следующий участок уплотнения. В работе использованы эмпирические значения коэффициента расхода в зависимости от количества дросселей и отношения зазора к углу наклона. Кроме того, коэффициент расхода используется для компенсации влияния трения и сжатия потока через уплотняющие дроссели. Аналогичные выводы о рабочих процессах в лабиринтных уплотнениях делаются и в современных работах [74, 75, 76].

$$\dot{m} = \mu \frac{A p_{\text{ВХ}}^*}{\sqrt{R T_{\text{ВХ}}^*}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_{\text{ВЫХ}}}{p_{\text{ВХ}}^*}\right)^2}{z + \ln\left(\frac{p_{\text{ВЫХ}}}{p_{\text{ВХ}}^*}\right)}}. \quad (2)$$

Ученые Dollin F. and Brown W.S. [77] предложили использовать политропную термодинамическую функцию расхода. По их мнению, уравнение Martin H. недостаточно точно оценивает расход газа из-за изотермичности.

$$\dot{m} = A \propto \psi_n \gamma \sqrt{P_{\text{вх}} \rho_{\text{вх}}}, \quad (3)$$

где

$$\psi_n = \sqrt{\frac{1 - (\beta)^2}{n + \log_e (\beta)}}. \quad (4)$$

Hodkinson В. [78] аналитически оценил долю передачи кинетической энергии и разработал свое соотношение для расхода газа через уплотнение. Уравнение Hodkinson В. представляет собой модифицированное уравнение Egli А. с переменным коэффициентом расхода. Egli А. предполагает постоянный коэффициент расхода, определенный экспериментально, в модели Hodkinson В. он является полуэмпирической функцией геометрии уплотнения. Hodkinson В. разработал эту стратегию, предполагая геометрию газовой струи — струя конически расширяется под небольшим углом, так, что только определенная часть потока свободно переносится в следующий объем. Модель Hodkinson В. основана на экспериментальных данных Egli А, но уравнение Egli А в своем методе не учитывало высокую скорость потока газа. Egli А. вывел коэффициент расхода, основанный на линейном увеличении перепада давления при каждом его снижении. Hodkinson В. привел доказательства того, что коэффициент расхода играет более важную роль в значительном снижении давления.

Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что угол расширения струи с тангенсом 0,02 лучше всего соответствует полученным данным, поэтому в модели он принимался постоянным. В модели учитываются такие параметры, как количество ребер, размер зазора и ширина полости. Модель не позволяет прогнозировать распределения давления в объемах между ребрами.

$$\dot{m} = \mu_i \frac{A p_{\text{ВХ}}^*}{\sqrt{R T_{\text{ВХ}}^*}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_{\text{ВЫХ}}}{p_{\text{ВХ}}^*}\right)^2}{z + \ln\left(\frac{p_{\text{ВЫХ}}}{p_{\text{ВХ}}^*}\right)}}, \quad (5)$$

где

$$\mu_i = \sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{z-1}{z}\right) \left(\frac{\left(\frac{s_i}{t_i}\right)}{\left(\frac{s_i}{t_i}\right) + 0.02}\right)}}. \quad (6)$$

где  $s_i$  – зазор, мм;  $t_i$  – высота гребня, мм.

Модель Vermes G. [79], также согласуется с моделью Martin H. [4], хотя и предлагает использовать другой коэффициент расхода, основанный на теории пограничного слоя. Также учитываются количество ребер, зазор и объем.

$$\dot{m} = \mu_i \frac{A p_{\text{ВХ}}^*}{\sqrt{R T_{\text{ВХ}}^*}} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_{\text{ВЫХ}}}{p_{\text{ВХ}}^*}\right)^2}{z + \ln\left(\frac{p_{\text{ВЫХ}}}{p_{\text{ВХ}}^*}\right)}}, \quad (7)$$

где

$$\mu_i = \sqrt{\frac{1}{(1 - \alpha_i)}} \quad (8)$$

где

$$\alpha_i = \frac{8.52}{\frac{t_i - b_i}{s_i} + 7.23}. \quad (9)$$

где  $b_i$  – ширина верхней грани, мм.

Модель Vennard J.K. и Street R.L. [80] основана на энергетическом балансе одномерного течения, полученном из уравнения Эйлера. В предположении

изоэнтропического и сжимаемого характера течения было получено следующее уравнение. Полный вывод представленного уравнения имеется в [80] и [81]. Shultz R.R. [82] применил это уравнение для оценки расхода через вал турбины. Как и в модели Martin H. особенности геометрии не учитываются.

$$\dot{m}_i = \frac{A p_{\text{BX}}^*}{\sqrt{\gamma R T_{\text{BX}}^*}} \sqrt{\frac{2 \gamma^2}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{P_i + 1}{p_i} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left( \frac{P_{i+1}}{P_i} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}. \quad (10)$$

Модель Zimmermann и Wolff [2] была разработана для оценки расхода в лабиринтном уплотнении при отсутствии экспериментальных данных.

$$\dot{m}_i = k_2 C_{f_i} A p_{\text{BX}}^* \sqrt{\frac{1 - \left( \frac{p_{\text{ВЫХ}}}{p_{\text{BX}}^*} \right)^2}{RT_{\text{BX}}^* \left[ z - \ln \left( \frac{p_{\text{ВЫХ}}}{p_{\text{BX}}^*} \right) \right]}}. \quad (11)$$

где

$$k_2 = \frac{\left( \frac{z}{z-1} \right)}{\sqrt{\left( \frac{z}{z-1} \right) - \left[ \frac{\frac{S_i}{t_i}}{\left( \frac{S_i}{t_i} \right) + 0.002} \right]}}. \quad (12)$$

где  $C_{f_i}$  – коэффициент, зависящий от соотношения давлений на ребре.

John von Neumann вывел эмпирическое уравнение, предложенное Daga Childs [8]. В формуле используется полуэмпирический коэффициент расхода  $C_f$  и коэффициент расхода  $\mu$ . Первый определяется уравнением Чаплыгина [83], и определен Gurevich M.I. [84]. В соответствии с этим подходом наиболее важным параметром является относительный размер промежутка между последовательными канавками

$$\dot{m}_i = C f_i \mu_i A \sqrt{\frac{P_i^2 - P_{i+1}^2}{R T_{\text{вх}}^*}}, \quad (13)$$

где

$$C f_i = \frac{\pi}{\pi + 2 - 5 \beta_i + 2 \beta_i^2}, \quad (14)$$

где

$$\beta_i = \left( \frac{P_i}{P_i + 1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1, \quad (15)$$

где

$$\mu_i = \sqrt{\frac{z}{z(1 - \alpha_i) + \alpha_i}}, \quad (16)$$

где

$$\alpha_i = 1 - \frac{1}{\left( 1 + 16.6 \frac{S_i}{t_i} \right)^2}. \quad (17)$$

Esser D. и Kazakia J.Y. [85], в свою очередь, использовали уравнение John von Neumann [8] как основу своей модели. Они приняли постоянное значение  $Cf = 0,716$  (вместо коэффициента Чаплыгина) на основании детального CFD исследования потока через плоскую сужающуюся кромку лабиринтного уплотнения. В результате расчета они предположили, что новое значение константы  $Cf$  точнее формулы Чаплыгина [83-84]

Модель Kurohashi M. [87] учитывала распределение осевого и окружного давления при смещении цапфы. Он также основан на уравнении John von Neumann с модифицированным коэффициентом расхода  $\mu$ . Коэффициент  $\alpha$ , связанный с коэффициентом расхода, включает в себя угол конусности струи (оптически измеряемый как  $6^\circ$ ) и геометрические параметры уплотнения [75]



$$\dot{m}_i = C f_i \mu_i A \sqrt{\frac{P_i^2 - P_{i+1}^2}{R T_{\text{вх}}^*}}, \quad (18)$$

где

$$C f_i = \frac{\pi}{\pi + 2 - 5 \beta_i + 2 \beta_i^2}, \quad (19)$$

где

$$\mu_i = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{1 - \alpha_i + \alpha_i^2}} & \text{для } i = 1 \\ \sqrt{\frac{1}{1 - 2 \alpha_i + \alpha_i^2}} & \text{для } i > 1 \end{cases}, \quad (20)$$

где

$$\alpha_i = \frac{\frac{s}{t-b}}{\left(\frac{s}{t-b}\right) C f_i + \tan 6^\circ}. \quad (21)$$

Jeri J. [88] пришел к выводу, что при применении различных соотношений ширины зуба и зазора (более двух) элемент имитирует округлость. При некоторых условиях два соседних элемента могут давать более высокую скорость потока, чем один.

Исследователи Kearton W. J. и Keh T. H. [89] расположили элементы уплотнения в шахматном порядке и вывели уравнение расхода, аналогичное формуле Stodola A. [72] и Martin H. [4] исходя из того, что все зазоры между зубьями и корпусом, кроме последнего, имеют одинаковый коэффициент расхода и небольшие перепады давления. Позже Kearton W. J. адаптировал свой метод для использования с радиальными лабиринтами [90].

Bell K. J. и Bergelin O. P. [91] исследовали течение в кольцевых щелях. Проведен анализ параметров течения в щелях и соотношения таких параметров как: сила сдвига, сила трения, степень турбулентности течения, число Рейнольдса, диссипация кинетической энергии, геометрии уплотнения и

теплообмена через критерии подобия, которые применяются при тепловом анализе и при расчете распределения температуры ротора.

Число Рейнольдса

$$Re_h = \frac{V_h D}{\gamma_h}. \quad (22)$$

Число Нуссельта

$$Nu_h = 0.023 Re_h^{0.8} Pr_h^{0.4}. \quad (23)$$

Коэффициент теплопередачи холодной среды

$$h_c = \frac{Nu_c \lambda_c}{D}. \quad (24)$$

Теоретический расчет теплового расширения уплотнения представляет собой сложную комплексную задачу. Высокая ресурсоемкость обусловлена большим количеством геометрических элементов, сложным характером нагружения и граничных условий.

В работе использовалась эквивалентная 3D-модель. Коэффициенты конвективной теплопередачи рассчитывались по уравнениям и вводились в областях, где известно, что происходит теплообмен. Приведены также объемные температуры и коэффициенты теплопередачи горячих и холодных сред

$$\delta_{rh} = \alpha_h R_h (T_h - T_f). \quad (25)$$

Радиальное тепловое расширение уплотнения

$$\delta_{rs} = \alpha_s R_s (T_s - T_f). \quad (26)$$

В результате расчета определялся рабочий зазор уплотнения, который является функцией теплового расширения корпуса уплотнения.

### **1.5. Выводы по главе**

В первой главе был выполнен обзор Российских и зарубежных источников, рассмотрены виды и область применения бесконтактных уплотнительных узлов, приведены классификации уплотнений, использующиеся в России и в мире. Приведены существующие рекомендации и алгоритмы выбора типа уплотнений, рассмотрено влияние геометрических параметров лабиринтных уплотнений на их работу. Рассмотрены области применения основных типов лабиринтных уплотнений в зависимости от величины радиальных зазоров и осевых разбегов. Подробно рассмотрены и приведены одномерные математические модели лабиринтных уплотнений.

Первые работы по тематике лабиринтных уплотнений были опубликованы в начале 20 в. Исследования по данной тематике активно продолжаются по настоящее время. Можно отметить увеличение количества публикаций по данной тематике за последние 10 лет. Это может быть связано с распространением инструментов компьютерного моделирования. Большинство первых работ было посвящено аналитическим и экспериментальным исследованиям, в современных работах по данной тематике проводятся исследования с использованием численных методов и метода конечных элементов. Многие авторы исследуют влияние геометрических параметров лабиринтного уплотнения на его работу. Ряд авторов считает, что следует учитывать эффекты связанные с изменением температуры потока в лабиринтном уплотнении. В ряде работ исследуется влияние изменения зазора в лабиринтном уплотнении на его эффективность, а также влияние частоты вращения и тангенсальной составляющей скорости потока на эффективность работы лабиринтного уплотнения.

В ГТД в связи с высокими частотами вращения используют бесконтактные уплотнения, такие как лабиринтные, сотовые и лунковые. Среди типов лабиринтных уплотнений выделяют: прямоточное, комбинированное, ступенчатое с выступами, конфузorno/диффузорный лабиринт, сотовый лабиринт и др. Многие авторы рассматривают и другие типы уплотнений в том числе для применения в ГТД, такие как щеточные и контактные. Основным назначением лабиринтных уплотнений является снижение утечек, в связи с чем критерием оптимальности лабиринтных уплотнений обязательно является расход газа. Большинство современных исследователей используют при моделировании лабиринтных уплотнений осреднённые по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса, а также модели турбулентности из двух уравнений.

Развитие современных подходов и программных комплексов численного моделирования позволяет перейти к более комплексным математическим моделям узлов ГТД, в том числе применить дифференциальные термодинамические модели узлов ГТД, которые позволяют учесть взаимное влияние различных процессов в том числе на переходных режимах.

Можно выделить три подхода применяемых при моделировании лабиринтных уплотнений. В диссертации рассмотрены модели различного назначения, которые объединены в рамках единой модели и методики. Сравнение преимуществ и недостатков методик моделирования лабиринтных уплотнений приведено в таблице 1.1.

Таблица 1.3 – Преимущества и недостатки методик моделирования уплотнений

Тип модели	Преимущества	Недостатки
Алгебраические одномерные модели	Простота применения Низкая вычислительная сложность	Низкая точность Возможность моделирование только установившихся режимов работы Узкие границы применимости и необходимость использования полуэмпирических коэффициентов Плохая сходимость при совместном моделировании термодинамических процессов в

		тракте и теплового состояния ГТД
Математические модели, основанные на численном решении уравнений вычислительной гидрогазодинамики	Высокая точность Широкие границы применимости	Высокая вычислительная сложность и ресурсоемкость
Дифференциальная математическая модель бесконтактного уплотнения	Возможность моделирования нестационарных процессов Высокая устойчивость при моделировании работы ГТД с учетом теплового состояния Низкая вычислительная сложность по сравнению с вычислительной гидрогазодинамикой	Необходимость определения коэффициентов математической модели
Разработанная в диссертации дифференциальная математическая модель бесконтактного уплотнения	Возможность моделирования нестационарных процессов Высокая устойчивость при моделировании работы ГТД с учетом теплового состояния Возможность учета взаимного влияния течения газа через уплотнение, теплообмена ротора и статора с потоком газа, переменной частоты вращения ротора и нагрева газа за счет механической работы ротора Низкая вычислительная сложность по сравнению с вычислительной гидрогазодинамикой	Необходимость определения коэффициентов математической модели

По результатам аналитического обзора сформулированы цели и задачи настоящей диссертации. Целью диссертационного исследования является создание методики оптимизации лабиринтного уплотнения, учитывающей ограничения связанные с работой уплотнения как компонента комплексной системы. В рамках диссертационного исследования разрабатывается математическая модель, учитывающая различные виды влияния параметров лабиринтного уплотнения на режим работы и процессы в газотурбинном двигателе, а также разрабатывается методика выбора параметров лабиринтного уплотнения с учетом его работы в системе газотурбинного двигателя.

## **2. МЕТОДИКА ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЛАБИРИНТНЫХ УПЛОТНЕНИЙ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ**

В этой главе рассматривается методика выбора оптимальных параметров лабиринтных уплотнений газотурбинного двигателя, которая включает в себя алгоритм, математическую модель лабиринтного уплотнения, для моделирования работы уплотнения совместно с двигателем и постановку задачи оптимизации с ограничениями, решить которую позволяет разработанная математическая модель.

### **2.1. Алгоритм выбора оптимальных параметров лабиринтного уплотнения**

По результатам ранее проведенных исследований была сформулирована методика выбора оптимальных параметров лабиринтных уплотнений.

- На первом этапе выбирается тип проектируемого уплотнения, наиболее предпочтительный тип уплотнения определяется как условиями эксплуатации, так и технологическими факторами.
- На втором этапе определяются критерии оптимальности уплотнения и ограничения. Прежде всего необходимо определить геометрические ограничения, связанные с конструктивными особенностями узла, для которого проектируется уплотнение, технологическими ограничениями и ограничениями, связанными с топологией, множеством допустимых форм самого уплотнения. Помимо этого, определяются прочностные ограничения и ограничения связанные с работой системы, для которой проектируется уплотнение.
- На третьем этапе выполняется анализ на сеточную сходимость при типовых граничных условиях для лабиринтного уплотнения. Данный этап необходим для уменьшения влияния качества расчетной сетки на последующих этапах проектирования и оптимизации лабиринтного уплотнения.

- На четвертом этапе определяются и уточняются граничные условия, при которых работает лабиринтное уплотнения, а также при необходимости тип условий симметрии с учетом влияния на точность математического моделирования рабочих процессов в уплотнении.

- На пятом этапе в зависимости от выбранных критериев оптимальности выполняется поиск оптимальных геометрических параметров уплотнения, в случае если используются критерии двигателя или узла применяется дифференциальная математическая модель уплотнения и проектируемой системы. В случае если критерием оптимальности являются только параметры уплотнения, а ограничениями являются только геометрические параметры и критерии прочность уплотнения (такие как статическая прочность, динамическая прочность или малоцикловая усталость), оптимизация может быть выполнена с использованием инструментов вычислительной газовой динамики и метода конечных элементов. В этом случае характеристики уплотнения рассчитываются после оптимизации.

- На заключительном этапе характеристики уплотнения закладываются в математическую модель узла или изделия для определения соответствия спроектированного уплотнения предъявляемым требованиям. В случае если после оптимизации уплотнения узел не соответствует предъявляемым требованиям необходимо уточнить проектные параметры системы и требования к уплотнению.

Предложенный алгоритм проектирования и оптимизации представлен на рисунке 2.1.

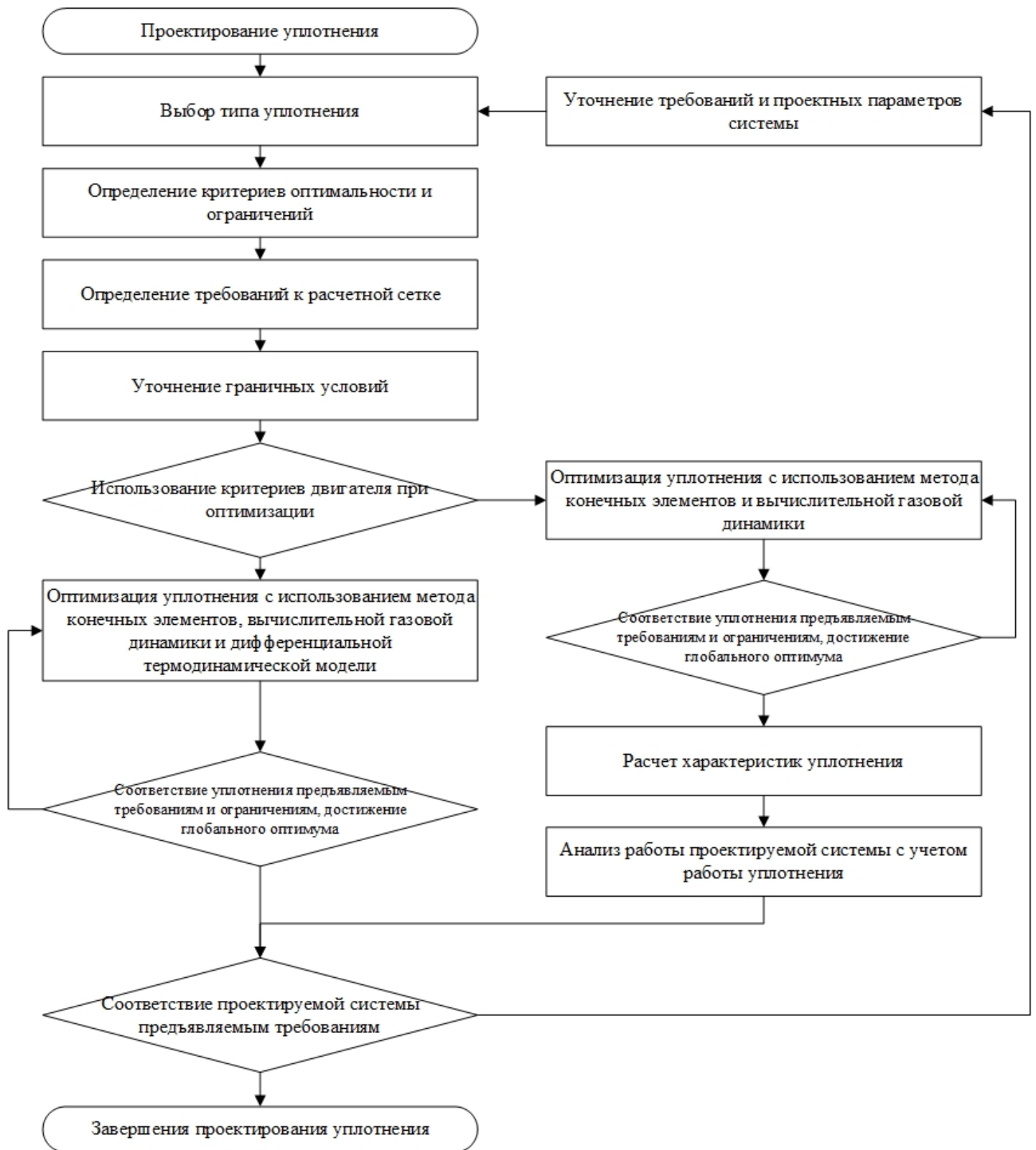


Рисунок 2.1 –Алгоритм проектирования и оптимизации лабиринтного уплотнения

## 2.2. Одномерная математическая модель бесконтактного уплотнения

Моделирование работы лабиринтного уплотнения как части комплексной системы требует определения и математического описания его взаимодействия с другими системами, а также определения перечня входных и выходных



параметров требующихся для расчета режимов его работы. Создать одномерную модель лабиринтного уплотнения, позволяющую моделировать его работу в составе различных систем при различных условиях можно с использованием метода связанных графов, который определяет перечень входных и выходных параметров для связей лабиринтного уплотнения с окружающими системами.

Основным видом взаимодействия лабиринтного уплотнения с окружающими системами является газодинамическое, в упрощенной постановке уплотнение будет являться дросселем, расход через который меняется в зависимости от соотношения давлений и температуры газа на входе в лабиринтное уплотнение, для более подробного моделирования работы лабиринтного уплотнения оно может быть разделено на отдельные участки с зазорами между гребнями уплотнения и стенкой и газовые объемы между гребнями, такое разбиение позволит более детально моделировать процессы теплообмена в уплотнении и влияние уплотнения на роторную динамику. Модель также должна предусматривать асимметрию уплотнения и допускать возможность течения газа через уплотнение в любом направлении.

С точки зрения механической системы на работу уплотнения влияет частота вращения ротора, работа сил трения приводит к увеличению полного давления газа в уплотнении (без учета возрастающих потерь полного давления) и увеличению температуры газа. В свою очередь уплотнение может создавать крутящий момент за счет сил вязкого трения, что влияет на изменение частоты вращения ротора. Третьим видом взаимодействия является теплообмен, который может быть достаточно интенсивным за счет вихревых структур между зубцами уплотнения и относительно большой площади поверхности лабиринта, такое взаимодействие можно описать через коэффициент теплоотдачи, который будет определять тепловой поток от потока газа к элементам конструкции, изменение температуры в газовых объемах при этом будет определяться суммой потоков энтальпии в газовый объем и теплового потока к элементам конструкции.

При выборе наиболее подходящей математической модели описывающей расход воздуха через уплотнение было проведено сравнение одномерных

математических моделей рассмотренных в главе 1 с результатами анализа с использованием вычислительной газовой динамики на примере прямоточного лабиринтного уплотнения (рисунок 2.2), особенность настройки и выбора математических моделей, использованных при моделировании работы уплотнения с использованием вычислительной газовой динамики рассматривается в последующих главах.

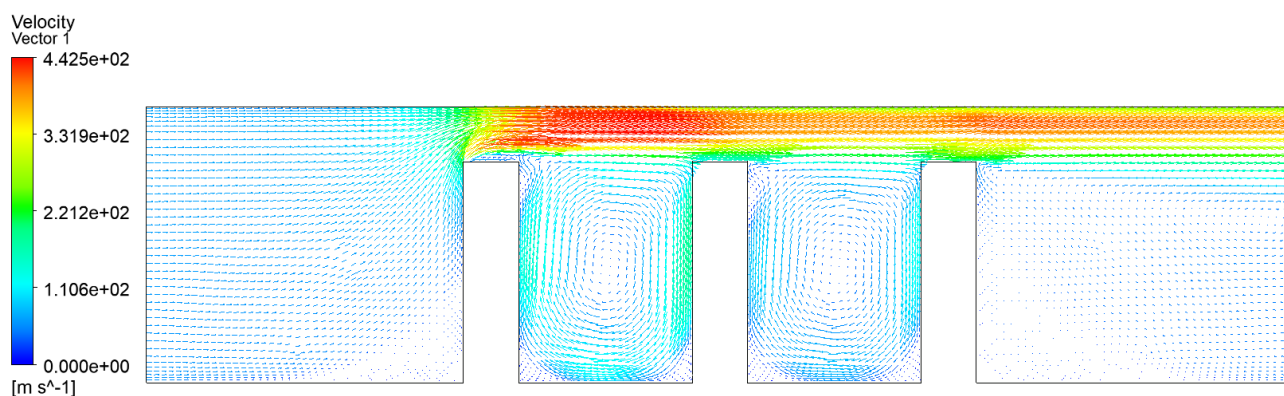


Рисунок 2.2 –Результаты моделирования прямоточного лабиринтного уплотнения

При сравнении были приняты следующие параметры уплотнения: площадь зазора 167,3 мм<sup>2</sup>; количество гребней – 3; давление на выходе из уплотнения 1 атм.; температура на входе 600 К; высота зазора 0,5 мм; высота гребня 2 мм; ширина гребня 0,5 мм. Результаты сравнения показали хорошее совпадение математических моделей, не учитывающих особенности геометрии уплотнения с результатами CFD. Модели учитывающие термодинамические параметры процесса расширения газа показали более хорошее совпадение результатов (рисунок 2.3). При сравнении моделей эмпирические коэффициенты принимались в соответствии с рекомендациями [2].

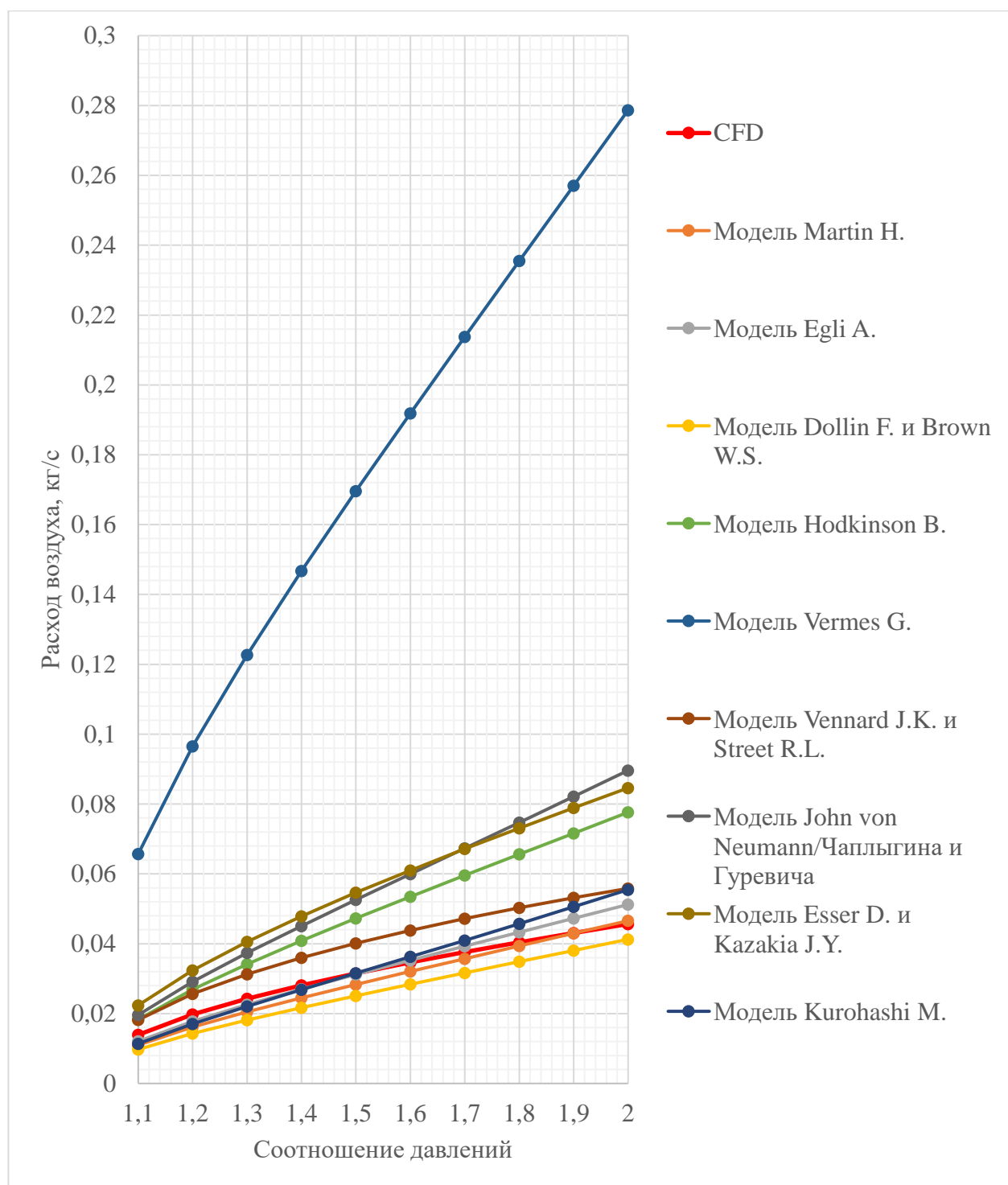


Рисунок 2.3 – Сравнение математических моделей лабиринтных уплотнений

Для более точной оценки качества математических моделей был рассчитан коэффициент корреляции Пирсона, который оказался одинаковым для моделей, основанных на модели Martin H., отличающихся только постоянными коэффициентами, основанными на эмпирических данных или рассчитываемыми по различным параметрам уплотнения. Наилучшее совпадение коэффициент

корреляции Пирсона показал для моделей, основанных на термодинамических параметрах рабочих процессов в уплотнении (таблица 2.1).

Таблица 2.1 – Коэффициент корреляции математических моделей уплотнений

Математическая модель	Сумма среднеквадратичных отклонений	Коэффициент корреляции Пирсона с результатами CFD
Модель Martin H.	0,001244	0,99696
Модель Egli A.	0,001505	0,99696
Модель Dollin F. и Brown W.S.	0,000976	0,99696
Модель Hodkinson B.	0,003455	0,99696
Модель Vermes G.	0,044519	0,99696
Модель Vennard J.K. и Street R.L.	0,001367	0,99948
Модель John von Neumann/Чаплыгина и Гуревича	0,004829	0,99526
Модель Esser D. и Kazakia J.Y.	0,0037781	0,99905
Модель Kurohashi M.	0,0019229	0,99368

Все рассмотренные модели показали хороший коэффициент корреляции результатов и могут использоваться при подстановке соответствующих эмпирических коэффициентов. Наибольшим коэффициентом корреляции с результатами CFD обладает модель Vennard, J.K., Street, R.L., которая была взята за основу разрабатываемой математической модели лабиринтного уплотнения.

Для уточнения зависимости в модель Vennard J.K. и Street R.L. можно ввести дополнительный постоянный коэффициент расхода  $C_m$  который учитывает особенности геометрии уплотнения, а также ввести ограничение, связанное с достижением критического соотношения давления и скорости звука в горле уплотнения аналогично подходам, применяемым при моделировании щелевых уплотнений. Дополнительно для повышения точности модели можно ввести коэффициенты учитывающие особенности течения при различных соотношениях давления  $\mu_p$  и различных частотах вращения  $\mu_n$ .

$$\dot{m} = \begin{cases} (1 - n\mu_H) \left( \frac{P_{\text{ВХ}}}{P_{\text{ВЫХ}}} \mu_p + 1 \right) C_m A \frac{P_{\text{ВХ}}}{\sqrt{T_{\text{ВХ}}}} \sqrt{\frac{2k}{R(k-1)} \left( \left( \frac{P_{\text{ВЫХ}}}{P_{\text{ВХ}}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_{\text{ВЫХ}}}{P_{\text{ВХ}}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right)} & \text{если } \frac{P_{\text{ВХ}}}{P_{\text{ВЫХ}}} < P_{\text{кр}} \\ (1 - n\mu_H) \left( \frac{P_{\text{ВХ}}}{P_{\text{ВЫХ}}} \mu_p + 1 \right) C_m A \frac{P_{\text{ВХ}}}{\sqrt{T_{\text{ВХ}}}} \sqrt{\frac{2k}{R(k-1)} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}} & \text{если } \frac{P_{\text{ВХ}}}{P_{\text{ВЫХ}}} \geq P_{\text{кр}} \end{cases} \quad (27)$$

где  $\dot{m}$  – расход воздуха, кг/с;  $A$  – площадь сечения канала, м<sup>2</sup>;  $P_{\text{ВХ}}$  – давление на входе, Па;  $T_{\text{ВХ}}$  – температура на входе, К;  $P_{\text{ВЫХ}}$  – давление на выходе, Па;  $R$  – газовая постоянная, Дж/кг/К;  $n$  – частота вращения, об/мин.

Данная математическая модель позволила получить существенно более точное совпадение результатов моделирования с результатами CFD расчета. Для модели без поправочных коэффициентов коэффициент расхода  $C_m$  составил 0,8; с поправочными коэффициентами значение коэффициента расхода  $C_m$  составило 0,71 и коэффициента  $\mu_p$  0,075. Сравнение полученных результатов приведено на рисунке 2.4.

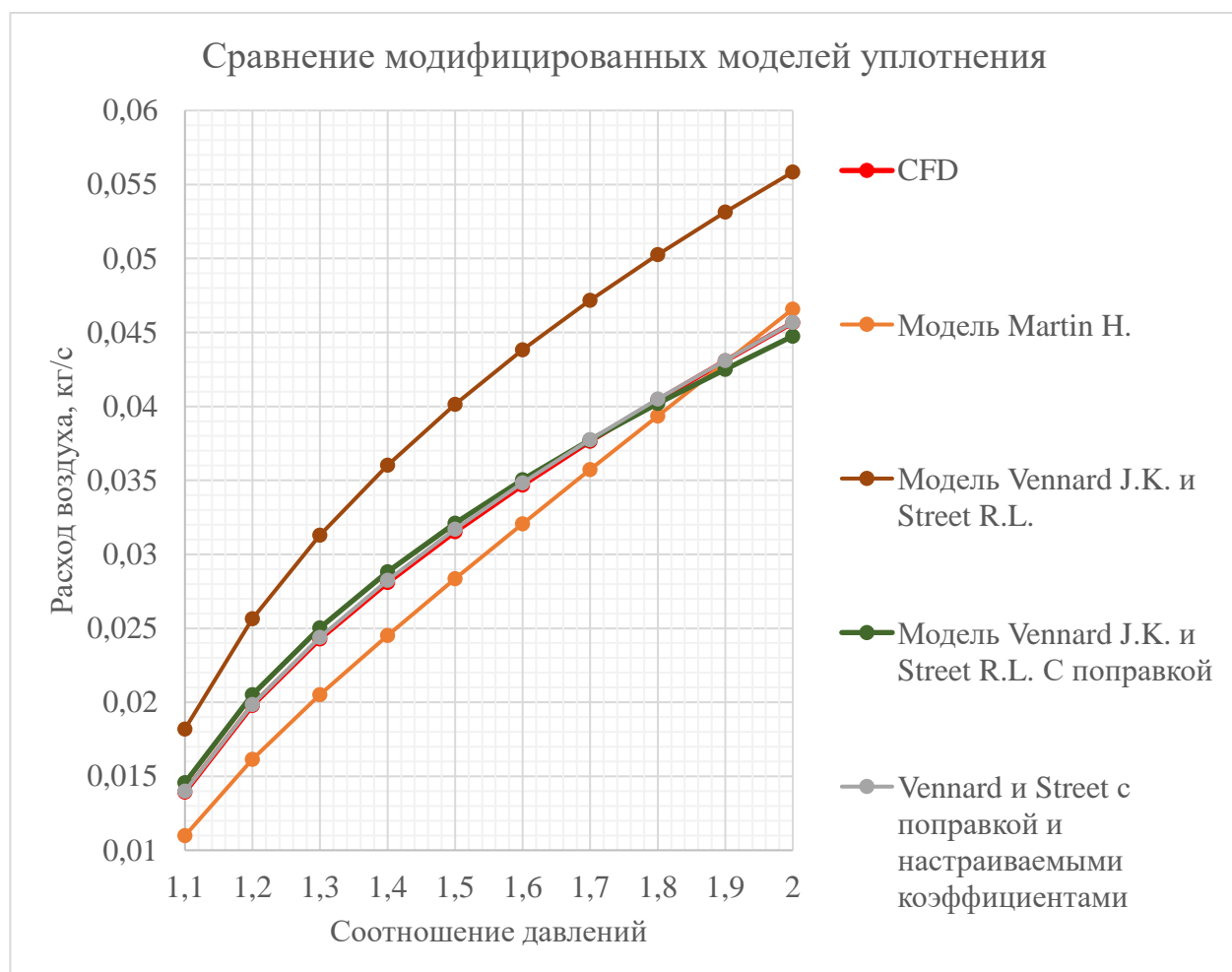


Рисунок 2.4 – Сравнение математических моделей лабиринтных уплотнений

Таблица 2.2 Коэффициент корреляции математических моделей  
уплотнений

Математическая модель	Сумма среднеквадратичных отклонений	Коэффициент корреляции Пирсона с результатами CFD
Модель Vennard J.K. и Street R.L.	0,001367	0,99948
Модель Vennard J.K. и Street R.L. с поправкой	0,000877	0,99953
Модель Vennard J.K. и Street R.L. с поправкой и настраиваемыми коэффициентами	0,000968	0,99991

Для расчета теплообмена между газом и стенкой используется коэффициент теплообмена, получаемый в результате натурального или численного эксперимента, стоит отметить, что в случае CFD расчета такой коэффициент рассчитывается по тепловому напору между стенкой и ближайшей ячейкой сетки, что делает его неприменимым для одномерных инженерных методик. Для корректного определения данного коэффициента необходимо вычислить тепловой поток  $Q$  в стенку и рассчитать коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  по тепловому напору между стенкой и температурой на входе.

$$\alpha = \frac{Q}{A(T_{\text{вх}} - T_c)} \quad (28)$$

Коэффициент теплоотдачи зависит как от соотношения давлений на уплотнении, так и от частоты вращения ротора. В математической модели данный коэффициент задан в виде таблично заданной функции в соответствии с результатами численного моделирования (рисунок 2.5). Также данный коэффициент может быть рассчитан с использованием критериев подобия через число Нуссельта.

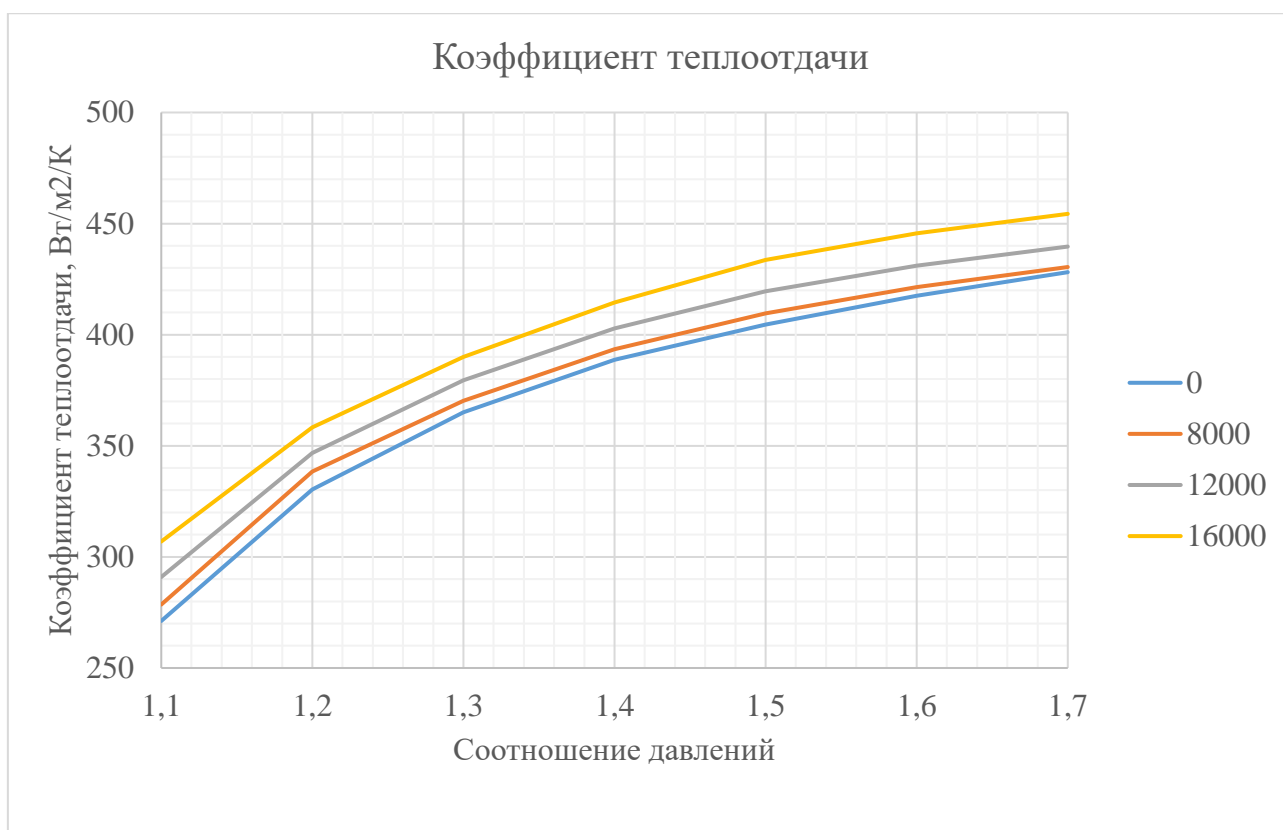


Рисунок 2.5 Коэффициент теплоотдачи в зависимости от соотношения давлений и частоты вращения уплотнения

Для корректного расчета температуры газа на выходе из уплотнения и учета динамических свойств уплотнения необходимо ввести модель объема уплотнения. При этом для определения текущего количества газа в объеме уплотнения потребуется определять расход как на выходе из объема уплотнения, так и на входе, в этом случае уравнение 27 будет описывать расход через гребни, ограничивающие рассматриваемый объем уплотнения и примет вид 29.

$$\dot{m}_l = \begin{cases} (1 - n\mu_{ин}) \left( \frac{P_{iВХ}}{P_{iВЫХ}} \mu_{ip} + 1 \right) C_{im} A_i \frac{P_{iВХ}}{\sqrt{T_{iВХ}}} \sqrt{\frac{2k}{R(k-1)} \left( \left( \frac{P_{iВЫХ}}{P_{iВХ}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_{iВЫХ}}{P_{iВХ}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right)} & \text{если } \frac{P_{iВХ}}{P_{iВЫХ}} < P_{кр} \\ (1 - n\mu_{ин}) \left( \frac{P_{iВХ}}{P_{iВЫХ}} \mu_{ip} + 1 \right) C_{im} A_i \frac{P_{iВХ}}{\sqrt{T_{iВХ}}} \sqrt{\frac{2k}{R(k-1)} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}} & \text{если } \frac{P_{iВХ}}{P_{iВЫХ}} \geq P_{кр} \end{cases} \quad (29)$$

Механическое взаимодействие уплотнения с ротором может быть описано через крутящий момент действующий со стороны уплотнения на ротор, при этом крутящий момент зависит прежде всего от действия вязких сил трения в зазоре между ротором и статором и изменения импульса потока газа, проходящего

через уплотнение, и может быть задан с помощью соответствующих коэффициентов действия вязких сил  $\mu_{HM}$  и коэффициента изменения импульса потока газа за счет действия сил трения  $\mu_{IM}$ .

$$M = n\mu_{HM} + |\dot{m}|n\mu_{IM} \quad (30)$$

Для рассмотренного уплотнения коэффициент действия вязких сил составил  $4e-7$ , коэффициент изменения импульса потока газа  $3e-5$ . Сравнение результатов уравнения 30 и результатов CFD модели представлено на рисунке 2.6.

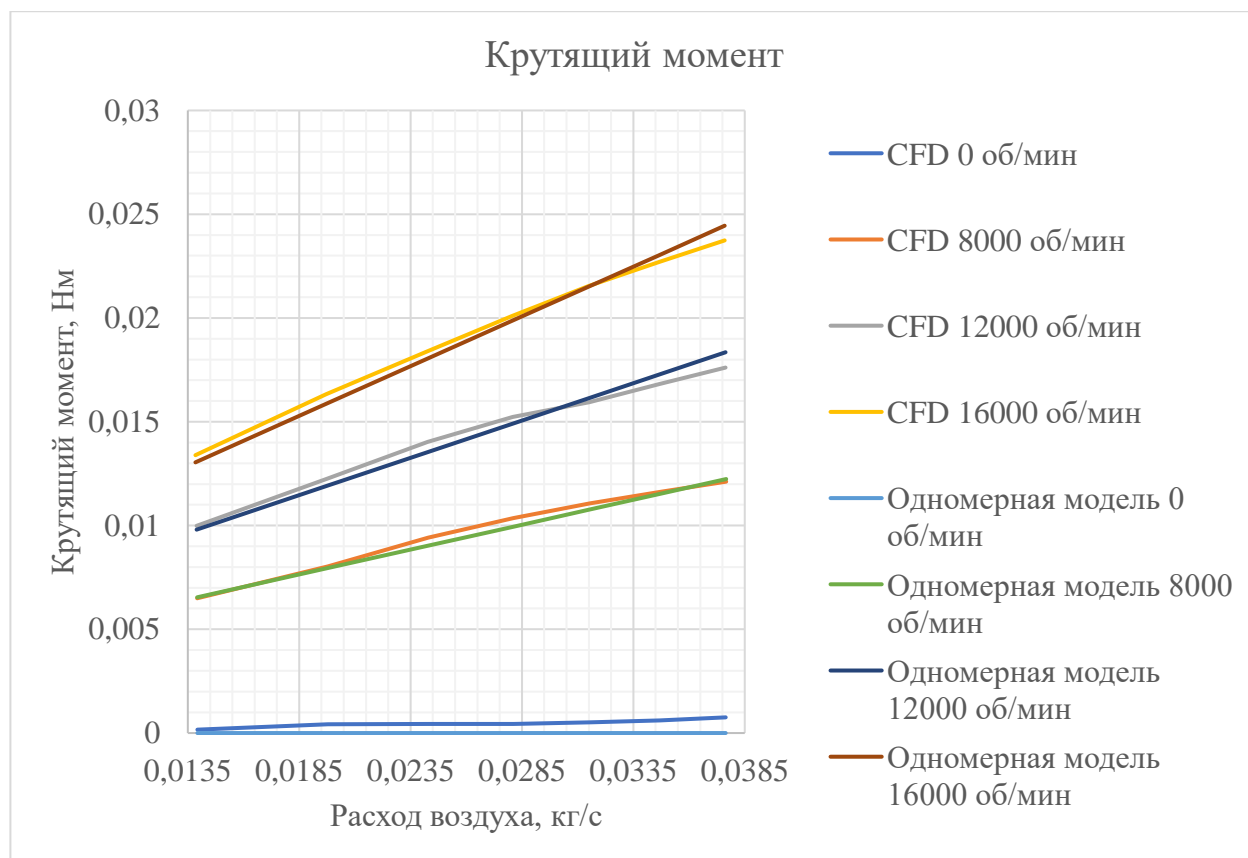


Рисунок 2.6 – Зависимость крутящего момента действующего со стороны уплотнения от частоты вращения и расхода воздуха через уплотнение

Известные параметры теплового и механического взаимодействия позволяют определить внутреннюю энергию в объеме уплотнения уравнение 31.

$$\frac{dU}{dt} = \sum \dot{m}_i h_i + \sum \frac{dQ_i}{dt} + \frac{dW}{dt} \quad (31)$$



где  $\frac{dW}{dt}$  – работа, подведенная со стороны ротора

$$\frac{dW}{dt} = \omega M \quad (32)$$

где  $M$  – крутящий момент, Нм.

Производные давления и температуры в объеме уплотнения могут быть определены с использованием уравнения 33 из условий выполнения законов сохранения массы и энергии, а также уравнения состояния идеального газа 34.

$$\begin{bmatrix} V \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T & V \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \\ m \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T - V & m \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{dp}{dt} \\ \frac{dT}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum \frac{dm_i}{dt} - \rho \frac{dV}{dt} \\ \sum \frac{dm_i}{dt} \cdot h_i - h \cdot \sum \frac{dm_i}{dt} + \delta Q \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$PV = rT \quad (34)$$

В случае допущения о постоянном объеме уплотнения уравнение существенно упрощается.

### 2.3. Валидация математической модели

Для моделирования работы уплотнения как компонента системы необходимо дополнить математическую модель моделями ротора (уравнение 35) и тепловой массы ротора и статора (уравнение 36).

$$\omega = \frac{\int_0^t \sum M}{I} + \omega_0 \quad (35)$$

$$T = \frac{\int_0^t \sum \frac{dQ}{dt}}{mC_m} + T_0 \quad (36)$$

Для валидации работы математической модели для ротора задан момент инерции  $0,1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , для ротора и статора заданы тепловые массы  $0,1 \text{ кг}$ , в качестве материала выбран алюминий, теплоёмкость  $C_m$  задана с помощью полинома 37.

$$C_m = 903(1 + 0,0006893(T - 27) - 0,0000001694(T - 27)^2) \quad (37)$$

С учетом разбиения уплотнения на отдельные гребни и канавки необходимо пересчитать коэффициенты в уравнении 29 с учетом уменьшения соотношения давлений на каждом гребне относительно соотношения давлений на уплотнение, в этом случае коэффициенты уравнения оказываются:  $C_m = 1.2049$ ;  $\mu_p = -0.1015$ ;  $\mu_n = 9.0852\text{e-}08$ . Для автоматического подбора коэффициентов, обеспечивающих минимальное отклонение математической модели от результатов CFD, использовался NLPQL алгоритм, с помощью которого определялось направление изменения коэффициентов в соответствии с градиентом суммы среднеквадратичных отклонений расхода уравнение 38.

$$\overrightarrow{\text{grad}} \left( \sum \left( \frac{\sum_0^n \dot{m}_{ncfd}}{n} - \dot{m}_n \right)^2 \right) (C_m, \mu_p, \mu_n) = \begin{pmatrix} \frac{\dot{m}_n(C_m, \mu_p, \mu_n) - \dot{m}_n(C_m + \delta C_m, \mu_p, \mu_n)}{\delta C_m} \\ \frac{\dot{m}_n(C_m, \mu_p, \mu_n) - \dot{m}_n(C_m, \mu_p + \delta \mu_p, \mu_n)}{\delta \mu_p} \\ \frac{\dot{m}_n(C_m, \mu_p, \mu_n) - \dot{m}_n(C_m, \mu_p, \mu_n + \delta \mu_n)}{\delta \mu_n} \end{pmatrix} \quad (38)$$

При подборе коэффициентов использовались результаты с моделирования с частотами вращения от 0 до 16000 об/мин с шагом 4000 об/мин и с соотношениями давлений от 1,1 до 1,7 с шагом 0,1. Максимальное отклонение расхода составило менее 0,6%. Результаты сравнения дифференциальной математической модели и CFD приведены на рисунке 2.7.

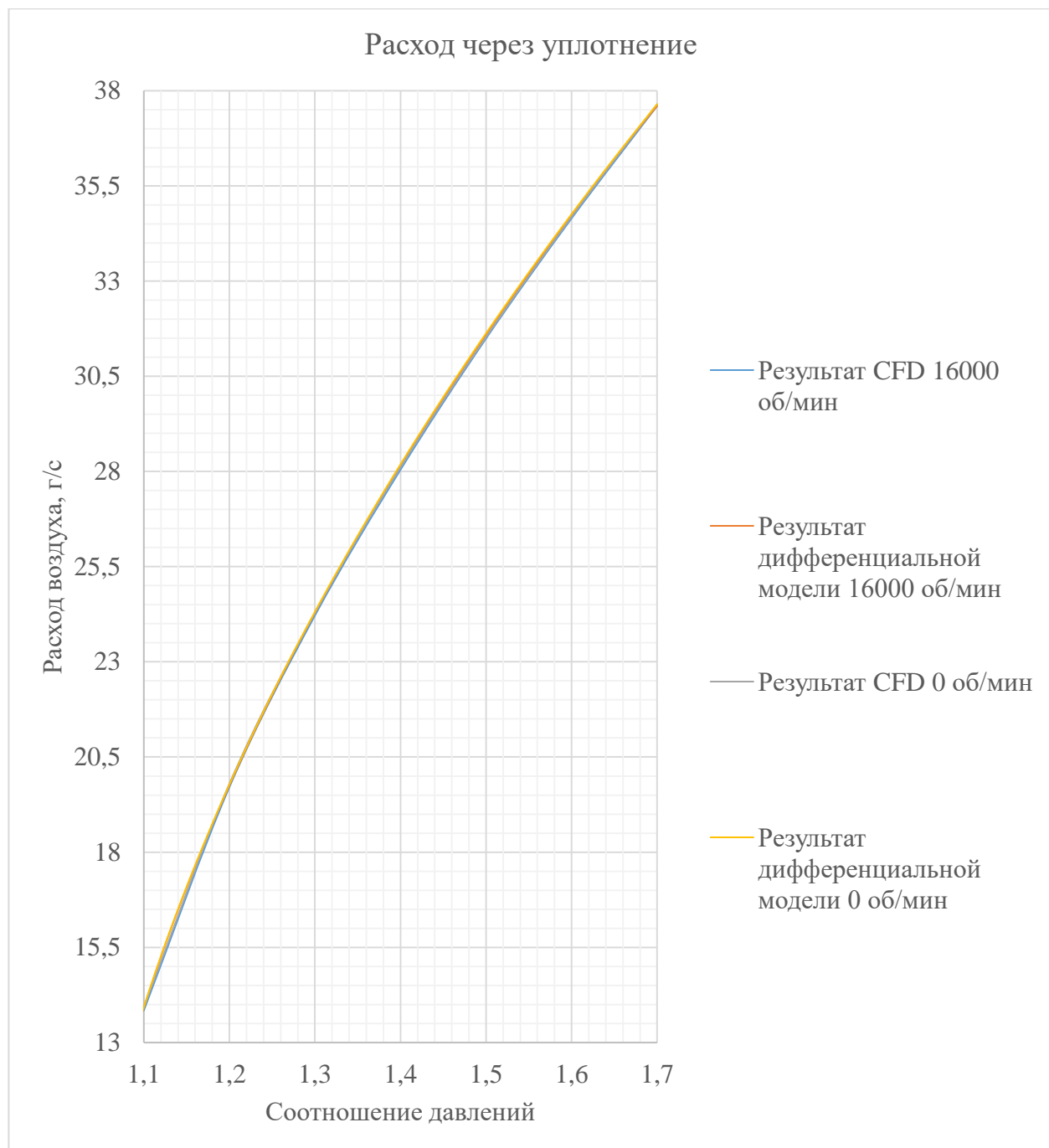


Рисунок 2.7 – Сравнение результатов CFD и построенной дифференциальной модели

Работа математической модели рассматривается на примере переходных процессов в течение 60 секунд с изменением соотношения давлений с 1,1 в расчетном направлении на 1,1 в нерасчетном направлении и возникновением обратного направления течения на 30й секунде. Расход через уплотнения приведен на рисунке 2.8, так как рассматриваемое в примере уплотнение симметрично, его характеристики при этом не изменяются.

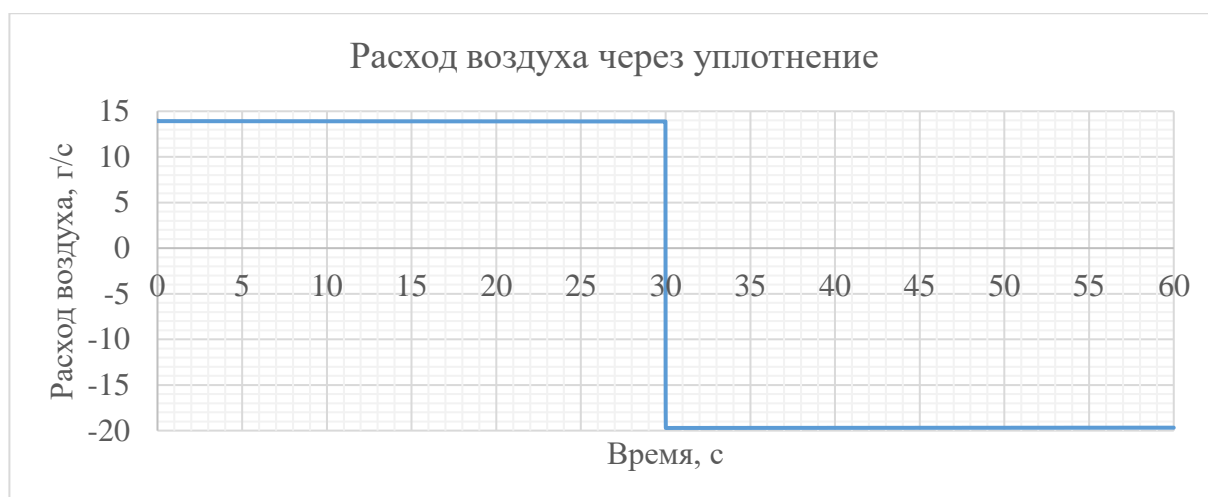


Рисунок 2.8 – Расход воздуха через уплотнение при нестационарном процессе

Увеличение расхода воздуха через уплотнение приводит к увеличению температуры газа и как следствие к увеличению теплового потока и нагреву ротора и статора (рисунок 2.9, 2.10).

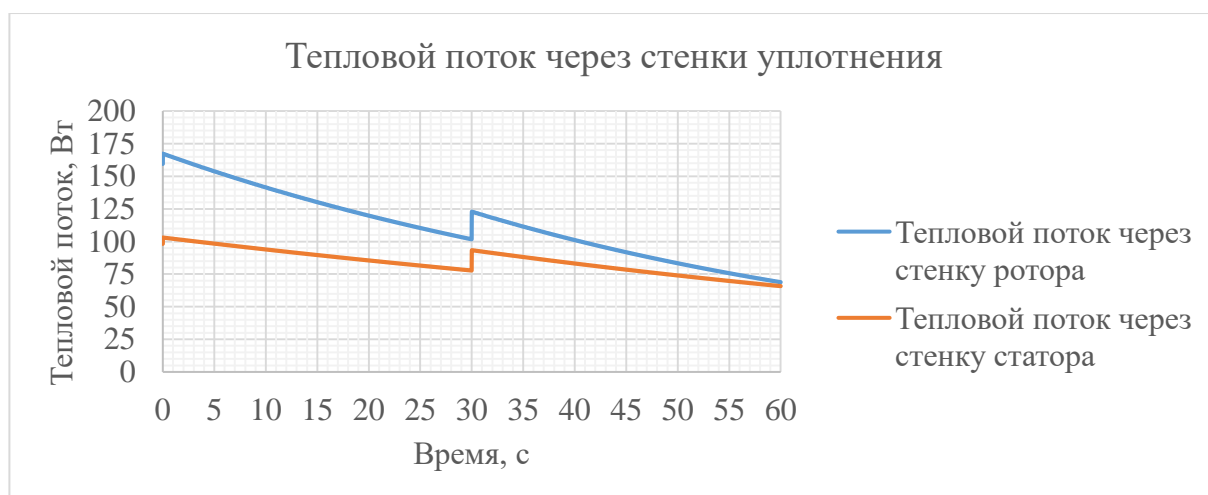


Рисунок 2.9 – Тепловой поток через стенки уплотнения

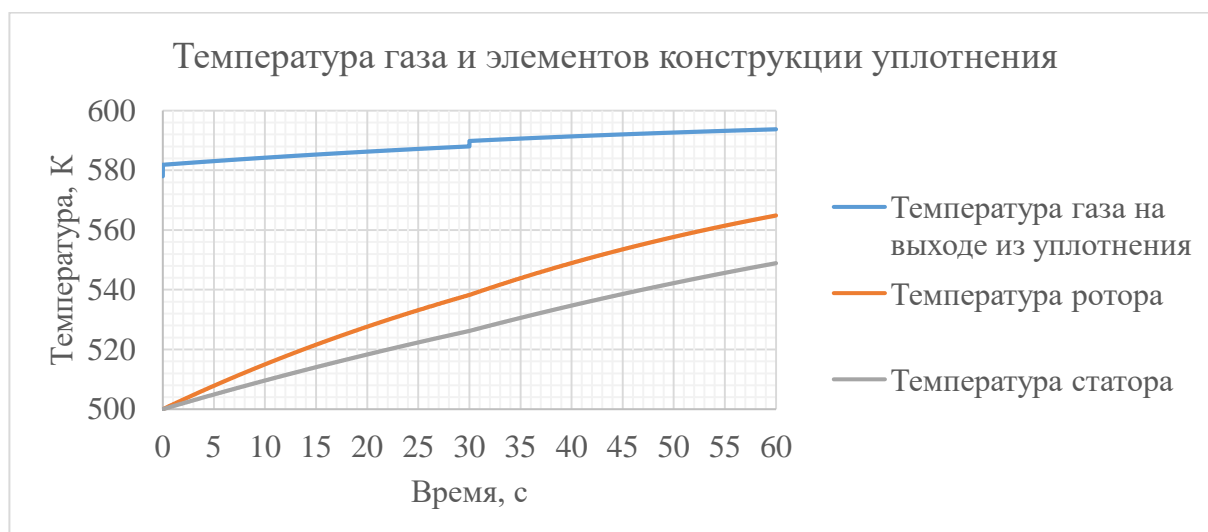


Рисунок 2.10 – Температура газа и элементов конструкции уплотнения

Силы вязкого трения со стороны уплотнения приводят к торможению ротора, увеличение расхода после увеличения соотношения давлений приводит к увеличению крутящего момента и более интенсивному торможению ротора (рисунок 2.11).

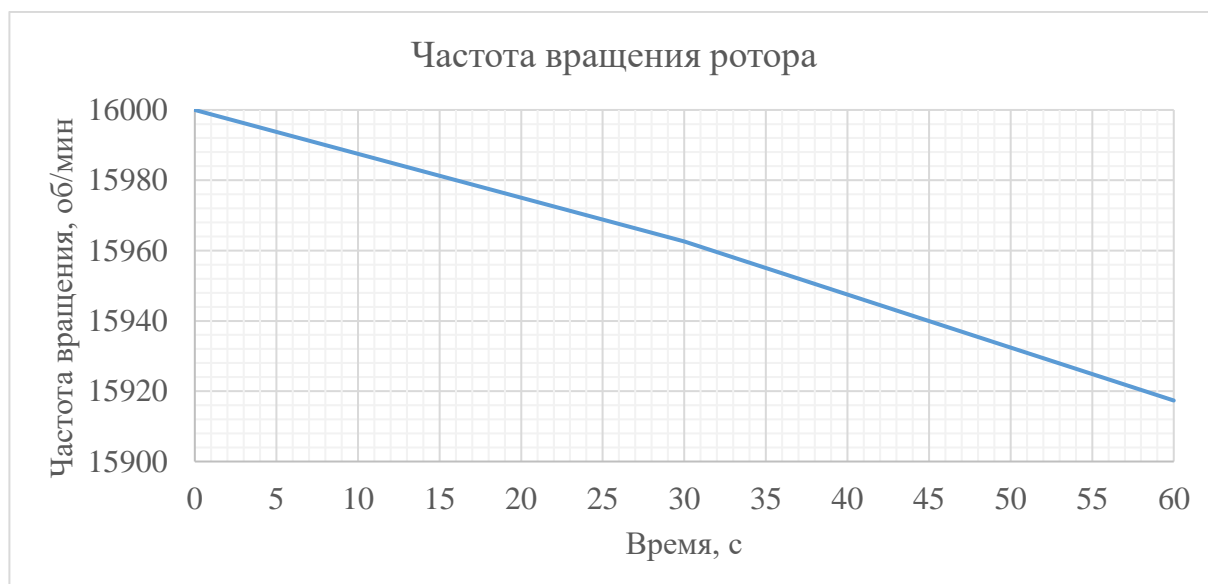


Рисунок 2.11 – Частота вращения ротора

#### 2.4. Постановка задачи оптимизации лабиринтного уплотнения

Для большинства лабиринтных уплотнений критерием оптимальности является расход воздуха через уплотнение. Коэффициент запаса прочности, влияние на роторную динамику и тепловое состояние могут рассматриваться в качестве ограничений. В результате задача оптимизации лабиринтного уплотнения формулируется следующим образом:

$$\mathbb{S} = \{ \vec{S}_i | P_{il} \leq P_i \leq P_{ih} \} \quad (39)$$

$$(\vec{S}_i^*) \in \mathbb{S}: \dot{m}(\vec{S}_i^*) = \min_{(\vec{S}_i) \in \mathbb{S}} \{ \dot{m}(\vec{S}_i) \}; s_{п} > s_{пmin}; \tau_{min} < \tau < \tau_{max}; T_{cmin} < T_c < T_{cmax} \quad (40)$$

где  $\mathbb{S}$  – множество лабиринтных уплотнений;  $\vec{S}_i$  – вектор конфигурации уплотнения;  $\vec{S}_i^*$  – вектор оптимальной конфигурации лабиринтного уплотнения;  $P_i$  – параметр лабиринтного уплотнения;  $G_B$  – расход воздуха через лабиринтное

уплотнение;  $S_{\Pi}$  – коэффициент запаса прочности;  $S_{\Pi min}$  – минимальный коэффициент запаса прочности;  $\tau$  – время раскрутки ротора;  $\tau_{max}$  – максимальное время раскрутки ротора;  $T_c$  – температура стенки.

В ряде задач в качестве прочностного ограничения могут выступать критерии динамической прочности или малоциклового усталости.

## 2.5. Выводы по главе

В главе выполнен анализ точности математических моделей лабиринтных уплотнений, ранее рассмотренных в обзоре, на основе рассмотренных математических моделей построена одномерная математическая модель лабиринтного уплотнения, позволяющая моделировать нестационарные режимы работы, которая показала более высокую по сравнению с существующими моделями корреляцию результатов, в сравнении с результатами полученными с использованием инструментов вычислительной газовой динамики. Приведен алгоритм выбора оптимальных параметров лабиринтного уплотнения, а также постановка задачи оптимизации лабиринтного уплотнения. Продемонстрирована работа математической модели на примере нестационарного процесса при изменении режима работы лабиринтного уплотнения.

Модель может быть улучшена путем добавления в модель расходных характеристик с переменным зазором и расходных характеристик вдоль канавок в тангенсальном направлении, такая постановка может позволить учесть неравномерность давления и непостоянную величину зазора в уплотнении, а также взаимное влияние прецессии ротора и окружной неравномерности давления в уплотнении.

### 3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЛАБИРИНТНОГО УПЛОТНЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В главе рассматривается математическая модель течения вязкого газа в лабиринтном уплотнении, основанная на решении осреднённого по напряжениям Рейнольдса уравнения Навье-Стокса и математическая модель, позволяющая оценить деформации и коэффициент запаса прочности лабиринтного уплотнения в процессе работы, а также результаты параметрического исследования лабиринтного уплотнения с использованием выбранной модели. Проводится сравнение характеров полученных зависимостей с данными из аналитического обзора.

#### 3.1. Математическая модель течения в лабиринтном уплотнении

Расчет лабиринтных уплотнений основан на решении уравнений Навье-Стокса, и следующих выражениях, которые представляют фундаментальные законы сохранения, сохранение массы (41), сохранение импульса (42) и сохранение энергии (43), уравнения (44) и (45) описывают модель турбулентности и термодинамические уравнения состояния (46) и энтальпии (47).

Уравнение неразрывности (сохранение массы)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho U) + S_m = 0, \quad (41)$$

где  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $t$  – время, с;  $\nabla$  – оператор набла;  $S_m$  – источник массы;  $U = (U_x; U_y; U_z)$  – вектор скорости, м/с.

Уравнение импульса (сохранение импульса) 3 уравнения по осям  $x, y, z$

$$\frac{\partial \rho U}{\partial t} + \nabla(\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \tau + S_I \quad (42)$$

где  $p$  – статическое давление, Па;  $S_I$  – источник импульса, кг/м<sup>2</sup>\*с<sup>2</sup>;  $\otimes$  – тензорное умножение;  $\tau$  – тензор напряжения.

Уравнение сохранения энергии

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} - \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho UH) = \nabla(\lambda \nabla T) + \nabla(U\tau) + S_E \quad (43)$$

где  $H$  – полная энтальпия;  $T$  – температура;  $k$  – турбулентная кинетическая энергия;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $S_e$  – источник энергии.

Общие уравнения модели турбулентности SST:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega + P_{kb}, \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \\ &+ (1 - F_1) 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha_3 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_3 \rho \omega^2 + P_{\omega b}, \end{aligned} \quad (45)$$

где  $\sigma$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  константы;  $\mu$  – кинематическая вязкость.

Уравнение состояния идеального газа

$$p = \rho RT = \frac{RT}{\vartheta}, \quad (46)$$

где  $R$  – газовая постоянная.

Уравнение энтальпии

$$h - h_{ref} = \int_{T_{ref}}^T C_p(T) dT, \quad (47)$$



где  $h$  – энтальпия;  $h_{ref}$  – энтальпия образования;  $C_p$  – изобарная теплоёмкость.

Метод конечных элементов позволяет моделировать процессы в сложных инженерных задачах. Современные программные комплексы являются - высокоэффективным инструментом для математического моделирования процессов в сложных технических системах.

Современные CFD программные комплексы, ориентированы на решение самых сложных задач вычислительной гидрогазодинамики, включая расчет турбомашин, горения, химических реакций и многофазных сред.

Основная идея Метода конечных объемов легко поддается прямой физической интерпретации. Расчётная область делится на  $N$ -е число непересекающихся контрольных объемов, таким образом, чтобы каждая узловая точка содержалась в одном контрольном объеме. Дифференциальное уравнение интегрируется для каждого контрольного объема. Для вычисления интегралов используются кусочно-непрерывные функции, которые описывают изменение зависимой переменной, например, одной из составляющих скорости между узлами сетки. Связанный алгебраический многосеточный метод использует неявную связанную схему для решения системы линейных алгебраических уравнений. Вычислительная точность этого метода линейно зависит от количества узловых точек.

Одним из важных свойств метода конечных объемов является то, что он обеспечивает точное интегральное сохранение таких величин, как масса, количество движения и энергии, для любой группы контрольных объемов и, следовательно, для всей вычислительной области. Это свойство проявляется в любом количестве узловых точек. Таким образом, даже решение на достаточно мелкой сетке удовлетворяет точным интегральным уравнениям.

При вычислении стационарных режимов процесс интегрирования завершается при достижении определенного пользователем уровня невязок. Чтобы определить нестационарный режим, на каждом шаге интегрирования рассчитываются невязки для каждого шага по времени, в то время как общее решение приближается к стационарному.

Современные программные комплексы позволяют выполнять расчеты на смешанных сетках, состоящих из различных типов элементов: тетраэдров, призм, клиновидных элементов и шестигранников.

Наиболее устойчивой комбинацией граничных условий является скорость потока или массовый расход на входе и статическое давление на выходе из расчетной области. В этом случае полное давление на выходе определяется расчетным путем.

Комбинация полного давления на входе и скорости или расхода на выходе также является стабильным условием. Статическое давление на выходе и скорость на входе определяются расчетным путем. Комбинация полного давления на входе со статическим давлением на выходе очень чувствительна к начальным условиям. Массовый расход для этой комбинации граничных условий определяется расчетным путем.

При расчете не рекомендуется устанавливать статическое давление на входе и выходе. Массовый расход и полное давление на входе являются результатами расчета, но граничные условия слабо определяют характер результатов решения в расчетной области. Установка полного давления на выходе не допускается.

Если при заданном условии на выходе возможно формирование области обратных токов вблизи границы расчетной области, то рекомендуется использовать условие открытой границы. Если возможно, то следует расширить вычислительную область, тем самым отодвинув границу выхода дальше от зоны обратных токов.

### **3.1.1. Модель турбулентности**

До недавнего времени наибольшей популярностью среди дифференциальных моделей турбулентности пользовались двухпараметрические модели турбулентности, основанные на диссипации кинетической энергии. Моделирование турбулентности возможно разными

способами. Создано большое количество разнообразных моделей для расчёта турбулентных течений. Главные их различия – вычислительная сложность и погрешность решения. Основная идея моделей сводится к предположению о существовании средней скорости потока и среднего отклонения от него. После упрощения уравнения Навье-Стокса в них, помимо неизвестных средних скоростей, появляются произведения средних отклонений.

Наиболее простой моделью турбулентности является модель турбулентности с одним уравнением:

$$\varepsilon_m = c_\mu \sqrt{k}l. \quad (48)$$

$$\varepsilon_m = \frac{c_\mu k^2}{\varepsilon}. \quad (49)$$

Поскольку имитационный эффект модели с одним уравнением слабо удовлетворяет критериям точности, широко используются модели с двумя уравнениями.

### 2.2.1.1 k-ε модель

Модель турбулентности k-ε

Уравнение сохранение массы:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0. \quad (50)$$

Уравнение сохранения импульса:

$$\frac{\partial \rho U}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) - \nabla \cdot (\mu_{eff} \nabla U) = \nabla \cdot p' + \nabla \cdot (\mu_{eff} \nabla U)^T + B, \quad (51)$$

где  $B$  – объемная сила;  $\mu_{eff}$  – эффективная вязкость;  $p'$  – корректирующие давление

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t, \quad (52)$$

$$p' = p + \frac{2}{3} \rho k, \quad (53)$$

где  $\mu_t$  – турбулентная вязкость,

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (54)$$

Уравнение турбулентной кинетической энергии:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U k) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \rho \varepsilon. \quad (55)$$

Уравнение диссипации кинетической энергии:

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \varepsilon) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon_1} P_k - C_{\varepsilon_2} \rho \varepsilon), \quad (56)$$

где  $C_{\varepsilon_1}$ ,  $C_{\varepsilon_2}$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$  - константы.

Эффекты вязкости, представляющие собой вязкие и выталкивающие силы, при сведении дают:

$$P_k = \mu_t \nabla U \cdot (\nabla U + \nabla U^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot U (3\mu_t \nabla \cdot U + \rho k) + P_{kb} \quad (57)$$

С момента появления стандартная модель k-ε применяется при наибольшем числе решения задач моделирования турбулентных течений, поскольку она подходит для большинства задач и обладает достаточной точностью. Однако у модели есть недостатки, все потоки идеализируются как полностью турбулентные, а член диссипации, вызванный молекулярной вязкостью, отбрасывается.

### 2.2.1.2 RNG k - ε модель

Якот разработал метод анализа турбулентных течений, который включает использование метода RNG. Затем применяется теоретический вывод RNG k-ε модели, которая повторно нормализует уравнения импульса и заменяет поправочный коэффициент  $C_\varepsilon$  на  $C_{\varepsilon RNG}$ . После коррекции уравнение диссипации турбулентной кинетической энергии принимает следующий вид:

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \varepsilon) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon RNG}} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon_1 RNG} P_k - C_{\varepsilon_2 RNG} \rho \varepsilon), \quad (58)$$

где

$$C_{\varepsilon_1 RNG} = 1.42 - f_\eta,$$

где

$$f_\eta = \frac{\eta \left( 1 - \frac{\eta}{4.38} \right)}{(1 + \beta_{RNG} \eta^3)}, \quad (59)$$

где

$$\eta = \sqrt{\frac{P_k}{\rho C_{\mu RNG} \varepsilon}}. \quad (60)$$

Модель RNG k-ε очень похожа по форме на стандартную модель k-ε, но

однозначно задается для турбулентного течения. Модель RNG может применяться для моделирования течения при широком диапазоне чисел Прандтля, а также, в отличие от стандартной модели  $k-\varepsilon$ , при малых значениях чисел Рейнольдса. Основываясь на этих улучшениях, RNG  $k-\varepsilon$  модели используются более широко и обладают более высокой точностью и надёжностью.

### 2.2.1.3 SST $k-\omega$ модель

На основе  $k-\varepsilon$  модели, была разработана модель SST  $k-\omega$ , для моделирования турбулентных течений в свободном потоке. По сравнению со стандартной  $k-\omega$  моделью, модель SST  $k-\omega$  нормализует член перекрёстной диффузии в уравнении, а также использует дифференциальную постановку при настройке констант модели, а турбулентное напряжение сдвига является диффузионным эффектом, приписываемом члену вязкости. Благодаря этим модификациям модель SST  $k-\omega$  обладает более высокой точностью при моделировании течения, чем стандартная  $k-\omega$  модель.

Ввиду необходимости отразить некоторые особенности переходной области между ламинарным и турбулентным течением, используется модель перехода на основе модели SST  $k-\omega$ .

Основное уравнение модели перехода  $\gamma - Re_{\theta t}$

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \gamma)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_y} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right], \quad (61)$$

$$\frac{\partial(\rho Re_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j Re_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial Re_{\theta t}}{\partial x_j} \right], \quad (62)$$

где  $\gamma$  – коэффициент прерывистости;  $P_{\gamma 1}$  и  $E_{\gamma 1}$  – члены источники перехода;  $Re_{\theta}$  – член источника повторной ламинаризации;  $P_{\theta t}$  – число Прандтля;  $\mu_t$  –

коэффициент диффузии.

Турбулентная вязкость, рассчитывается таким же способом что и в  $k-\omega$  модели.

При рассмотрении эффективного перехода к уравнение в модели SST  $k-\omega$  становится

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k^* - Y_k^*, \quad (63)$$

где

$$G_k^* = \gamma_{eff} G_k, \quad (64)$$

где

$$Y_k^* = \min [\max (\gamma_{eff}, 0.1), 0.1] Y_k. \quad (65)$$

где  $\Gamma_k$  – эффективная диффузионная способность турбулентной кинетической энергии  $k$ ;  $G_k$  и  $Y_k$  – являются генерирующими и диссипативными членами уравнения  $k$  в модели SST  $k-\omega$  соответственно;  $\gamma_{eff}$  – эффективный коэффициент перемежаемости.

Форма уравнений остается прежней, то есть:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \omega u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega, \quad (66)$$

где  $\Gamma_k$ ,  $G_\omega$ ,  $Y_\omega$  и  $D_\omega$  эффективная диффузионная способность, член генерации, диссипации энергии и перекрестной диффузии соответственно.

### 3.1.2. Математическая модель теплообмена

Расчет теплового потока в стенку при использовании метода конечных элементов требует определенных математических приемов, поскольку конечных размер первой ячейки не позволяет непосредственно определить необходимые критерии подобия или значения параметров потока на стенке и приводит к

возникновению на стенке сингулярности в решении. Для расчета теплового потока при этом используется функция температуры в первой ячейке  $T^+$ , которая моделируется безразмерным распределением температуры путем смешивания вязкого подслоя и логарифмического закона.

$$q_w = \frac{\rho c_p u^*}{T^+} (T_w - T_f), \quad (67)$$

где

$$T^+ = Pr y^* e^{(-\Gamma)} + [0,1 \ln(y^*) + \beta] e^{(-1/\Gamma)}, \quad (68)$$

$$u^* = C_\mu^{1/4} \frac{1}{k}, \quad (69)$$

где

$$y^* = \frac{u^* \Delta / 4}{\nu}, \quad (70)$$

$$\beta = (3,85 Pr^{1/3} - 1,3) + 0,1 \ln(Pr), \quad (71)$$

$$\Gamma = \frac{0,01 (Pr y^*)^4}{1 + 5 Pr^3 y^*}, \quad (72)$$

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}, \quad (73)$$

где  $q_w$  – тепловой поток в стенку, Вт;  $T_w$  – температура на стенке, К;  $T_f$  – температура жидкости у стенки, К;  $c_p$  – теплоемкость жидкости, Дж/К;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/м.

Энергетический баланс для каждого граничного контрольного объема рассчитывается путем умножения теплового потока стенки на площадь поверхности и добавления к соответствующему уравнению энергии граничного контрольного объема. Если задана температура стенки, тепловой поток стенки



вычисляется по приведенному выше уравнению, умножается на площадь поверхности и добавляется к уравнению граничного объема для расчета энергии.

### 3.2. Математическая модель механических характеристик

Математическая модель прочности лабиринтного уплотнения содержит большое количество уравнений включающие в себя уравнения нормальных и тангенциальных напряжений, деформаций, а также дополнительных уравнений для анализа результатов расчётов, уравнений напряжений по Мизесу, полных деформаций и коэффициента запаса прочности.

Зависимость напряжения от деформации:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^{el}\}, \quad (74)$$

где  $\sigma$  – напряжения, Па;  $\varepsilon$  – относительная деформация, м;  $\{\sigma\}$  – вектор напряжений  $[\sigma_x \sigma_y \sigma_z \sigma_{xy} \sigma_{yz} \sigma_{xz}]^T$ ;  $[D]$  – матрица упругости, Па/м.

Вектор упругой деформации:

$$\{\varepsilon^{el}\} = \{\varepsilon\} - \{\varepsilon^{th}\}, \quad (75)$$

где  $\{\varepsilon\}$  – вектор общей деформации  $[\varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z \varepsilon_{xy} \varepsilon_{yz} \varepsilon_{xz}]^T$ ;  $\{\varepsilon^{th}\}$  – вектор тепловой деформации,

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^{th}\} + [D]^{-1} \{\sigma\}. \quad (76)$$

Для пространственного случая, вектор термической деформации

$$\{\varepsilon^{th}\} = \Delta T [\alpha_x^{se} \alpha_y^{se} \alpha_z^{se} 0 0 0], \quad (77)$$

где  $\alpha_x^{se}$  – коэффициент теплового расширения в направлении  $x$  зависящий от температуры

$$\Delta T = T - T_{ref}, \quad (78)$$

$T$  – текущая температура в рассматриваемой точке;  $T_{ref}$  – температура в недеформированном состоянии.

Матрица упругости:

$$[D]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/E_x & -\nu_{xy}/E_x & -\nu_{xz}/E_x & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{yx}/E_y & 1/E_y & -\nu_{yz}/E_y & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{zx}/E_z & -\nu_{zy}/E_z & 1/E_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xz} \end{bmatrix}, \quad (79)$$

где  $E_x$  – модуль Юнга в направлении  $x$ ;  $\nu_{xy}$  – коэффициент Пуассона;

$\nu_{yx}$  – малый коэффициент Пуассона;  $G_{xy}$  – модули сдвига в плоскости  $xy$ .

Также данная матрица является симметричной, следовательно:

$$\frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{\nu_{xy}}{E_x} \quad (80)$$

$$\frac{\nu_{zx}}{E_z} = \frac{\nu_{xz}}{E_x} \quad (81)$$

$$\frac{\nu_{zy}}{E_z} = \frac{\nu_{yz}}{E_y} \quad (82)$$

Из-за вышеуказанных трех соотношений  $\nu_{xy}$ ,  $\nu_{yz}$ ,  $\nu_{xz}$ ,  $\nu_{yx}$ ,  $\nu_{zy}$  и  $\nu_{zx}$  не являются независимыми величинами.

$$\varepsilon_x = \alpha_x \Delta T + \frac{\sigma_x}{E_x} - \frac{\nu_{xy} \sigma_y}{E_x} - \frac{\nu_{xz} \sigma_z}{E_x}, \quad (83)$$

$$\varepsilon_y = \alpha_y \Delta T - \frac{\nu_{xy} \sigma_x}{E_x} + \frac{\sigma_y}{E_y} - \frac{\nu_{yz} \sigma_z}{E_y}, \quad (84)$$

$$\varepsilon_z = \alpha_z \Delta T - \frac{\nu_{xz} \sigma_x}{E_x} - \frac{\nu_{yz} \sigma_y}{E_y} + \frac{\sigma_z}{E_z}, \quad (85)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{G_{xy}}, \quad (86)$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{\sigma_{yz}}{G_{yz}}, \quad (87)$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{\sigma_{xz}}{G_{xz}}, \quad (88)$$

где  $\varepsilon_x$  – прямая деформация в направлении  $x$ , м;  $\sigma_x$  – прямое напряжение в направлении  $x$ , Па;  $\varepsilon_{xy}$  – деформация сдвига в плоскости  $x - y$ , м;  $\sigma_{xy}$  – напряжение сдвига в плоскости  $x - y$ , Па.

Уравнение 74 может быть расширено путём первого инвертирования уравнения 79 и комбинируя этот результат с уравнениями 77 и 80 через уравнение 82, чтобы получить 6 уравнений 89-94:

$$\begin{aligned} \sigma_x = \frac{E_x}{h} (1 - (\nu_{yz})^2 \frac{E_z}{E_y}) (\varepsilon_x - \alpha_x \Delta T) + \frac{E_y}{h} \left( \nu_{xy} + \nu_{xz} \nu_{yz} \frac{E_z}{E_y} \right) (\varepsilon_y - \alpha_y \Delta T) \\ + \frac{E_z}{h} (\nu_{xz} + \nu_{yz} \nu_{xy}) (\varepsilon_z - \alpha_z \Delta T), \end{aligned} \quad (89)$$

$$\begin{aligned} \sigma_z = \frac{E_z}{h} (\nu_{xz} + \nu_{yz} \nu_{xy}) (\varepsilon_x - \alpha_x \Delta T) + \frac{E_z}{h} (\nu_{yz} + \nu_{xz} \nu_{xy} \frac{E_y}{E_x}) (\varepsilon_y - \\ \alpha_y \Delta T) + \frac{E_z}{h} (1 - (\nu_{xy})^2 \frac{E_y}{E_x}) (\varepsilon_z - \alpha_z \Delta T), \end{aligned} \quad (90)$$

$$\varepsilon_{xy} = \sigma_z = \frac{E_z}{h} (v_{xz} + v_{yz} v_{xy}) (\varepsilon_x - \alpha_x \Delta T) + \frac{E_z}{h} (v_{yz} + v_{xz} v_{xy} \frac{E_y}{E_x}) (\varepsilon_y - \alpha_y \Delta T) + \frac{E_z}{h} (1 - (v_{xy})^2 \frac{E_y}{E_x}) (\varepsilon_z - \alpha_z \Delta T), \quad (91)$$

$$\sigma_{xy} = G_{xy} \varepsilon_{xy}, \quad (92)$$

$$\sigma_{yz} = G_{yz} \varepsilon_{yz}, \quad (93)$$

$$\sigma_{xz} = G_{xz} \varepsilon_{xz}, \quad (94)$$

где

$$h = 1 - (v_{xy})^2 \frac{E_y}{E_x} - (v_{yz})^2 \frac{E_z}{E_y} - (v_{xz})^2 \frac{E_z}{E_x} - 2v_{xy}v_{yz}v_{xz} \frac{E_z}{E_x}. \quad (95)$$

Если материал детали не является изотропными  $G_{xy}$ ,  $G_{yz}$ , и  $G_{xz}$ , вычисляются следующим образом:

$$G_{xy} = G_{yz} = G_{xz} = \frac{E_x}{2(1 + v_{xy})}, \quad (96)$$

$$\delta U = \delta V, \quad (97)$$

где  $U$  – энергия деформации  $U_1 + U_2$ ;  $V$  – внешняя работа –  $V_1 + V_2 + V_3$ ;  $\delta$  – виртуальный оператор.

Энергия виртуальной деформации

$$\delta U_1 = \int_{vol} \{\delta \varepsilon\} \{\sigma\} d(vol)^T, \quad (98)$$

где  $\{\varepsilon\}$  – вектор деформации;  $\{\sigma\}$  – вектор напряжений;  $Vol$  – объем элемента.

В случае линейных свойств материалов (упругих деформаций):

$$\delta U_1 = \int_{vol} (\{\delta\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} - \{\delta\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon^{th}\}) d(vol). \quad (99)$$

Деформации могут быть связаны с узловыми смещениями уравнением:

$$\{\varepsilon\} = [B] \{u\}, \quad (100)$$

где  $[B]$  – матрица деформаций и перемещений, основанная на функциях формы элемента;  $\{u\}$  – вектор узловых перемещений

$$\begin{aligned} \delta U_1 = & \{\delta u\}^T \int_{vol} [B]^T [D] [B] d(vol) \{u\} \\ & - \{\delta u\}^T \int_{vol} [B]^T [D] \{\varepsilon^{th}\} d(vol). \end{aligned} \quad (101)$$

Другая форма виртуальной энергии деформации возникает, когда поверхность движется против распределенного сопротивления.

$$\delta U_2 = \int_{area_f} \{\delta w_n\}^T \{\sigma\} d(area_f), \quad (102)$$

где  $\{w_n\}$  – движение по нормали к поверхности;  $\{\sigma\}$  – поверхностные напряжения;  $area_f$  – площадь распределённого сопротивления

$$\{\varepsilon\} = [B] \{u\}, \quad (103)$$

где  $[N_n]$  – матрица функции формы для нормальных движений на поверхности  
напряжение равно

$$\{\sigma\} = k \{w_n\}, \quad (104)$$

где  $k$ - жесткость подложки в единицах силы на длину единицу площади.

При условии, что  $k$  является постоянной по площади, следует:

$$\delta U_2 = \{\delta u\}^T k \int_{area_f} [N_n]^T [N_n] d(area_f) \{u\}, \quad (105)$$

внешняя виртуальная работа:

$$\delta V_1 = - \int_{vol} \{\delta w\}^T \frac{\{F^a\}}{vol} d(vol), \quad (106)$$

где  $\{w\}$  — вектор перемещений общей точки;  $\{F^a\}$  — вектор силы ускорения  
Даламбера.

Согласно второму закону Ньютона:

$$\frac{\{F^a\}}{vol} = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{w\} \quad (107)$$

где  $\rho$  – плотность;  $t$  – время.

Перемещения внутри элемента связаны с узловыми перемещениями  
посредством:

$$\{w\} = [N]\{u\} \quad (108)$$

где  $[N]$  – матрица функций формы.

Предполагая, что  $\rho$  является постоянным по объёму:

$$\delta V_1 = -\{\delta u\}^T \rho \int_{vol} [N]^T [N] d(vol) \frac{\delta^2}{\delta t^2} \{u\}. \quad (109)$$

Определение вектора силы давления начинается с:

$$\delta V_2 = \int_{area_p} \{\delta w_n\}^T \{P\} d(area_p). \quad (110)$$

где  $\{P\}$  – вектор приложенного давления,  $area_p$  – область, на которую действует давление

$$\delta V_2 = \{\delta u\}^T \int_{area_p} [N_n] \{P\} d(area_p). \quad (111)$$

Если не указано иное, давление прикладывается к внешней поверхности каждого элемента и перпендикулярно криволинейным поверхностям.

Узловые силы, приложенные к элементу, может быть учтены с помощью:

$$\delta V_3 = \{\delta u\}^T \{F_e^{nd}\}, \quad (112)$$

где  $\{F_e^{nd}\}$  – узловые силы, приложенные к элементу.

После объединения уравнений:

$$\begin{aligned}
& \{\delta u\}^T \int_{vol} [B]^T [D] [B] d(vol) \{u\} - \{\delta u\}^T \int_{vol} [B]^T [D] \{\varepsilon^{th}\} d(vol) \\
& + \{\delta u\}^{T_k} \int_{area_f} [N_n]^T [N_n] d(area_f) \{u\} \\
& = -\{\delta u\}^T \rho \int_{vol} [N]^T [N] d(vol) \frac{\delta^2}{\delta t^2} \{u\} \\
& + \{\delta u\}^T \int_{area_p} [N_n]^T \{P\} d(area_p) + \{\delta u\}^T \{F_e^{nd}\}.
\end{aligned} \tag{113}$$

При этом вектор представляет собой набор произвольный виртуальных перемещений, общих для всех вышеуказанных членов.

Узловые силы, приложенные к элементу

$$([K_e] + [K_e^f]) \{u\} - \{f_e^{th}\} = [M_e] \{\ddot{u}\} \{F_e^{pr}\} \{F_e^{nd}\}. \tag{114}$$

Матрица жесткости элемента

$$[K_e] = \int_{vol} [B]^T [D] [B] d(vol). \tag{115}$$

Матрица жесткости основания элемента

$$[K_e^f] = k \int_{area_{fl}} [N_n]^T [N_n] d(area_f) \tag{116}$$

Вектор тепловой нагрузки элемента

$$\{F_e^{th}\} = \int_{vol} [B]^T [D] \{\varepsilon^{th}\} d(vol). \tag{117}$$



Матрица массы элемента

$$[M_e] = \rho \int_{\text{vol}} [N]^T [N] d(\text{vol}). \quad (118)$$

Вектор ускорения

$$\{\ddot{u}\} = \frac{\delta^2}{\delta t^2} \{u\}. \quad (119)$$

Вектор давления элемента

$$\{F_e^{pr}\} = \int_{\text{area}_p} [N_n]^T \{P\} d(\text{area}_p). \quad (120)$$

Приведенные выше матрицы и векторы нагрузки являются согласованными. При обработке результатов расчётов прочностного анализа по результатам расчёта напряжений рассчитывается коэффициент запаса прочности.

$$s = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{\sigma} \quad (121)$$

где  $\sigma_{\text{пред}}$  – предел текучести материала.

### 3.3. Валидация и верификация математической модели

С целью валидации математических моделей было проведено параметрическое исследование лабиринтного уплотнения. В качестве примера выбрано лабиринтное уплотнение, представленное на рисунке 3.1. В качестве граничных условий использовалась открытая граница со значением давления на

границе 1,1 и температурой газа 600 К. Частота вращения не задавалась, использовалось условие адиабатической стенки ротора и статора.

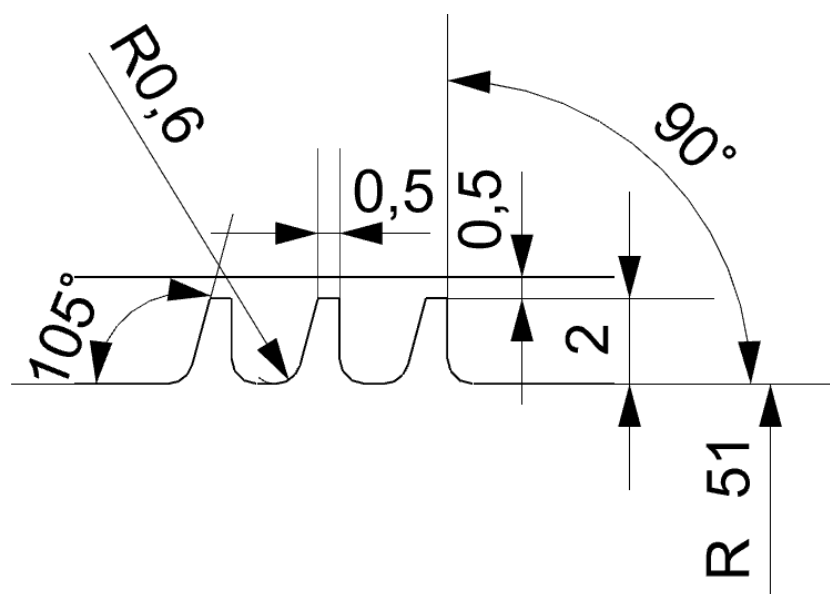


Рисунок 3.1 – Эскиз рассматриваемого лабиринтного уплотнения

Анализ влияния геометрических параметров лабиринтного уплотнения выполнялся по поверхности отклика второго порядка построенный с помощью центрально-композиционного плана эксперимента. Результаты расчетов для различных параметров на центральной части многомерной поверхности отклика показаны на рисунках 3.2 – 3.7.

Анализ показал, что острая верхняя кромка более эффективна для уменьшения массового расхода через уплотнение из-за увеличения радиальной компоненты скорости, появляющейся на боковых гранях гребня, которая приводит к уменьшению эффективной площади поперечного сечения в зазоре уплотнения на вершине гребня. Широкая верхняя грань также может уменьшить массовый расход из-за накопления пограничного слоя, который уменьшает эффективную площадь поперечного сечения в зазоре уплотнения, но увеличение ширины верхней грани также приводит к увеличению длины и веса уплотнения. Уровень влияния ширины верхней грани на массовый расход составляет около 2,5 % (рисунок 3.2 а). Радиус скругления у основания гребня существенно не влияет на массовый расход и может быть выбран по технологическим параметрам (рисунок 3.2 б).

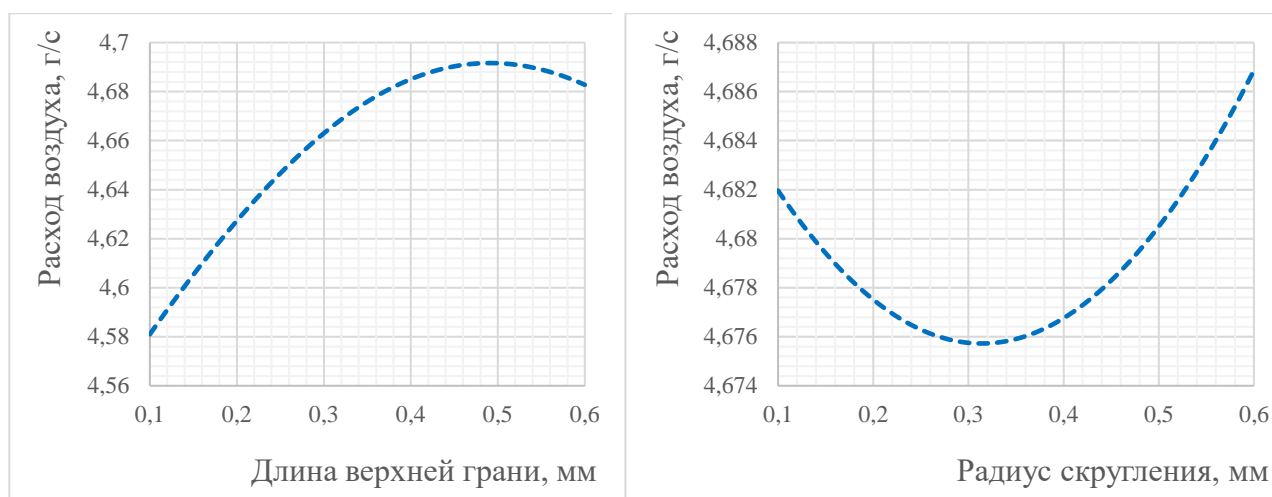


Рисунок 3.2 - Массовый расход в зависимости от длины верхней грани гребня (а) и радиуса скругления у основания гребня (б)

Более высокие гребни более эффективно снижают массовый расход через уплотнение, так как остается больше пространства для образования более интенсивных вихревых структур, что приводит более интенсивной диссипации энергии между гребнями уплотнения (рисунок 3.3 а).

Уменьшение зазора существенно уменьшает расход воздуха за счет уменьшения эффективной площади поперечного сечения (рисунок 3.3 б). Полученные результаты по влиянию размера зазора показали хорошее совпадение с данными аналогичных исследований [12], для сравнения использовался расход, нормализованный к зазору 0,3 мм (рисунок 3.4).

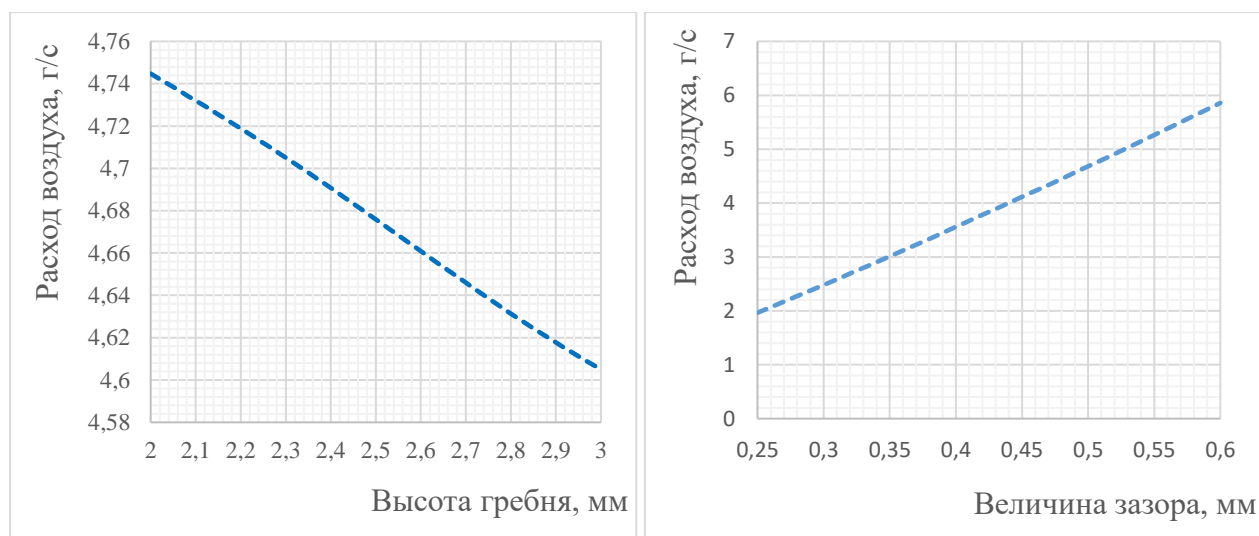


Рисунок 3.3 - Массовый расход в зависимости от высоты гребня (а) и величины зазора (б)

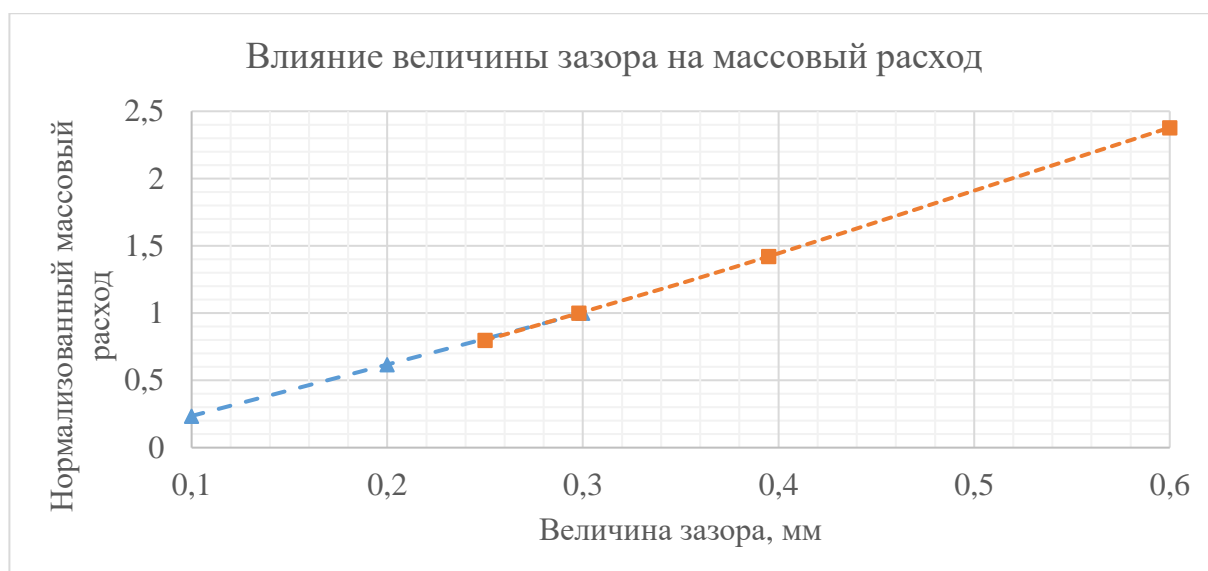


Рисунок 3.4 - Влияние величины зазора на массовый расход (оранжевый) по сравнению с данными аналогичных исследований (синий)

Большой угол наклона боковых граней позволяет уменьшить расход через уплотнение. На стороне высокого давления увеличение угла наклона гребня до 120 градусов приводит к снижению расхода воздуха из-за увеличения интенсивности вихревой структуры и появления компонента радиальной скорости на передней кромке зазора (рисунок 3.5 а). При увеличении угла наклона гребня со стороны низкого давления, расход воздуха уменьшается (рисунок 3.5 б). Наклон грани со стороны низкого давления увеличивает интенсивность вихревых структур. Недостатками этих параметров являются высокое влияние на размер и вес уплотнения.

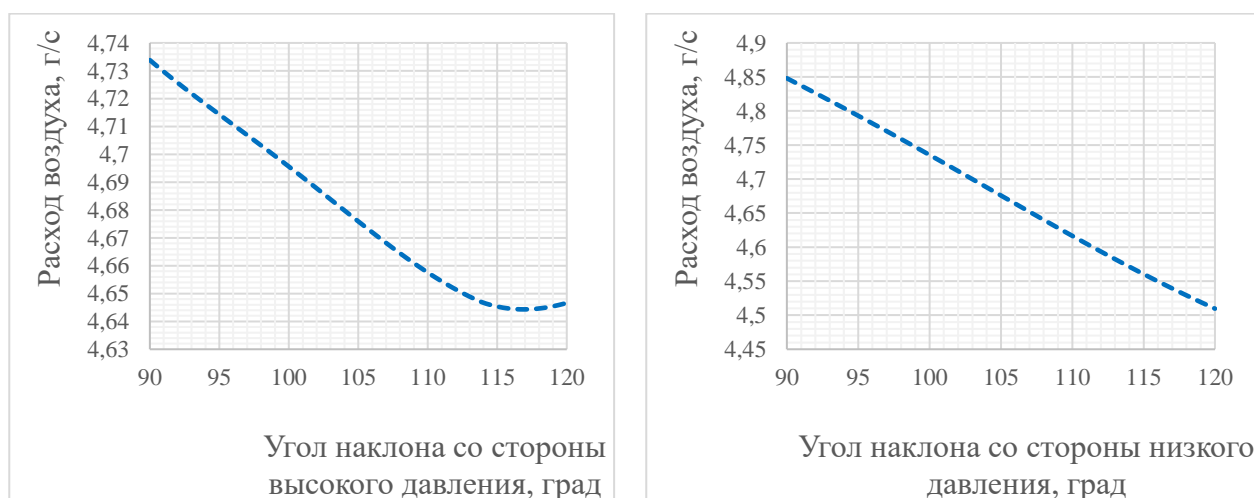


Рисунок 3.5 - Массовый расход в зависимости от угла наклона гребня на сторонах высокого (а) и низкого (б) давления

Увеличение расстояния между гребнями также приводит к увеличению интенсивности вихревых структур и позволяет уменьшить массовый расход (рисунок 3.6).

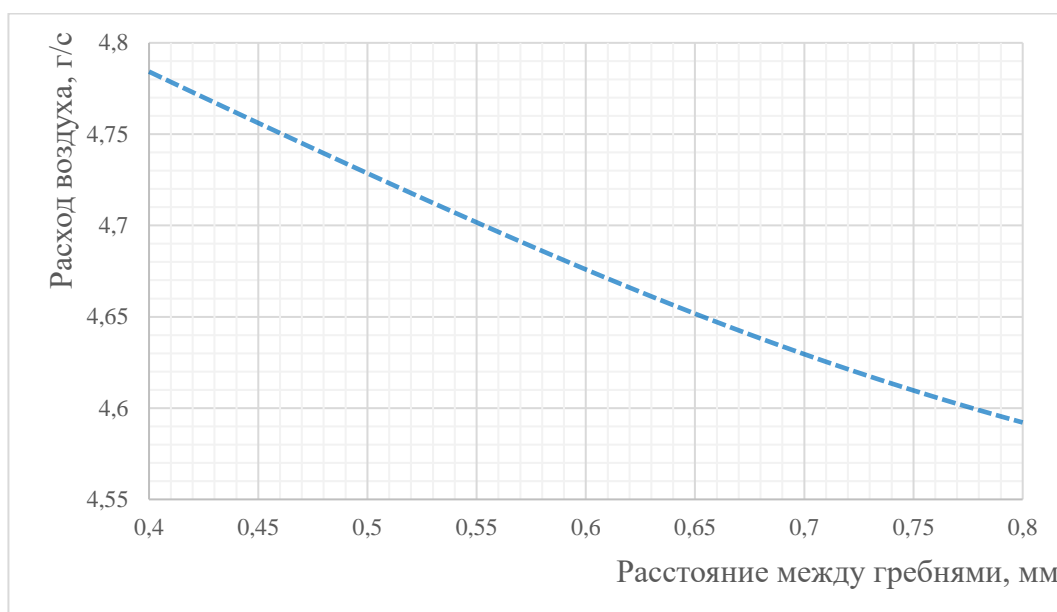


Рисунок 3.6 - Массовый расход в зависимости от расстояния между гребнями

Увеличение количества гребней значительно уменьшает расход воздуха через уплотнение (рисунок 3.7).

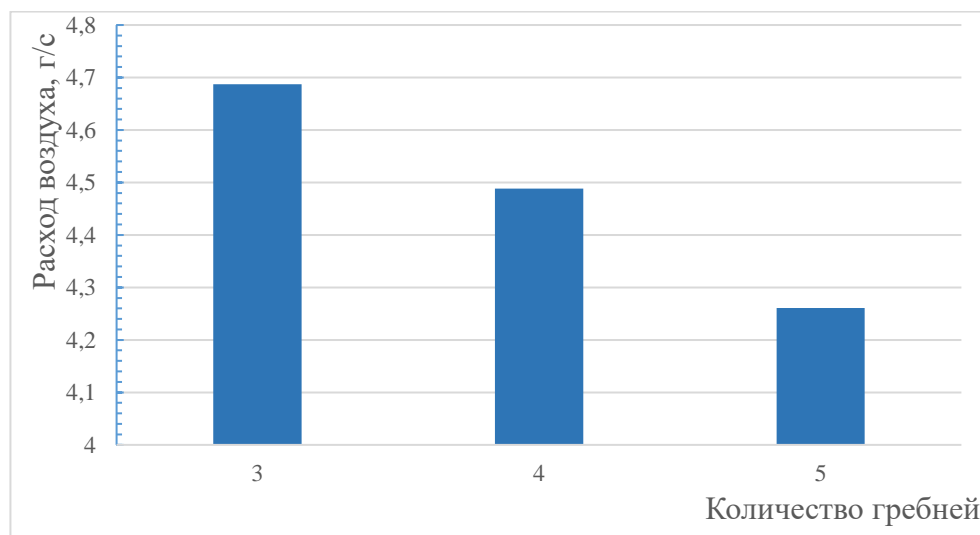


Рисунок 3.7 - Массовый расход в зависимости от количества гребней

Результаты моделирования позволяют сделать вывод, что все анализируемые параметры имеют два механизма уменьшения расхода через уплотнение. Первый — это диссипация энергии, а второй - уменьшение эффективной площади поперечного сечения в зазоре. Увеличение высоты гребня, углов наклона и длины уплотнения привели к увеличению

интенсивности вихревых структур между гребнями и, как следствие, к увеличению диссипации энергии и снижению скорости потока в зазоре. Дополнительные гребни увеличивают общую диссипацию энергии в уплотнении. Размер зазора напрямую влияет на площадь поперечного сечения, а длина верхней грани влияет на оба механизма снижения расхода. Радиус скругления не влияет на расход в рассматриваемом примере. Чувствительность параметров представлена на рисунке 3.8.

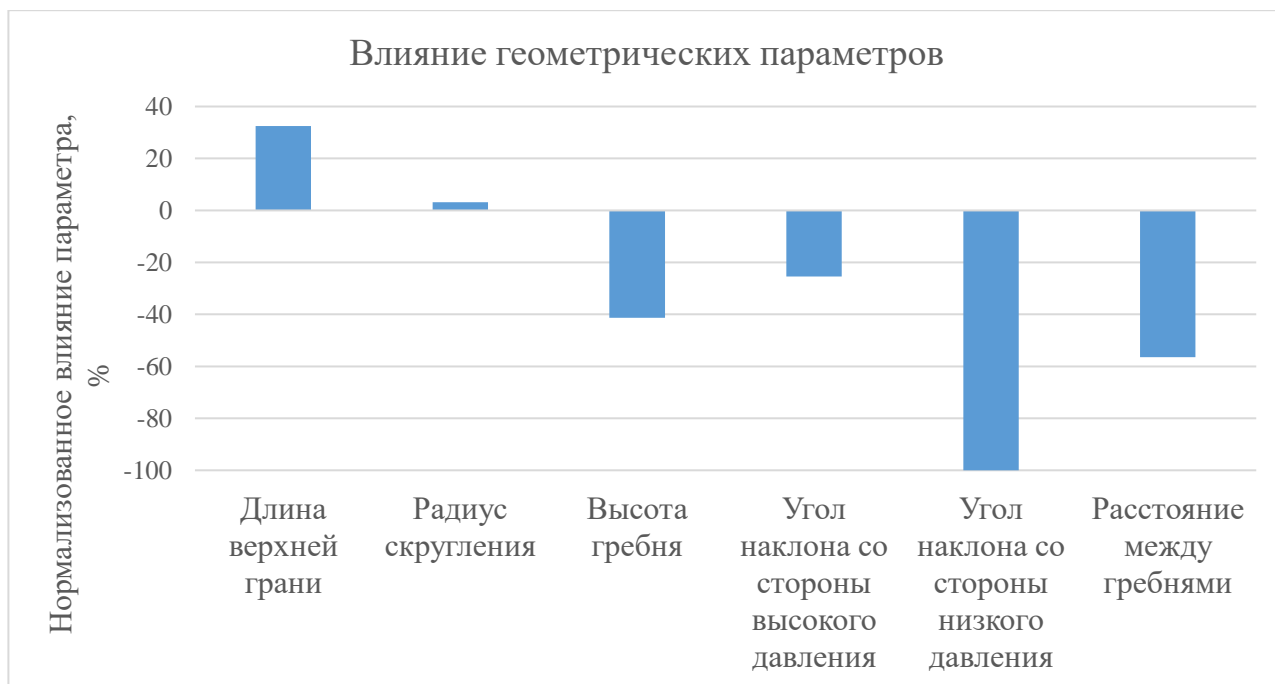


Рисунок 3.8 - Влияние геометрических параметров на массовый расход через уплотнение

### 3.3.1. Верификация математической модели

Для верификации математической модели проведено сравнение результатов CFD моделирования с аппроксимированной зависимостью расхода газа через лабиринтное уплотнение, с экспериментально определенными коэффициентами из монографии Вьюнова С.А., Гусева Ю.И., Карпова А.В. [92] (Рисунок 3.9).

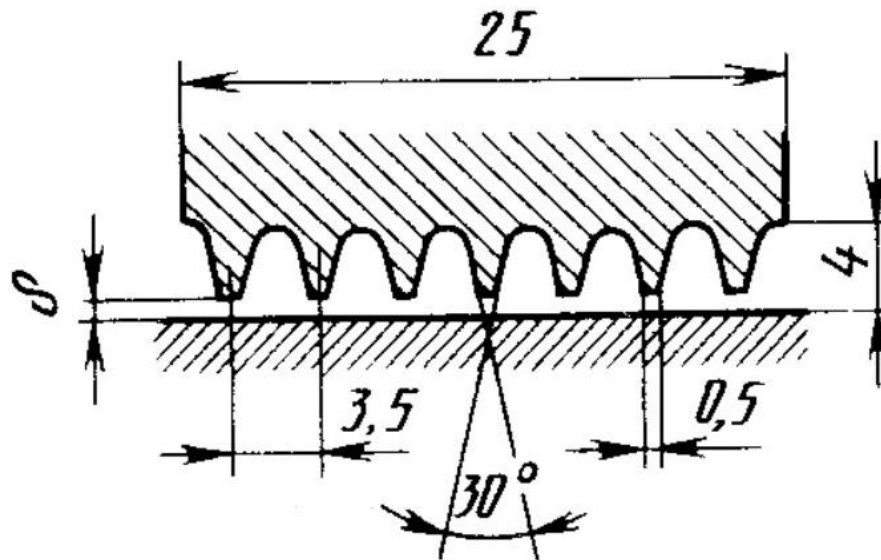


Рисунок 3.9 – Эскиз лабиринтного уплотнения

В результате проведённого исследования максимальное значение полного давления составило 112000 Па, минимальное 99100 Па. Поле полного давления в уплотнении при соотношении давлений 1,1 представлено на рисунке 3,10. Максимальная скорость потока газа в зазоре составила 91 м/с (рисунок 3,11).

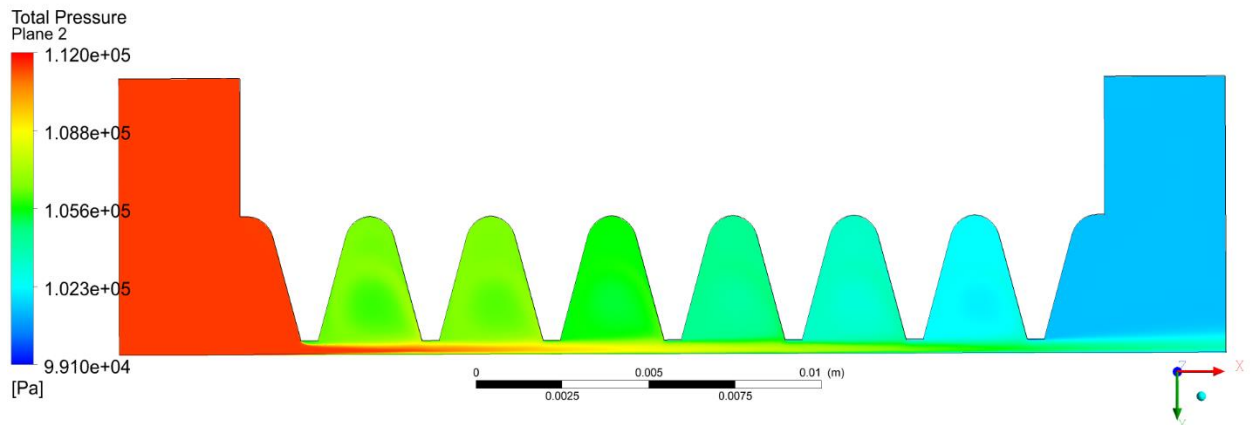


Рисунок 3.10 – Поле давления в воздушном уплотнении

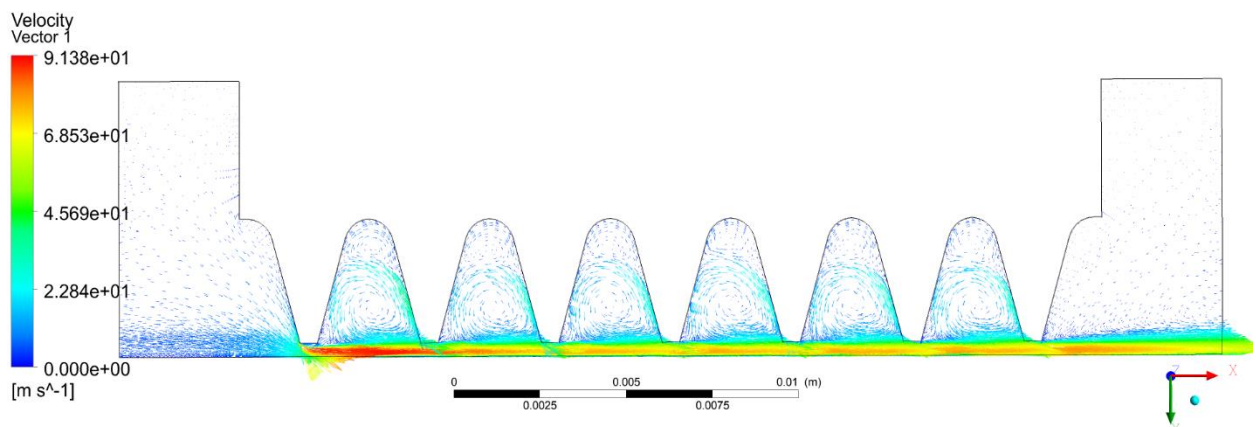


Рисунок 3.11 – Векторное поле скоростей в воздушном уплотнении

Сравнения расхода воздуха через уплотнение показало, что различия между результатами CFD моделирования и данными из источника составили в диапазоне от 5,5 % до 7,3 % (Рисунок 3.12).

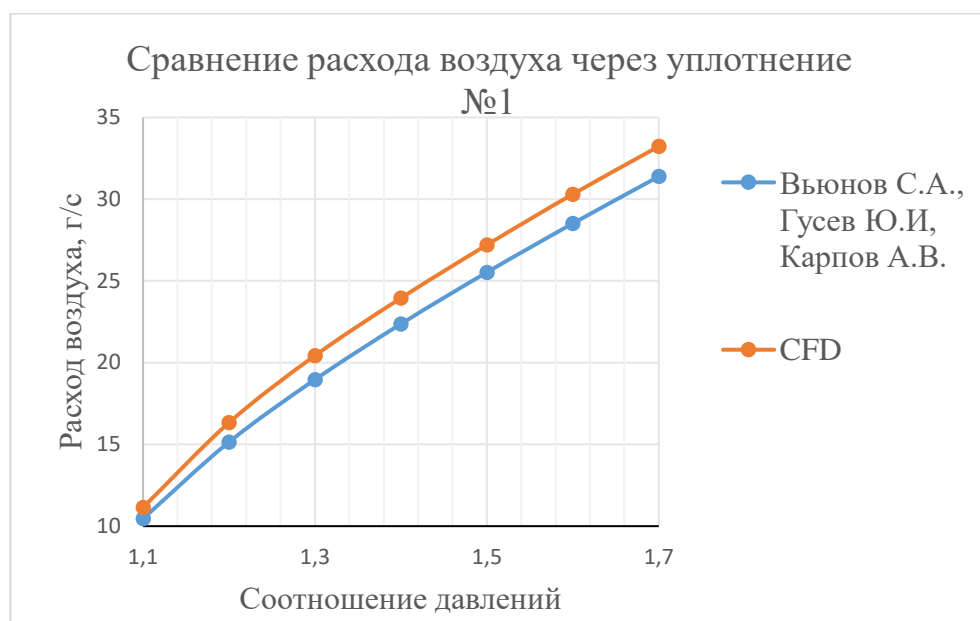


Рисунок 3.12 - Сравнение расхода воздуха через уплотнение №1

С учетом погрешности CFD моделирования на уровне 5 % и неполных данных об условиях проведения эксперимента полученный результат может считаться удовлетворительным и показывает достаточное для практического применения совпадение результатов.

### 3.4. Выводы по главе

В главе рассмотрены математические модели, которые могут быть использованы для описания процессов в лабиринтных уплотнениях. Наиболее подходящей моделью турбулентности для рассматриваемой задачи представляется модель SST  $k-\omega$ . Для учета напряжения и деформации лабиринтного уплотнения в процессе работы используется описанная в главе модель прочности. Для расчета коэффициента теплоотдачи используется описанная в главе модель теплообмена.

С применением выбранных моделей проведено параметрическое исследование лабиринтного уплотнения, анализ влияния параметров геометрии



на работу уплотнения и сравнение результатов с данными из источников [2, 12]. Выполнено сравнение результатов математического моделирования для уплотнения, представленного в источнике [92]. Выбранные математические модели показали достаточное для практического применения совпадение результатов моделирования и опубликованных данных.

## 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЛАБИРИНТНОГО УПЛОТНЕНИЯ

В заключительной главе рассматривается применение предложенной методики на примере ранее рассмотренного лабиринтного уплотнения.

### 4.1. Выбор типа уплотнения

Первым этапом методики проектирования оптимального уплотнения является выбор типа уплотнения. Тип уплотнения может быть выбран исходя из существующих, приведенных в первой главе, или по результатам предварительного численного исследования уплотнений с рекомендованными РТМ и монографиями параметрами с необходимыми габаритами.

Для примера рассматривается сравнение ступенчатого, комбинированного и прямоточного уплотнения в габаритах уплотнения, показанного на рисунке 3.1. Результаты математического моделирования представлены на рисунках 4.1 – 4.3.

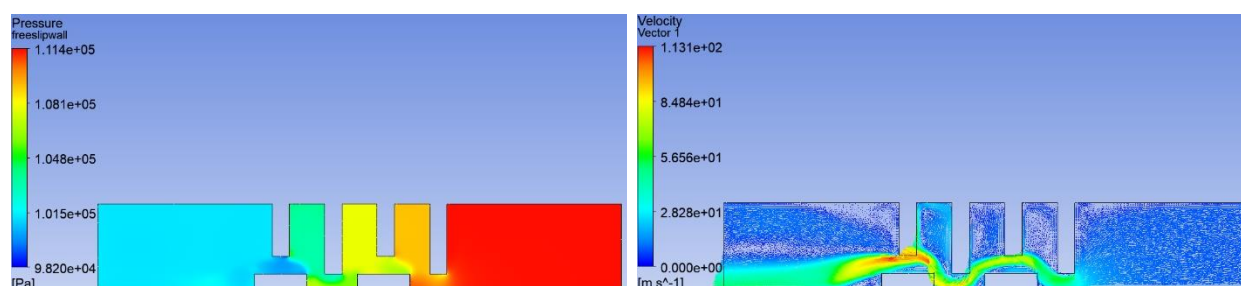


Рисунок 4.1 – Поле давления и векторное поле скоростей в ступенчатом уплотнении

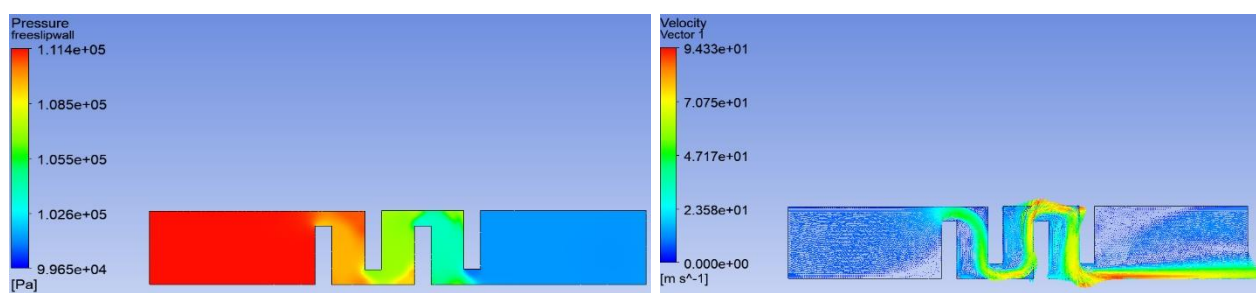


Рисунок 4.2 – Поле давления и векторное поле скоростей в комбинированном уплотнении

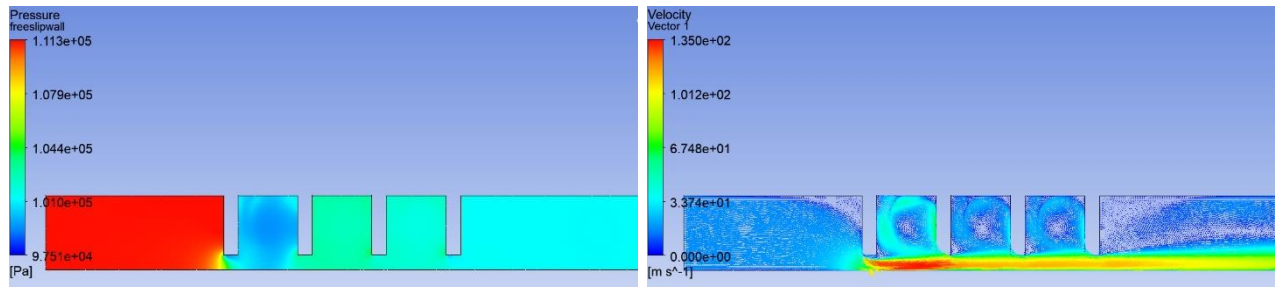


Рисунок 4.3 – Поле давления и векторное поле скоростей в прямоточном уплотнении

В результате математического моделирования лабиринтных уплотнений различных типов, имеющих одинаковые габариты, можно определить соотношение их расходов (таблица 4.1).

Таблица 4.1 – Сравнение типов лабиринтных уплотнений по расходу воздуха

Тип уплотнения	Расход воздуха, г/с	Относительный расход воздуха, %
Прямоточное	17,63	100
Комбинированное	7,65	43,3
Ступенчатое выступами	8,05	45,7

При равном зазоре и габаритах наилучшим качеством обладает комбинированное уплотнение. Немного больший расход имеет ступенчатое уплотнение, прямоточное уплотнение более чем в 2 раза им уступает. Существенным недостатком ступенчатых и комбинированных уплотнений в авиационных двигателях является возможность касания ротора и статора при осевом смещении ротора двигателя. Прямоточное уплотнение этого недостатка лишено и за счет этого более распространено в авиационной технике.

#### 4.2. Определение критериев оптимальности и ограничений на параметры уплотнения

Основным критерием оптимальности лабиринтного уплотнения является расход газа через уплотнения. В рамках рассматриваемого примера критерии, связанные с тепловым состоянием и динамикой двигателя, не используются в качестве критериев оптимальности или ограничений. В качестве ограничения выступает коэффициент запаса прочности лабиринтного уплотнения. Наиболее сложной частью является определение ограничений на геометрические параметры в ходе решения задачи оптимизации. Ограничения должны выбираться таким образом чтобы обеспечить необходимые максимальные габаритные размеры уплотнения и стабильное перестроение геометрии в процессе оптимизации без изменения ее топологии. Геометрия выбранного уплотнения описывается шестью непрерывными и одним дискретным параметром. Диапазон варьирования геометрических параметров в рассматриваемом примере представлен в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Диапазоны варьирования геометрическими параметрами конфигурации уплотнения ГТД

Параметр	Значение по умолчанию	Минимальное значение	Максимальное значение
Длина верхней грани, мм	0,5	0,1	0,6
Радиус скругления, мм	0,6	0,1	0,6
Высота гребня, мм	2	2	4
Размер зазора, мм	0,5	0,25	0,6
Угол наклона грани со стороны высокого давления, град	105	90	140
Угол наклона грани со стороны низкого давления, град	90	90	140
Расстояние между гребнями, мм	0,42	0,4	1,6
Количество гребней	3	3	5

### 4.3. Определение параметров расчетной сетки

При построении расчетной сетки использован метод многозонной сетки с доминирующими элементами типа гекса, которая позволяет улучшить интерполяцию результатов расчета в элементах сетки по сравнению с типом тетра и использовать призматических подслой на стенках ротора и статора. При исследовании на сходимость по сетке необходимо определить размер элементов сетки и призматического подслоя. Размер элементов не должен влиять на результаты численного моделирования. Для призматического подслоя рекомендуется обеспечивать значение безразмерного расстояния от стенки  $Y_{plus}$  в диапазоне 1-10. Результаты численного моделирования лабиринтного уплотнения в зависимости от параметров расчетной сетки приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Результаты исследования на сходимость по сетке

Средний размер элемента, мм	Количество элементов	Относительное количество элементов	Расход воздуха, г/с	Относительный расход воздуха	$Y_{plus}$ max
0,1	88230	0,165908	9,81	1,008222	<50
0,06	205050	0,385577	9,89	1,016444	<50
0,05	280470	0,527398	9,91	1,018499	<50
0,04	417920	0,785859	9,97	1,024666	<50
0,07	221600	0,416698	9,58	0,984584	≈1
0,06	283680	0,533434	9,63	0,989723	≈1
0,05	370320	0,696352	9,59	0,985612	≈1
0,04	531800	1	9,73	1	≈1

Результат анализа показал, что следует использовать многозонную сетку, с размером элемента менее 60 мкм, такая сетка обеспечивала не менее 4 элементов

в зазоре в дополнение к призматическому подслою, дальнейшее уменьшение размера элементов сетки не приводит к существенному изменению результатов расчета. Использование функции стенки значительно влияет на результат расчета, для обеспечения необходимого значения  $u_{plus}$  использован призматический подслой с высотой первого элемента 1 мкм и 20 слоями, что позволяет иметь коэффициент роста до размера основных элементов менее 1,25 (рисунок 4.4).

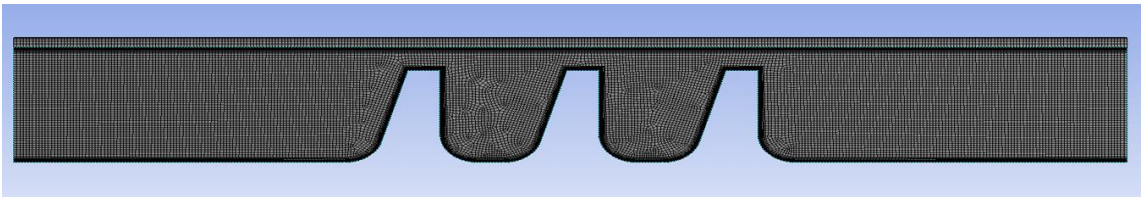


Рисунок 4.4 – Расчетная сетка лабиринтного уплотнения

#### 4.4. Выбор граничных условий

Существует несколько способов задать граничные условия для моделирования работы лабиринтного уплотнения. Так как массовый расход является для уплотнения рассчитываемым параметром, оказывается невозможным задать для уплотнения наиболее стабильные варианты граничных условий. В условиях выровненного потока наиболее стабильным сочетанием будет полное давление на входе и статическое давление на выходе. В условиях неопределённых параметров на входе в уплотнение может использоваться сочетание открытых границ с заданным соотношением давлений.

Современная вычислительная техника несмотря на существенные темпы развития не позволяет с достаточной точностью моделировать большое количество вариантов узлов ГТД, требующееся для решения задачи оптимизации, в пространственной постановке. Для экономии вычислительных ресурсов в задачах моделирования узлов, обладающих осевой или пространственной симметрией, применяются условия симметрии и периодики. В качестве альтернативы может применяться условие стенки без трения, которое

обнуляет окружные составляющие скорости. Для решения задачи оптимизации необходимо определить допустимый тип граничного условия и уровень упрощения задачи.

В рассматриваемом примере было проведено сравнение результатов расчета при моделировании сектора лабиринтного уплотнения с различным углом и условием вращающейся периодики. Результаты показали, что условия вращающейся периодики достаточно точно имитируют замкнутое кольцо лабиринтного уплотнения независимо от угла моделируемого сектора, в этом случае сектор уплотнения может выбираться исходя из необходимости стабильного построения расчетной сетки. Для дальнейших расчетов моделировался сектор уплотнения в 2 градуса.

Условие симметрии не является корректным для задач, имеющих осевую симметрию, допустимыми являются условия вращающейся периодики и стенки с проскальзыванием. Выбор условия при оптимизации зависит от важности учета окружной составляющей скорости в задаче и стабильности граничного условия при перестроении геометрии. Погрешности округления при построении расчетной сетки могут приводить к невозможности автоматического замыкания по окружности граничного условия вращающейся периодики.

#### **4.4.1. Анализ влияния окружной скорости на работу лабиринтного уплотнения**

Для выбора между граничным условием вращающейся периодики и стенки с проскальзыванием выполнен расчет лабиринтного уплотнения с различными частотами вращения.

На рисунках 4.5 – 4.10 представлены поля давления и векторные поля скоростей на различных частотах вращения. При увеличении окружной скорости абсолютное значение скорости в зазоре уплотнения увеличивается, а осевая составляющая уменьшается, что в результате приводит к уменьшению расхода воздуха через уплотнение.

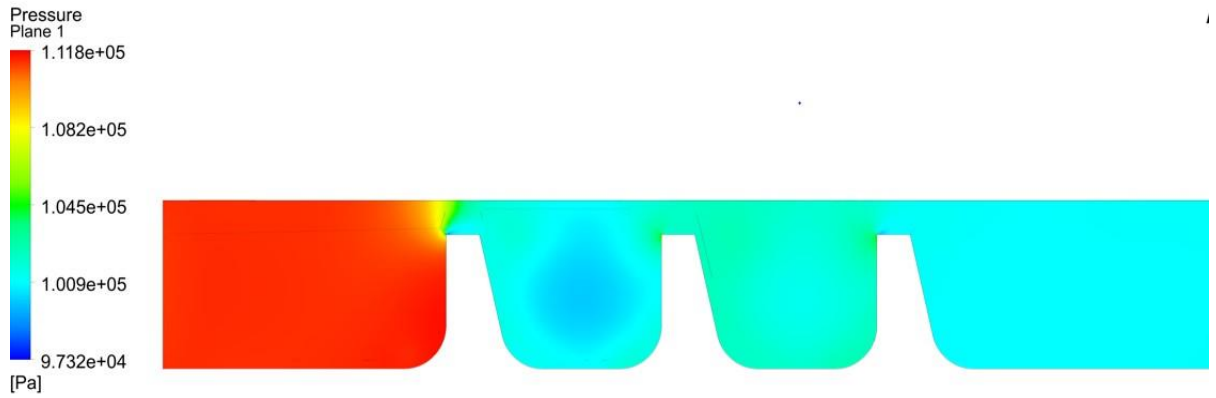


Рисунок 4.5 - Поле давления на частоте вращения 8000 об/мин.

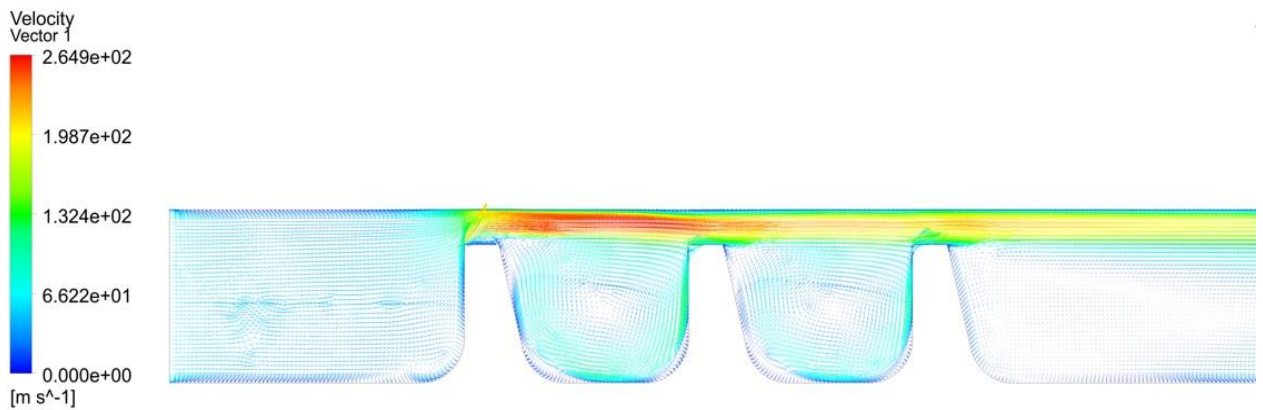


Рисунок 4.6 - Векторное поле скоростей на частоте вращения 8000 об/мин.

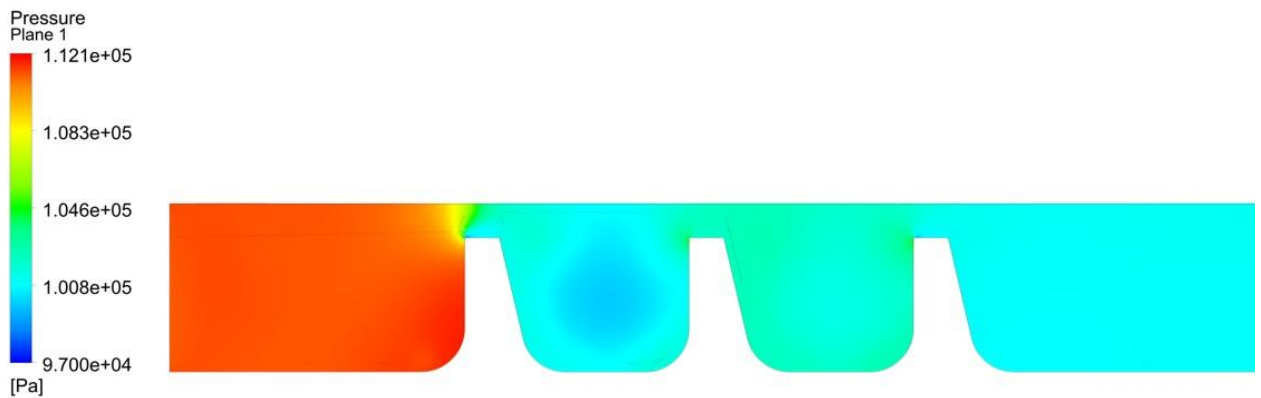


Рисунок 4.7 - Поле давления на частоте вращения 12000 об/мин.



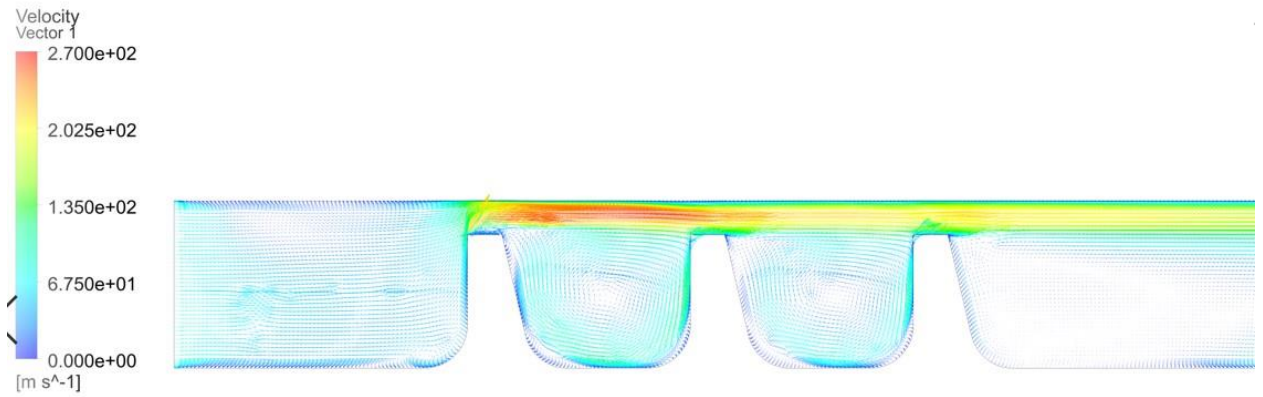


Рисунок 4.8 - Векторное поле скоростей на частоте вращения 12000 об/мин.

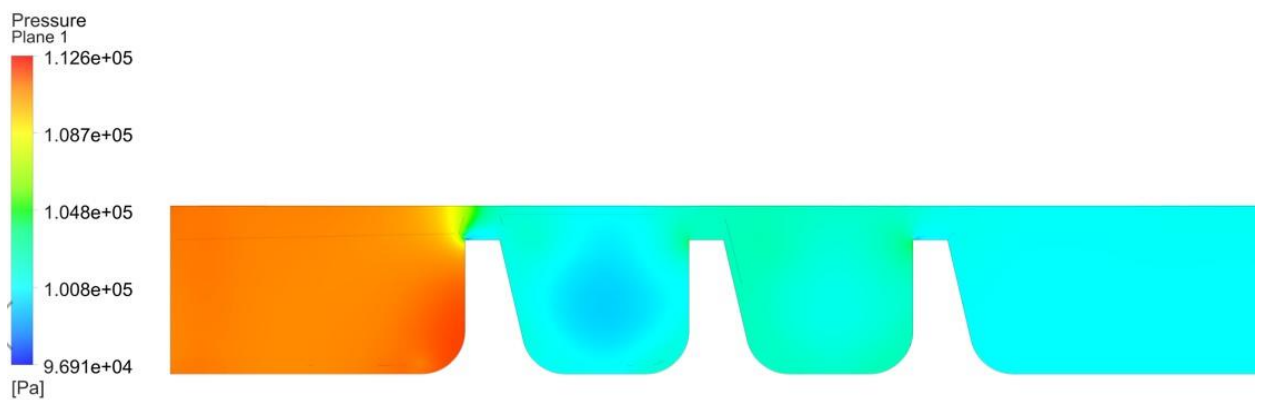


Рисунок 4.9 - Поле давления на частоте вращения 16000 об/мин.

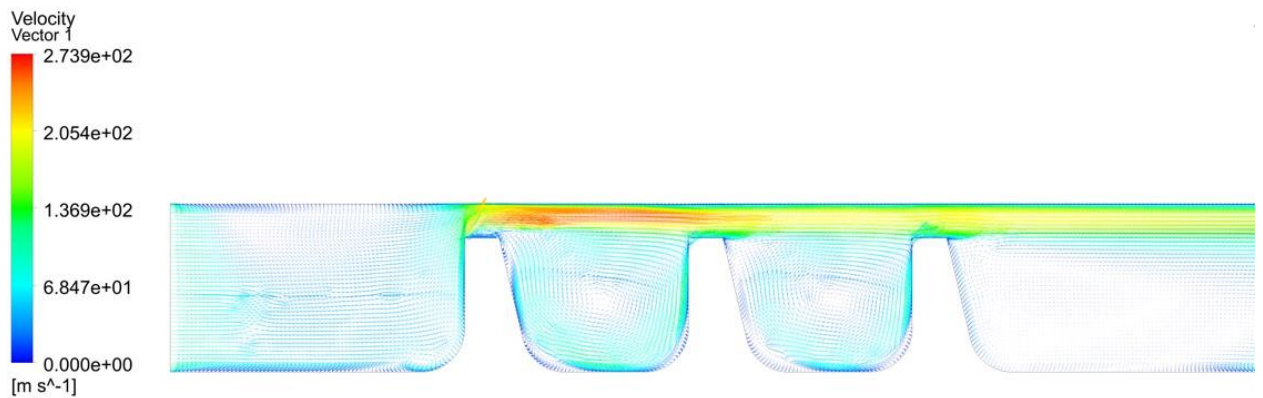


Рисунок 4.10 - Векторное поле скоростей на частоте вращения 16000 об/мин.

Анализ влияния окружной скорости на работу лабиринтного уплотнения показал, что различия в расходе воздуха при максимальной частоте вращения и при 0 частоте вращения составили 3,01 %. (таблица 4.4, рисунок 4.11).

Таблица 4.4 – Зависимость массового расхода воздуха от частоты вращения

Частота вращения, об/мин	Массовый расход через сектор, г/с	% влияния массового расхода воздуха через уплотнение
0	0,0484	
8000	0,0479	1,13
12000	0,0476	1,83
16000	0,0470	3,01

Для проверки полученных результатов данное исследование было также проведено для оптимизированного лабиринтного уплотнения после решения задачи оптимизации, зависимость массового расхода через уплотнение от частоты вращения представлена в таблице 4.5.

Таблица 4.5 – Зависимость массового расхода воздуха от частоты вращения в оптимизированном и неоптимизированном уплотнении

Частота вращения, об/мин	Суммарный массовый расход через уплотнение, г/с	
	Оптимизированное уплотнение, г/с	Неоптимизированное уплотнение, г/с
0	7,211	8,72
8000	7,24	8,62
12000	7,18	8,56
16000	7,04	8,46

Анализ влияния окружной скорости на работу уплотнения показал влияние менее 3 %, что с учетом точности метода конечных элементов и сохранения характера влияния геометрических параметров независимо от частоты вращения при использовании осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса позволяет применить в ходе решения задачи оптимизации более устойчивое условие стенки с проскальзыванием.

По результатам оценки влияния граничных условий выбран тип граничных условий. На торцах лабиринтного уплотнения используется граничное условие открытой границы (Opening Pressure) с заданными давлением и температурой. Был выполнен анализ влияния граничных условий вращающейся периодики (Rotation Periodicity) и стенки с проскальзыванием (Free Slip Wall) на результаты моделирования сектора. Условие вращающейся периодики работает не стабильно для определенных геометрических конфигураций, это связано с низкой высотой зазора уплотнения относительно его радиуса, что приводит к ошибкам из-за накапливаемой погрешности при замыкании области по окружности. Альтернативным подходом является использование условия стенки с проскальзыванием. Это условие обеспечивает гораздо большую надежность серии расчетов, но является менее точным из-за предотвращения окружного движения газа в уплотнении (рисунок 4.11).

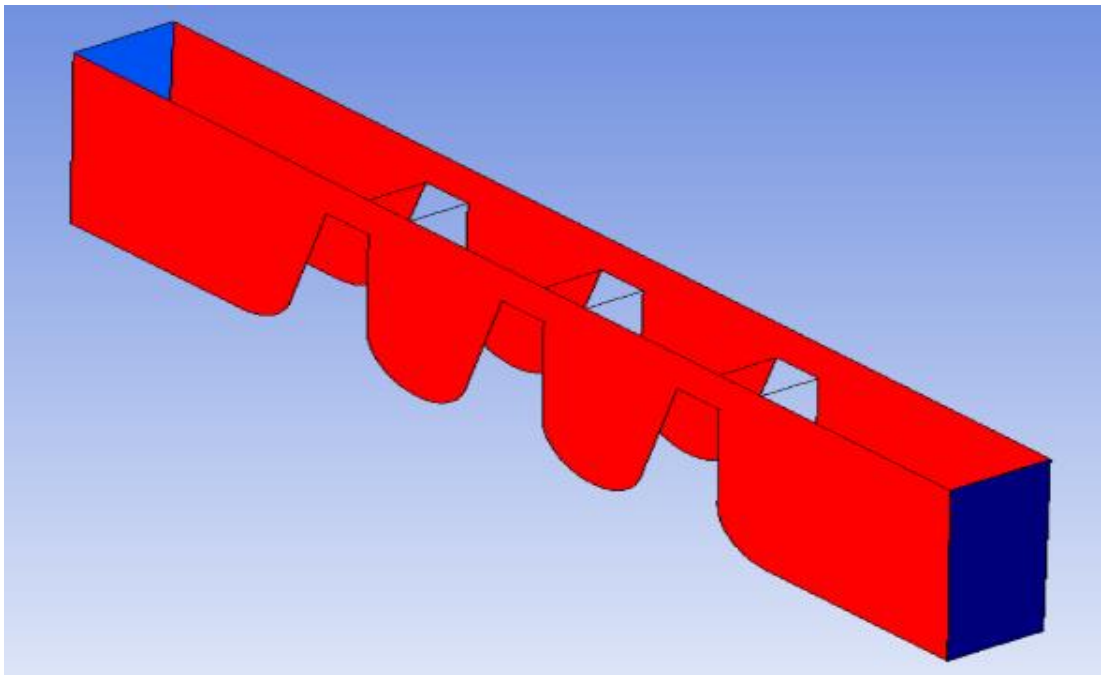


Рисунок 4.11 - Граничные условия вращающейся периодики/стенки с проскальзыванием (красный) и открытой границы с давлением (синий)

Граничное условие вращающейся периодики привело к возникновению 3 % ошибок (в серии из 200 расчетов), граничное условие стенки с проскальзыванием привело к возникновению 0,1 % ошибок (в серии из 300 расчетов) с максимальной разницей результатов по расходу воздуха менее 2 %.

В расчете на прочность в качестве граничных условий использовалась частота вращения и поле давления на стенке лабиринтного уплотнения, полученное в результате газодинамического расчета.

#### 4.5. Оптимизация лабиринтного уплотнения

Решение задачи оптимизации рассматривается на примере лабиринтного уплотнения с параметрами и диапазоном варьирования геометрическими параметрами из таблицы 4.2, в соответствии с уравнениями 42, 43 задача оптимизации лабиринтного уплотнения формулируется как:

$$\mathbb{S} = \{\vec{S}_i | 0.1 \leq P_1 \leq 0.6, 90 \leq P_2 \leq 140, 90 \leq P_3 \leq 140, 0.1 \leq P_4 \leq 0.8, 0.2 \leq P_5 \leq 1.6, 2 \leq P_6 \leq 4\} \quad (122)$$

где  $P_1$  – радиус скругления, мм;  $P_2$  – угол наклона со стороны высокого давления, град;  $P_3$  – угол наклона со стороны низкого давления, град;  $P_4$  – ширина острия гребня;  $P_5$  – расстояние между гребнями,  $P_6$  – высота гребня, мм.

$$(\vec{S}_i^*) \in \mathbb{S}: \dot{m}(\vec{S}_i^*) = \min_{(\vec{S}_i) \in \mathbb{S}} \{\dot{m}(\vec{S}_i)\}; s_{\text{п}} > 1,3; \quad (123)$$

Задача была решена с использованием встроенного инструмента прямой оптимизации (Direct optimization) программного комплекса Ансис с использованием метода адаптивной однокритериальной оптимизации (Adaptive single objective).

В результате решения задачи оптимизации были получены оптимальные геометрические параметры лабиринтного уплотнения в соответствии с выбранными критериями и ограничениями таблица 4.6.

Таблица 4.6 – геометрические параметры до и после оптимизации

<b>Параметр</b>	<b>Значение до оптимизации</b>	<b>Значение после оптимизации</b>
Длина верхней грани, мм	0,5	0,1
Радиус скругления, мм	0,6	0,286
Высота гребня, мм	2	4
Размер зазора, мм	0,5	0,5
Угол наклона грани со стороны высокого давления, град	105	111,65
Угол наклона грани со стороны низкого давления, град	90	140
Расстояние между гребнями, мм	0,42	1,586
Количество гребней	3	3

В результате оптимизации в оптимизированном уплотнении увеличивается пространство между вершинами гребнями. В пространстве между гребнями за счёт действий вязких сил между ядром потока и газом между гребнями, возникают вихревые структуры, достаточное пространство между гребнями обеспечивает беспрепятственное возникновение вихревых структур. В свою очередь, интенсивные вихревые структуры обеспечивают интенсивную диссипацию энергии, что приводит к снижению расхода воздуха в зазоре лабиринтного уплотнения. Помимо этого, к снижению расхода воздуха приводит возникновение радиальной компоненты скорости перед вершиной каждого гребня, что также способствовало замедлению потока. Суммарное снижение расхода воздуха составило 28 %. Результаты расчета уплотнения до оптимизации и после оптимизации приведены на рисунках 4.12–4.15.

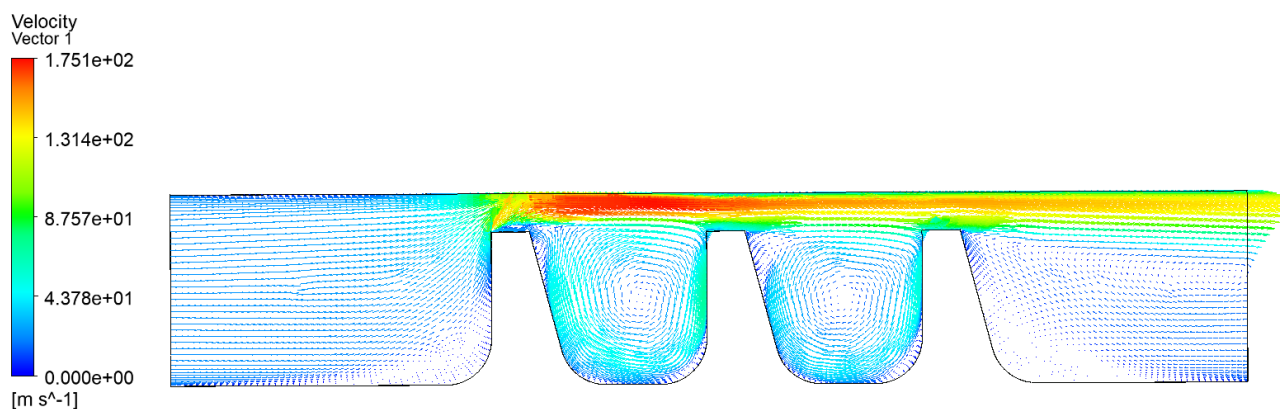


Рисунок 4.12 - Векторное поле скоростей в неоптимизированном уплотнении

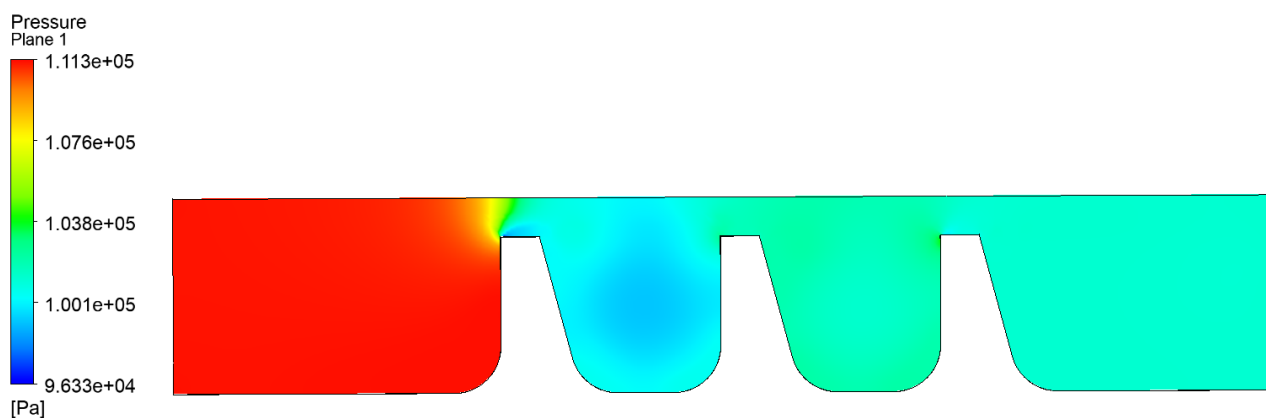


Рисунок 4.13 – Поле давления в неоптимизированном уплотнении

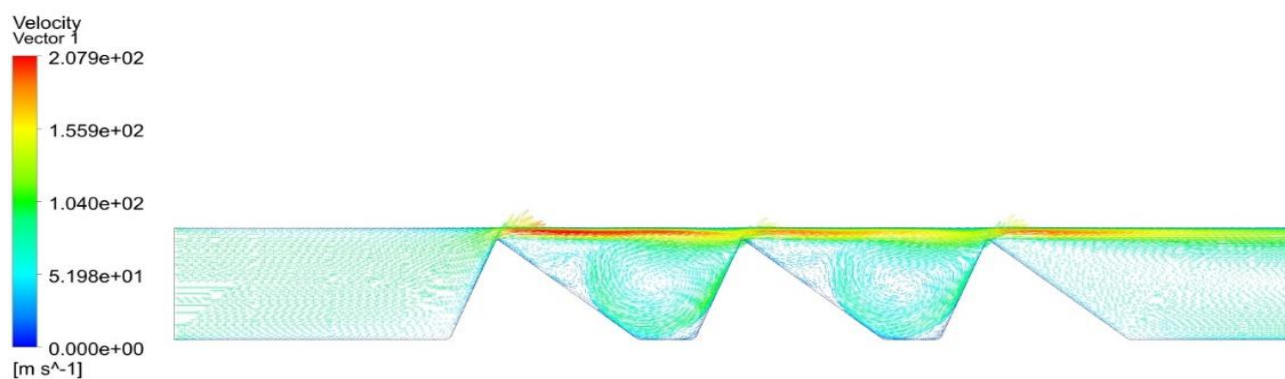
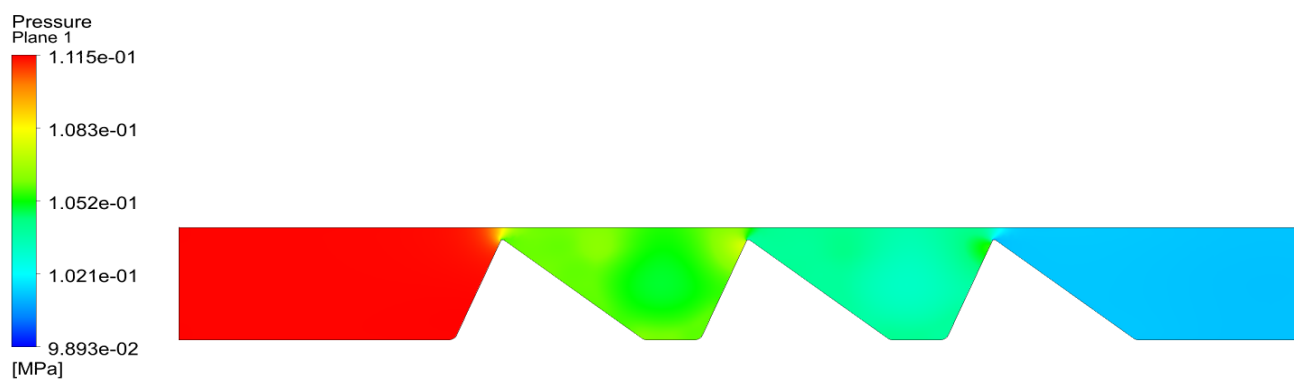


Рисунок 4.14 – Векторное поле скоростей в оптимизированном уплотнении



## Рисунок 4.15 – Поле давлений в оптимизированном уплотнении

Механизм снижения расхода воздуха через уплотнение можно определить по турбулентной кинетической энергии, увеличение которой привело к увеличению потерь полного давления в оптимизированном уплотнении и снижению расхода воздуха по сравнению с неоптимизированным уплотнением (рисунок 4.16 – 4.17).

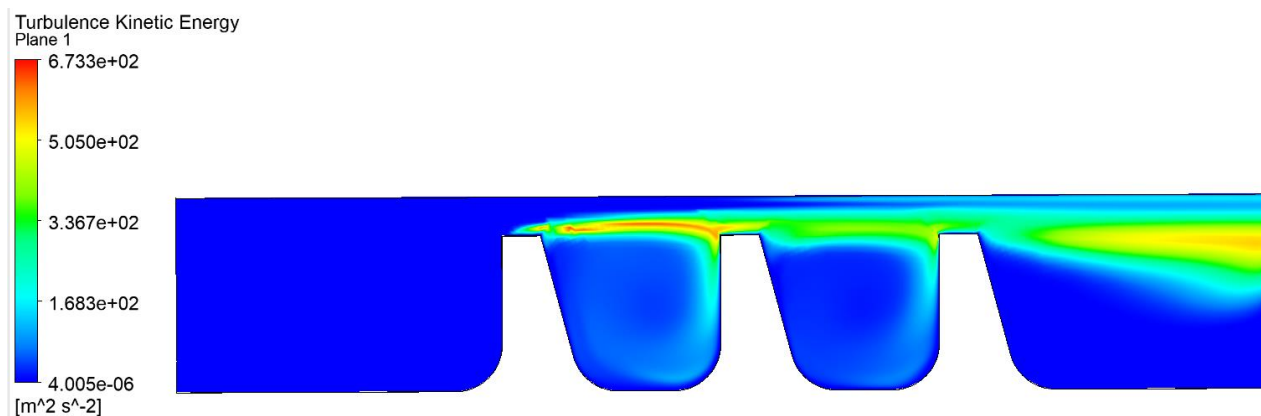


Рисунок 4.16 – Поле турбулентной кинетической энергии в неоптимизированном уплотнении

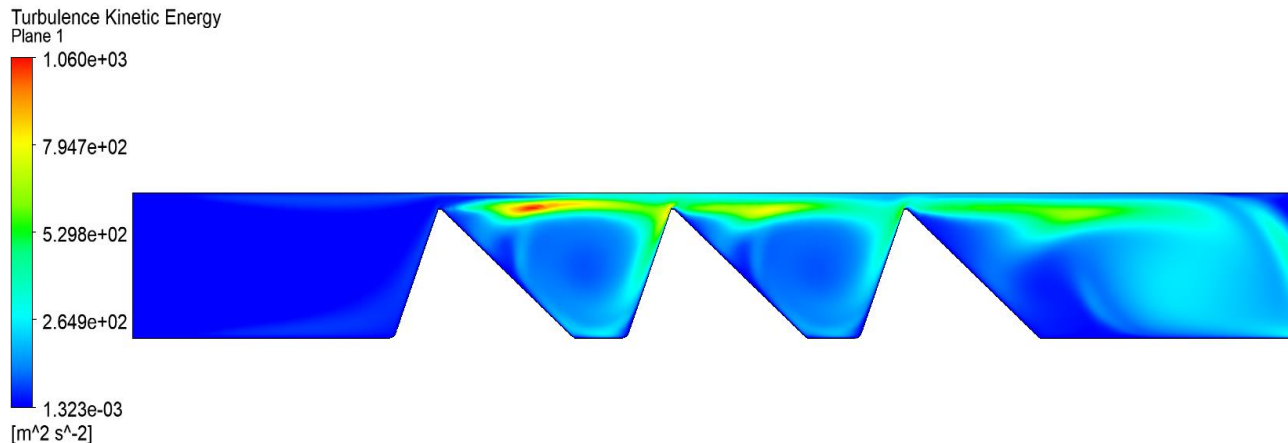


Рисунок 4.17 – Поле турбулентной кинетической энергии в оптимизированном уплотнении

Результаты сравнения средней турбулентной кинетической энергии в объеме каналов уплотнения и осредненное полное давление на входе и выходе из уплотнения приведены в таблице 4.7.

Таблица 4.7 – влияние турбулентности на падение полного давления в уплотнении

Параметр	Значение до оптимизации	Значение после оптимизации
Осредненная по массе кинетическая энергия турбулентности в пространстве между гребнями, Дж/кг	125,198	209,033
Полное давление на входе, Па	111459	111460
Полное давление на выходе, Па	105866	102534

#### 4.5.1. Проверка удовлетворения условиям прочности

Характер нагружения уплотнения представлен на рисунке 4,18. Уплотнение крепится торцевой поверхностью к диску, вдоль поверхности уплотнение действует распределенная нагрузка, а также к уплотнению приложена частота вращения.

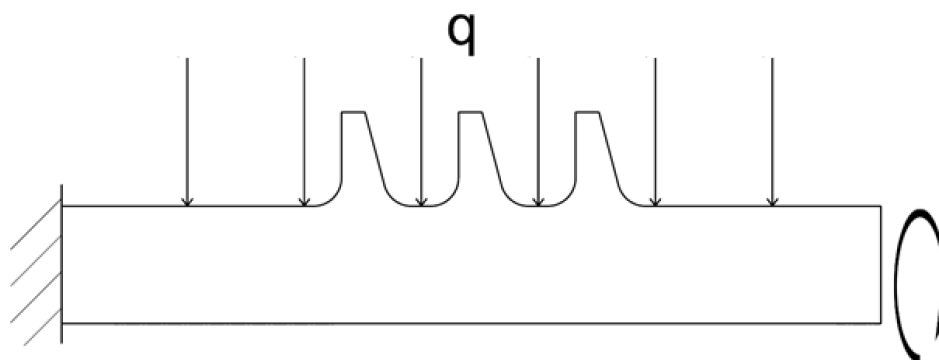


Рисунок 4.18 – Схема нагружения уплотнения

В результате прочностного расчёта определяются: полная деформация, эквивалентные напряжения по Мизесу и коэффициент запаса прочности (рисунки 4.19 – 4.24).

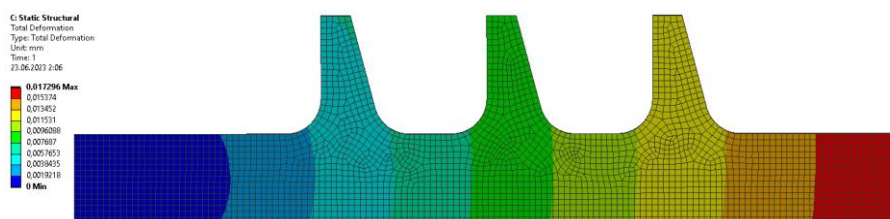


Рисунок 4.19 – Полная деформация уплотнения до оптимизации



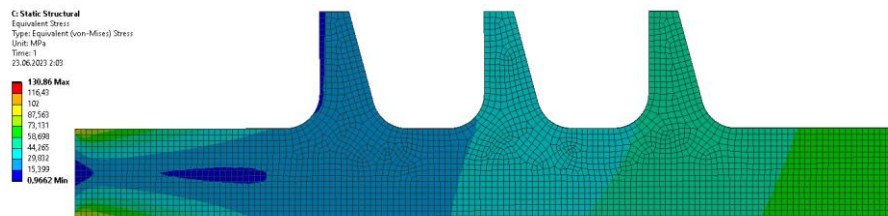


Рисунок 4.20 – Эквивалентное напряжение по Мизесу до оптимизации

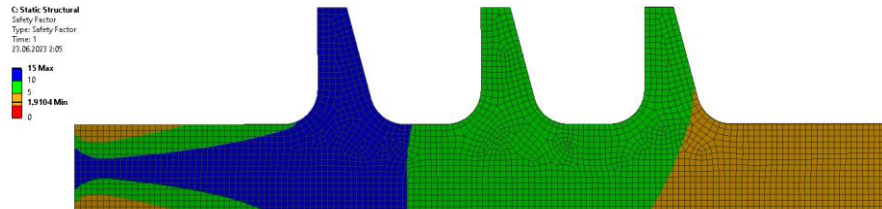


Рисунок 4.21 – Коэффициент запаса прочности уплотнения до оптимизации

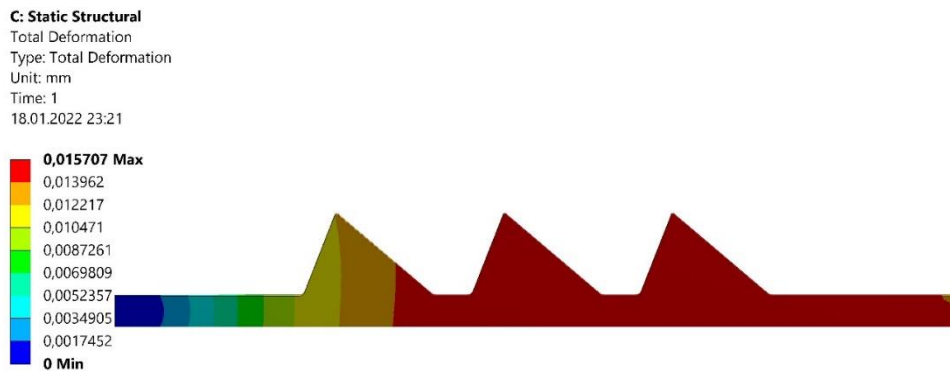


Рисунок 4.22 – Полная деформация уплотнения после оптимизации

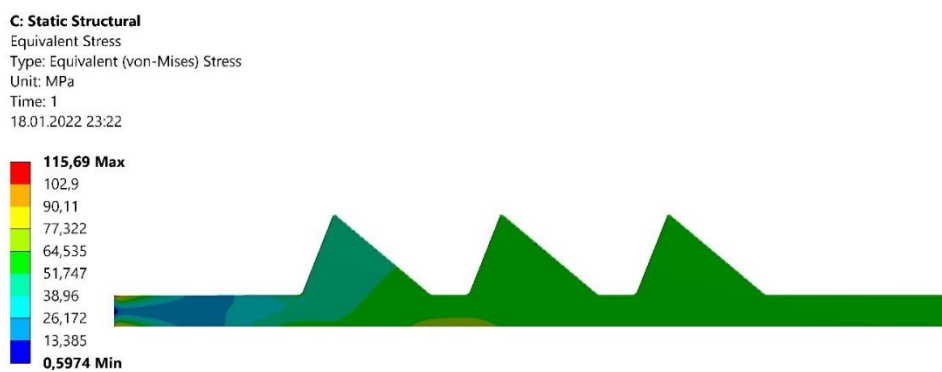


Рисунок 4.23 – Эквивалентное напряжение по Мизесу после оптимизации

C: Static Structural  
 Safety Factor  
 Type: Safety Factor  
 Time: 1  
 18.01.2022 23:23

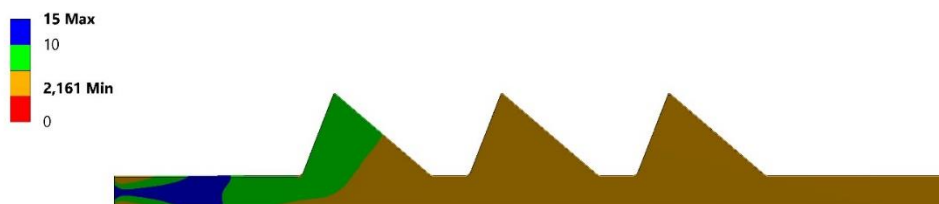


Рисунок 4.24 – Коэффициент запаса прочности после оптимизации

Уплотнение крепится к диску с левой стороны, что препятствует его деформации. Действие центробежных сил преобладает над силами давления со стороны уплотнения, что приводит к радиальному смещению правой стороны уплотнения. Наибольшее напряжение возникает в месте закрепления — это связано с изгибающим моментом, возникающим от действия центробежных сил. Результаты расчета приведены в таблице 4.6.

Таблица 4.8 – Сравнение оптимизированного и не оптимизированного уплотнения по прочностным характеристикам

Частота вращения, об/мин	Полная деформация твёрдого тела, мм		Эквивалентное напряжение по Мизесу, МПа		Коэффициент запаса прочности	
	Оптимизированное уплотнение	Не оптимизированное уплотнение	Оптимизированное уплотнение	Не оптимизированное уплотнение	Оптимизированное уплотнение	Не оптимизированное уплотнение
0	0	0	0,930	7,046	>15	>15
8000	0,004	0,00318	28,6	28,5	8,74	8,78
12000	0,009	0,009	64,9	72,5	3,85	3,45
16000	0,016	0,017	115,7	131	2,16	1,91

После оптимизации деформация лабиринтного уплотнения при 16000 об/мин изменилась незначительно. Разница между оптимизированным и не оптимизированным уплотнением составила менее 0,001 мм, что существенно меньше величины зазора. Эквивалентное напряжение по Мизесу на 16000 об/мин снизилось на 15 МПа, что привело к увеличению коэффициента запаса прочности уплотнения на 16 %. В оптимизированном уплотнении на 16000 об/мин коэффициент запаса прочности увеличился на 0,25.

#### 4.6. Расчет характеристик уплотнения для передачи в одномерную математическую модель

Для анализа влияния оптимизации на работу узла необходимо определить коэффициенты для оптимизированного и не оптимизированного уплотнения в уравнениях 29 и 30, а также функцию коэффициента теплоотдачи. Характеристики уплотнения по результатам CFD моделирования до оптимизации и после оптимизации приведены на рисунках 4.25 – 4.32

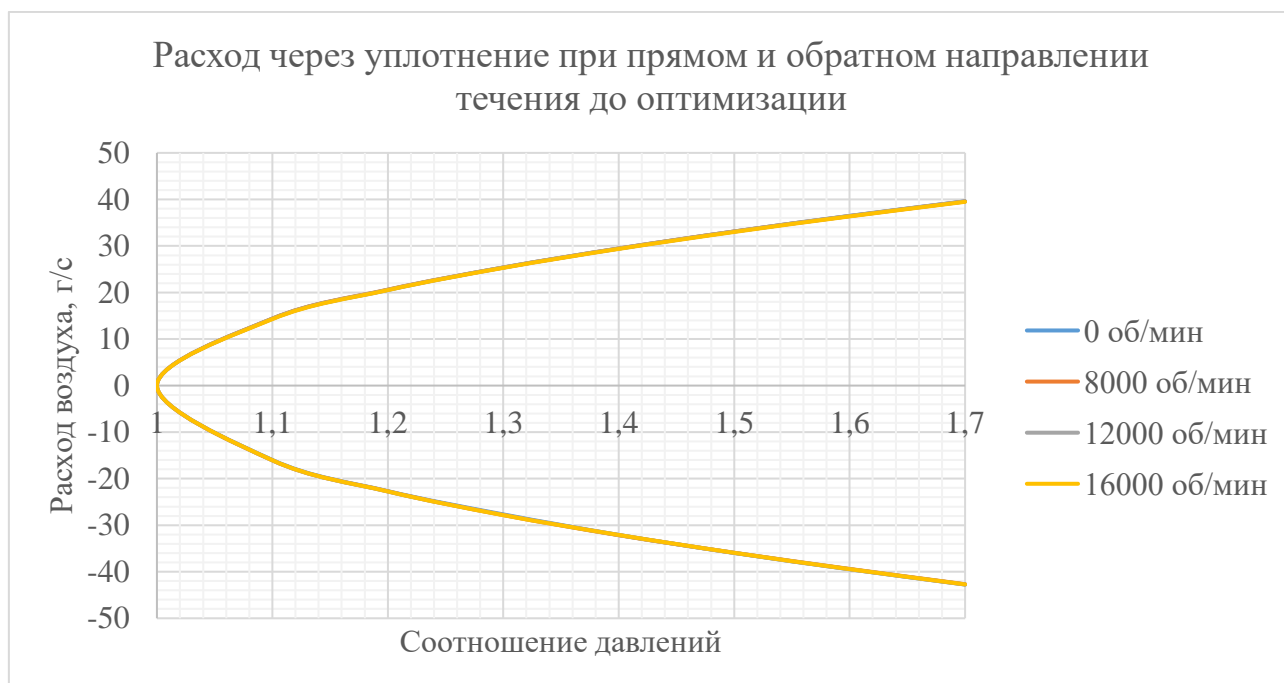


Рисунок 4.25 – Расход через уплотнение при прямом и обратном направлении течения до оптимизации

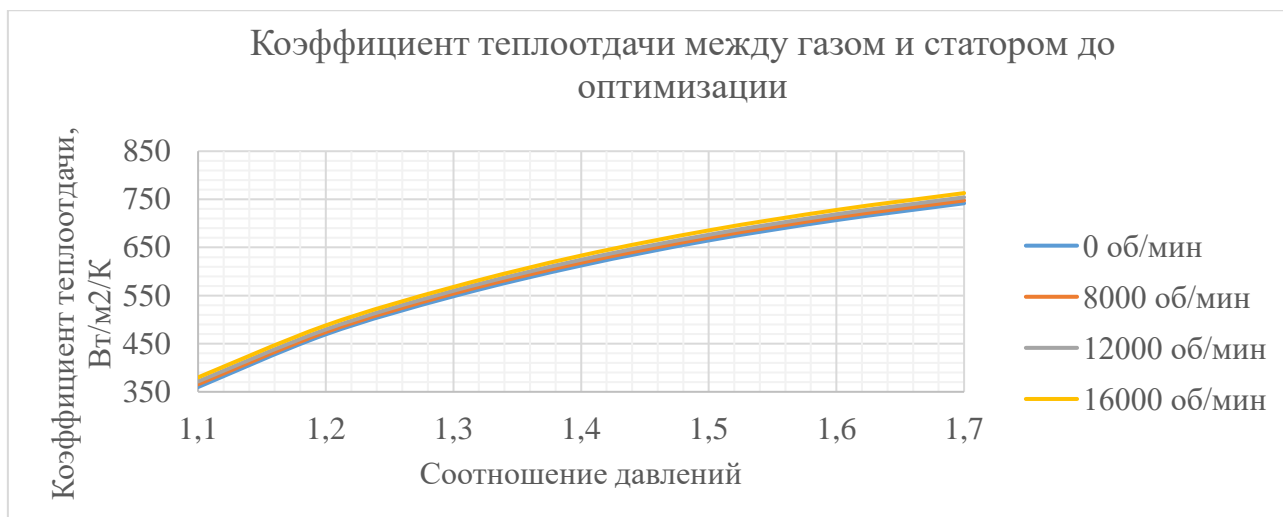


Рисунок 4.26 – Коэффициент теплоотдачи между газом и статором до оптимизации

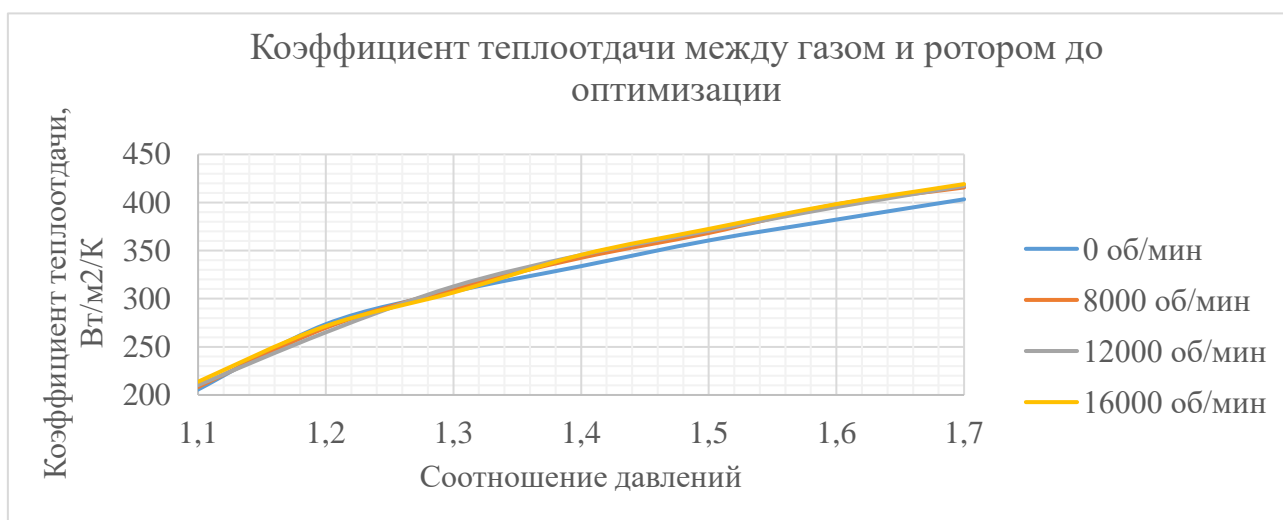


Рисунок 4.27 – Коэффициент теплоотдачи между газом и ротором до оптимизации

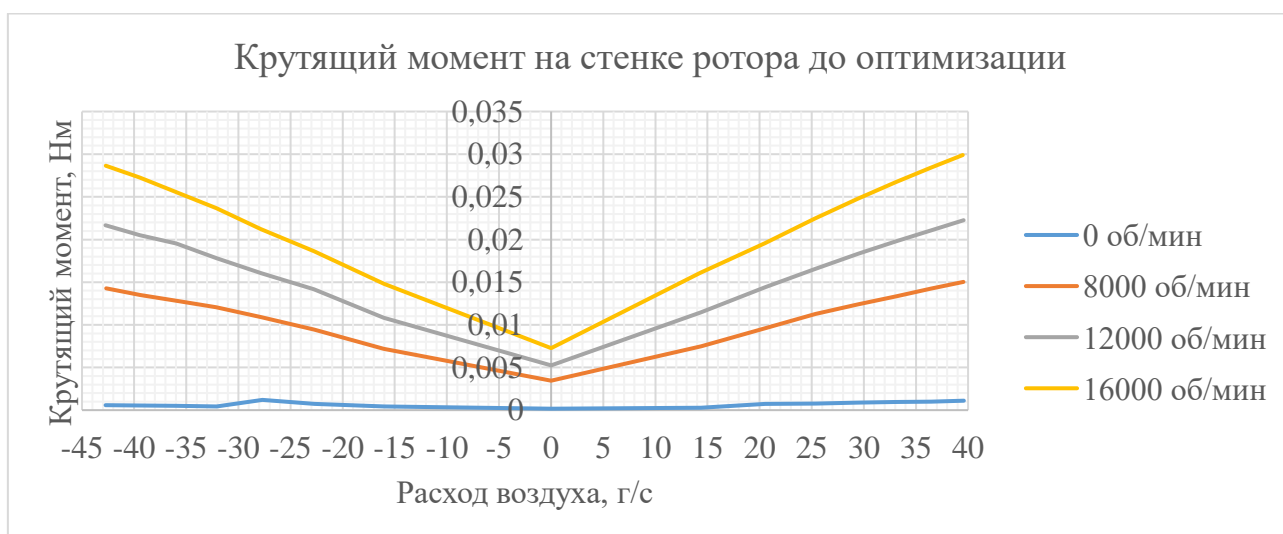


Рисунок 4.28 – Крутящий момент на стенке ротора до оптимизации

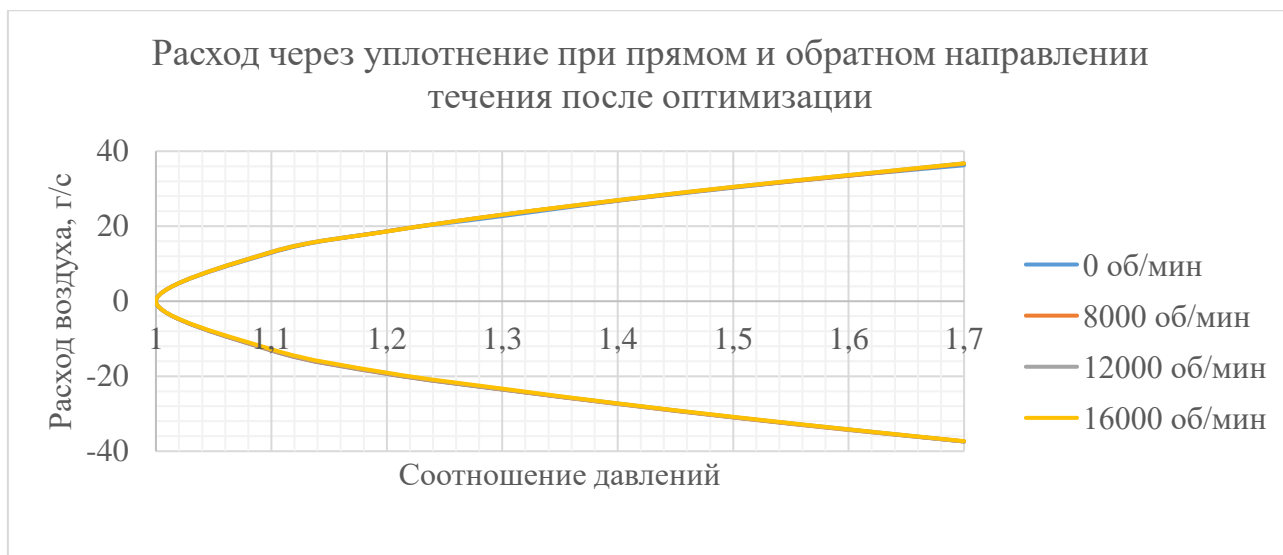


Рисунок 4.29 – Расход через уплотнение при прямом и обратном направлении течения после оптимизации

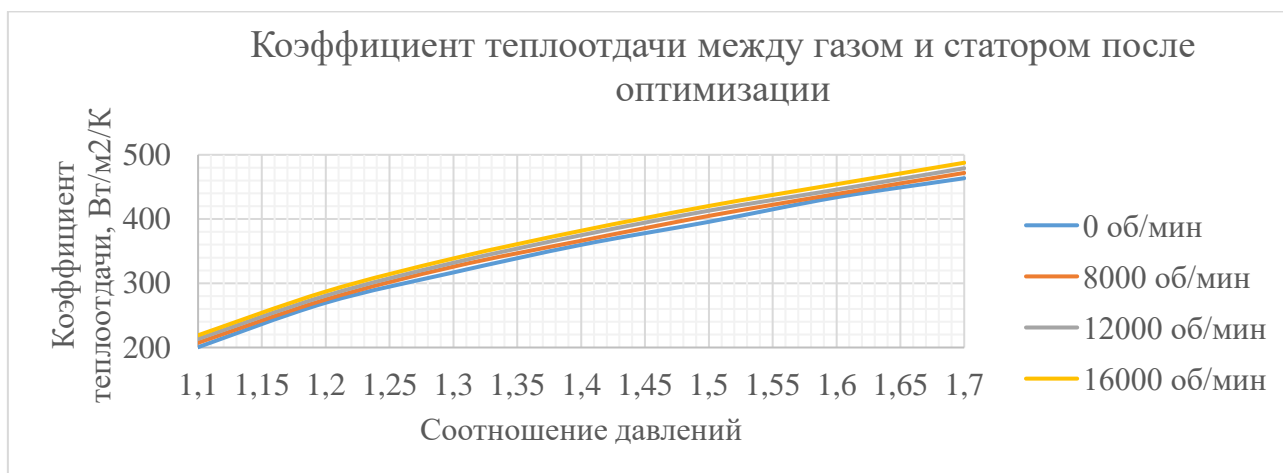


Рисунок 4.30 – Коэффициент теплоотдачи между газом и статором после оптимизации

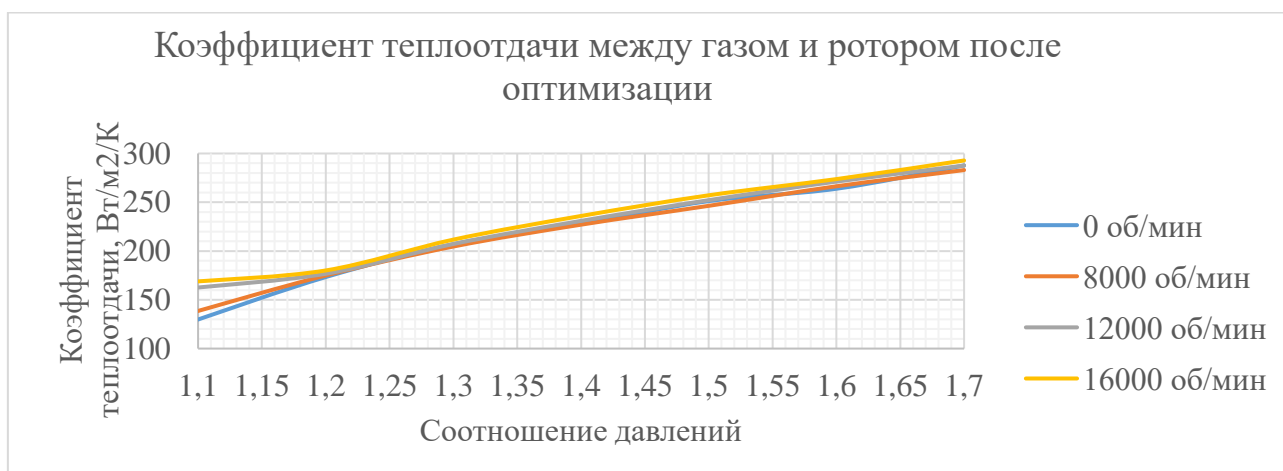


Рисунок 4.31 – Коэффициент теплоотдачи между газом и ротором после оптимизации

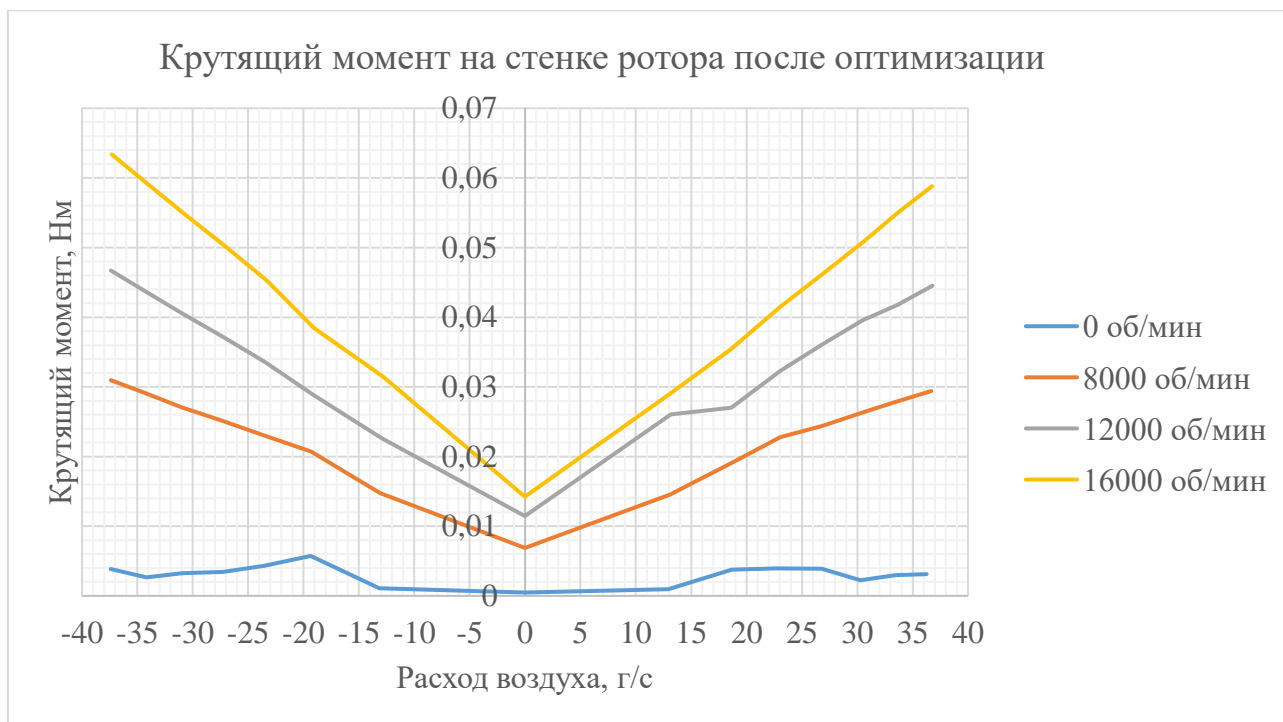


Рисунок 4.32 – Крутящий момент на стенке ротора после оптимизации

Также, как и в главе 2 подбор коэффициентов математической модели выполнялся с использованием NLPQL алгоритма. Значения коэффициентов приведены в таблице 4.9.

Таблица 4.9 – Коэффициенты в уравнениях математических моделей уплотнений

Коэффициент	Не оптимизированное уплотнение		Оптимизированное уплотнение	
	При прямом направлении потока	При обратном направлении потока	При прямом направлении потока	При обратном направлении потока
$C_m$	1,177	1,414	0.991	1,021
$\mu_p$	-4,7821e-02	-1,1869e-01	1.3976e-02	1,4895e-02
$\mu_H$ , МИН	5,0723E-06	1,7124E-06	1,3960E-05	1,0568E-05
$\mu_{IM}$	4,5431E-07		8,9027E-07	
$\mu_{HM}$ , НМ*МИН	3,5820E-08	3,1880E-08	7,5828E-08	8,2315E-08

#### 4.7. Математическое моделирование нестационарных процессов с учетом работы лабиринтных уплотнений

Сравнение работы уплотнений проводится при постепенном увеличении соотношения давлений с 1 до 1,7 в течение 70 секунд. Результаты влияния на тепловые потоки, частоту вращения ротора и расход газа показаны на рисунках 4.33-4.36.

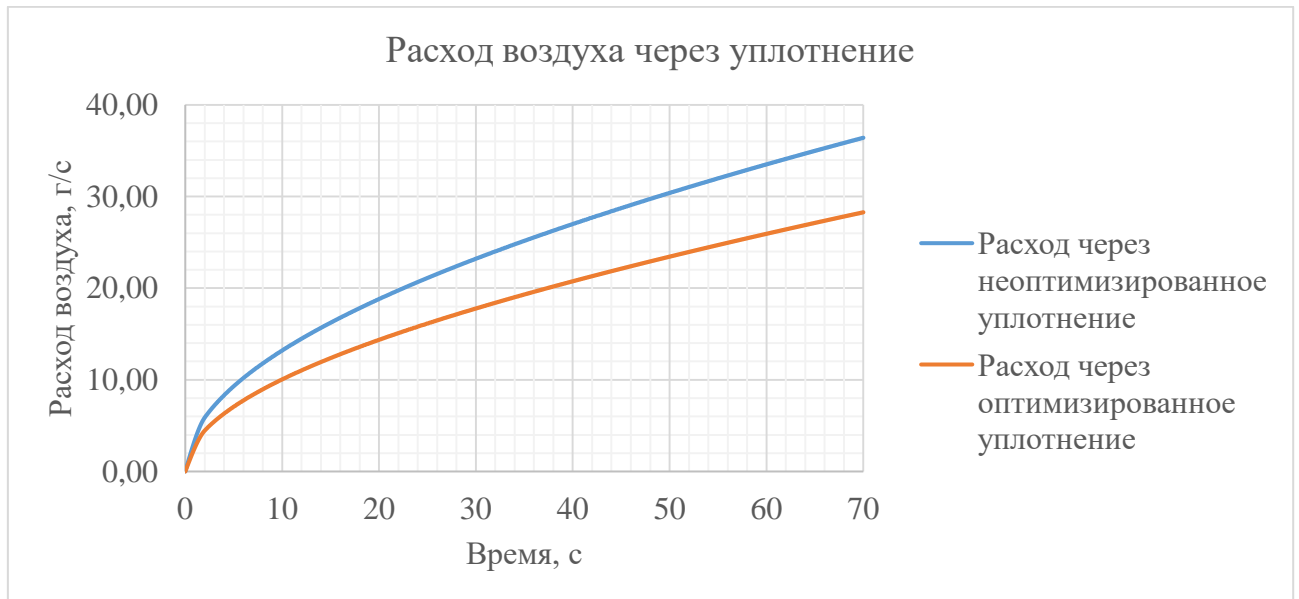


Рисунок 4.33 – Сравнение расхода воздуха через уплотнения при динамическом изменении режима работы уплотнения

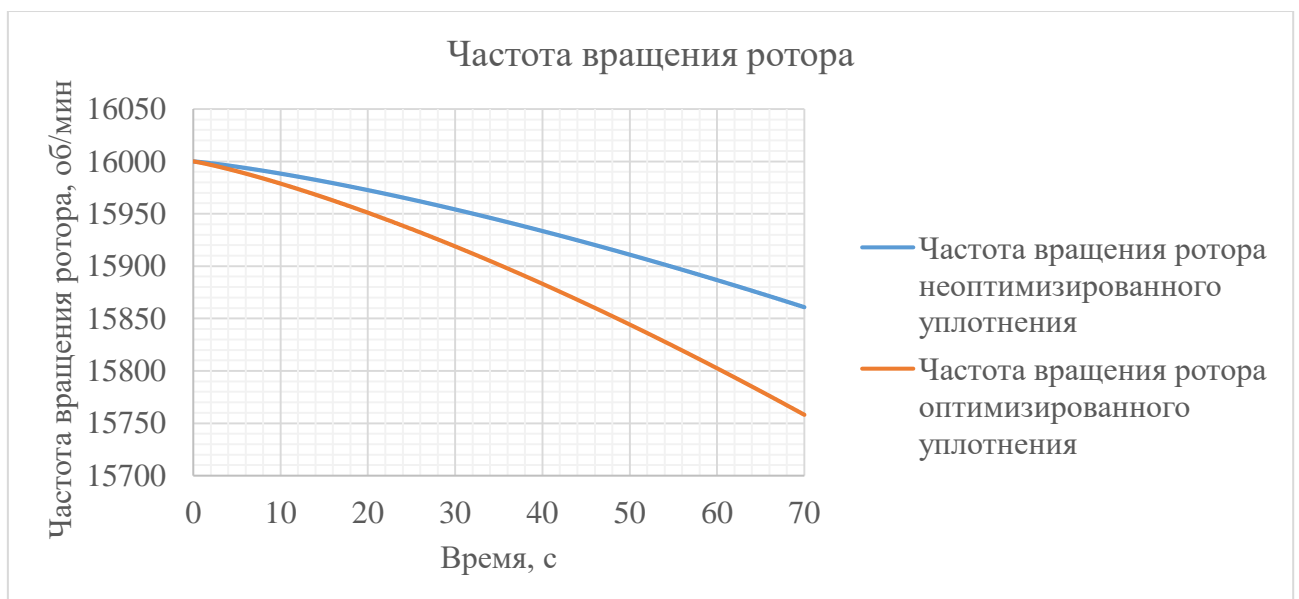


Рисунок 4.34 – Сравнение частоты вращения ротора с учетом влияния лабиринтного уплотнения

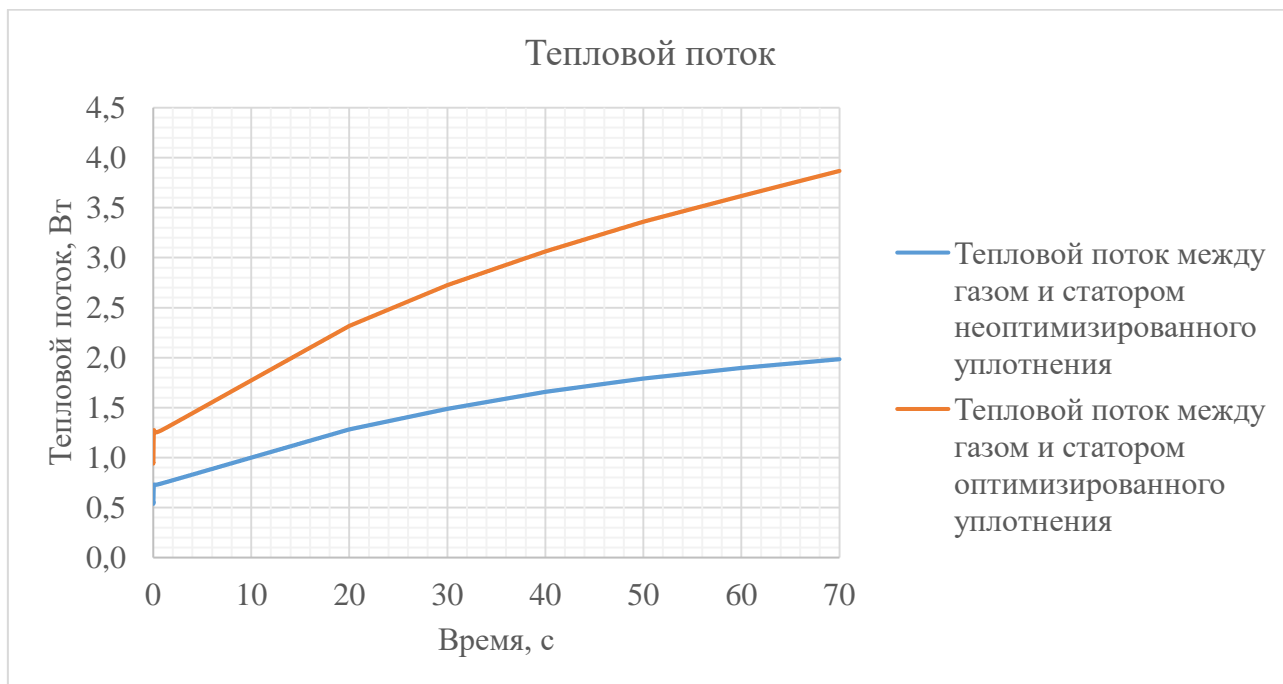


Рисунок 4.35 – Сравнение тепловых потоков в статор лабиринтного уплотнения

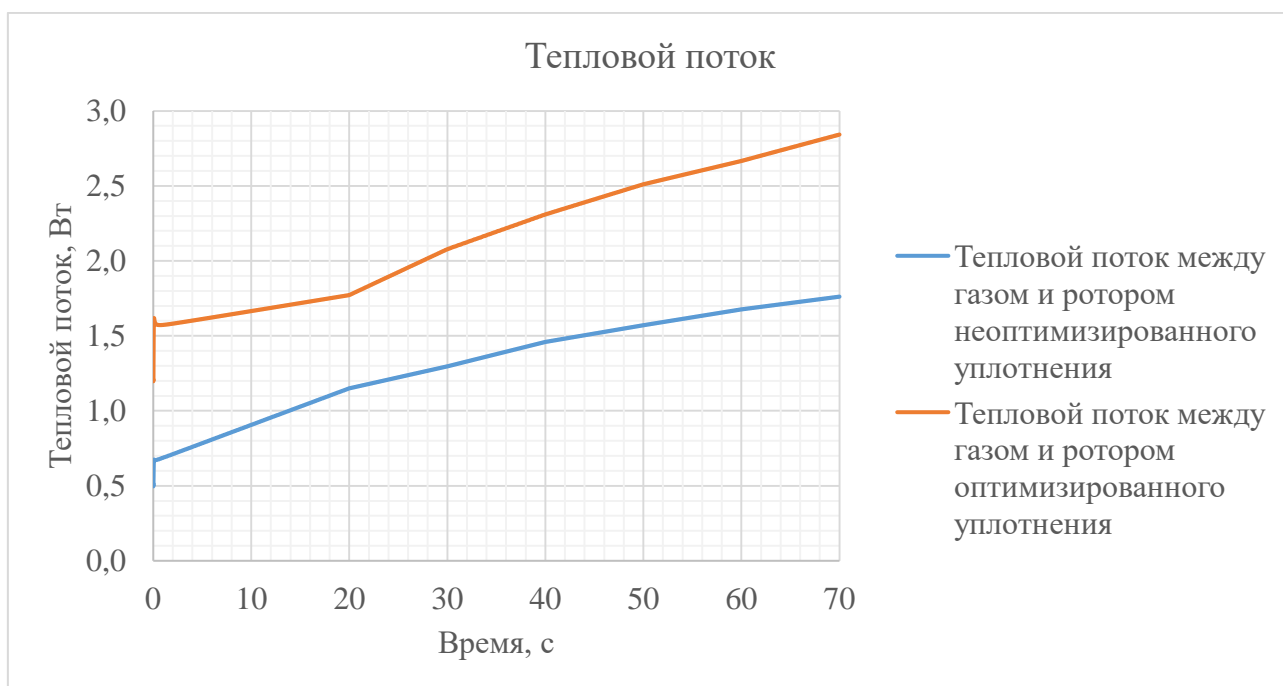


Рисунок 4.36 – Сравнение тепловых потоков в ротор лабиринтного уплотнения

Сравнение работы лабиринтных уплотнений показало, что помимо снижения расхода воздуха через уплотнение после оптимизации, оптимизированное уплотнение оказывает большее влияние на частоту вращения



ротора, а также имеет более интенсивный теплообмен между потоком газа и элементами конструкции.

#### 4.8. Выводы по главе

В заключительной главе рассмотрено применение всех этапов предложенной методики на примере прямоточного лабиринтного уплотнения. Рассмотрены результаты расчёта различных типов лабиринтных уплотнений, выполнено их сравнение по расходу воздуха при одинаковых габаритных размерах. Приведен пример определения критериев и ограничений на параметры геометрии лабиринтного уплотнения. Приведен пример и рекомендации по проведению анализа на сходимость по расчетной сетке. Определено влияние различных способов задания граничных условий на точность и устойчивость расчета, в том числе проведён анализ влияния окружной скорости на работу лабиринтного уплотнения при различных частотах вращения. Сформулирована постановка задачи оптимизации для рассматриваемого в качестве демонстратора лабиринтного уплотнения, решена задача оптимизации лабиринтного уплотнения. Выполнено сравнение исходного лабиринтного уплотнения и оптимизированного лабиринтного уплотнения. Анализ результатов показал, что основными механизмами, влияющими на снижение расхода через уплотнения, являются: торможение потока на вершине гребня, а также диссипация энергии в вихревых структурах между каждой парой гребней. В результате решения задачи оптимизации была значительно снижена скорость потока в зазоре лабиринтного уплотнения, что может привести к снижению массового расхода газа через уплотнение до 28 %.

Приведены результаты оценки выполнения ограничения коэффициента запаса прочности. После оптимизации эквивалентное напряжение по Мизесу снизилось на 18,5 МПа, что привело к увеличению коэффициента запаса прочности на 16,1 %.

Проведён расчёт характеристик уплотнений для настройки разработанной одномерной динамической модели уплотнений. После оптимизации расход воздуха через уплотнение снизился в широком диапазоне соотношения давлений и частот вращения. С использованием разработанной математической модели рассчитаны нестационарные режимы работы неоптимизированного и оптимизированного уплотнений. Приведены результаты математического моделирования и сравнение изменения частоты вращения ротора и тепловых потоков в элементы конструкции с учетом работы лабиринтных уплотнений.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Бесконтактные уплотнения и, в частности, лабиринтные широко применяются в качестве уплотнительных узлов в машиностроении с начала 20 века, за более чем 100 лет исследований физические процессы в уплотнительных узлах были всесторонне изучены и описаны. Разработано большое количество вариантов математической модели уплотнений, большинство из которых обладают высокой точностью при описании расходных характеристик уплотнений. Современные исследования уплотнений газотурбинных двигателей сосредоточены на исследовании системных свойств уплотнительных узлов, влиянии на роторную динамику и тепловое состояние ГТД. Ожидается, что подходы, позволяющие учесть многочисленные особенности работы уплотнительных узлов, позволят проектировать более качественные уплотнения, отвечающие требованиям перспективных изделий.

В рамках диссертационного исследования предложена методика выбора оптимальных параметров лабиринтных уплотнений ГТД, включающая в себя: алгоритм действий с применением современных программных комплексов, таких как среды, предназначенные для математического моделирования и системного анализа, программные системы анализа методом конечных элементов и программные комплексы, предназначенные для оптимизации проектных параметров, математическую модель, основанную на модифицированной модели Vennard J.K. и Street R.L. и дополненную дополнительными полуэмпирическими коэффициентами, учетом течения при сверхкритическом перепаде давления, дополнительными уравнениями вязкого трения и теплообмена, а также уравнениями законов сохранения и уравнением состояния, что позволяет моделировать изменение давления и температуры в полостях уплотнения, а также расход в зазорах между ротором и статором от времени с учетом трения и теплообмена, а также формальную постановку задачи оптимизации с учетом критериев изделия и ограничений прочности и теплового состояния. В дальнейшем математическая модель может быть модифицирована

для учета прецессии ротора и окружной неравномерности давления в полостях уплотнения.

Дороговизна натурных испытаний вынуждает переходить к виртуальным испытаниям и численному моделированию с использованием систем анализа методом конечных элементов. Ограничения связанные с текущим уровнем развития вычислительной техники вынуждают использовать допущения, упрощенные инженерные модели турбулентности, пристеночные функции для аппроксимации параметров в пограничном слое на стенках и условия симметрии. В диссертационном исследовании рассмотрены особенности применяемых моделей, требования сеточной сходимости и влияние граничных условий на результаты компьютерного моделирования работы уплотнений. Выполнено параметрическое исследование и оценка влияния различных параметров геометрии уплотнения на расход газа. Показана удовлетворительная сходимость выбранных моделей и способа задания граничных условий с опубликованными результатам других авторов, расхождения в расходе через уплотнения по результатам численного моделирования и аппроксимации экспериментальных данных полуэмпирической зависимостью составило от 5% до 8% в зависимости от соотношения давлений.

Применение всех этапов разработанной методики рассмотрено на примере прямоточного лабиринтного уплотнения с тремя гребнями, определены оптимальные геометрические параметры уплотнения в соответствии с поставленной задачей оптимизации. Снижение расхода через уплотнение в результате оптимизации составило до 28%. При решении задачи оптимизации проверялось выполнение ограничения на запас статической прочности уплотнения по пределу текучести. В дальнейшем постановка задачи может быть модифицирована так, чтобы при решении задачи оптимизации учитывались также ограничения динамической прочности или малоциклового усталости уплотнения. Несмотря на уменьшение радиусов скругления в основании гребней уплотнения, которые могли оказаться концентраторами напряжений, запас прочности уплотнения после оптимизации увеличился за счет уменьшения

суммарного изгибающего момента. Выполнено моделирование совместной работы уплотнений до и после оптимизации с учетом момента инерции ротора и тепловых масс ротора и статора, показано влияния крутящего момента от сил вязкого трения на торможение ротора и теплового потока через уплотнение на нагрев ротора и статора в течение 70 секунд моделирования работы уплотнения.

Разработанная методика позволяет найти оптимальные параметры уплотнения в соответствии с поставленной задачей оптимизации и с учетом его работы как части системы двигателя, что может позволить повысить качество уплотнительных узлов газотурбинных двигателей. Разработанная математическая модель позволяет повысить точность моделирования динамических процессов в роторных системах газотурбинных двигателей с учетом работы уплотнительных узлов, а также точность моделирования теплового состояния газотурбинного двигателя и термогазодинамических процессов в тракте газотурбинного двигателя, а также учесть взаимное влияние вышеперечисленных процессов.

**СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ**

ГТД	–	Газотурбинный двигатель
ЛУ	–	Лабиринтное уплотнение
МКЭ	–	Метод конечных элементов
КПД	–	Коэффициент полезного действия
ТНД	–	Турбина низкого давления
ТРДДФ	–	Турбореактивный двухконтурный двигатель с форсажной камерой
CFD	–	Вычислительная гидрогазодинамика

**СПИСОК ИСТОЧНИКОВ**

1. Пугачёв А. О. Щёточные уплотнения в роторных системах авиационных двигателей: дис. док. техн. наук: 05.07.05: защищена 14.03.16 / Пугачев Александр Олегович. – М., 2015. – 498 с. – Библиогр.: с. 26 – 38.
2. Childs, P. Mechanical design engineering Handbook, 2<sup>nd</sup> edition, Elsevier Ltd., 2019: pp. 565-620.
3. Уплотнения лабиринтные стационарных паровых и газовых турбин и компрессоров, РТМ 108.020.33-86. 1988. С. 1-7.
4. Martin, H. Labyrinth packings: Engineering. January 10. 1908. pp. 35-36.
5. Morrison G., Chi D. Incompressible flow in stepped labyrinth seals. *ASME/ACSE Applied Mechanics, Bioengineering and Fluids Engineering Conf.* (June 24-26, 1985, Albuquerque, New Mexico) ASME Paper-85-FE-4.
6. Buggeln, R. & McDonald, H. (1986). Labyrinth Seal Analysis. Volume 1. Development of a Navier-Stokes Analysis for Labyrinth Seals. p. 104.
7. Rhode, D. and Hibbs, R. (1992). Tooth Thickness Effect on the Performance of Gas Labyrinth Seals. *Journal of Tribology*, vol. 114: pp. 790–795.
8. Dara Childs in Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling, and Analysis, 1993, 496 p.
9. Schram V., Willenborg K., Kim S., Wittig S. Influence of a honeycomb facing on the flow through a stepped labyrinth seal // *Journal English Gas Turbine 2002 Power* 124 140 ASME-Paper 2000-GT-291.
10. Chupp R.E., Hendricks R.S., Lattime S.B., Steinetz B.M.. Sealing in Turbomachinery, NASA Technical Memorandum-2006-214341, 2006.
11. Tong S.K., Kyu S.C. Comparative analysis of the influence of labyrinth seal configuration on leakage behavior // *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2009 Vol. 23. pp. 2830.
12. Comparative analysis of the influence of labyrinth seal configuration on leakage behavior. 2009. Kim T.S., and Cha K.S. Korea Graduate School, Inha University, Korea DOI 10.1007/s12206-009-0733-5.

13. Zhigang L, Jun L. and Zhenping F. 2016 Labyrinth seal rotordynamic characteristics part i: geometrical parameter effects. *Journal of Propulsion and Power* 32(5) 1. <https://doi.org/10.2514/1.B35817>.
14. Sun, D., Lu, J., Liu, Y., Zhan, P., Xin, Q. (2018). Investigation of windage heating characteristics of labyrinth seals. *Hangkong Xuebao/Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*. 39. 10.7527/S1000-6893.2018.22348.
15. Chun, Ye & Ahn, Joon. (2022). Optimizing the Geometric Parameters of a Stepped Labyrinth Seal to Minimize the Discharge Coefficient. *Processes*. 10. 2019. <https://doi.org/10.3390/pr10102019>.
16. Campagnoli, E., Desando, A. (2019). Validation of a CFD model of a labyrinth seal for low pressure turbines using a fluid-thermal tool tuned through experimental measurements. *Instrumentation Measure Métrologie*, Vol. 18, No. 6, pp. 509-516. <https://doi.org/10.18280/i2m.180601>.
17. “Zhang, Kai and Wang, A. J.. "Application of Proper Orthogonal Decomposition Method in Unsteady Flow Field Analysis of Axial High Bypass Fan " *International Journal of Turbo & Jet-Engines*, vol. 39, no. 4, 2022, pp. 533-540. <https://doi.org/10.1515/tjj-2020-0002>.
18. Čížek, Michal & Pátek, Zdeněk. (2020). On CFD investigation of radial clearance of labyrinth seals of a turbine engine. *Acta Polytechnica*. 60. 38-48. <https://doi.org/10.14311/AP.2020.60.0038>.
19. Sun, Dan & Zhou, Min & Zhao, Huan & Lu, Jiang & Li, Huan. (2020). Numerical and Experimental Investigations on Windage Heating Effect of Labyrinth Seals. *Journal of Aerospace Engineering*. 33. 04020057. 10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0001175.
20. Baek, S.I.; Ahn, J. Optimizing the Geometric Parameters of a Straight-Through Labyrinth Seal to Minimize the Leakage Flow Rate and the Discharge Coefficient. *Energies* 2021, 14, 705. <https://doi.org/10.3390/en14030705>.
21. Augusto, A. Sinatora, C.O.R. Negrão, T. Cousseau, A numerical investigation of grease friction losses in labyrinth seals, *Tribology International*,



Volume 141, 2020, 105958, ISSN 0301-679X,  
<https://doi.org/10.1016/j.triboint.2019.105958>.

22. Qingmin, H. & Daheng, Y. & Xiaoyan. L. & Xiao, Guanghua & Ho, Siu. (2020). Modified Leakage Rate Calculation Models of Natural Gas Pipelines. *Mathematical Problems in Engineering*. 2020. 1-10.  
<https://doi.org/10.1155/2020/6673107>.

23. Szymański A., Wróblewski W., Bochon K., Majkut M., Strozik M., Marugi K., Experimental validation of optimised straight-through labyrinth seals with various land structures, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 158, 2020, 119930, ISSN 0017-9310,  
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.119930>.

24. Čížek, M.; Pátek, Z.; Vampola, T. Aircraft Turbine Engine Labyrinth Seal CFD Sensitivity Analysis. *Appl. Sci.* 2020, 10, 6830.  
<https://doi.org/10.3390/app10196830>.

25. Zhang W., Wu K., Gu C., Tian H., Zhang X., Chun L., Swirl brakes optimization for rotordynamic performance improvement of labyrinth seals using computational fluid dynamics method, *Tribology International*, Volume 159, 2021, 106990, ISSN 0301-679X,  
<https://doi.org/10.1016/j.triboint.2021.106990>.

26. Augusto L.L.X., Takahama M.H., Negrão C.O.R., Cousseau T., The effect of viscous dissipation and heat transfer on friction losses of grease-filled labyrinth seals, *Tribology International*, Volume 153, 2021, 106571, ISSN 0301-679X,  
<https://doi.org/10.1016/j.triboint.2020.106571>.

27. Wenjie Zhou, Zhibin Zhao, Yifan Wang, Junlin Shi, Bin Gan, Bin Li, Ning Qiu, Research on leakage performance and dynamic characteristics of a novel labyrinth seal with staggered helical teeth structure, *Alexandria Engineering Journal*, Volume 60, Issue 3, 2021, Pages 3177-3187, ISSN 1110-0168,  
<https://doi.org/10.1016/j.aej.2020.12.059>.

28. Joachimiak, D. Novel Method of the Seal Aerodynamic Design to Reduce Leakage by Matching the Seal Geometry to Flow Conditions. *Energies* 2021, 14, 7880.

29. Corral, R, Greco, M, & Vega, A. "Effective Clearance And Differential Gapping Impact on Seal Flutter Modelling and Validation." Proceedings of the ASME Turbo Expo 2021: Turbomachinery Technical Conference and Exposition. Volume 9A: Structures and Dynamics — Aerodynamics Excitation and Damping; Bearing and Seal Dynamics; Emerging Methods in Design and Engineering. Virtual, Online. June 7–11, 2021. V09AT23A006. ASME. <https://doi.org/10.1115/GT2021-58846>.
30. Tyacke J.C., Dai Y., Watson R., Tucker P.G. 2021 Design optimization of labyrinth seals using LES. *Math. Model. Nat. Pheno.* 16 1 <https://doi.org/10.1051/mmnp/2020056>.
31. Xiaojian C., Jialiang L., Jianlin L., Bio-inspired optimization design and fluid–solid–thermal multi-field verification analysis of labyrinth seal, *Materials & Design*, Volume 220, 2022, 110907, ISSN 0264-1275, <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2022.110907>.
32. Zhang B., Marshall M., Lewis R., Investigating Al-Si base abrasible material removal mechanism with axial movement in labyrinth seal system, *Wear*, Volumes 510–511, 2022, 204496, ISSN 0043-1648, <https://doi.org/10.1016/j.wear.2022.204496>.
33. Zhang X., Jiao Y., Qu X., Zhao Z., Huo G., Huang K, Inlet preswirl dependence research on three different labyrinth seals, *Tribology International*, Volume 176, 2022, 107929, ISSN 0301-679X, <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2022.107929>.
34. Chen, Yan, Chenkun Cai, and Gaowen Liu. 2022. Experimental Analysis of Clearance Leakage Characteristics at Blade Edge Plates of a Gas Turbine Engine *Energies* 15, no. 7: 2303. <https://doi.org/10.3390/en15072303>
35. Nida Ahamed, Md Tousif Alam, Hardik Roy, M.G. Gautham, Analysis of crack on the labyrinth part of the gas turbine engine, *Materials Today: Proceedings*, Volume 51, Part 1, 2022, Pages 1271-1275, ISSN 2214-7853, <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.07.502>.
36. Zhang Bo, Yang Sheng, Zhang Jun, Lin Zi-Qiang, Ji Hong-hu, Experimental investigation on relationship between heat transfer and sealing

characteristics under different pressure ratios in labyrinth seals with orthogonal method, Ain Shams Engineering Journal, Volume 14, Issue 7, 2023, 101990, ISSN 2090-4479, <https://doi.org/10.1016/j.asej.2022.101990>).

37. Фалалеев, С.В. Проблемы и перспективы использования торцовых уплотнений с газовой смазкой в современных ГТД // В сб.: Проблемы и перспективы развития двигателестроения. Сер. Вестник СГАУ Самара – 2000. – С. 91 – 98.

38. Пейчев Г. И., Кондратюк Э. В., Зиличихис С. Д., Гребенников М. А., Хижняк, С. И., Каминская, Л. Л. Сравнительный анализ щеточного и лабиринтного уплотнений ГТД// Вестник двигателестроения. – 2009. – №1. – С. 66 – 70.

39. Брыкин, Б. В. Определение аэродинамических циркуляционных сил в воздушных лабиринтных уплотнениях / Б. В. Брыкин, М. К. Леонтьев // Труды МАИ. – 2011. – № 43. – С. 4. – EDN NEBZAL.

40. Брыкин Б.В., Евдокимов И.Е. Численное моделирование эксперимента по исследованию течения в лабиринтном уплотнении // Труды МАИ. – 2012. – № 61. – С. 15.

41. Пат. **2563423 С1 Российская Федерация, МПК F16J 15/447.** Лабиринтное уплотнение / Брико С., Штайгер У. Р., Хайдекке А., Симон-Дельгадо К. ; заявитель и патентообладатель Альстом Текнолоджи ЛТД. – № 2014114501/06 ; заявл. 12.09.12; опубл. 20.09.15.

42. Пугачев А. О., Равикович Ю. А. Подходы к моделированию щёточных уплотнений турбомашин // Вестник Московского авиационного института. – 2013. — Т. 20. – № 4. – С. 81 – 89.

43. Пат. **132852 U1 Российская Федерация, МПК F16J 15/447.** Лабиринтное уплотнение осевого компрессора газотурбинного двигателя / Антонюк И.А. ; заявитель и патентообладатель Открытое акционерное общество «Уфимское моторостроительное производственное объединение» ОАО «УМПО» - № 2013115020/06 ; заявл. 04.04.13; опубл. 27.09.13.

44. Москвичев А.В., Заложных И.С. Исследование влияния

геометрических размеров лабиринтных уплотнений на величину утечек рабочего тела ТНА ЖРД // Насосы. Турбины. Системы. – 2014. – Т. 13. – № 4. – С. 66 – 69.

45. Динамика ротора с учетом влияния газового потока в лабиринтном уплотнении / Ф. Б. Андреев, А. М. Гуськов, Ф. Туверез, Л. Блан // Инженерный вестник. – 2014. – № 12. – С. 21. – EDN TEUFBR.

46. Макаров, А. А. Инженерные и теоретические задачи применения лабиринтных уплотнений в высокоскоростных роторных машинах / А. А. Макаров, Н. Н. Зайцев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2015. – № 42. – С. 61 – 81. – DOI 10.15593/2224-9982/2015.42.05. – EDN TZQUER.

47. Бутымова, Л. Н. Численное моделирование лабиринтного уплотнения с учетом вибраций ротора газоперекачивающего агрегата в аэроупругой постановке / Л. Н. Бутымова, В. Я. Модорский // Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2017) : Сборник трудов III международной конференции и молодежной школы, Самара, 25–27 апреля 2017 года / Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева. – Самара: Предприятие "Новая техника", 2017. – С. 1560 – 1568. – EDN YQLRWT.

48. Зрелов В. А., Комаров О. А., Дмитриев С. Ю., Кузнецов А. А., Бобрик А. А. Влияние параметров лабиринтного уплотнения в турбине низкого давления на КПД ступени // Известия Самарского научного центра РАН. – 2018. – Т. 84. – № 4–1. – С. 99 – 106.

49. Иванов, А.В. Анализ влияния типа бесконтактного уплотнения на характеристики насоса турбонасосного агрегата ракетного двигателя при изменении режима работы / А.В. Иванов // Вестник Московского авиационного института. – 2021. – Т. 28. – № 3. – С. 33 – 45.

50. Androsovich I.V. Parametric research and optimization of gas-turbine engine labyrinth seals: маг. дис. / Androsovich Irina. – SJTU. – 2021. – 93 p.

51. Андросович, И. В. ТРДДф с увеличенной тягой и повышенной надежностью в сравнении с РД-33 / И. В. Андросович // Научные труды ММНК

XLI Гагаринские чтения, М.:МАТИ, 2015. Т.1.

52. Силуянова, М. В. Обеспечение качественного уплотнения надроторного зазора в турбине высокого давления / М. В. Силуянова, И. В. Андросович // Наука в современном информационном обществе: Материалы X международной научно-практической конференции: в 3-х томах, North Charleston, USA, 28–29 ноября 2016 года / Научно-издательский центр «Академический». – North Charleston, USA: CreateSpace, 2016. – С. 98 –100. – EDN XHTBFT.

53. Андросович, И. В. Высокотемпературная печная пайка прирабатываемых материалов, образующих надроторное уплотнение /М. В. Силуянова, И. В. Андросович // 15-я Международная конференция «Авиация и космонавтика», Москва, 14–18 ноября 2016 года. – Москва: Типография «Люксор» М.: МАИ, 2016. – С. 163-165. – EDN ZJAL0Z.

54. Андросович, И. В. Способ крепления пары деталей из материалов, разработанных для двигателей 5 поколения, образующих надроторное уплотнение / И. В. Андросович // Межотраслевой молодёжный конкурс научно-технических работ и проектов «Молодёжь и будущее авиации и космонавтики», М.: МАИ, 2016. – Москва, 2016.

55. Андросович, И. В. Влияние межроторного зазора в проточной части ГТД на ресурс / И. В. Андросович // Тезисы 16-й Международной конференции «Авиация и космонавтика – 2017» Москва, 20–24 ноября 2017 года / Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). – Москва: Типография «Люксор», 2017. – С. 72-73. – EDN YLGWZM.

56. Андросович, И. В. Модернизация надроторных уплотнений двигателей 4-го поколения для увеличения межремонтного ресурса и срока эксплуатации / И. В. Андросович // Научные труды ММНК Гагаринские чтения, М.:МАИ, 2017. Т.1. – Москва, 2017. – С. 516-517. – EDN ZIJDSL.

57. Андросович, И. В. Изучение влияния зазора в проточной части ГТД / И. В. Андросович, В.В. Авруцкий // Тезисы докладов XXI Научно-технической

Конференции молодых ученых и специалистов, Королёв, 2017. Т.1. – Королёв, 2017.

58. Андросович, И. В. Тенденции развития технологий изготовления узлов и агрегатов турбин высокого давления ГТД / И. В. Андросович // Гагаринские чтения - 2018. Сборник тезисов докладов XLIV Международной молодёжной научной конференции, Москва-Байконур-Ахтубинск: 17–20 апреля 2018 года. Том 3. – Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). М.: МАИ, 2018 – Москва, 2018. – С. 155–156. – EDN XPRMDZ.

59. Андросович, И. В. Повышение КПД двигателя в турбине высокого давления / И. В. Андросович, М.В. Силуянова // В книге: Авиация и космонавтика - 2018. Тезисы 17-ой Международной конференции. – Москва: Типография «Люксор», 2018. – Москва, 2018. – С. 61-62. – EDN YTQVET.

60. Андросович, И. В. Повышение эксплуатационного ресурса ГТД / И. В. Андросович // Новые технологии, материалы и оборудование Российской авиакосмической отрасли: Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием, Казань, 08–10 августа 2018 года. – Казань: Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева, 2018. – С. 236 – 238. – EDN YNBHTV.

61. Андросович И. В. Влияние радиального зазора в проточной части ГТД на ресурс и КПД / И. В. Андросович // XXIV Туполевские чтения (школа молодых ученых): тексты докладов участников Международной молодёжной научной конференции, в 6 т., Казань, 07–08 ноября 2019 года. – Казань: Издательство ИП Сагиева А.Р., 2019. – С. 218 – 219. – EDN VKSYTA.

62. Андросович, И. В. Параметрическое исследование и оптимизация лабиринтных уплотнений ГТД / И.В. Андросович, Д.А. Боровиков, М.В. Силуянова // Новые материалы XXI века: разработка, диагностика, использование I Международной молодёжной научной конференции, Москва, 21–24 апреля 2020 года. – Москва: Международный Информационный Нобелевский Центр "Нобелистика", 2020. – С. 117-120. – EDN XLINIR.

63. Андросович, И. В. Роль англоязычной среды в Московском авиационном институте для создания научно-технического задела в области авиационного двигателестроения / И. В. Андросович, И.Э. Коротаева // 19-я Международная конференция «Авиация и космонавтика»: Тезисы 19-ой Международной конференции, – М.: «Перо», 2020. – С. 816-817. – EDN TMJYРХ.

64. Androsovich, I.V., Siluyanovа, M.V. Optimization of Labyrinth Seals in Gas-Turbine Engines. Rus. Engin. Res. 41, 360–362 (2021). <https://doi.org/10.3103/S1068798X21040043>.

65. Андросович, И. В. Анализ влияния геометрических параметров на работу лабиринтных уплотнений / И. В. Андросович, М.В. Силуянова // 19-я Международная конференция «Авиация и космонавтика»: Тезисы 19-ой Международной конференции, – М.: «Перо», 2020. – С. 128-129.

66. Androsovich I., Siluyanovа M., Borovikov D. Analysis of the geometric parameters influence on the labyrinth seals performance / Journal of Physics: Conf.Ser.: 2021. – P. 012075. – DOI 10.1088/1742-6596/1925/1/012075. – EDN MFZVNB.

67. Андросович, И. В. Анализ влияния качества расчётной сетки и граничных условий на результаты математического моделирования и оптимизации лабиринтного уплотнения газотурбинного двигателя / И. В. Андросович, М. В. Силуянова // Двигатель. – 2021. – № 4 (136) – С. 13 – 15. – EDN DNMYCT.

68. Андросович И.В., Силуянова М.В. Математическое моделирование работы лабиринтного уплотнения газотурбинного двигателя и его прочностных свойств // Авиационная промышленность, Москва, 2021. – № 3 – 4. – С. 36 – 40. – EDN VAJRXE.

69. Андросович, И. В. Анализ влияния качества расчётной сетки и граничных условий на результаты математического моделирования и оптимизации лабиринтного уплотнения газотурбинного двигателя / И. В. Андросович, М. В. Силуянова // Проблемы и перспективы развития двигателестроения: сборник докладов Международной научно-технической

конференции, Самара, 23–25 июня 2021 года. – Самара: Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 2021. – С. 44 – 45. – EDN TXSKVD.

70. Андросович, И. В. Математическое моделирование и оптимизация лабиринтного уплотнения газотурбинного двигателя с учётом прочностных свойств / И. В. Андросович // Молодёжь и будущее авиации и космонавтики. Сборник аннотаций конкурсных работ XIV Всероссийский межотраслевой молодёжный конкурс научно-технических работ и проектов. Москва, 2022. – С. 46 – EDN LARJAX.

71. Андросович, И. В. Математическое моделирование и оптимизация лабиринтного уплотнения газотурбинного двигателя с учётом прочностных свойств / И. В. Андросович // Вестник Московского авиационного института. – 2022. – Т. 29. – № 2. – С. 107 – 117. – <https://doi.org/10.34759/vst-2022-2-107-117>. – EDN EDKXRQ.

72. Stodola, A. Steam and Gas Turbines, 6<sup>th</sup> ed.; Mc.Graw-Hill: New York, NY, USA, 1927; pp. 189 – 194.

73. Egli, A. The leakage of steam through labyrinth seals, transactions of the asme, 1935, 57 : 115 – 122.

74. Szymański, A., Dyka, S. Evaluation of leakage through labyrinth seals with analytical models, 2019, 23 (1) : 61–73. <https://doi.org/10.17466/tq2019/23.1/f>.

75. Orcun, I. Labyrinth seal leakage analysis, thesis, Texas A&M University, 2011: 6-10.

76. Selvaraji, M., Joseph, S., Nirmal, N. Optimization of labyrinth seal for screw compressor. Thermal Engineering Heat Transfer Summer Conference collocated with the ASME/JSME, 2007, Vancouver, British Columbia, Canada <https://doi.org/10.1115/HT2007-32275>.

77. Dollin, F., and Brown, W.S. Flow of fluids through openings in series, Engineer, 1937, 164 (4259): 223-224.

78. Hodkinson, B. Proceedings of the institution of mechanical engineers, 1939 (141): 283.



79. Vermes, G. A fluid mechanics approach to the labyrinth seal leakage problem, *Trans. ASME J. Eng. Power*, 1961 : 161 – 169.
80. Vennard, J.K., Street, R.L. *Elementary fluid mechanics*, John Wiley & Sons, New York, 1982.
81. Eldin, A.M.G Leakage and rotordynamic effects of pocket damper seals and see-through labyrinth seals, dissertation, Texas A&M University, 2007.
82. Shultz, R.R. Analytical and experimental investigation of a labyrinth seal test rig and damper seals for turbomachinery, Texas A&M University, 1996.
83. Теоретическая физика. Учебное пособие. / Ланлау Л.Д., Лифшиц Е.М. // Гл. ред. физ.-мат. лит. – В 10 т. Т. 4. Гидродинамика. – 3-е изд., перераб. – М. Наука. — 1986 – с. 599.
84. Gurevich, M.I. *The Theory of Jets in an Ideal Fluid*, Pergamon Press, Oxford, 1966 : 585.
85. Esser, D., Kazakia, J.Y. *International Journal of Engineering Science* 1995: 33 (15) : 2309 – 2326.
86. Suryanarayanan, S. Labyrinth seal leakage equation, M.S. thesis, Texas A&M University, College Station, 2008.
87. Kurohashi, M., Inoue, Y., Abe T., Fujikawa, T. *Vibrations in Rotating Machinery*, 1980 : 215.
88. Jeri, J. Flow Through Straight-Through Labyrinth Seals, *Proc. Seventh Int. Cong.*, 1948 (2) : 70 – 82.
89. Kearton, W. J., and Keh, T. H., "Leakage of Air Through Labyrinth Glands of the Staggered Type," *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, Vol. 166, 1952, pp. 180 – 195.
90. Kearton, W. J. The flow of air through radial labyrinth glands, *Proc. of the Inst. Mech. Engineers.*, 1955, 169 (30) : 539 – 550.
91. Bell, K. J., Bergelin, O. P. Flow through annular orifices, *ASME*, 1957, 79 (3) : 593 – 601, 136.
92. Вьюнов С.А., Гусев Ю.И., Карпов А.В и др. Конструкция и проектирование авиационных газотурбинных двигателей под общ. Редакц.

Хроина Д.В./ Машиностроение. – 1989, – 368 с.