

Тепловые процессы в технике. 2024. Т. 16. № 6. С. 257–268  
Thermal processes in engineering, 2024, vol. 16, no. 6, pp. 257–268

Научная статья  
УДК 536.2:533.9

## Возможности кинетического подхода при моделировании теплового поля неподвижных тел в разреженной плазме

В.В. Черепанов✉

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия  
✉ [vvcherepanov@yandex.ru](mailto:vvcherepanov@yandex.ru)

**Аннотация.** Статья завершает цикл работ, посвященных методам моделирования процесса формирования теплового поля в окрестности неподвижных тел в разреженной плазме. В работе использована представленная ранее математическая модель процесса релаксации области возмущения, вносимого в свободномолекулярный ионизированный газ заряженным шаром или цилиндром. Подобранный для задачи криволинейная система неголономных координат минимизирует фазовое пространство кинетической задачи, что способствует повышению эффективности соответствующих численных методов. Раскрыты важные детали реализации модели и метода решения. На примере решения задачи для шара показано наличие существенного неравновесия функции распределения частиц в возмущенной зоне. Дан анализ эволюции поведения характеристик газа в возмущенной зоне, теплового поля в окрестности тела и тепловых нагрузок на его поверхность. Установлен и описан механизм разогрева заряженных притягивающихся частиц в окрестности сферических тел, проанализированы важные особенности формирования теплового потока на сферические тела в плазме.

**Ключевые слова:** тепломассоперенос, разреженная плазма, поглощающий заряженный шар, возмущенная зона, кинетическая задача, самосогласованное поле, фазовое пространство, неголономные координаты, функция распределения, макропараметры, эволюция и стационарное состояние

**Для цитирования.** Черепанов В.В. Возможности кинетического подхода при моделировании теплового поля неподвижных тел в разреженной плазме // Тепловые процессы в технике. 2024. Т. 16. № 6. С. 257–268. URL: <https://tptmai.ru/publications.php?ID=182450>

Original article

## Possibilities of the kinetic method for modelling the thermal field of fixed bodies in a rare plasma

V.V. Cherepanov✉

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia  
✉ [vvcherepanov@yandex.ru](mailto:vvcherepanov@yandex.ru)

**Abstract.** The paper completes a small series of works devoted to methods for modeling the process of formation of a thermal field in the vicinity of motionless bodies in a rarefied plasma. The work uses

the previously presented mathematical model of the relaxation process of the region of disturbance introduced into a collisionless ionized gas by a charged ball or cylinder. The curvilinear system of nonholonomic coordinates was selected to minimizing the phase space of the kinetic problem, that it helped one to increase the efficiency of the corresponding numerical methods. Key details of the implementation of the model and solution method are revealed. Using the example of solving the problem for a ball, the presence of significant nonequilibrium in the particle distribution function in the disturbed zone is shown. An analysis is given of the evolution of the behavior of gas characteristics in the disturbed zone, the thermal field in the vicinity of the body, and thermal loads on its surface. The mechanism of heating for charged attracting particles in the vicinity of spherical bodies has been established and described, and notable features of the formation of heat flow on spherical body in plasma have been analyzed.

**Keywords:** heat and mass transfer, rarefied plasma, absorbing charged ball, disturbed zone, kinetic problem, self-consistent field, phase space, nonholonomic coordinates, distribution function, macro-parameters, evolution and stationary state

**For citation.** Cherepanov V.V. Possibilities of the kinetic method for modelling the thermal field of fixed bodies in a rare plasma. *Thermal processes in engineering*, 2024, vol. 16, no. 6, pp. 257–268. (In Russ.). URL: <https://tptmai.ru/publications.php?ID=182450>

### Введение

Исследование тепло- и массообмена в разреженных средах, решение для тел, помещенных в них, тех или иных задач идентификации отличаются тем, что для подобных сред традиционные в теории теплообмена макроскопические уравнения в принципе не могут быть использованы. Напомним, что макроскопическое (гидродинамическое) описание газов применимо лишь в случае малых чисел Кнудсена, когда газовая система подобна континууму. Строго говоря, оно не может быть распространено вплоть до поверхности тел, контактирующих с газом, и не работает в их пристеночных слоях, имеющих толщину порядка длины свободного пробега частиц газа [1, 2]. В частности, именно по такой причине большинство граничных условий макроскопической теории эвристические и не могут быть строго обоснованы. Кроме того, применение модели континуума означает изотропию распределения частиц по скорости, что в принципе не приемлемо для разреженных и тем более свободномолекулярных газов, распределение которых не только в окрестности тел, но и на значительном удалении от них может быть анизотропным. Поэтому сильно разреженные, свободномолекулярные газы не имеют при их описании альтернативы инструментам кинетической теории.

В ионизированных газах с высокой долей заряженных частиц на их динамику существенное влияние оказывает самосогласованное электромагнитное поле, задачу расчета и эволюции которого нельзя рассматривать отдельно от эволюционной задачи собственно газа [3]. При наличии в газе ионов и электронов, характерные времена которых значительно отличаются, релаксационные задачи для областей газа приходится решать на временных масштабах более тяжелых частиц, в то время как релаксация самосогласованного поля происходит на характерном времени электронов. Наконец, в задачах релаксации газа для области температур порядка нескольких тысяч кельвинов, соответствующих так называемой низкотемпературной (например, космической) плазме, когда тепловые скорости тяжелых частиц в основном относительно невелики, можно пренебречь магнитным полем, а электрическое поле считать квазистатическим [4].

Также следует напомнить, что в ионизированных многокомпонентных средах проводящие тела, их поверхности обычно приобретают ненулевой, как правило, отрицательный электрический потенциал, значение которого обеспечивает баланс на поверхности тела потоков положительных (тяжелых, ионов) и отрицательных (прежде всего, электронов) заряженных частиц. Расчет такого «плавающего» потенциала

составляет предмет отдельной обратной задачи идентификации, которая в данной работе не обсуждается. Далее мы будем полагать, что в свободномолекулярный ионизированный газ, находящийся в состоянии равновесной плазмы (квазинейтральность на фоне максвелловского распределения частиц газа по скорости), погружается неподвижный относительно его невозмущенной области сферический проводник, на поверхности которого поддерживается заданный, или постоянный, электрический потенциал. Нашей целью является описание процесса релаксации возмущенной этим телом области плазмы и его теплового состояния.

Поскольку задачи кинетической теории приходится решать в многомерном фазовом пространстве, то необходимо не только учесть симметрию задачи, но и использовать переменные, в которых ее фазовая область выглядит наиболее компактной. В нашем случае целесообразно использовать неголономные криволинейные координаты  $r, v, \mu = \cos(\angle \mathbf{r}^* \mathbf{v})$ , которые ранее обсуждались в [5]. На внешней границе зоны возмущения тела, которую мы будем полагать конечной, функцию распределения частиц будем полагать имеющей вид смещенного максвелловского распределения, соответствующего ненулевой скорости перетекания заряженных частиц через эту границу. Поверхность тела будем считать поглощающей все падающие на нее частицы.

Поскольку характерное время релаксации электронов существенно меньше, чем у ионов (что связано с отличием их плазменных частот), то можно допустить, что их распределение с достаточной высокой степенью точности успевают достичь равновесного состояния за каждый такой промежуток времени, в течение которого распределение более тяжелых частиц успевает заметно измениться. Использование для электронов различных вариантов равновесных распределений в самосогласованном квазистационарном электрическом поле позволяет также исключить из задачи релаксации возмущенной телом области ионизированного газа их кинетическое уравнение и решать ее на характерных временах исключительно ионов.

Если для приведения задача релаксации возмущенной зоны поглощающего сферического тела в двухкомпонентной свободномолекуляр-

ной полностью ионизированной плазме к безразмерному виду использовать масштабы

$$\begin{aligned} M_n &= n_{i\infty}, M_T = T_{i\infty}, \\ M_L &= R_{D_{i\infty}} = (\epsilon_0 k_B T_{i\infty} / e^2 n_{i\infty})^{0.5}, \\ M_\varphi &= k_B T_{i\infty} / e, M_v = (2k_B T_{i\infty} / m_i)^{0.5}, \\ M_t &= M_L / M_v, M_E = M_\varphi / M_L, \\ M_f &= M_n / M_v^3, \end{aligned}$$

рекомендованные в [5], то она сводится к следующей системе безразмерных соотношений

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_i}{\partial t} + v\mu \frac{\partial f_i}{\partial r} + 0,5Z_i E_r \frac{\partial f_i}{\partial v} + \\ + (1 - \mu^2)(v/r + 0,5Z_i E_r / v) \frac{\partial f_i}{\partial \mu} = 0, \end{aligned}$$

$$f_i = f_i(t, r, v, \mu), t > 0, v \in (0, \infty), r \in [r_0, r_b],$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = n_e - Z_i n_i,$$

$$\varphi(t, r_0) = \varphi_0, \varphi(t, r_b) = 0, E_r = -\frac{\partial \varphi}{\partial r},$$

$$f_i(0, r, v, \mu) = \pi^{-3/2} \exp(-v^2),$$

$$\varphi(0, r) = \varphi_0 r_0 / r,$$

$$f_i(t, r_0, v, \mu) = 0, \mu < 0;$$

$$f_i(t, r_b, v, \mu) = \pi^{-3/2} \exp(-v^2 + 2vv_{i\infty}\mu - v_{i\infty}^2), \quad (1)$$

$$n_i(t, r) = 2\pi \int_0^\infty \int_{-1}^1 v^2 f_i(t, r, v, \mu) d\mu dv,$$

$$\langle v_{it} \rangle(t, r) = 0,$$

$$\langle v_{ir} \rangle(t, r) = 2\pi n_i^{-1} \int_0^\infty \int_{-1}^1 v^3 \mu f_i(t, r, v, \mu) d\mu dv$$

$$T_i(t, r) =$$

$$= \frac{4\pi}{3n_i} \int_0^\infty \int_{-1}^1 v^2 v_{ir}^2(t, r, v, \mu) f_i(t, r, v, \mu) d\mu dv,$$

$$q_{ir}(t, r) =$$

$$= 2\pi \int_0^\infty \int_{-1}^1 \mu v^3 v_{ir}^2(t, r, v, \mu) f_i(t, r, v, \mu) d\mu dv,$$

$$v_{ir}^2(t, r, v, \mu) = (v\mu - \langle v_{ir} \rangle(t, r))^2 + v^2(1 - \mu^2).$$

Здесь нижние индексы «i», «e» обозначают характеристики ионов и электронов, «r» и «t» – радиальные и трансверсальные компоненты;  $f_i$  – функция распределения бесструктурных ионов с зарядовым числом  $Z_i$ ;  $\varphi$  и  $E$  – потенциал и напряженность электрического поля;  $n$ ,  $T$  и  $q$  – концентрация, температура и плотность теплового потока частиц; нижним индексом «T» отмечены тепловые скорости, а угловые скобки означают усреднение (среднее арифметическое значение). Учтено, что поле скоростей частиц обладает трансверсальной симметрией. Начальное условие соответствует невозмущенному распределению ионов и кулоновскому полю заряженного шара в электрически нейтральной среде. Поверхность шара  $r = r_0$  является эквипотенциальной и только поглощает ионы (отражение и эмиссия здесь не рассматриваются). Асимптотическое максвелловское внешнее граничное условие для распределения ионов перенесено на внешнюю границу  $r = r_b$  возмущенной зоны, где добавляется эффект возникновения некоторой средней скорости  $v_{i\infty}$ , обеспечивающей непрерывность по  $r$  полного электрического тока этих частиц. Электроны полагаются изотермическими, а их распределение в самосогласованном электрическом поле – квазистационарным. В качестве вариантов для него может использоваться классическое распределение Больцмана:

$$n_e(t, r) = Z_i \exp(\varepsilon\varphi(t, r)), \quad \varepsilon = T_{i\infty} / T_e, \quad (2)$$

или учитывающее поглощение электронов, как отталкиваемых поверхностью частиц, распределение [4]:

$$n_e(t, r) = 0,5Z_i \exp(\varepsilon\varphi(t, r)) \times \left\{ 1 + \Phi\left(\sqrt{\varepsilon(\varphi(t, r) - \varphi_1)}\right) + \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{r^2}} \left[ 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{\varepsilon r^2 (\varphi(t, r) - \varphi_1)}{(r^2 - r_1^2)}}\right) \right] \times \exp\left[\frac{\varepsilon r_1^2 (\varphi(t, r) - \varphi_1)}{(r^2 - r_1^2)}\right] \right\}. \quad (3)$$

Здесь  $\Phi$  – функция ошибок, а величины  $Z_i$  и  $\varepsilon$  появляются из-за того, что в качестве масштабов температуры и концентрации используются их значения для ионов в невозмущенной плазме.

### Численное решение задачи. Особенности метода

Для решения кинетического уравнения задачи (1) использовался метод крупных частиц [6] с постоянным формфактором, реализованный на равномерной сетке криволинейного фазового пространства  $(r, v, \mu)$  с шагами  $(h_r, h_v, h_\mu)$ . В основе метода лежит то известное обстоятельство [5, 7], что конвективный оператор в произвольных координатах  $u_k, k = 1, \dots, 6$  приводится к формально дивергентному виду, отражающему баланс для пространства количества вещества, распределенного в этом пространстве с плотностью  $Jf$ , где  $J$  – якобиан перехода. Более того, когда функция распределения  $f$  не зависит от части криволинейных координат  $u_k, k = m+1, \dots, 6$ , входящих в полный набор, уравнение Власова приводится к форме:

$$\frac{\partial(J^* f_\alpha)}{\partial t} + \sum_{k=1}^m \frac{\partial}{\partial u_k} (\dot{u}_k J^* f_\alpha) = 0, \quad (4)$$

$$J^* = \int_{\Omega_{m+1,6}} J(u_1, \dots, u_6) d\Omega_{m+1,6},$$

в которой  $J^*$  – проинтегрированный по области  $\Omega_{m+1,6}$  полного изменения переменных  $u_k, k = m+1, \dots, 6$  якобиан преобразования  $J, q_k$  – соответствующие значимым координатам скорости.

Это уравнение формально совпадает с уравнением неразрывности для декартовых координат и вещества, распределенного в пространстве с плотностью  $J^*f$ . Вопросы получения форм конвективного фазового оператора для сферических и цилиндрических тел рассматривались в [5], где также можно найти вывод выражений фазовых скоростей для рассматриваемых в данной работе неголономных координат  $(r, v, \mu)$ .

Напомним, что метод крупных частиц предполагает, что последовательно рассматриваемые ячейки  $h_r, h_v, h_\mu$  сетки фазового пространства (крупные частицы) сначала перемещаются как жесткие объекты в соответствии со скоростями,

рассчитанными для их центров, и шагом метода по времени, определяемым из условия устойчивости. Затем вещество текущей ячейки, в соответствии с выбранным формфактором, перераспределяется между ячейками неоднородной равномерной разностной сетки, с которыми у нее после перемещения возникает непустое пересечение.

В случае постоянного формфактора, когда вещество ячейки равномерно распределено по ее объему метод крупных частиц эквивалентен явному методу дифференцирования против потока, имеющему первый порядок точности аппроксимации по шагам фазового пространства. Условием устойчивости обоих методов является условие Куранта – Фридрихса – Леви [6, 8, 9]:

$$\Delta t < \frac{1}{\sqrt{N}} \min_{1 \leq k \leq N} \left( \frac{h_k}{\max \dot{u}_k} \right), \quad (5)$$

где  $N$  – размерность пространства задачи, а экстрамумы определяются по всем ячейкам пространственной области задачи. Физически условие (5) не позволяет крупным частицам в течение одного шага метода по времени сместиться дальше, чем на одну ячейку сетки по любому из координатных направлений.

По модулю скорости сетка была сделана неоднородной, отслеживающей смещение по  $v$  носителя функции распределения. Рассматривались такие последовательности значений, определяющие центры фазовых ячеек – крупных частиц:  $r_{im} = r_0 + h_r(i - 0,5)$ ,  $i = 1 \dots N_r$ ;  $v_j = v_{min\ i,k} + h_v(j - 0,5)$ ,  $j = 1 \dots N_v$ ;  $\mu_k = -1 + h_\mu(k - 0,5)$ ,  $k = 1 \dots N_\mu$ , предусматривающие возможность изменения нижней границы  $v_{min\ i,k}$  переменной  $v$  для каждого  $(r_i, \mu_k)$  – «пучка» крупных частиц. Определим сеточную функцию  $Q_{i,j,k} = Q(r_i, v_j, \mu_k)$ , где  $Q(r, v, \mu) = J^*(r, v, \mu) f(r, v, \mu) h_r h_v h_\mu = 8\pi^2 r^2 v^2 f(r, v, \mu) h_r h_v h_\mu$ , у которой временной аргумент для краткости опущен. Пусть  $V(r, h_r) = 4\pi r^2 h_r$  – объем шарового слоя толщины  $h_r$ .

Значения  $Q_{i,1,k}$  и  $Q_{i,N_v,k}$ , полученные после каждого этапа перемещения крупных частиц и перераспределения их содержимого, использовались для определения направления смещения носителя функции распределения, параметра сдвига  $s_{i,k}$  сеточных значений  $Q$  и их пересчета (для краткости индексы  $i, k$  в соотношениях ниже опущены):

$$s = \frac{|Q_{N_v} - Q_1|}{m(Q_2 + Q_{N_v}) + (1-m)(Q_1 + Q_{N_v-1})},$$

$$m = \Theta(Q_{N_v} - Q_1),$$

$$v_{min} := m(v_{min} + h_v s) + (1-m)\max(0, v_{min} - h_v s),$$

$$Q_1 := Q_1(1-s) + mQ_2 s,$$

$$Q_{N_v} := (1-s)Q_{N_v} + (1-m)sQ_{N_v-1},$$

$$Q_j = (1-s)Q_j + s[mQ_j + 1 + (1-m)Q_{j-1}],$$

$$j = 2 \dots N_v - 1.$$

Здесь  $\Theta$  – функция Хэвисайда, « $\Rightarrow$ » – известный многим символ присваивания, символ « $\llbracket$ », как и выше, используется для обозначения интервала значений. Введение подвижных сеток давно и эффективно используется при решении подобных кинетических задач и позволяет, в частности, по модулю скорости рассматривать относительно небольшой диапазон безразмерных значений. В приведенных ниже результатах расчетов он нигде не превышал 4,5 (в единицах тепловой скорости ионов для невозмущенной плазмы).

Для расчета макропараметров ионов использовались алгебраические аналоги интегралов, входящих в систему (1), а именно:

$$n_i(r_i) = \sum_{j,k} Q_{i,j,k} / V(r_i, h_r), \quad I_i(r_i) =$$

$$= 4\pi r_i^2 \sum_{j,k} Q_{i,j,k} v_j \mu_k / V(r_i, h_r),$$

$$\langle v_{r,i} \rangle(r_i) = \frac{I_i(r_i)}{4\pi r_i^2 n_i(r_i)},$$

$$\langle v_{\tau,i} \rangle(r_i) = \frac{1}{n_i(r_i) V(r_i, h_r)} \sum_{j,k} Q_{i,j,k} v_j \sqrt{1 - \mu_k^2}$$

$$v_{T_{i,j,k}}^2 = (v_j \mu_k - \langle v_{r,i} \rangle(r_i))^2 +$$

$$+ (v_j \sqrt{1 - \mu_k^2} - \langle v_{\tau,i} \rangle(r_i))^2,$$

$$T_i(r_i) = \frac{2}{3n_i(r_i) V(r_i, h_r)} \sum_{j,k} Q_{i,j,k} v_{T_{i,j,k}}^2,$$

$$q_{ri}(r_i) = \frac{1}{V(r_i, h_r)} \sum_{j,k} Q_{i,j,k} v_j \mu_k v_{T_{i,j,k}}^2,$$

где  $I_i$  – полный радиальный ионный электрический ток,  $v_T$  – локальная тепловая скорость ионов, а индексы, относящиеся к сетке фазового пространства, отделяются запятыми.

Чтобы оценить значение средней скорости  $v_{i\infty}$  перетекания ионов через внешнюю границу возмущенной зоны, запишем уравнение баланса (неразрывности) полного количества частиц для предпоследнего сферического слоя толщины  $h_r$ , середина которого имеет радиальную координату  $r_{Nr-1} = r_b - 1,5h_r$ . Поскольку объем подобного слоя с центральным радиусом  $r$  на рассматриваемой сетке можно определить как  $V(r, h_r) = 4\pi r^2 h_r$ , получаем:

$$\begin{aligned} 0 &= \left[ \frac{\partial N_i}{\partial t} + \text{div}(N_i \langle v_i \rangle) \right]_{Nr-1}^k = \\ &= \left[ \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(N \langle v_{ir} \rangle) \right]_{Nr-1}^k = \\ &= 4\pi r_{Nr-1}^2 h_r \left( \frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{Nr-1}^k + \\ &+ 4\pi h_r \left[ \frac{\partial}{\partial r}(r^2 n_i \langle v_{ir} \rangle) \right]_{Nr-1}^k = \\ &= 4\pi h_r r_{Nr-1}^2 \left( \frac{n_i^k - n_i^{k-1}}{\Delta t} \right)_{Nr-1} + \\ &+ 2\pi \left( r_{Nr}^2 n_{i,Nr}^k \langle v_{ir} \rangle_{Nr}^k - r_{N-2r}^2 n_{i,N-2r}^k \langle v_{ir} \rangle_{N-2r}^k \right), \end{aligned}$$

откуда и следует интересующая нас оценка:

$$\begin{aligned} v_{i\infty}^k \langle v_{ir} \rangle_{Nr}^k &= \frac{r_{Nr-2}^2}{r_{Nr}^2} \frac{n_{i,Nr-2}^k}{n_{i,Nr}^k} \langle v_{ir} \rangle_{Nr-2}^k - \\ &- 2h_r \frac{r_{Nr-1}^2}{r_{Nr}^2} \frac{1}{n_{i,Nr}^k} \left( \frac{n_i^k - n_i^{k-1}}{\Delta t} \right)_{Nr-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

В данных преобразованиях верхние индексы определяют временной слой, нижние – пространственный (случаи квадратов величин понятны из контекста), пространственная производная вычисляется симметрическим образом, временная – «дифференцированием назад».

В заключение обсуждения методических вопросов отметим, что свойства квазилинейных равномерно эллиптических операторов и варианты методов решения уравнения Пуассона с достаточно широким классом нелинейностей в правой части, включающим распределения (2) и (3), подробно обсуждались в работе [10]. Эти методы применялись на этапе расчета электрического потенциала при решении задачи (1).

### Результаты моделирования. Обсуждение

Описанный в предыдущем разделе метод решения задачи (1) был реализован в среде программирования Matlab. В данном разделе представлены и обсуждаются некоторые результаты, не только демонстрирующие адекватность и возможности разработанного инструмента, но и кинетического подхода в целом. Они соответствуют следующему набору безразмерных физических параметров  $r_1 = 7, r_b = 25, \varphi_1 = -6, T_{i\infty} = T_{e\infty} = 1, Z_i = 1, n_{i\infty} = n_{e\infty} = 1$  задачи для бинарной плазмы.

На рис. 1–6 представлены радиальные профили основных интегральных характеристик возмущенной зоны – величин  $n_i, n_e, E_r, j_{i,r}, T_i, q_{i,r}$  соответственно, возникающие в различные моменты времени в ходе ее развития. В расчетах применялось распределение (2) для электронов.

Нумерация кривых на рисунках проведена в соответствии с табл. 1, в которой также показаны соответствующие номера временных итераций метода. Кривые 5 на рисунках не приводятся, поскольку они практически не отличаются от кривых 6, соответствующих последней итерации и состоянию возмущенной зоны, принимаемому за стационарное.

В фазовом пространстве неголономных криволинейных координат  $(r, v, \mu)$  использовалась равномерная по каждой переменной сетка узлов с размерностями  $Nr = 45, Nv = 30, N\mu = 20$ , при этом ширина контролируемой подвижной области изменения переменной  $v$  принималась равной  $\Delta v = 4,5$ .

Таблица 1. Нумерация кривых на рисунках

Номер итерации	1	5	120	350	620	1000
Безразмерное время	0,0889	0,4301	10,6138	31,0582	55,0582	88,8360
Кривая на рисунках	1	2	3	4	5	6

Напомним, что поверхность тела предполагалась идеально поглощающей притягивающиеся частицы, эффекты альбедо здесь не обсуждаются. В этих условиях, как следует из рис. 1 и 2, наблюдается тенденция к линейаризации радиальных профилей распределения частиц, среда достаточно быстро становится квазинейтральной. Радиальная напряженность электрического поля уже на середине рассматриваемого слоя становится весьма малой практически постоянной величиной, хотя и сохраняет отрицательный знак. Это обеспечивает приток ионов из внешней зоны к поверхности тела, которая в рассматриваемом случае их только поглощает. Установление постоянных отрицательных значений  $E_r$  говорит о линейаризации профиля электрического потенциала  $\varphi$ , что является очевидным следствием установления практической квазинейтральности во внешней части рассматриваемой области пространства.

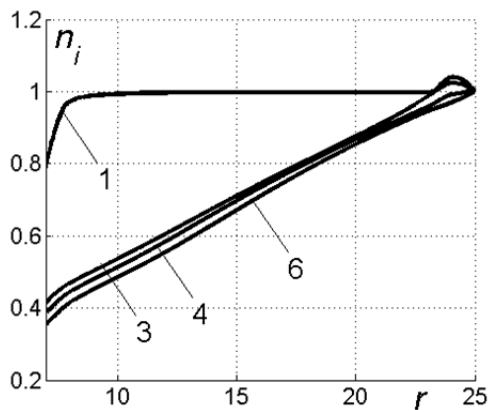


Рис. 1. Поведение профиля концентрации ионов  $n_i$  при формировании возмущенной зоны. Нумерация кривых соответствует табл. 1

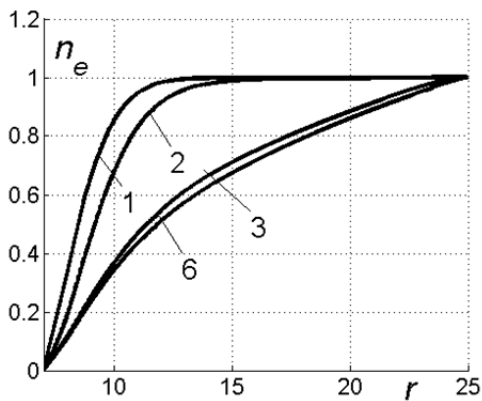


Рис. 2. Поведение профиля концентрации электронов  $n_e$  при формировании возмущенной зоны. Нумерация кривых соответствует табл. 1

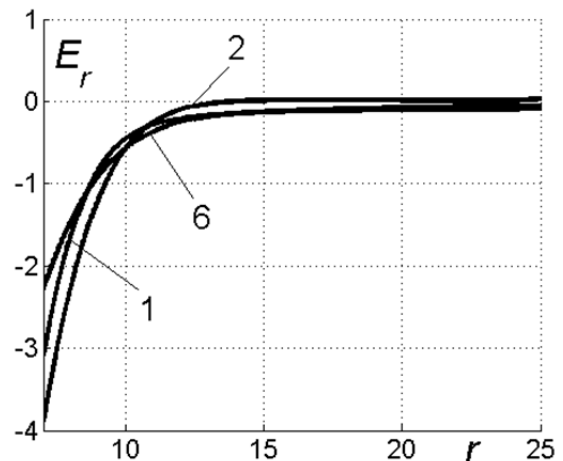


Рис. 3. Поведение профиля напряженности электрического поля  $E_r$  при формировании возмущенной зоны. Нумерация кривых соответствует табл. 1

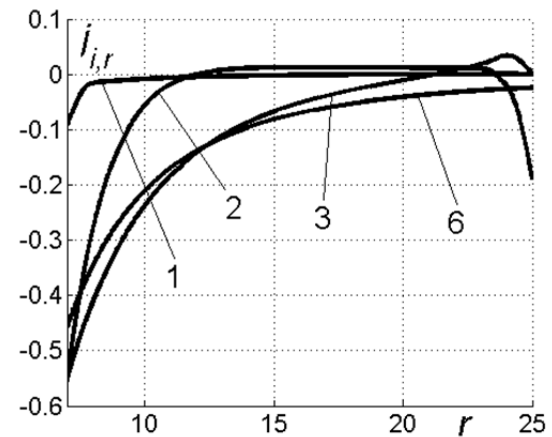


Рис. 4. Поведение профиля плотности ионного тока проводимости  $j_{i,r}$  при формировании возмущенной зоны. Нумерация кривых соответствует табл. 1

В стационарном режиме потенциал монотонно возрастает. Однако такое поведение профиля  $\varphi(r)$  происходит не всегда. На начальных стадиях формирования возмущенной области, когда поле шара еще близко к кулоновскому, в пристеночный слой привлекается избыточное количество ионов, которые не успевают поглощаться поверхностью тела. В это время в возмущенной области формируются слой положительного объемного заряда и потенциальный барьер, ослабляющий приток ионов. Его присутствие можно увидеть на кривой 2 рис. 3, где имеется область положительных значений  $E_r$ . Поведение профиля плотности тока  $j_r$  на рис. 4 также весьма нетривиально и отражает сложный характер эволюции объемного заряда

и электрического поля в возмущенной зоне ионизированного газа, особенно на ее ранних этапах.

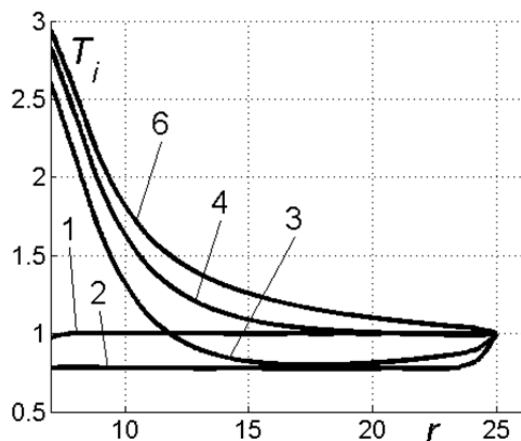


Рис. 5. Поведение профиля температуры ионов  $T_i$  при формировании возмущенной зоны. Нумерация кривых соответствует табл. 1

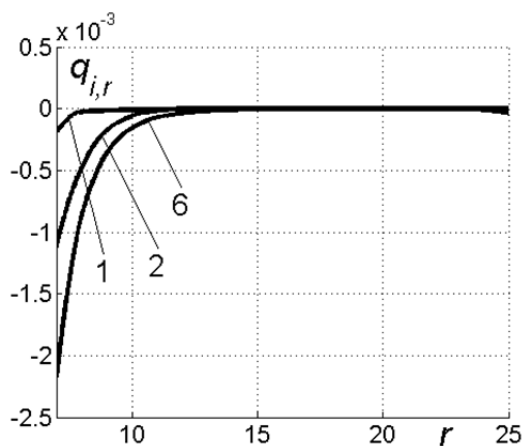


Рис. 6. Поведение профиля плотности теплового потока ионов  $q_{i,r}$  при формировании возмущенной зоны. Нумерация кривых соответствует табл. 1

Очень интересным и информативным является поведение в возмущенной области профиля температуры ионов  $T_i$ , показанное на рис. 5. Появление в плазме поглощающей заряженной поверхности первоначально «вымывает» из пристеночной области наиболее высокоэнергетические частицы, что приводит к первоначальному охлаждению там ионной компоненты.

Однако последующее поведение  $T_i$  демонстрирует достаточно интенсивный разогрев ионов в пристеночном слое. Поскольку он не сопровождается ростом ионного тока, который явля-

ется в определенной степени мерой интенсивности движения частиц в радиальном направлении, рост температуры можно объяснить накоплением в пристеночной области частиц с высокой интенсивностью вращательного движения. Они концентрируются и удерживаются в окрестности сферической поверхности благодаря центробежным эффектам. Поскольку в силу трансверсальной симметрии задачи средняя орбитальная скорость ионов равна нулю, накопление этих частиц, обладающих высокой вращательной скоростью, повышает температуру. Частицы с преобладающим радиальным движением вымываются из пристеночного слоя за счет эффектов поглощения в первоочередном порядке.

Все указанные процессы также существенно влияют на теплоперенос в возмущенной области и определяют вид профилей плотности радиального теплового потока ионов  $q_{i,r}$ , показанных на рис. 6. Как видно по этим зависимостям, в области слабого поля и сравнительно невысокой температуры плотность теплового потока практически равна нулю. Область ее значимости сосредоточена в непосредственной окрестности поверхности тела и формируется условиями относительно высоких значений температуры и напряженности поля. Из рисунка также видно, что пространственный носитель величины  $q_{i,r}$  является наиболее компактным по сравнению с остальными рассмотренными характеристиками. Однако понятно, что усиление теплового потока при приближении к поверхности тела может быть весьма существенным и способно оказывать определяющее воздействие на физические свойства самой поверхности, в частности функция распределения  $f$  ионов в координатах  $(r, v, \mu)$  не очень наглядна. Пример ее структуры непосредственно в установившемся пристеночном слое показан на рис. 7. Поэтому в дальнейшем приводится ее вид в голономных фазовых переменных  $(r, v_r, v_t)$ , обладающий большей наглядностью. Тем не менее по виду этой функции можно сделать вывод о том, что ее носитель заметно смещен по модулю скорости в сторону больших значений, а сами частицы сконцентрированы в области практически радиального падения на поверхность тела. Кинетическое распределение частиц в пристеночной области совершенно неравновесное.



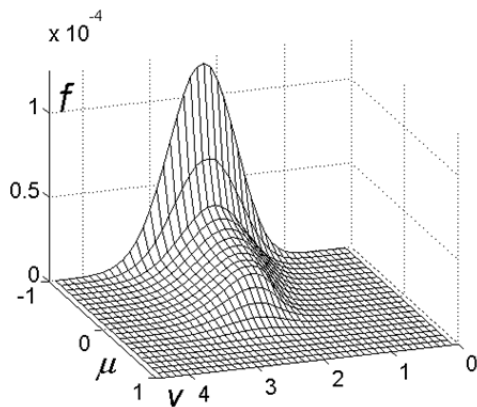


Рис. 7. Стационарная функции распределения ионов  $f_i(r, v, \mu)$  для пристеночной области,  $r = r_1$ ,  $t = 88,836$ , номер итерации  $i = 1000$ , стационарное состояние

Рисунки 8–10 иллюстрируют эволюцию структуры функции распределения ионов в пристеночном слое, а на рис. 10–13 показан вид функции распределения на разном расстоянии от поверхности тела при достижении зоной возмущения стационарного состояния.

На рис. 8 мы видим типичное равновесное максвелловское распределение по скорости  $f_i(r, v_r, v_\tau)$ , которое было восстановлено по соответствующей функции  $f_i(r, v, \mu)$ . Некорректное ее поведение в окрестности  $v = 0$  имеет исключительно численное происхождение и обусловлено обращением в ноль в этой точке якобиана преобразования к неголономным координатам  $(r, v, \mu)$ . Поскольку расчеты проводились именно в таких координатах, наличие подобной некорректности при переходе к координатам  $(r, v_r, v_\tau)$  вообще было не принципиальным. Более того, в структуре функции распределения  $f_i(r, v_r, v_\tau)$  она пропадает сразу же в силу разгона ионов электрическим полем и дрейфа носителя функции распределения в сторону больших  $v$ . После первого шага численного метода подобная некорректность  $f_i(r, v_r, v_\tau)$  больше нигде не наблюдается. Однако, чтобышний раз подчеркнуть, что изображаемые функции  $f_i(r, v_r, v_\tau)$  наследуют функциям  $f_i(r, v, \mu)$ , такой участок с некорректным поведением на единственном рис. 8 был оставлен.

Конечно же, все функции распределения  $f_i(r, v_r, v_\tau)$  на рисунках обладают трансверсальной симметрией. Однако этот эффект был специально отрегулирован графической программой, поскольку в неголономных координатах его учесть невозможно в принципе.

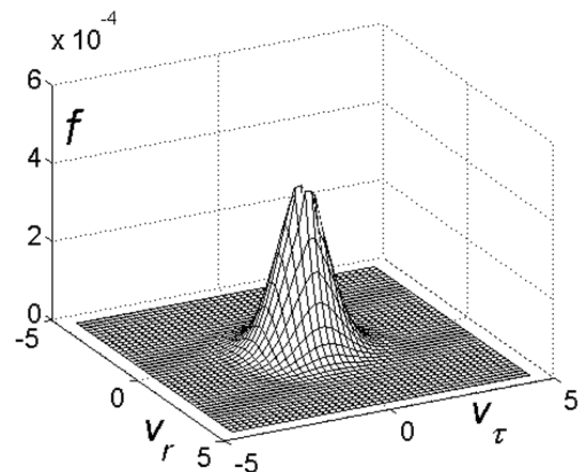


Рис. 8. Начальное распределение ионов  $f(r, v_r, v_\tau)$  в голономных фазовых координатах для пристеночной области  $r = r_1 = r_0 + 0,5h_r$ ,  $t = 0$

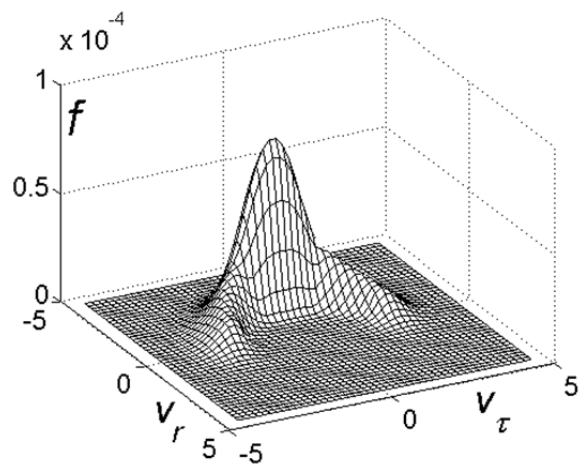


Рис. 9. Функция распределения ионов  $f_i(r, v_r, v_\tau)$  для пристеночной области  $r = r_1$ ,  $t = 29,547$ , номер итерации  $i = 333$

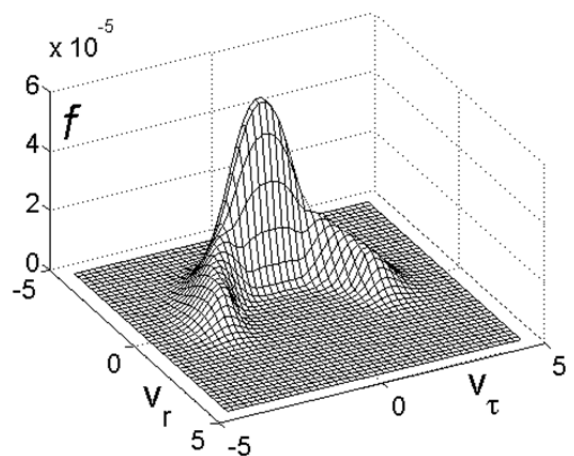


Рис. 10. Функция распределения ионов  $f_i(r, v_r, v_\tau)$  для пристеночной области  $r = r_1$ ,  $t = 88,836$ , номер итерации  $i = 1000$ , стационарное состояние

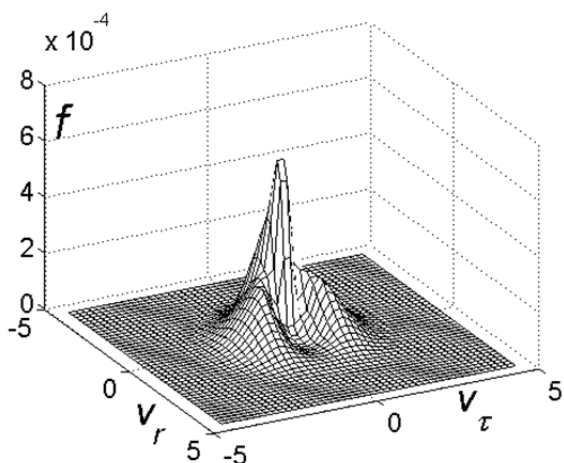


Рис. 11. Функция распределения ионов  $f_i(r, v_r, v_t)$  внутри возмущенной области  $r = r_{15}$ , номер итерации  $i = 1000$ , стационарное состояние

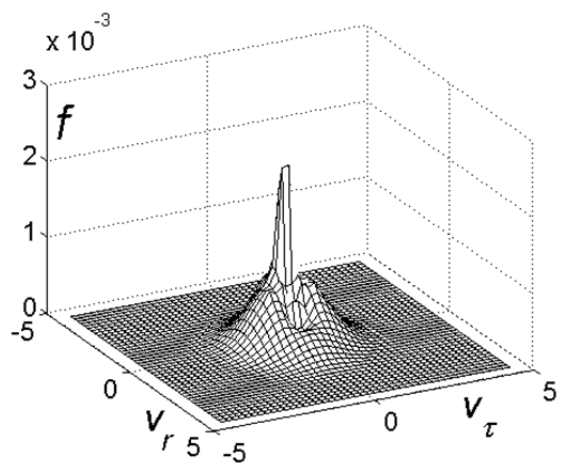


Рис. 12. Функция распределения ионов  $f_i(r, v_r, v_t)$  внутри возмущенной зоны  $r = r_{30}$ , номер итерации  $i = 1000$ , стационарное состояние

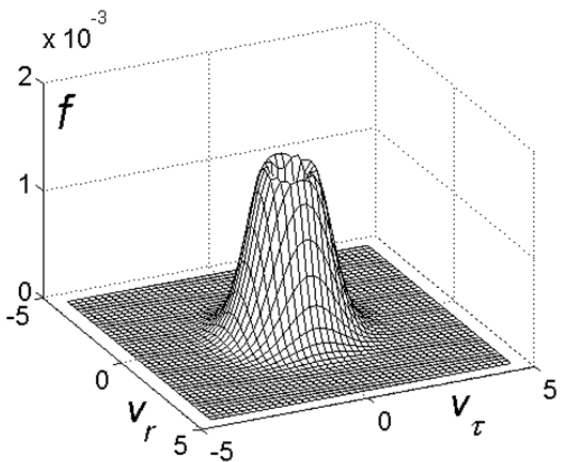


Рис. 13. Функция распределения ионов  $f_i(r, v_r, v_t)$  во внешнем слое возмущенной зоны  $r = r_{Nr}$ , номер итерации  $i = 1000$ , стационарное состояние

В процессе развития возмущенной области наряду со смещением носителя функции распределения, отражающего процесс ускорения ионов (а его величина повышается по мере приближения к поверхности тела, как это хорошо видно на рис. 3), происходит формирование и усиление группировки частиц, имеющих относительно высокие трансверсальные скорости  $v_t$  (рис. 9 и 10). Как было отмечено ранее, именно такие частицы повышают температуру ионов в тонком слое газа вблизи поверхности тела. Данный механизм подобен механизму разогрева вещества в аккреционной области, наблюдающейся в окрестности черных дыр. Поглощающая все частицы сфера в этом смысле ведет себя подобным образом.

На рис. 10–13, соответствующих стационарному состоянию возмущенной зоны, хорошо прослеживается непрерывный переход от сильно анизотропной и неравновесной структуры функции распределения ионов на рис. 10 к смещенному распределению Максвелла на ее внешней границе на рис. 13. Отметим, что распределение на рис. 13 обладает только трансверсальной, но не радиальной симметрией: в нем в незначительной степени преобладают частицы, движущиеся к заряженной поверхности тела со сравнительно небольшой скоростью (8). Область частиц с интенсивным трансверсальным движением, свидетельствующим о разогреве ионов, еще прослеживаемая на рис. 11, но уже отсутствует на рис. 12. Это полностью соответствует поведению профиля температуры ионов на рис. 5 и подтверждает правильность данного ранее физического объяснения механизма разогрева ионов в пристеночном слое.

### Заключение

Статья завершает цикл работ, посвященных методам моделирования процесса формирования теплового поля в окрестности неподвижных тел в разреженной плазме. Особенностью подобных задач является их самосогласованная кинетическая постановка, в которой нельзя отделить процессы переноса и формирования электромагнитного поля. В основу описания была положена представленная ранее математическая модель, описывающая релаксацию области возмущения, вносимого в свободномолекулярную плазму заряженным шаром или цилиндром. Подобранная для задачи криволиней-

ная система неголономных координат минимизирует ее фазовое пространство, что способствует повышению эффективности соответствующих численных методов решения.

Создана методологическая основа, разработана и апробирована основа программного инструментария для решения в перспективе и более сложных нестационарных самосогласованных кинетических задач, описывающих поведение ионизированных газов в окрестности заряженных тел. Раскрыты важные детали конкретной реализации модели и численного метода.

На примере решения задачи для шара показано наличие существенного неравновесия функции распределения частиц в его возмущенной зоне. Получены результаты, хорошо объяснимые с физической точки зрения, что подтверждает адекватность модели и корректность работы программного инструмента. По результатам расчетов представлены картины эволюции структуры функции распределения частиц, профилей основных макроскопических характеристик газа – концентрации, тока, температуры и теплового потока, характеристик электрического поля в возмущенной области. Установлен эффект и исследован механизм разогрева заряженных притягивающихся частиц в окрестности поглощающих сферических тел. Показано, что такой эффект создают в непосредственной окрестности сферических тел притягивающиеся частицы с интенсивным трансверсальным движением. Эти частицы накапливаются в окрестности поверхности, не достигая ее из-за центробежного эффекта и не поглощаясь. Тепловой поток на поверхность тела формируется лишь в относительно узкой ее окрестности, где наблюдается значительное электрическое поле и повышена температура компонент газа.

Работа будет полезной специалистам в области процессов тепло- и массообмена, физики низкотемпературной плазмы, аспирантам и студентам старших курсов, специализирующимся в указанных направлениях, привлекающих в настоящее время интерес в связи с наличием целого ряда новых важных приложений [11–19].

#### Список источников

1. **Chapman S., Cowling T.G.** The mathematical theory of non – uniform gases. 3<sup>rd</sup> ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1970. 512 p.
2. **Климонтович Ю.Л.** Кинетическая теория электромагнитных процессов. Москва: Наука, 1980. 374 с.
3. **Арцимович А.А., Сагдеев Р.З.** Физика плазмы для физиков. Москва: Атомиздат, 1979. 320 с.
4. **Альперт Я.Л., Гуревич А.В., Питаевский Л.П.** Искусственные спутники в разреженной плазме. Москва: Наука, 1964. 384 с.
5. **Черепанов В.В.** О моделировании тепловых возмущений, вносимых в разреженную плазму неподвижными каноническими телами // Тепловые процессы в технике. 2023. Т. 15. № 10. С. 448–455.
6. **Hockney R.G., Eastwood J.W.** Computer simulation using particles. Bristol, Philadelphia: IOP Publishing, 1988. 568 p.
7. **Власов А.А.** Статистические функции распределения. Москва: Наука, 1966. 356 с.
8. **Potter D.** Computational Physics. London: John Wiley & Sons, 1973. 304 p.
9. **Годунов С.К., Рябенский В.С.** Разностные схемы. Введение в теорию. 2-е изд. Москва: Наука, 1977. 440 с.
10. **Черепанов В.В.** О решении некоторых нелинейных эллиптических уравнений для тепловых приложений // Тепловые процессы в технике. 2024. Т. 16. № 2. С. 55–67.
11. **Голубь А.П., Попель С.И.** Нестационарные процессы при формировании пылевой плазмы у поверхности спутника марса – Деймоса // Физика плазмы. 2021. Т. 47. № 8. С. 741–747.
12. **Ваулина О.С.** Перераспределение кинетической энергии в трехмерных облаках заряженных пылевых частиц // Физика плазмы. 2021. Т. 48. № 1. С. 36–40.
13. **Игнатов А.М.** Влияние невязимых сил на устойчивость пылевых кластеров. // Физика плазмы. 2021. Т. 47. № 5. С. 391–400.
14. **Попель С.И., Зеленый Л.М., Захаров А.С.** Пылевая плазма в солнечной системе: безатмосферные космические тела // Физика плазмы. 2022. Т. 49. № 8. С. 813–820.
15. **Беграмбеков Л.Б., Грунин А.В.** Многофункциональный зонд для исследования взаимодействий «плазма – первая стенка» в токамаке TRT. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. № 12. С. 1244–1252.
16. **Кожевников В.Ю.** и др. Кинетическая модель вакуумного расширения плазмы в цилиндрическом промежутке // Физика плазмы. 2023. Т. 49. № 11. С. 1170–1177.
17. **Adamovich I.** et al. The 2022 Plasma Roadmap: low temperature plasma science and technology // Journal of Physics D: Applied Physics. 2022. Vol. 55. No. 37. Paper 373001. AIP Publishing. URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6463/ac5e1c>
18. **Hartzell C.M.** et al. Payload concepts for investigations of electrostatic dust motion on the lunar surface // Acta Astronautica. 2023. Vol. 207. No. 6. P. 89–105. URL: <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2023.02.032>

19. **Bronold F.X., Rasek K., Fehske H.** Electron microphysics at plasma-solid interfaces // *Journal of Applied Physics*. 2020. Vol. 128. Paper 180908. AIP Publishing. URL: <https://doi.org/10.1063/5.0027406>
- References**
1. **Chapman S., Cowling T.G.** The mathematical theory of non – uniform gases. 3<sup>rd</sup> ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1970, 512 p.
  2. **Klimontovich Yu.L.** Kineticheskaya teoriya elektromagnitnykh processov [The kinetic theory of electromagnetic processes]. Moscow: Nauka, 1980, 374 p. (In Russ.).
  3. **Artcimovich A.A., Sagdeev R.Z.** Fizika plazmi dlya fizikov [Plasma physics for physicists]. Moscow: Atomizdat, 1979, 320 p. (In Russ.).
  4. **Alpert Ya.L., Gurevich A.V., Pitaevskij L.P.** Iskusstvennie sputniki v razrezennoj plazme [Artificial satellites in a rarefied plasma]. Moscow: Nauka, 1964, 384 p. (In Russ.).
  5. **Cherepanov V.V.** On modeling thermal disturbances introduced into rarefied plasma by stationary canonical bodies. *Thermal processes in engineering*, 2023, vol. 15, no. 10, pp. 448–455. (In Russ.).
  6. **Hockney R.G., Eastwood J.W.** Computer simulation using particles. Bristol, Philadelphia: IOP Publishing, 1988, 568 p.
  7. **Vlasov A.A.** Statisticheskie funktsii raspredeleniya [Statistical distribution functions]. Moscow: Nauka, 1966, 356 p. (In Russ.).
  8. **Potter D.** Computational Physics. London: John Wiley & Sons, 1973, 304 p.
  9. **Godunov S.K., Ryabenkij V.S.** Raznostnyye skhemy. Vvedenie v teoriyu [Difference schemes. Introduction to theory]. Moscow: Nauka, 1977, 440 p. (In Russ.).
  10. **Cherepanov V.V.** On the solution of some nonlinear elliptic equation for thermal applications. *Thermal processes in engineering*, 2024, vol. 16, no. 2, pp. 55–67. (In Russ.).
  11. **Golub A.P., Popel S.I.** Nestacionarnyye processy pri formirovaniy pylevoi plazmy u poverkhnosti sputnica Marsa – Deimosa [Non – stationary processes during the formation of dusty plasma at the surface of Deimos, the satellite of Mars]. *Fizika plazmy*, 2021, vol. 47, no. 8, pp. 741–747. URL: <https://doi.org/10.31857/S0367292121070088>
  12. **Vaulina O.S.** Pereraspredelenie kineticheskoy energii v trekhmernykh oblakakh zaryajennykh pylevykh chastic [Redistribution of kinetic energy in three-dimensional clouds of charged dust grains]. *Fizika plazmy*, 2021, vol. 48, no. 1, pp. 36–40. URL: <https://doi.org/10.31857/S0367292122010140>
  13. **Ignatov A.M.** Vliyaniye nevezaimnykh sil na ustoychivost pilevikh klasterov [Effect of nonreciprocal forces on the stability of dust clusters]. *Fizika plazmy*, 2021, vol. 47, no. 5, pp. 391–400. URL: <https://doi.org/10.31857/S0367292121050024>
  14. **Popel S.I., Zelenyi L.M., Zakharov A.V.** Pylevaya plazma v solnechnoy sisteme: bezatmosfernye kosmicheskiye tela [Dusty plasma in the solar system: celestial bodies without atmosphere]. *Fizika plazmy*, 2022, vol. 49, no. 8, pp. 813–820. URL: <https://doi.org/10.31857/S0367292123600437>
  15. **Begrambekov L.B., Grunin A.V.** Mnogofunktsionalnyy zond dlya issledovaniya vzaimodeistviya «plazma – pervaya stenka» v tokamake TRT [Multifunctional probe for studying plasma-first wall interactions at the TRT tokamak]. *Fizika plazmy*, 2022, vol. 48, no. 12, pp. 1244–1252. URL: <https://doi.org/10.31857/S036729212260056X>
  16. **Kozhevnikov V.Yu.** et al. Kineticheskaya model vakuumnogo rasshireniya plazmy v cilindricheskom promezhutke [Kinetic model of vacuum plasma expansion in a cylindrical gap]. *Fizika plazmy*, 2023, vol. 49, no. 11, pp. 1170–1177. URL: <https://doi.org/10.31857/S0367292123600607>
  17. **Adamovich I.** et al. The 2022 Plasma Roadmap: low temperature plasma science and technology. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2022, vol. 55, no. 37, paper 373001, AIP Publishing. URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6463/ac5e1c>
  18. **Hartzell C.M.** et al. Payload concepts for investigations of electrostatic dust motion on the lunar surface. *Acta Astronautica*, 2023, vol. 207, no. 6, pp. 89–105. URL: <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2023.02.032>
  19. **Bronold F.X., Rasek K., Fehske H.** Electron microphysics at plasma-solid interfaces. *Journal of Applied Physics*, 2020, vol. 128, paper 180908. AIP Publishing. URL: <https://doi.org/10.1063/5.0027406>