

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)»

На правах рукописи



Аунг Мьо Тант

**Проектирование низкоэнергетических перелетов к Луне с использованием
точек либрации системы Земля-Луна**

Специальность 2.5.16.

Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва–2023

Работа выполнена на кафедре 601 «Космические системы и ракетостроение» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

Научный руководитель: Константинов Михаил Сергеевич,
доктор технических наук, профессор кафедры
«Космические системы и ракетостроение»
Московского авиационного института
(национального исследовательского университета)

Официальные оппоненты: Старинова Ольга Леонардовна
доктор технических наук, доцент, заведующий
кафедрой «Динамика полета и систем управления»
федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего образования
«Самарский национальный исследовательский
университет имени академика С.П. Королева».

Эйсмонт Натан Андреевич
кандидат технических наук, ведущий научный
сотрудник Федерального государственного
бюджетного учреждения науки Института
космических исследований Российской академии
наук (ИКИ РАН).

Ведущая организация: Московский государственный университет имени
М.В. Ломоносова (МГУ).

Защита состоится «19» октября 2023 года в 14:00 на заседании
диссертационного совета 24.2.327.03 в Федеральном государственном бюджетном
образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный
институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ) по адресу:
125993, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте МАИ по ссылке:
https://mai.ru/events/defence/?ELEMENT_ID=172787

Автореферат разослан «__» _____ 2023 г

Отзывы в 2-х экземплярах, заверенные печатью организации, просим
направлять по адресу: 125993, Волоколамское шоссе, д. 4, Отдел Ученого и
диссертационных советов МАИ.

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.2.327.03,
доктор технических наук, доцент



Старков А. В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность и степень разработанности темы настоящей диссертационной работы связана с целесообразностью повышения эффективности выполнения транспортных космических манёвров при реализации лунных перелетов. Существующие лунные программы предполагают реализацию многих проектов, включающих доставку на низкую окололунную орбиту грузов большой массы. Грузовые перевозки допускают увеличение времени выполнения перелета. Использование для таких перевозок низкоэнергетических траекторий является целесообразным. Они позволяют увеличить доставляемую к Луне массу полезной нагрузки или уменьшить затраты на эту доставку. В этих условиях разработка регулярного метода проектирования низкоэнергетических лунных траекторий является важной и актуальной проблемой.

Объектом исследования являются траектории низкоэнергетического перелета КА к Луне с его выводением на окололунную орбиту.

Предметом исследования являются математические модели оптимального перелета КА к Луне с выводением КА на окололунную орбиту.

Целью настоящей диссертационной работы является разработка метода проектирования низкоэнергетических лунных перелетов. Использование этого метода позволит определять эффективные схемы перелета на окололунные орбиты, требующие для своей реализации минимальные затраты топлива. Как результат, повышение эффективности выполнения транспортной космической операции.

Научная новизна диссертационной работы заключается:

- В разработке метода проектирования низкоэнергетических лунных перелетов, предполагающего использование в качестве начального приближения траекторию, которая проходит через окрестность коллинеарных точек либрации L1 или L2 системы Земля-Луна.
- Во введении условий, обеспечивающих близость формы, размера и расположения оскулирующих геоцентрических орбит точки либрации и космического аппарата в момент прохождения космическим аппаратом окрестности точки либрации.
- В использовании характеристик промежуточной орбиты, на которую КА переводится при старте с низкой околоземной орбиты, как оптимизируемых характеристик схемы перелета.
- В использовании положения восходящего узла лунной орбиты по отношению к плоскости земного экватора при нахождении начального приближения оптимизируемой траектории.
- В использовании прямого перебора (при нахождении начального приближения оптимизируемой траектории) двух важнейших выбираемых параметров схемы перелета (даты старта и радиуса апогея промежуточной

орбиты) с достаточно малым шагом перебора, что способствует преодолению проблемы «застревания» в областях локального экстремума при использовании итерационных процедур.

- В использовании промежуточного импульса скорости как методического приема, обеспечивающего 'большую эффективность разработанного метода.

Практическая значимость данной диссертационной работе состоит в следующем:

Разработанный метод может позволить обеспечить более эффективное исследование и освоение Луны при развитии лунных программ. Может позволить реализовывать лунные грузовые перевозки, используя располагаемые и проектируемые транспортные космические средства, доставлять на окололунные орбиты полезную нагрузку большой массы.

Методология и методы исследования. Рассматриваемая в данной работе задача формулировалась как задача нелинейного программирования. Для её решения применялся метод множителей Лагранжа. Численный поиск решения осуществлялся с использованием эволюционной стратегии с адаптацией матрицы ковариации CMA-ES. Для интегрирования уравнений движения КА использовался метод Дорманда-Принса 7-8 -го порядка точности.

Основные научные положения, выносимые на защиту:

- Разработанный метод проектирования низкоэнергетических лунных перелетов, предполагающий использование в качестве начального приближения траекторию, проходящую через окрестность коллинеарной точки либрации L1 или L2 системы Земля-Луна.
- Описанные условия, обеспечивающие близость формы, размера и расположения оскулирующих геоцентрических орбит точки либрации и космического аппарата в момент прохождения космическим аппаратом окрестности точки либрации.
- Анализ характеристик промежуточной орбиты, на которую КА переводится при старте с низкой околоземной орбиты, как оптимизируемых характеристик схемы перелета.
- Анализ положения восходящего узла лунной орбиты по отношению к плоскости земного экватора при нахождении начального приближения характеристик оптимизируемой траектории перелета.
- Использование прямого перебора двух важнейших выбираемых параметров схемы перелета (даты старта и радиуса апогея промежуточной орбиты) для нахождения начального приближения характеристик оптимизируемой перелетной траектории.
- Использование промежуточного импульса скорости как методического приема, обеспечивающего 'большую эффективность разработанного метода.

- Анализ характеристик полученных траекторий низкоэнергетических траекторий перелета к Луне с выводением КА на окололунную орбиту высотой 100 км.

Достоверность полученных результатов обеспечивается: - использованием математической модели задачи четырех тел при описании траектории перелета к Луне, которая учитывает воздействие на КА Земли, Луны и Солнца на всех этапах перелета; - использованием апробированных методов численного интегрирования при решении задачи Коши и краевой задачи для системы дифференциальных уравнений; - использованием апробированных методов решения задач на условный экстремум; сравнительным анализом численных результатов с результатами, опубликованными в литературе.

Апробация результатов работы проводилась на 7 российских и международных конференциях: в том числе: на Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения» 2019, МАИ, г. Москва, Россия; на конференции «Авиация и космонавтика» 2019, МАИ, г. Москва, Россия; на Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения» 2020, МАИ, г. Москва, Россия; на конференции «Авиация и космонавтика» 2020, МАИ, г. Москва, Россия; на Академических чтениях по космонавтике 2020, МГТУ, г. Москва, Россия; на Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения» 2021, МАИ, г. Москва, Россия; на конференции «Авиация и космонавтика» 2021, МАИ, г. Москва, Россия.

Личное участие автора. Все результаты, которые приведены в данной диссертационной работе, получены лично автором или при участии автора. Наиболее значимые достижения по теме исследования представлены в 9 публикациях, 2 статьи из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 7 – в тезисах докладов конференций.

Структура и объём работы. Диссертация включает введение, четыре главы, заключение и список использованных источников. Объём работы составляет 138 страниц, 40 рисунков и 6 таблиц. Список литературы включает 106 источников.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана актуальность выбранной темы диссертационной работы, указаны цели проведения исследований, объект и предмет исследования, приведены методы исследования, сформулированы научная новизна работы и положения, которые выносятся на защиту. Так же приводится обоснование достоверности полученных результатов и соответствия диссертационной работы паспорту специальности, практической значимости проведенного исследования. Приведена информация об апробации результатов диссертации, её структуре и объёме.

В первой главе диссертации рассматривается постановка задачи проектирования траектории низкоэнергетического перелета на окололунную орбиту. Формулируется задача нахождения рациональной схемы перелета с низкой орбиты искусственного спутника Земли на орбиту искусственного спутника Луны. Многие характеристики низкой околоземной орбиты считаются известными. Считается заданной высота конечной круговой окололунной орбиты (H_f).

Выбираемыми параметрами схемы перелета рассматриваются: долгота восходящего узла околоземной орбиты (Ω), аргумент широты точки старта с околоземной орбиты (u_o), величина чисто разгонного импульса скорости при старте с околоземной орбиты (ΔV_I), время перелета (t_p) и время старта с околоземной орбиты (T_{st}). Считается известной эпоха старта (год старта). Вместо импульса скорости ΔV_I в качестве выбираемого параметра использовался радиус апогея оскулирующей геоцентрической орбиты (r_a), на которую этот импульс скорости переводит КА.

Рассматриваемую постановку задачи можно свести к задаче математического программирования. Для этого следует построить математические модели, определяющие:

1) условия выполнения транспортной операции (выход на окололунную орбиту заданной высоты) и

2) критерий оптимизации (массу КА на конечной окололунной орбите или, в рамках постановки задачи импульсного перелета, суммарного импульса скорости), как функции перечисленных выше выбираемых параметров траектории перелета.

Проблема выполнения транспортной задачи сводится к удовлетворению следующего условия типа равенства: в конечной точке траектории перелета расстояние КА от поверхности Луны должно быть равным высоте целевой окололунной орбиты H_k ,

$$r_{SC_Moon} = R_{Moon} + H_k. \quad (1)$$

Математическая формулировка задачи нахождения схемы низкоэнергетической траектории перелета при выведении КА на окололунные орбиты может быть такой:

Найти такие пять параметров схемы перелета: T_{st} , Ω , u_o , r_a , t_p , которые обеспечивают удовлетворение условия (1) и одновременно обеспечивают минимум показателя энергетических затрат или в виде

$$\Delta V_{\Sigma} = \Delta V_{\Sigma}(T_{st}, \Omega, u_o, r_a, t_p) \rightarrow \min \quad (2)$$

или в виде

$$\Delta V_T = \Delta V_T(T_{st}, \Omega, u_o, r_a, t_p) \rightarrow \min, \quad (3)$$

где ΔV_T - импульс скорости в конечной точке перелета, обеспечивающий вывод КА на конечную окололунную орбиту.

Математическая формулировка задачи предполагает поиск минимума функции пяти переменных при удовлетворении одного условия типа равенства (задача на условный экстремум).

Во второй главе диссертации представлена математическая модель, используемая при проектировании траектории низкоэнергетического перелета на окололунную орбиту. В разделе приведены соотношения, которые используются для описания движения КА на участках траектории перелета КА, а также соотношения, по которым находятся начальные и конечные характеристики движения КА. Эти соотношения позволяют по вектору выбираемых параметров схемы перелета $(T_{st}, \Omega, u_o, r_a, t_p)$ определить точность выполнения транспортной задачи (в частности, высоту КА над поверхностью Луны в конечной точке траектории перелета $H_k(T_{st}, \Omega, u_o, r_a, t_p)$ и величину рассматриваемого критерия оптимизации (например, $\Delta V_{\Sigma}(T_{st}, \Omega, u_o, r_a, t_p)$).

На перелетной траектории на КА действуют силы притяжения трех небесных тел (Земли, Луны и Солнца). Для описания движения КА используется модель ограниченной задачи 4-х тел. То есть независимо от положения КА по отношению к перечисленным небесным телам гравитационные силы притяжения ими космического аппарата учитываются.

Вся траектория КА разбивается на два участка: геоцентрический и селеноцентрический участки. Процедура выбора точки разделения траектории на эти участки будет объяснена ниже.

Система дифференциальных уравнений, описывающих движение КА на геоцентрическом участке траектории перелета, использовалась в следующем безразмерном виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_x}{dt} &= -\frac{1}{r^3}x + \Phi_{xMoon} + \Phi_{xSun} + \Phi_{x2Zon}, \\ \frac{dV_y}{dt} &= -\frac{1}{r^3}y + \Phi_{yMoon} + \Phi_{ySun} + \Phi_{y2Zon}, \\ \frac{dV_z}{dt} &= -\frac{1}{r^3}z + \Phi_{zMoon} + \Phi_{zSun} + \Phi_{z2Zon}, \\ \frac{dx}{dt} &= V_x, \quad \frac{dy}{dt} = V_y, \quad \frac{dz}{dt} = V_z. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где, x, y, z – компоненты геоцентрического радиус-вектора КА в эклиптической системе координат; r – величина этого радиус-вектора КА; V_x, V_y, V_z – компоненты геоцентрической скорости КА в эклиптической системе координат; $\Phi_{Moon x}, \Phi_{Moon y}, \Phi_{Moon z}$ – компоненты возмущающего ускорения от притяжения КА Луной; $\Phi_{Sun x}, \Phi_{Sun y}, \Phi_{Sun z}$ – компоненты возмущающего ускорения от Солнца; $\Phi_{x2Zon}, \Phi_{y2Zon}, \Phi_{z2Zon}$ – компоненты возмущающего ускорения от второй зональной гармонике земного потенциала, t – безразмерное время перелета.

Движение на селеноцентрическом участке траектории анализируется с использованием системы, аналогичной приведенной системе дифференциальных уравнений. При этом центральным телом рассматривается Луна, а возмущающими телами являются Земля и Солнце. Использовалась селеноцентрическая эклиптическая система координат. Для геоцентрического и селеноцентрического участков используются свои наборы безразмерных характеристик, что обеспечивает достаточно высокую точность используемых методов численного интегрирования.

При удовлетворении условия выполнения транспортной задачи величина и направление второго импульса скорости, переводящего КА на круговую окололунную орбиту, однозначно определяется селеноцентрическим радиусом вектором \mathbf{r}_f и вектором селеноцентрической скорости КА \mathbf{V}_f в конечной точке траектории перелета. При этом требуемая величина импульса скорости при выходе на окололунную орбиту определяется так:

$$\Delta V_{br} = \sqrt{|\mathbf{V}_{r_f}|^2 + (|\mathbf{V}_{n_f}| - V_c)^2}, \quad (5)$$

В последнем равенстве \mathbf{V}_{r_f} - вектор радиальной компоненты селеноцентрической скорости КА в конечной точке траектории перелета ($\mathbf{V}_{r_f} = (V_{r_f}, \mathbf{ortr}_f) \mathbf{ortr}_f$), \mathbf{ortr}_f - орт селеноцентрического радиуса вектора КА \mathbf{r}_f , \mathbf{V}_{n_f} - вектор трансверсальной компоненты селеноцентрической скорости КА в конечной точке траектории перелета ($\mathbf{V}_{n_f} = \mathbf{V}_f - \mathbf{V}_{r_f}$), V_c - величина селеноцентрической круговой скорости на конечной окололунной орбите ($V_c = \frac{1}{\sqrt{r_f}}$). Естественно, что величина импульса

скорости, переводящего КА на окололунную орбиту, является функцией вектора скорости КА в конечной точке траектории перелета, которая, в свою очередь, определяется параметрами схемы перелета

$$\Delta V_{br} = \Delta V_{br}(\Omega, u_o, r_a, t_p, T_{st}). \quad (6)$$

В главе описан разработанный алгоритм определения положения точек либрации L1 и L2 системы Земля-Луна и элементов оскулирующих геоцентрических орбит этих точек для произвольного момента времени.

Третья глава диссертационной работы посвящена описанию разработанного метода проектирования низкоэнергетических лунных перелетов. Общая идея снижения энергетических затрат на перелет, связана с возможностью использования при перелете к Луне гравитационных возмущений в ограниченной задаче четырех тел (Земля – Луна – Солнце - КА). Прежде всего, траектория перелета должна быть выбрана так, чтобы солнечные гравитационные возмущения обеспечили подлет КА к окрестности Луны с небольшой величиной селеноцентрической скорости.

Основное предположение разработанного в работе метода – сужение пространства перелетных траекторий. Вводится предположение, что КА попадает в окрестность Луны через «горловины» в окрестности точек либрации системы Земля–Луна L_1 или L_2 . Дополнительно предполагается, что при прохождении КА окрестности точки либрации радиус перигея и радиус апогея оскулирующей геоцентрической траектории близки к аналогичным элементам геоцентрической оскулирующей орбиты точки либрации. Идея такого предположения заключается в том, чтобы обеспечить прохождение окрестности точки либрации («пробраться» в окололунное пространство) с небольшой величиной селеноцентрической энергии. Это может обеспечить временный захват КА Луной.

Введение таких ограничений можно объяснить и так. Из интеграла Якоби ограниченной задачи трех тел (Земля – Луна - КА) следует, что в рамках этой задачи КА может «проникнуть» в окрестность Луны через окрестность точки либрации. При этом вектор геоцентрической скорости КА должен быть близок вектору геоцентрической скорости точки либрации. Принципиально можно было пойти на вариант, когда ограничения вводились и на расстояния КА до точки либрации, и на компоненты вектора скорости. Останавливает от такой операции то обстоятельство, что тогда пришлось бы сравнивать величины разной размерности (расстояние и скорость). Поэтому был выбран описанный вариант. В нем анализируется (минимизируется) сумма трех положительных величин одной размерности (трех расстояний):

$$J = \Delta r_L + |r_{SCP} - r_{LP}| + |r_{SCa} - r_{La}|, \quad (7)$$

где первое слагаемое Δr_L есть расстояние КА от точки либрации (оно находится как модуль разности геоцентрических векторов космического аппарата и точки либрации); r_{SCP} и r_{SCa} - радиус перигея и апогея оскулирующей геоцентрической орбиты космического аппарата; r_{LP} и r_{La} - радиус перигея и апогея оскулирующей геоцентрической орбиты точки либрации.

Слагаемые функционала J зависят от четырех параметров схемы перелета T_{st} , Ω , u_o , r_a , определяющих условия движения космического аппарата после его старта с околоземной орбиты, и текущего времени движения КА t : $J(T_{st}, \Omega, u_o, r_a, t)$. На каждой траектории перелета существует такой момент времени t^* , когда J минимально. Обозначим это минимальное значение как I и будем называть суммарным промахом точки либрации:

$$I(T_{st}, \Omega, u_o, r_a) = \min_t J(T_{st}, \Omega, u_o, r_a, t), \quad (8)$$

Для нахождения начального приближения исследуемой траектории находятся такие даты старта T_{st} , в анализируемую эпоху (перебирается с достаточно малым шагом) и такие радиусы апогея промежуточной орбиты r_a (перебирается в диапазоне от 1 до 1.5 млн. км), при которых суммарный промах минимален.

Одним из элементов разработанного метода является введение в схему перелета промежуточного импульса скорости. Этот импульс скорости сообщается КА в точке перехода от геоцентрического участка к селеноцентрическому участку. При этом пространство выбираемых параметров схемы перелета увеличивается на 5 единиц (величина импульса скорости ΔV_c , его склонение α и прямое восхождение δ , время сообщения КА этого импульса скорости t_{geo} и время движения на селеноцентрическом участке t_2). Таким образом, условие выполнения транспортной задачи (1) трансформируется в условие:

$$H(T_{st}, r_a, \Omega, u_o, t_{geo}, \Delta V_c, \alpha, \delta, t_2) = H_f. \quad (9)$$

Обратим внимание на то, введение в схему перелет промежуточного импульса скорости, прежде всего, рассматривается как методический прием. При этом в большинстве случаев на итоговой перелетной траектории этого импульса нет.

В главе описываются численные методы решения задачи безусловного минимума и интегрирования уравнений движения, применяемые при анализе траекторий перелетов на окололунную орбиту. Для интегрирования дифференциальных уравнений движения используется метод Дорманда-Принса восьмого порядка точности. Для решения задачи безусловного минимума используется метода эволюционной стратегии с адаптацией ковариационной матрицы (СМА-ES).

В четвертой главе проводятся результаты численного анализа траектории низкоэнергетического перелета на низкую окололунную орбиту с использованием разработанного метода. Рассматривается задача перелета КА на круговую окололунную орбиту высотой 100 км с околоземной орбиты высотой 200 км и наклоном 51.6° . Эпоха старта 2024 год.

Критерием оптимизации рассматривается тормозной импульс скорости, требуемый для перевода КА с подлетной к Луне траектории на круговую окололунную орбиту в варианте отсутствия промежуточного импульса скорости; или сумма величин тормозного и промежуточного импульса скорости, когда промежуточный импульс скорости существует и не равен нулю.

Первый раздел этой главы иллюстрирует поэтапную работу разработанного метода.

Этап 1. Нахождение траектории достижения КА окрестности точки либрации с удовлетворением условий на характеристики оскулирующей геоцентрической орбиты

В соответствие с разработанным методом важным этапом исследования является нахождение начального приближения траектории перелета. Полагая, что искомая траектория проходит в окрестности точки либрации, на этом этапе находятся параметры схемы перелета, обеспечивающие пролет окрестности точки либрации.

На рисунке 1 представлены изолинии суммарного промаха точки либрации $I(T_{st}, r_a)$ как функции даты старта в 2024 году (ось абсцисс) и радиуса апогея промежуточной геоцентрической орбиты r_a (ось ординат). Приведен диапазон дат старта в первые 122 суток 2024 года. Числа по оси абсцисс - час даты старта, отсчитанный от 0 часов 1 января 2024 года. Числа по оси ординат – величина радиуса апогея промежуточной орбиты r_a в млн. км.

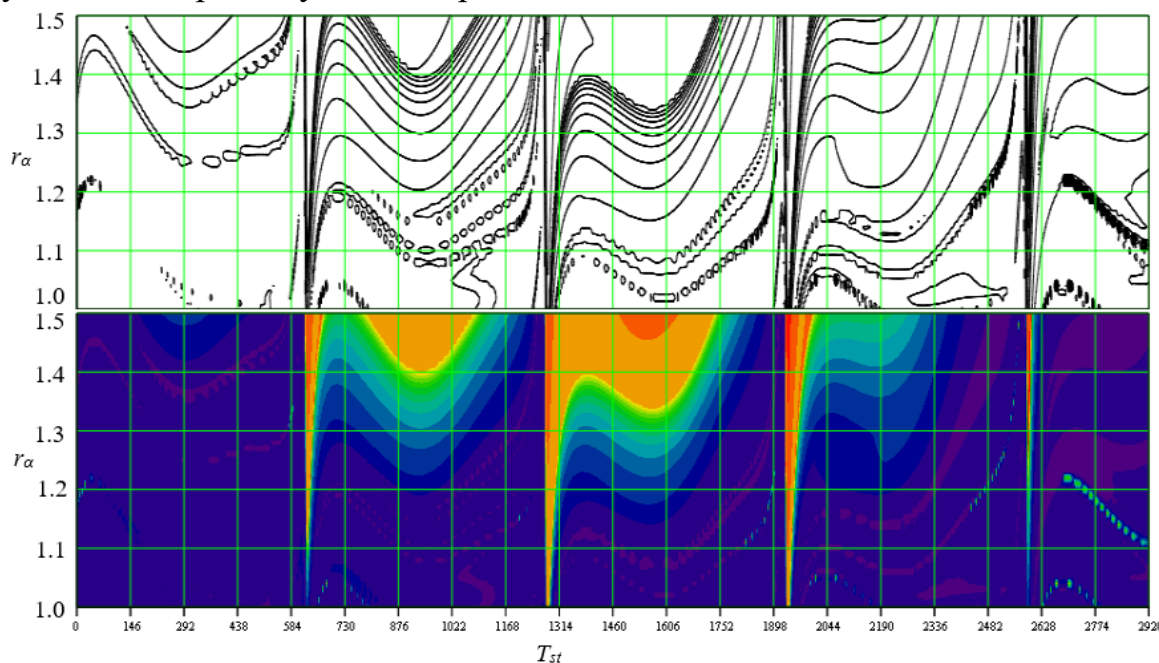


Рис. 1 – Изолинии величины $I(T_{st}, r_a)$ как функции даты старта (ось абсцисс, первые 2920 часов 2024 года) и параметра r_a (ось ординат, диапазон от 1 до 1.5 млн. км)

Диапазон значений функции $I(T_{st}, r_a)$ на рассматриваемой плоскости аргументов оказался таким: минимальная величина 9.5 тысяч км, максимальная величина 1.31 млн. км. Поместить значения показателя на изолиниях оказалось затруднительным, поэтому на графике, представленном в нижней части рисунка, цветом выделены области различных значений анализируемой функции. Фиолетовые области соответствуют минимальным значениям функции $I(T_{st}, r_a)$, красные области соответствуют максимальным значениям этой функции.

Анализ изолиний показал, что для рассматриваемого 2024 года существует несколько областей рассматриваемой плоскости даты старта и параметра r_a , используя которые можно обеспечить попадание КА в окрестность точки либрации так, чтобы форма и размер оскулирующей геоцентрической орбиты КА близки к форме и размеру оскулирующей геоцентрической орбиты точки либрации. Считаем целесообразным исследовать каждую из этих областей на возможность реализации низкоэнергетического лунного перелета.

Для выделения интересных для реализации низкоэнергетических перелетов на рисунке 2 на той же плоскости параметров схемы перелеты показаны только изолинии функции I , на которых значения I меньше 100 тысяч км. Анализ рисунка

позволяет выделить области рассматриваемой плоскости, для которых КА на траектории перелета попадает в окрестность точки либрации с кинематическими характеристиками, позволяющими попасть в окрестность Луны с относительно малой селеноцентрической энергией.

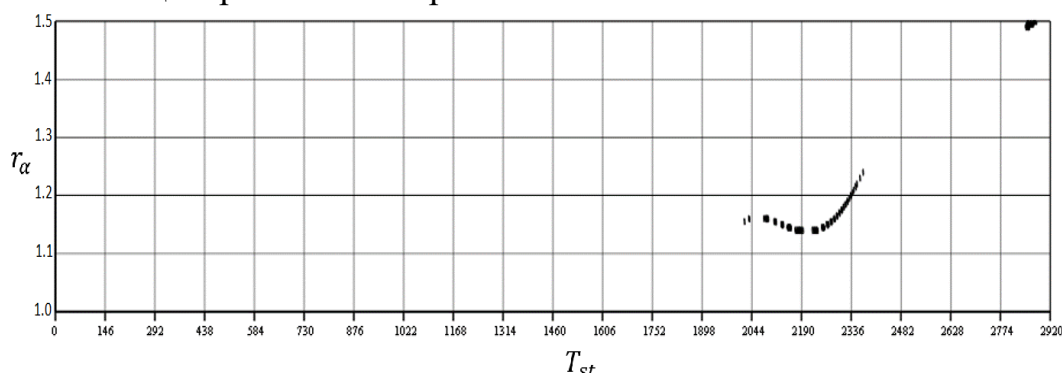


Рис. 2 – Изолинии величины I (меньшей, чем 100 тысяч км) как функции даты старта (ось абсцисс, первые 2920 часов 2024 года) и параметра r_a (ось ординат, диапазон от 1 до 1.5 млн. км)

Из рисунка 2 видно, что целесообразно рассмотреть даты старта в конце марта и первой половине апреля рассматриваемого года (в диапазоне с 2000 часа по 2400 часов, отсчитываемых от 0 часов 1 января 2024 года). Минимальное значение показателя I (38.58 тыс. км) в этом диапазоне параметров схемы перелета достигается при дате старта 29 марта 2024 года (2133 часа от 0 часов 2024 года) и радиусе апогея промежуточной орбиты 1.15 млн. км. При этом время перелета в окрестность точки либрации оказывается равным 92.96 суток.

Этап 2. Уточнение траектория начального приближения. Минимизация показателя $I(T_{st}, \Omega, u_o, r_a)$ как функции его четырех аргументов.

На этапе анализа показатель $I(T_{st}, \Omega, u_o, r_a)$ рассматривается как функция её четырех аргументов. Осуществляется поиск безусловного минимума этой функции. Полученные значения параметров схемы перелета в анализируемом случае оказались следующими:

- дата старта 29 марта 2024 года (2132.957 часа от 0 часов 2024 года);
- радиус апогея промежуточной орбиты 1.14998 млн. км;
- долгота восходящего узла - $4.6226 \cdot 10^{-3}$ град;
- аргумент широты точки старта (относительно плоскости эклиптики) - 0.01473° .

Значение показателя $I(T_{st}, \Omega, u_o, r_a)$ при найденных аргументах этого показателя оказалось равным 36.107 тыс. км.

Этап 3. Уточнение траектория начального приближения. Минимизация показателя $J(T_{st}, \Omega, u_o, r_a, t_1)$ как функции его пяти аргументов.

На этапе вместо показателя $I(T_{st}, \Omega, u_o, r_a)$ анализируется показатель $J(T_{st}, \Omega, u_o, r_a, t_1)$, который является функцией 5 аргументов. Находится локальный

минимум этого показателя в окрестности полученного на предыдущем этапе набора параметров схемы перелета. Проекция этой траектории на плоскость эклиптики x - y и на плоскость z - y показаны на рисунке 3. В рамках рассматриваемого масштаба траектория КА практически заканчивается в точке либрации. Максимальное удаление КА от Земли на траектории перелета составляет 1.395 млн. км. Обратим внимание на то, радиус апогея промежуточной орбиты немного меньше 1.15 млн. км. То есть солнечные возмущения обеспечили значительное увеличение удаления КА от Земли на траектории перелета.

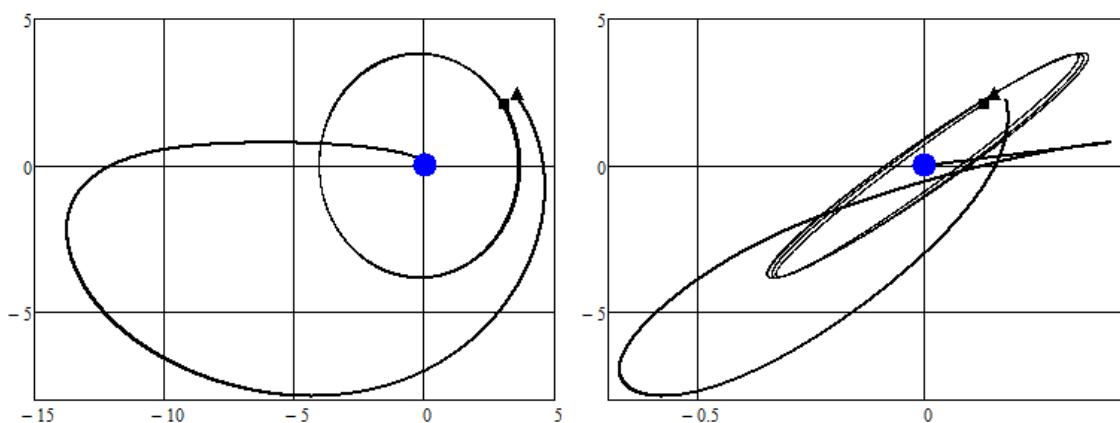


Рис. 3 – Проекция на плоскость эклиптики (x - y , левый рисунок) и плоскость z - y (правый рисунок)-траектории перелета КА в окрестность точки либрации L_2 системы Земля-Луна. Размерность по осям координат 100 тыс. км

На рисунке 4 показана селеноцентрическая константа энергии как функция времени перелета вдоль траектории перелета КА в окрестность точки либрации L_2 системы Земля-Луна. На правом рисунке в крупном масштабе показано изменение этой константы на последних 5 сутках перелета.

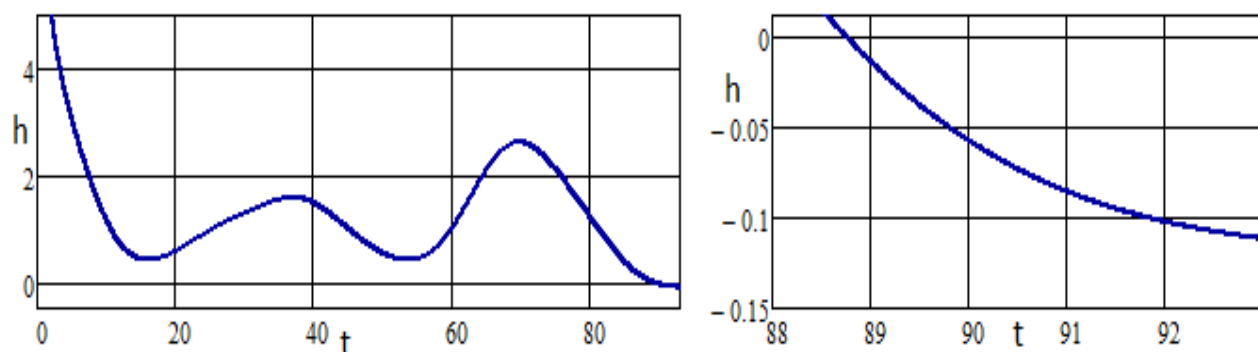


Рис. 4 – Изменение селеноцентрической константы энергии ($\text{км}^2/\text{с}^2$) вдоль траектории перелета КА в окрестность точки либрации L_2 системы Земля-Луна. Левый рисунок – вдоль всей траектории перелета, правый рисунок на последних пяти сутках перелета. Ось абсцисс – время перелета в сутках.

Видно, что рассматриваемая константа энергии становится отрицательной на 88 сутки перелета и продолжает монотонно убывать при приближении КА к точке

либрации. На этом временном интервале оскулирующая селеноцентрическая орбита КА является эллиптической. Можно считать, что имеет место временный захват КА Луной. Такое свойство является необходимым условием реализации траектории низкоэнергетического перелета.

Этап 4. Анализ селеноцентрической части траектории КА при найденных на предыдущем этапе характеристиках схемы перелета.

Анализ траектории проводится в селеноцентрической системе координат. Начальные условия для интегрирования системы, описывающей движение на этом участке траектории, находятся с использованием характеристик траектории геоцентрического движения в конечной точке геоцентрического участка. На рис. 5 показано изменение величины селеноцентрического радиуса вектора КА на анализируемом участке траектории перелета.

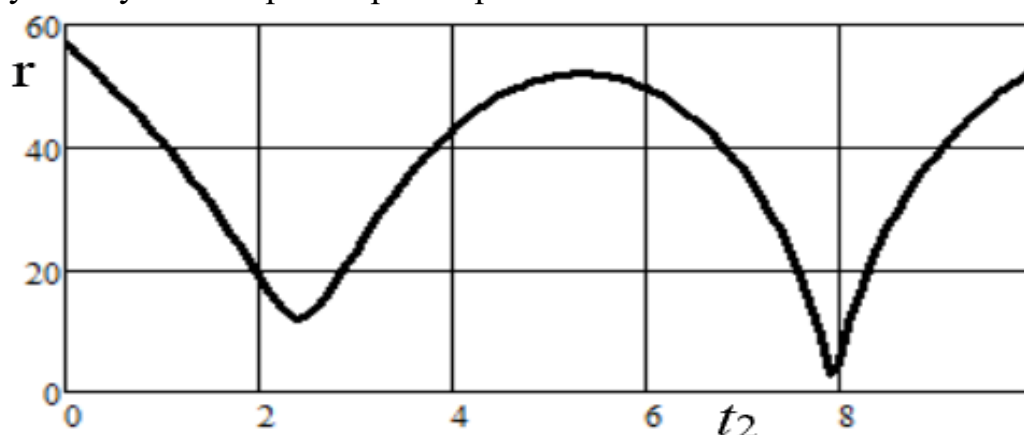


Рис. 5 – Изменение величины селеноцентрического радиуса вектора КА на селеноцентрическом участке траектории перелета (тысячи км) для полученных параметров схемы перелета как функция времени перелета на селеноцентрическом участке t_2 (сутки)

На рассматриваемом временном интервале КА дважды приближается к Луне. При первом сближении селеноцентрический радиус вектор КА равен 15914.6 км. При втором сближении КА с Луной минимальный селеноцентрический радиус вектор КА равен 3295.4 км. Принципиально следует рассматривать возможность выхода КА на окололунную орбиту и при первом, и при втором сближении КА с Луной. Приведем анализ для варианта первого сближения КА с Луной.

При этом варианте минимальная высота КА над лунной поверхностью 14176.6 км. Такая величина радиуса вектора достигается на 2.60 сутки селеноцентрического перелета.

Очень важным представляется характер изменения константы энергии селеноцентрической оскулирующей орбиты на селеноцентрическом участке траектории. На рис. 6 (левый рисунок) показана эта зависимость. Видно немонотонное изменение этой константы. Но важно, что она остается отрицательной на всем рассматриваемом участке траектории и в итоге уменьшается до значения $-0.196 \text{ км}^2/\text{с}^2$. Справа на рисунке показано изменение этой

же константы на всей траектории перелета. Пунктирная линия соответствует геоцентрическому участку траектории, сплошная линия – селеноцентрическому участку траектории. Ещё раз отметим, что селеноцентрическая константа энергии стала отрицательной ещё до подлета КА к окрестности точки либрации на геоцентрическом участке траектории.

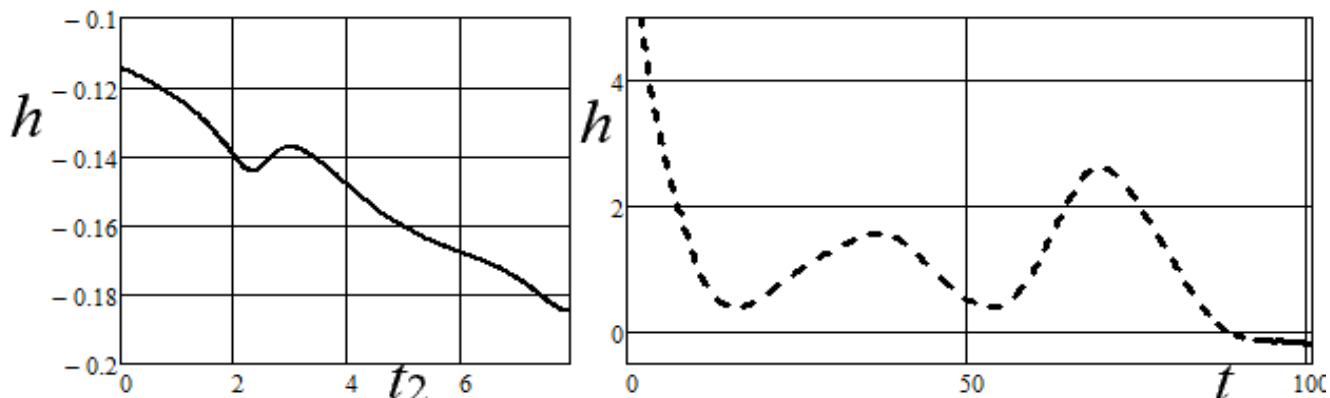


Рис. 6 – Изменение селеноцентрической константы энергии оскулирующей орбиты КА на селеноцентрическом участке перелета (левый рисунок, $\text{км}^2/\text{с}^2$) как функция времени перелета на селеноцентрическом участке (сутки). Справа показано изменение этой же константы на всей траектории перелета.

Для объяснения такой сложной зависимости селеноцентрической константы энергии целесообразно рассмотреть возмущающие гравитационные ускорения от Земли и Солнца на рассматриваемом селеноцентрическом участке перелета. На рисунке 7 приведены три проекции этих возмущающих ускорений.

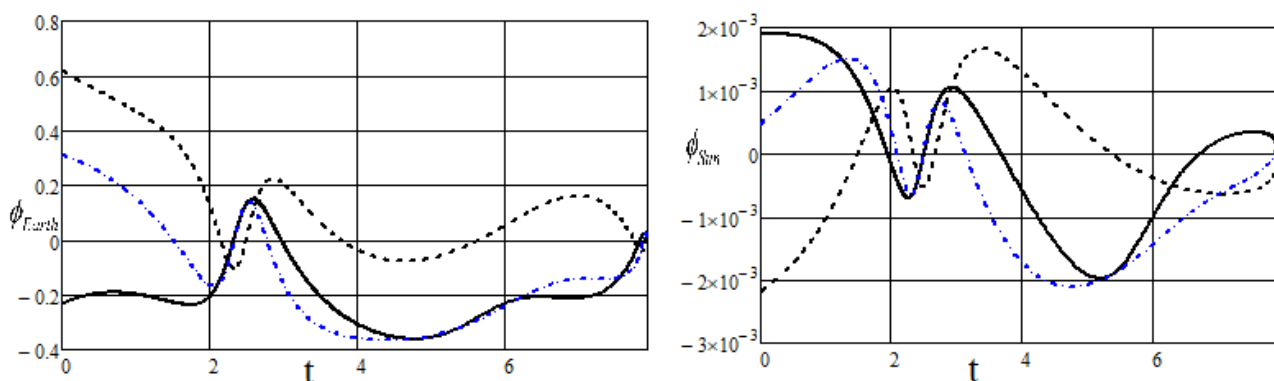


Рис. 7 – Изменение проекций возмущающих гравитационных ускорений ($\text{мм}/\text{с}^2$) от Земли (левый рисунок) и Солнца (правый рисунок) как функций времени перелета на селеноцентрическом участке (сутки). Сплошные линии – проекции на направление селеноцентрической скорости. Пунктирные линия – радиальные проекции, штрихпунктирные линии – трансверсальные проекции

Прежде всего, обратим внимание на то, что гравитационные солнечные ускорения (правый рисунок) существенно меньше (на два порядка) возмущающих ускорений от Земли (левый рисунок). Поэтому характер возмущения селеноцентрической орбиты определяется земными возмущениями.

Для объяснения характера изменения константы энергии селеноцентрического движения следует проанализировать проекции возмущающих ускорений от Земли на направление селеноцентрической скорости КА. Эта проекция на рисунке показана сплошной черной линией. На начальных двух с половиной сутках селеноцентрического полета проекция возмущающего земного ускорения на направление скорости отрицательна и имеет большую величину (порядка 2 мм/с^2). Земное возмущающее ускорение активно тормозит КА, уменьшая константу энергии селеноцентрического движения. Затем на временном интервале немного меньшем одних суток проекция возмущающего гравитационного ускорения становится положительной. На этом интервале увеличивается селеноцентрическая скорость КА, и константа энергии селеноцентрического движения увеличивается. Затем проекция возмущающего ускорения от Земли на направление селеноцентрической скорости становится опять отрицательной (почти до самого окончания перелета). На этом интервале перелета величина тормозящего ускорения достигает почти 4 мм/с^2 . Земное возмущающее ускорение активно уменьшает селеноцентрическую скорость КА.

На рис. 8 показаны проекции геоцентрической траектории перелета в окрестность Луны. Геоцентрический участок траектории КА показан пунктирной линией, селеноцентрический участок показан сплошной линией. Орбита Луны показана точками. Земля на рисунке показана кружочком.

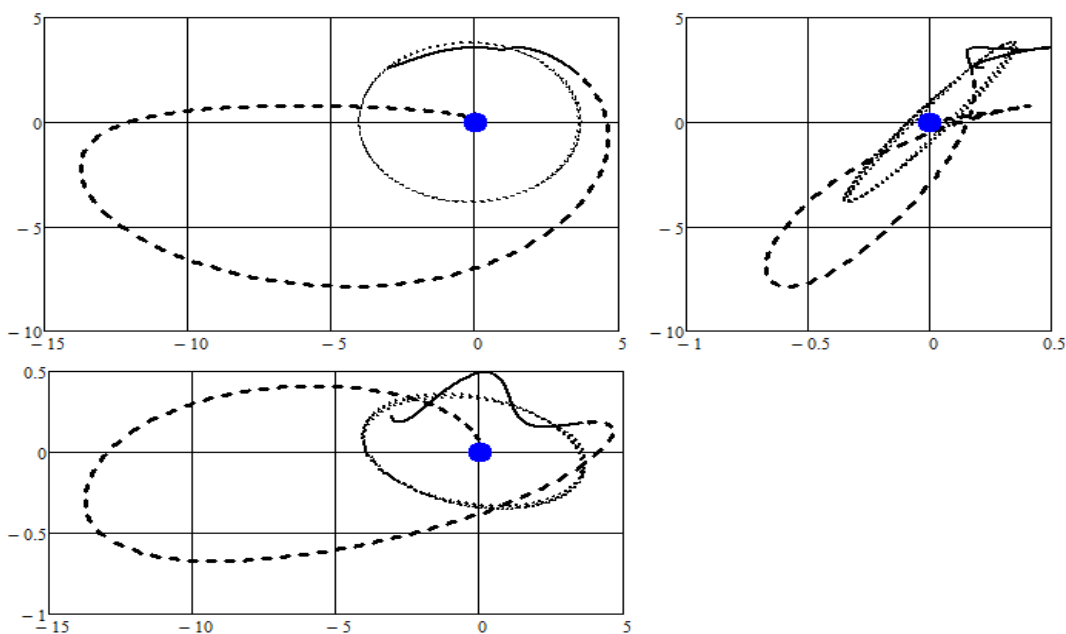


Рис. 8 – Проекция траектории геоцентрического перелета в окрестность Луны на плоскость x - y (эклиптики, левый верхний рисунок), на плоскость x - z (нижний рисунок) и на плоскость z - y (правый рисунок). Размерность по осям координат 100 тыс. км

Видно, что траектория КА на конечном участке перелета «качается» в окрестности лунной орбиты. Заметна и точка траектории КА, в которой сильно

изменяется направление скорости КА. Эта точка соответствует первой точки сближения КА с Луной.

Этап 5. Нахождение параметров схемы перелета, при которых КА подлетает к поверхности Луны на расстояние равное заданной высоте окололунной орбиты.

Используя полученные на предыдущем этапе параметры схемы перелета как начальное приближение, решаем задачу безусловной минимизации квадрата разности величины селеноцентрического радиуса вектора КА в конечной точке траектории перелета и радиуса окололунной орбиты, на которую КА должен быть выведен. При этом используем стандартный алгоритм безусловной минимизации, базирующийся на методе сопряженного градиента. Был получен локальный минимум. Минимальная высота КА оказалась 2483.5 км. Такая высота соответствует следующим параметрам схемы перелета: $T_{st} = 88.775$ суток (2130.6090841 часов, отсчитанных от 0 часов 1 января 2024 года), $r_a = 1.1494671$ млн. км, $\Omega = -1.5136699 * 10^{-30}$, $u_o = -0.0933827^\circ$, $t_2 = 2.1094268$ суток.

Так как требуемая высота КА над поверхностью Луны не была достигнута, то был введен промежуточный импульс скорости. При этом вектор выбираемых параметров схемы перелета увеличился на четыре единицы: время сообщения КА промежуточного импульса скорости ΔV_c ; величина импульса скорости; двух углов, фиксирующих направление импульса скорости. Начальные приближения для этих параметров были введены так. Время сообщения КА импульса скорости принималось равным времени геоцентрического времени перелета. Величина импульса скорости принималась нулевой, прямое восхождение α и склонение δ вектора промежуточного импульса скорости находились из условия антиколлинеарности этого импульса скорости вектору селеноцентрической скорости КА.

Использование метода безусловной минимизации ошибки высоты КА в конечной точке траектории перелета при поиске в пространстве девяти параметров схемы перелета позволило ошибку высоты сделать нулевой. При этом набор параметров схемы перелета оказался таким: $T_{st} = 88.7749848$ суток, $r_a = 1.1494638$ млн. км, $\Omega = -1.5136699 * 10^{-30}$, $u_o = -0.0942504^\circ$, $t_{geo} = 92.9986667$ суток, $\Delta V_c = 40.8203012$ м/с, $\alpha = -2.4799596^\circ$, $\delta = 52.4669207^\circ$, $t_2 = 2.1082386$ суток.

Несмотря на весьма большую величину промежуточного импульса скорости (40.8 м/с) полученную траекторию можно назвать низкоэнергетической. Дело в том, что при полученной траектории перелета величина тормозного импульса оказалась равна 639.687 м/с. Таким образом, суммарный импульс скорости (сумма промежуточного и тормозного импульса скорости ΔV_Σ) равен 680.507 м/с.

Этап 6. Минимизация требуемого импульса скорости при выходе на окололунную орбиту

На заключительном этапе проектирования низкоэнергетической траектории перелета к Луне осуществляется минимизация энергетики лунного перелета (минимизация требуемого импульса скорости при выходе на окололунную орбиту) при удовлетворении условий транспортной задачи. В рассматриваемом варианте траектории удалось уменьшить суммарный импульс для перехода на окололунную орбиту на 20 м/с. Конкретно, в итоговом варианте промежуточный импульс скорости удалось уменьшить до 20.745276 м/с. Тормозной импульс скорости при переходе на окололунную орбиту оказался равен 639.941238 м/с. Таким образом, итоговый суммарный импульс скорости оказался равен 660.686514 м/с.

Приведем значения параметров схемы полета, при которых были получены приведенные величины импульсов скорости: $T_{st} = 88.7540914$ суток, $r_a = 1.14920969$ млн. км, $\Omega = -0.001513670^\circ$, $u_o = -0.1318174^\circ$, $t_{geo} = 93.6174995$ суток, $\Delta V_c = 20.7452760$ м/с, $\alpha = -0.000224625^\circ$, $\delta = 69.0577323^\circ$, $t_2 = 2.5704196$ суток.

Таким образом, в разделе на примере проектирования конкретной низкоэнергетической траектории перелета к Луне даны пояснения всех этапов анализа, всего алгоритма, разработанного для нахождения низкоэнергетической схемы перелета к Луне с выведением КА на низкую окололунную орбиту.

Остальные разделы главы 4 анализирует полученные низкоэнергетические лунные траектории. Были выделены три типа таких траекторий. На перелетной траектории первого типа КА на селеноцентрическом участке траектории КА монотонно сближается с Луной. При этом константа энергии селеноцентрической оскулирующей орбиты монотонно уменьшается. На перелетной низкоэнергетической траектории второго типа, прежде чем на заключительном этапе обеспечивается выведение КА на окололунную орбиту, он сильно сближается с Луной. На этой траектории практически осуществляется лунный гравитационный маневр. При этом геоцентрическая траектория КА «качается» в окрестности лунной орбиты на большом (например, 10-ти суточном) заключительном интервале времени. На этом временном интервале константа энергии селеноцентрической оскулирующей орбиты изменяется немонотонно. К траекториям третьего типа можно отнести траектории с промежуточным импульсом скорости.

Приведем анализ одной из траекторий первого типа. Основные её характеристики приведены в таблице 1.

Таблица 1. – Характеристики низкоэнергетической траектории перелета к Луне

Дата старта	5 апреля 2024
Юлианская дата старта	2460405.8865
Радиус апогея промежуточной геоцентрической орбиты (r_a) тыс. км	1269.6106
Величина первого импульса скорости, м/с	3197.702
Долгота восходящего узла околоземной орбиты (Ω , град.)	-0.075797°
Аргумент перигея промежуточной геоцентрической орбиты (u_o , град.)	-12.403506°
Полное время перелета, сутки	87.52329
Максимальное удаление КА от Земли, тыс. км	1735.6
Минимальное расстояние КА от точки либрации L2 на траектории перелета	18620 км
Величина импульса скорости при переходе на окололунную орбиту ΔV_{br} , м/с	638.09556

Импульс скорости при переходе на окололунную орбиту оказался равен 638.1 м/с.

На рисунке 9 показаны проекции возмущающих гравитационных ускорений при исследовании геоцентрической траектории КА. Рассмотрен временной интервал от старта КА с низкой околоземной орбиты до момента сближения КА с точкой либрации (85.93 суток). На левом рисунке анализируется возмущающее солнечное ускорения Φ_{Sun} , на правом – лунное возмущающее ускорение Φ_{Moon} . Жирной линией показаны проекции возмущающих ускорений на направление геоцентрической скорости космического аппарата. Тонкими сплошными линиями показаны трансверсальные проекции возмущающих ускорений. Пунктирными и штрихпунктирными линиями показаны радиальные и нормальные компоненты возмущающих ускорений соответственно.

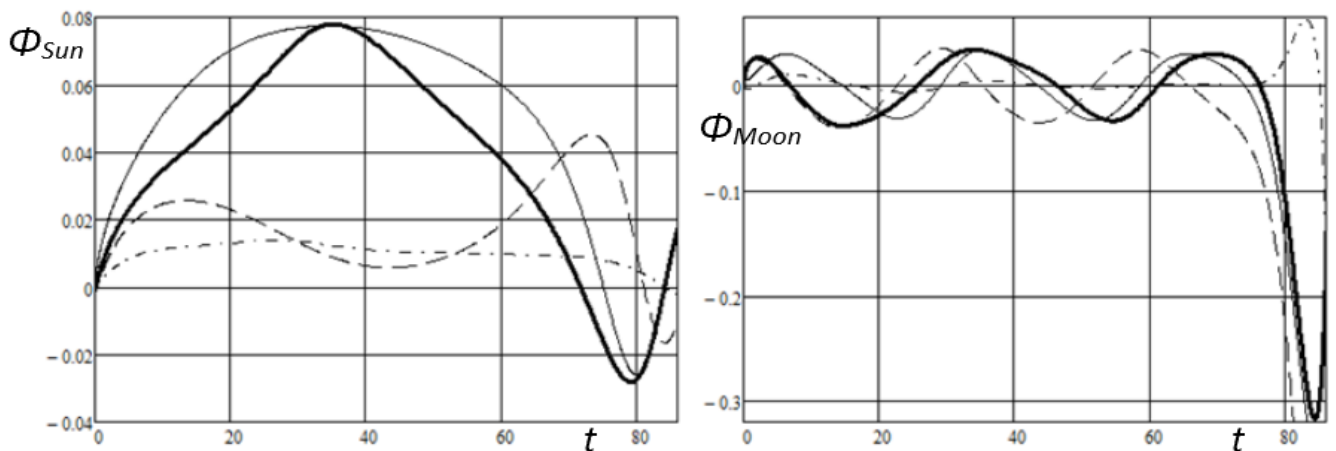


Рис. 9 – Проекция возмущающего солнечного гравитационного ускорения (левый рисунок, Φ_{Sun} , мм/с²) и проекция возмущающего лунного гравитационного ускорения (правый рисунок, Φ_{Moon} , мм/с²) на геоцентрическом участке траектории как функции времени перелета (сутки).

Видно, что на значительной части рассматриваемого участка траектории (0...71.7 суток) проекция солнечного гравитационного ускорения на направление скорости Φ_{Sun_v} положительна. Максимальная величина этого ускорения (0.078 мм/с²) достигается на 35.149 сутки полета, когда КА находится на большом удалении от Земли (1.405 млн. км). Солнечное гравитационное ускорение активно увеличивает геоцентрическую скорость КА, увеличивая и радиусы апсидальных точек геоцентрической оскулирующей орбиты КА.

Анализ возмущающих ускорений на селеноцентрической траектории перелета показал следующее. Солнечные возмущающие гравитационные ускорения меньше возмущающих земных ускорений на два порядка. Они очень слабо влияют на траекторию движения космического аппарата. Проекция возмущающего земного ускорения на направление селеноцентрической скорости на всей рассматриваемой траектории отрицательна. На почти на всей траектории (кроме конечного её участка) величина этой проекции значительна (порядка 1 мм/с²). Это обеспечивает убывание энергии селеноцентрического движения КА и временный захват Луной космического аппарата.

Анализ изменения константы энергии оскулирующей селеноцентрической орбиты как функции времени полета показал, что на 81.371 сутки полета эта константа становится отрицательной и продолжает уменьшаться. Происходит «захват» КА Луной. В момент, когда КА находится на минимальном расстоянии до точки либрации (85.930 сутки полета), константа энергии селеноцентрического движения КА равна -0.138 км²/с². В конечной точке перелетной траектории эта константа (перед сообщением КА тормозного импульса скорости) константа энергии оскулирующей селеноцентрической орбиты равна -0.176 км²/с². В этот момент времени элементы оскулирующей селеноцентрической орбиты таковы: эксцентриситет 0.934028, радиус периселения 1837.996 км, радиус апоселения 53882.842 км, В этот момент истинная аномалия оскулирующей орбиты 359.836°.

На траектории перелета минимальное расстояние КА от точки либрации (18620 км) достигается на 85.930 сутки полета. В этот момент радиус-вектор КА равен 422.8 тыс. км. Геоцентрический радиус вектор точки либрации в этот момент времени 432.4 тыс. км. То есть КА расположен ближе к Земле, чем точка либрации на почти 10 тыс. км. Этим объясняется то, что радиусы апсидальных точек оскулирующей геоцентрической орбиты КА в этот момент времени меньше радиусов апсидальных точек оскулирующей геоцентрической орбиты точки либрации. Например, радиус перигея орбиты КА меньше радиуса перигея оскулирующей орбиты точки либрации на 30.4 тыс. км.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основными результатами работы являются:

1. Разработка метода проектирования низкоэнергетических лунных перелетов, предполагающего использование в качестве начального приближения траекторию, которая проходит через окрестность коллинеарных точек либрации L1 или L2 системы Земля-Луна. Особенности метода:

- введение условий, обеспечивающие близость формы, размера и расположения оскулирующих геоцентрических орбит точки либрации и космического аппарата в момент прохождения космическим аппаратом окрестности точки либрации;
- использование характеристик промежуточной орбиты, на которую КА переводится при старте с низкой околоземной орбиты, как оптимизируемых характеристик схемы перелета;
- использование положения восходящего узла лунной орбиты по отношению к плоскости земного экватора при нахождении начального приближения оптимизируемой траектории;
- использование прямого перебора (при нахождении начального приближения оптимизируемой траектории) двух важнейших выбираемых параметров схемы перелета (даты старта и радиуса апогея промежуточной орбиты) с достаточно малым шагом перебора, что способствует преодолению проблемы «застывания» в областях локального экстремума при использовании итерационных процедур;
- использование промежуточного импульса скорости как методического приема, обеспечивающего большую эффективность разработанного метода.

2. Разработка программного обеспечения, реализующего метод.

3. Анализ низкоэнергетических траекторий импульсного перелета к Луне (с выводом КА на круговую окололунную орбиту высотой 100 км), проходящих через окрестность точки либрации L2 системы Земля-Луна. Показано, что при использовании такой траектории удастся уменьшить требуемый тормозной импульс скорости при переходе на конечную окололунную орбиту до 632...676 м/с.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В рецензируемых научных журналах и изданиях, входящих в Перечень Высшей аттестационной комиссии Российской Федерации и международных систем цитирования

1. Аунг Мьо Тант. Анализ траектории возвращения космического аппарата с поверхности Луны в заданный район Земли / М.С. Константинов, И.А. Николичев, Аунг Мьо Тант // Инженерный журнал «Наука и инновации». – 2021. – № 12. – С. 1-21. – Режим доступа: DOI: 10.18698/2308-6033-2021-12-2139

2. Аунг Мьо Тант. Использование точки либрации L2 системы Земля-Луна при перелете космического аппарата на окололунную орбиту/ Константинов М.С., Аунг Мьо Тант // Журнал «Космонавтика и ракетостроение». – 2022, № 3. – С. 30-43.

В других журналах и сборниках научных трудов

3. Аунг Мьо Тант. Проектирование траектории перелета к окололунной орбите спутника Луны / Тант А.М. // Сборник тезисов докладов XLV Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения». Москва, МАИ, – 2019. – С. 558.

4. Аунг Мьо Тант. Проектирование траектории перелета на лунную круговую орбиту/ Тант А.М. // Сборник тезисов докладов XLVI Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения». Москва, МАИ, – 2020. – С. 704.

5. Аунг Мьо Тант. Оптимизации проектирования траектории перелета на окололунную орбиту/ Аунг Мьо Тант, Най Хтет Линн// Сборник тезисов докладов XLVII Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения». Москва, МАИ, – 2021. – С. 639.

6. Аунг Мьо Тант. Оптимизация траектории перелета КА между околоземной и окололунной круговыми орбитами // Сборник тезисов докладов 18-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика». 18-22 ноября 2019 г. Москва. С. 151.

7. Аунг Мьо Тант. Оптимизация лунных перелетов с использованием условий стационарности функции Лагранжа // Сборник тезисов докладов 19-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика». 23-27 ноября 2020 г. Москва. С. 367.

8. Аунг Мьо Тант. Проектирования траектории низкоэнергетического перелета на окололунную орбиту// Сборник тезисов докладов 20-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика». 22-26 ноября 2021 г. Москва. С. 366.

9. Аунг Мьо Тант. Анализ траектории возвращения КА с поверхности Луны с заданный район Земли / М.С. Константинов, И.А. Николичев, Аунг Мьо Тант // Сборник тезисов докладов XLV Академических чтений по космонавтике «Королевские чтения». 30 марта - 2 апреля 2021 г. МГТУ, Москва.С.109-111.