

Научная статья
УДК 539.39
DOI: [10.34759/trd-2022-124-12](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-12)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПРИЗЕМЛЕНИЯ НЕДЕФОРМИРУЕМОГО ГРУЗА С АМОРТИЗИРУЮЩИМ УСТРОЙСТВОМ НА ЖЕСТКУЮ ПЛОЩАДКУ

Игорь Олегович Аверьянов¹✉, Александр Владимирович Зинин²

¹АО «МКПК «Универсал» им. А.И. Привалова», Москва, Россия

²Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

¹i.averyanov@mail.ru✉

²allzin@yandex.ru

Аннотация. Описывается математическая модель процесса пространственного приземления груза с установленным на нём амортизирующим устройством на площадку с заданным углом наклона. Модель позволяет получить связанное (непрерывное) решение на протяжении всего рассматриваемого процесса приземления. Для этого в систему уравнений движения груза с амортизирующим устройством включены реакции со стороны площадки, введён алгоритм их контактного взаимодействия. Груз и площадка рассматриваются

недеформируемыми. Предполагается использование данной модели в задачах статистического моделирования процесса приземления [1].

Ключевые слова: система мягкой посадки, средства десантирования, модель надёжности процесса приземления, статистическое моделирование.

Для цитирования: Аверьянов И.О., Зинин А.В. Математическая модель процесса приземления недеформируемого груза с амортизирующим устройством на жесткую площадку // Труды МАИ. 2022. № 124. DOI: [10.34759/trd-2022-124-12](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-12)

MATHEMATICAL MODEL OF NON-DEFORMED CARGO LANDING SYSTEM WITH DAMPERS TO RIGID PLANE LANDING PROCESS

Igor O. Averyanov¹✉, Alexander V. Zinin²

¹МКПК «Universal» by A.I. Privalov, Moscow, Russia

²Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

¹i.averyanov@mail.ru✉

²allzin@yandex.ru

Abstract. To calculate dependability measures for developed dropped cargo landing systems with dampers we usually use statistics from similar models and mathematical statistical modelling of landing process. In this article we describe the mathematical model of dynamics landing process for cargo dropped systems with dampers we developed for its further using in statistical modelling.

This mathematical model considers all the phases of dynamic landing process – from the phase when air dampers start resisting to the phase of system stopping – and is

able to indicate typical failures like excessive acceleration and system overturn. It should also be appropriate from time cost point of view.

Analysis of sources shows that existing models are not appropriate for the considered task: almost all of them consider only the dampers resisting phase; in case of finite-element models solutions it is not appropriate according to the time cost.

A rigid body with dampers dropped to the rigid landing area (plane) is considered. The body is freely located in 3D space in the beginning of the process as well as the plane. We use dynamic equations of forces and moments equilibrium in 3D space with reactions from dampers and the plane. The body and the plane interaction realizes with contact algorithm. To solve the equations numerical simulation with finite-difference schemes is used.

There are two tasks presented to demonstrate how the developed model works. The first task considers the translational motion of the dropped body with dampers. The second one – complex body movement. As the considered equation system is closed the algorithm we developed has benefits related to the existing solutions from the point of view of time cost. Thus, the dynamic landing model we developed is appropriate for statistical modelling tasks.

Keywords: soft landing system, air damper, dropped cargo landing, dependability model of landing process, statistics modelling tasks.

For citation: Averyanov I.O., Zinin A.V. Mathematical model of non-deformed cargo landing system with dampers to rigid plane landing process. *Trudy MAI*, 2022, no. 124.

DOI: [10.34759/trd-2022-124-12](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-12)

Введение

В настоящее время для доставки парашютным способом [2-3] грузов широко применяются платформенные и бесплатформенные средства десантирования – комплекс устройств, обеспечивающих транспортирование и сохранное приземление грузов. Объектом данного исследования является приземление как процесс. При рассмотрении этого процесса груз со средствами десантирования, в независимости от их конструктивного исполнения, схематично представляется, как система, состоящая из амортизирующего устройства (АУ), закреплённого к грузу (далее всё вместе – объект). Схема типового процесса приземления объекта с разделением его движения на этапы приведена на рисунке 1.

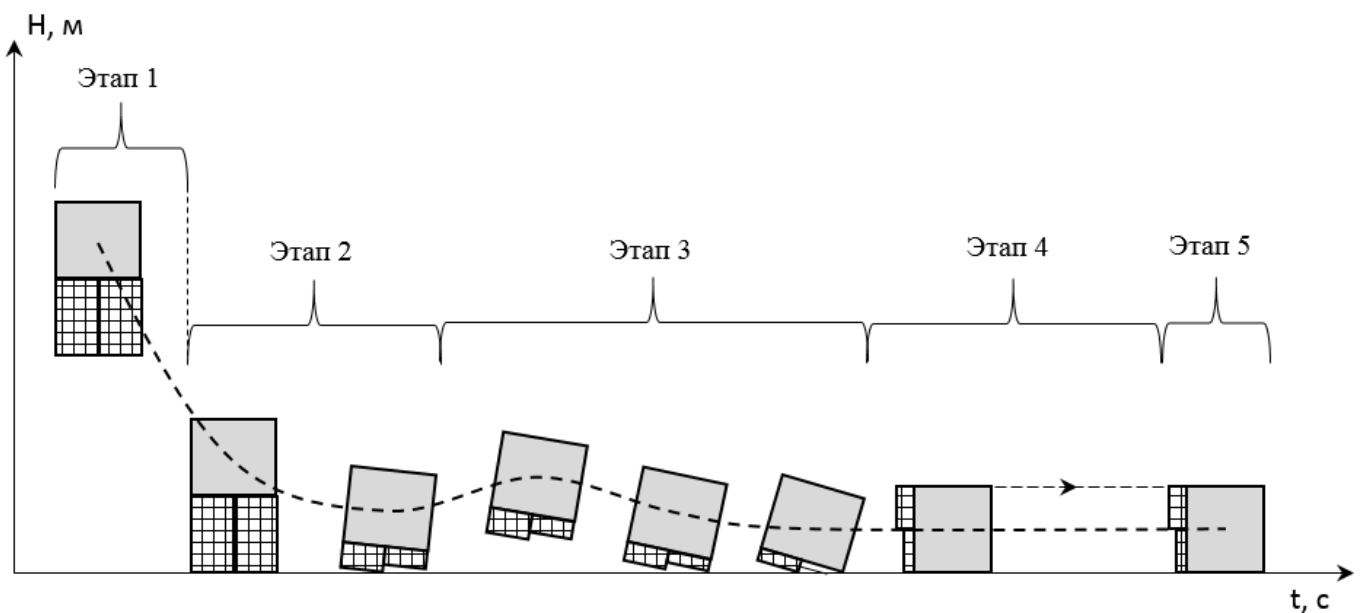


Рисунок 1 – Этапность процесса приземления объекта

Этап 1 – движение объекта в поле сил тяжести; этап 2 – обжатие АУ; этап 3 – движение груза на АУ до контакта с площадкой приземления; этап 4 – движение объекта после воздействия реактивных сил с площадки приземления; этап 5 – остановка объекта. Пунктирной линией показан типовой график изменения центра масса объекта по времени в процессе приземления.

В работе [1] предложена модель надёжности для процесса приземления объекта, в основе которой должна лежать математическая (физическая) модель процесса приземления. Получаемые с помощью такой модели количественные характеристики процесса приземления переводятся в вероятностно-стохастические методом статистического моделирования эксперимента (методом Монте-Карло [4]), реализация которого сводится к проведению серии расчётов, в которых в физическую модель процесса в качестве исходных данных задаются некие характеристики процесса с известным законом их распределения. К таким характеристикам (основным) отнесены: начальное положение объекта в пространстве, наклон площадки приземления, начальная вертикальная скорость, вектор горизонтальной скорости, вероятностные характеристики прочности элементов конструкции объекта (прежде всего элементов амортизационной системы). К основным оцениваемым количественным характеристикам процесса приземления относят: остаточную скорость приземления, перегрузку в центре масс, прочность элементов конструкции амортизационной системы (или амортизирующего устройства – далее АУ), устойчивость объекта (оценка возможности его отскока и опрокидывания). Для использования в задачах статистического моделирования физическая модель процесса приземления объекта должна максимально полно описывать сам процесс (см. рисунок 1), иметь возможность выявления характерных для данного вида техники отказных состояний, обладать свойством связанности решения (непрерывности на

протяжении всего рассматриваемого процесса), а также быть приемлемым с точки зрения затрачиваемого на него времени счёта.

Задача о приземлении груза с АУ рассматривалась многими исследователями [5-15]. Используемые в [5-8] уравнения движения (линейные, плоскопараллельные, пространственные) предполагают возможность задания отскока объекта только на этапе обжатия амортизации. Исследование опрокидывания объекта, при посадке опирающегося в площадку приземления (т.е. опрокидывание через ребро груза), выделяется в отдельную задачу, а решение ищется полуаналитическими методами. Использование современных вычислительных комплексов [9-15] на основе конечно-элементных решений теоретически позволяет получить решение связанной задачи. Однако на практике решение такой задачи также сводится к разбиению её на этапы в связи с необходимостью перестроения конечно-элементных сеток, задающих тканевый материал амортизаторов, в случае больших смещений элементов (например, при складывании модели тканевой оболочки), а само решение требует серьёзных временных затрат. Таким образом, существующие подходы к решению задачи о приземлении груза с АУ не отвечают в полной мере необходимым требованиям для их использования в задачах статистического моделирования процесса приземления.

В данной работе описывается разработанная физическая модель процесса приземления объекта, проводится исследование уравнений движения для случая его вертикальной посадки.

Описание математической модели

Для обеспечения возможности получения связанного решения, описывающего весь процесс приземления объекта, необходимо рассматривать уравнения пространственного движения объекта, с включёнными в них реактивными силами со стороны площадки приземления (ПП). При этом, в общем случае, груз может изначально иметь произвольное положение в пространстве, как и ПП, АУ состоит из нескольких амортизаторов.

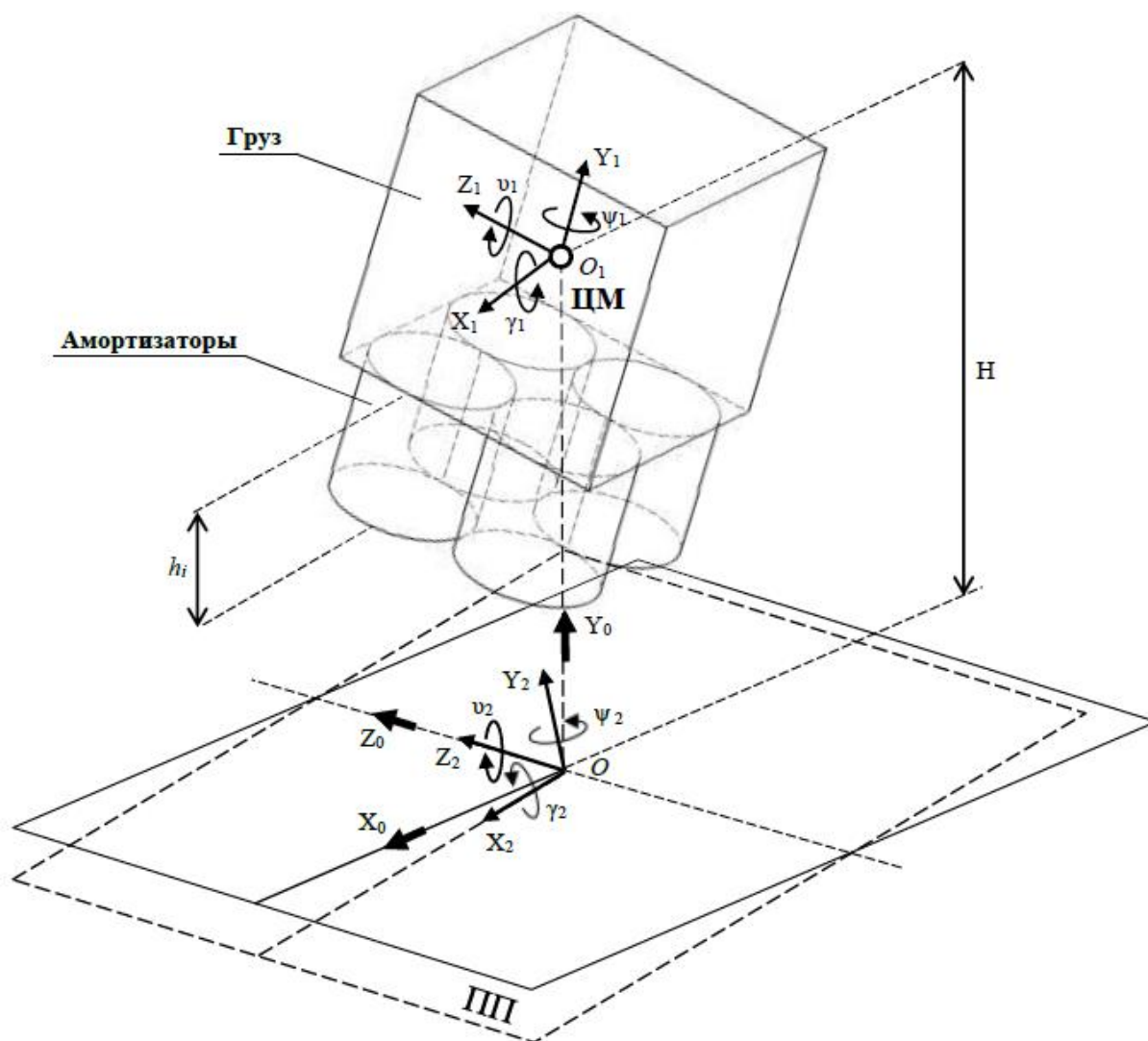


Рисунок 2. Система координат приземляющегося объекта

На рисунке 2 использованы следующие обозначения: $Ox_0y_0z_0$ – система координат (СК) в которой находится наблюдатель – глобальная СК (ГСК); $O_1x_1y_1z_1$ – подвижная СК объекта – локальная система координат (ЛСК), – проходящая через его центр масс (ЦМ), причем оси Ox_1 , Oy_1 и Oz_1 являются главными осями инерции объекта; $Ox_2y_2z_2$ – СК площадки приземления; H – высота сбрасывания; h_i – высота i -го АУ.

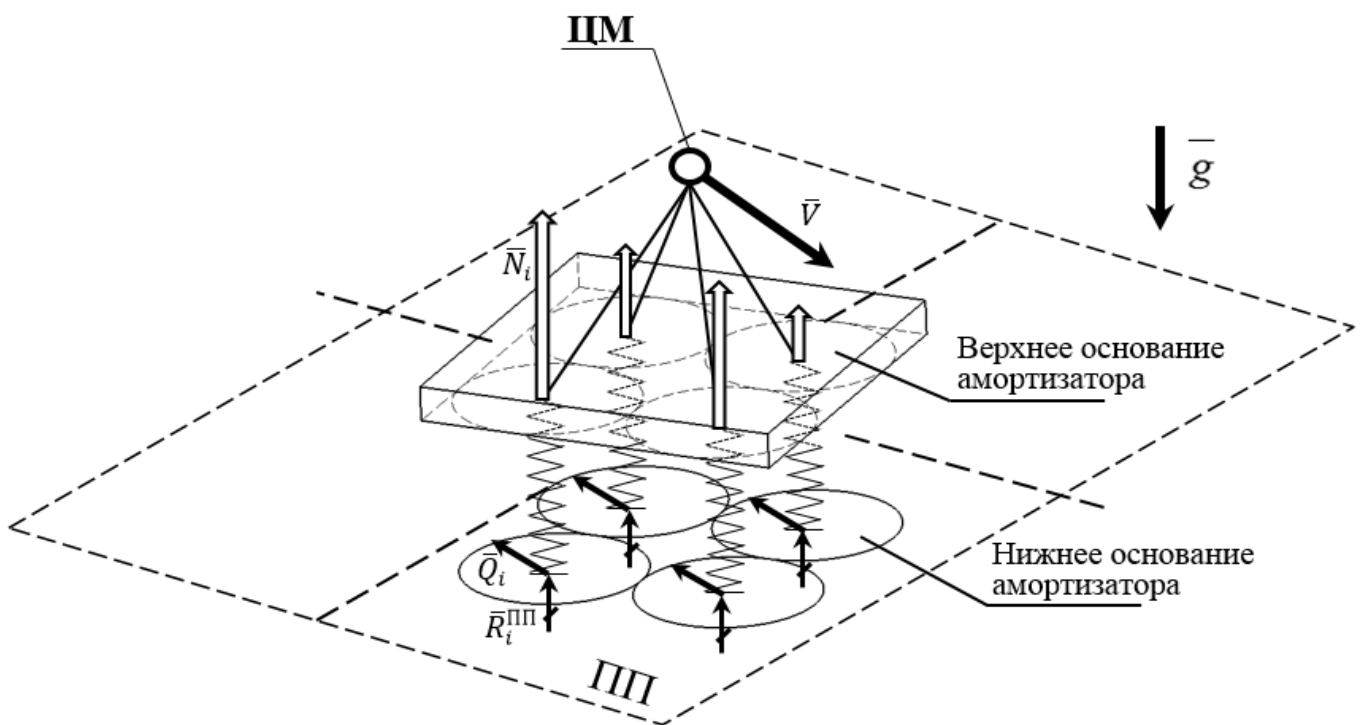


Рисунок 3. Расчетная схема

Рассматриваемая расчётная схема представлена на рисунке 3. Груз представляется в виде точечной массы, расположенной в его ЦМ, жёстко закреплённой к некоторому основанию. На этом основании в некоторых точках крепятся амортизаторы. К моменту начала обжатия амортизаторов объект находится в поле действия гравитационных сил \bar{g} и обладает начальной скоростью \bar{V} . На груз

действуют активные силы \bar{N} и \bar{Q} и, приложенные со стороны площадки приземления, реактивные силы \bar{R}^{III} . При этом силы \bar{N} приложены в плоскости закрепления верхних оснований амортизаторов (нормальные к основанию груза), а, образованные трением, силы \bar{Q} - в плоскости контакта нижних оснований амортизаторов с площадкой приземления.

Движение объекта как твёрдого тела в пространстве описывается системой уравнений, представляющей собой уравнения движения его центра масс (1), динамические уравнения Эйлера (2) и кинематические соотношения Эйлера (3). Уравнения (1), (2) и соотношения (3) по форме представления аналогичны используемым в [7, 8 и 16], за исключением добавления в уравнения (1) и (2) реактивных сил со стороны ПП и изменения знаков некоторых слагаемых в соответствии с выбранной в модели ЛСК $O_1X_1Y_1Z_1$, в которой приводятся все компоненты векторов уравнений движения. Преобразование векторов компонент уравнений, задаваемых в других СК, осуществляется с помощью матрицы направляющих косинусов [16].

$$\begin{aligned}
 M \left(\frac{dV_x}{dt} + V_z \omega_y - V_y \omega_z \right) &= M \cdot g_x + \sum_{i=1}^n (N_{x_i} + R_{x_i}) + \sum_{i=1}^n Q_{x_i}, \\
 M \left(\frac{dV_y}{dt} + V_x \omega_z - V_z \omega_x \right) &= M \cdot g_y + \sum_{i=1}^n (N_{y_i} + R_{y_i}) + \sum_{i=1}^n Q_{y_i}, \\
 M \left(\frac{dV_z}{dt} + V_y \omega_x - V_x \omega_y \right) &= M \cdot g_z + \sum_{i=1}^n (N_{z_i} + R_{z_i}) + \sum_{i=1}^n Q_{z_i},
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
I_x \frac{d\omega_x}{dt} + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z &= \sum_{i=1}^n (N_{z_i} + R_{z_i}) y_i - \sum_{i=1}^n (N_{y_i} + R_{y_i}) z_i + \\
&+ \sum_{i=1}^n Q_{z_i} (y_i - h_i) - \sum_{i=1}^n Q_{y_i} z_i, \\
I_y \frac{d\omega_y}{dt} + (I_x - I_z) \omega_z \omega_x &= \sum_{i=1}^n (N_{x_i} + R_{x_i}) z_i - \sum_{i=1}^n (N_{z_i} + R_{z_i}) x_i + \\
&+ \sum_{i=1}^n Q_{x_i} z_i + \sum_{i=1}^n Q_{z_i} x_i, \\
I_z \frac{d\omega_z}{dt} + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y &= \sum_{i=1}^n (N_{y_i} + R_{y_i}) x_i - \sum_{i=1}^n (N_{x_i} + R_{x_i}) y_i + \\
&+ \sum_{i=1}^n Q_{y_i} x_i - \sum_{i=1}^n Q_{x_i} (y_i - h_i),
\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma, \\
\frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta \cdot (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \\
\frac{d\psi}{dt} &= (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) / \cos \vartheta
\end{aligned} \tag{3}$$

Здесь: M – масса объекта; n – количество амортизаторов; V_x, V_y, V_z – проекции вектора скорости поступательного движения центра масс объекта; g_x, g_y, g_z – проекции ускорения свободного падения; $N_{x_i}, N_{y_i}, N_{z_i}$ – проекции нормальных составляющих сил, действующих на груз при обжати АУ и контакте с ПП; $R_{x_i}, R_{y_i}, R_{z_i}$ – проекции реактивных составляющих сил, действующих на груз со стороны ПП; $Q_{x_i}, Q_{y_i}, Q_{z_i}$ – проекции боковых составляющих сил, действующих на объект при обжати АУ; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекции вектора угловой скорости; I_x, I_y, I_z – главные центральные моменты инерции объекта; x_i, y_i, z_i – координаты точки приложения усилий i -го АУ,

приходящие на основание груза; h_i - высота i -го АУ в СК $Ox_2Y_2Z_2$; ϑ, γ, ψ - углы поворота объекта.

Возникающие между амортизаторами и площадкой приземления составляющие боковых сил в уравнениях (1) и (2) в системе координат площадки приземления записываются как

$$\|Q_i^{III}\| = \begin{pmatrix} Q_{x_i}^{III} \\ 0 \\ Q_{z_i}^{III} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_{y_i}^{III} \cdot f_{mp} \cdot \text{sign}(\omega_y^{III} \cdot r_i \cdot \sin(\alpha^{III} - \alpha_i) - V_{x_i}^{III}) \\ 0 \\ N_{y_i}^{III} \cdot f_{mp} \cdot \text{sign}(\omega_y^{III} \cdot r_i \cdot \cos(\alpha^{III} - \alpha_i) - V_{z_i}^{III}) \end{pmatrix} \quad (4)$$

Здесь: $N_{y_i}^{III}$ - нормальная составляющая усилия с i -го АУ на груз; $Q_{x_i}^{III}, Q_{z_i}^{III}$ - составляющие боковых усилий с i -го АУ, приложенные в плоскости контакта с ПП; f_{mp} - коэффициент трения между нижнем основанием АУ и ПП; $V_{x_i}^{III}, V_{z_i}^{III}$ - проекции вектора скорости поступательного движения центра масс объекта; ω_y^{III} - проекция вектора угловой скорости в СК ПП; r_i - расстояние от ЦМ до точки закрепления i -го АУ; α^{III} - угол поворота объекта относительно оси OY_2 ; $\alpha_i = \arccos(x_i/r_i) \cdot \text{sign}(z_i)$ - угол, определяющий положение точки закрепления i -го АУ относительно оси O_1Y_1 .

Усилие со стороны амортизатора зависит от его типа и режима работы. Для амортизационной системы, состоящей из n независимых амортизаторов, усилие в одном из них N_i , при известных характеристиках сопротивления, в общем виде является функцией скорости его обжатия.

После полного обжатия амортизаторов, при дальнейшем своём движении груз вступит в контакт с ПП. В этом случае со стороны ПП (в СК $OX_2Y_2Z_2$) на груз придут реакции R_i^{III} , для вычисления которых используется подход реализации контактного взаимодействия тел, описанный в [17, 18]

$$R_i^{III} = \begin{cases} y_i < \bar{y}: & \max\left(0, k \cdot (\bar{y} - y_i)^e - f(y_i, \bar{y}, d, c_{\max}) \cdot \frac{dy_i}{dt}\right) \\ y_i \geq \bar{y}: & 0 \end{cases} \quad (5)$$

Здесь y_i - расстояние между верхним основанием i -го АУ и ПП с учётом знака в СК $OX_2Y_2Z_2$; \bar{y} - некое расстояние; k - контактная жёсткость; e - степень в уравнении. Используемая в (5) функция $f(y_i, \bar{y}, d, c_{\max})$ представляет собой функцию Хевисайда, описываемую полиномиальной функцией, и задаётся в виде

$$f(y_i, \bar{y}, d, c_{\max}) = \begin{cases} y_i \leq \bar{y} - d: & c_{\max} \\ \bar{y} - d \leq y_i \leq \bar{y}: & c_{\max} - c_{\max} \cdot \Delta^2 (3 - 2\Delta) \\ y_i \geq \bar{y}: & 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\Delta = (y_i - \bar{y} + d) / d$$

Здесь: c_{\max} - максимально возможное контактное усилие; d - глубина проникновения соответствующей точки на основании груза в плоскость ПП, при достижении которого возникает усилие c_{\max} .

По аналогии с (4), получим

$$\|R_i^{III}\| = \begin{pmatrix} R_{x_i}^{III} \\ R_{y_i}^{III} \\ R_{z_i}^{III} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_i^{III} \cdot f_{mp} \cdot \text{sign}(\omega_y^{III} \cdot r_i \cdot \sin(\alpha^{III} - \alpha_i) - V_{x_i}^{III}) \\ R_i^{III} \\ R_i^{III} \cdot f_{mp} \cdot \text{sign}(\omega_y^{III} \cdot r_i \cdot \cos(\alpha^{III} - \alpha_i) - V_{z_i}^{III}) \end{pmatrix} \quad (7)$$

Для математического моделирования пространственного приземления объекта с системой амортизации, произвольно расположенного в начальный момент времени, на площадку приземления с уклоном использовался метод прямого интегрирования уравнений движения (1), (2) и (3) по времени, реализованный с помощью метода конечных разностей с использованием усовершенствованного метода Эйлера [19, 20].

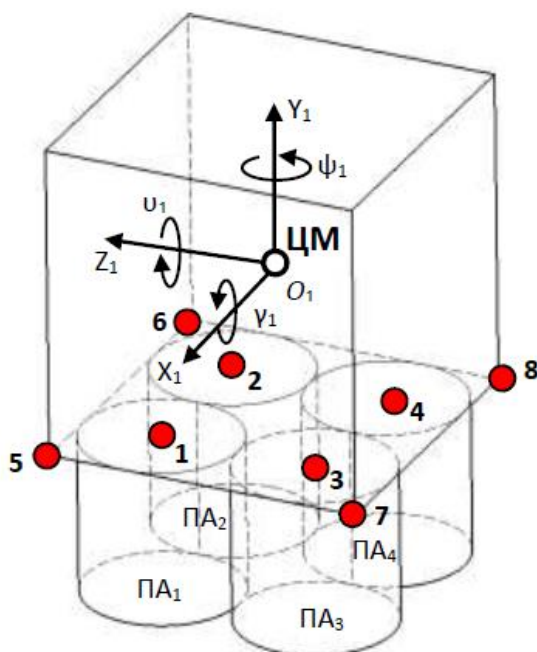
Апробация алгоритма разработанной математической модели для случаев вертикального приземления объекта с пневмоамортизаторами

Рассматриваются две задачи о вертикальном приземлении объекта на четыре амортизатора, расположение точек креплений (проекций на плоскость $O_1X_1Z_1$ - см. рисунок 4) которых симметрично относительно центра масс объекта в плоскости $O_1X_1Z_1$. В первой задаче объект и ПП не имеют наклонов, что даёт случай поступательного движения объекта. Во второй задаче объект в начальном своём положении и ПП имеют углы наклона, причём в разных плоскостях – случай сложного пространственного движения объекта.

Для задания воздействия со стороны амортизаторов на груз использовалась модель пневматического амортизатора, описанная в [7]: газ принимается

идеальным, сжимается по адиабатическому закону, стравливающие клапаны имеют постоянную площадь, в момент вступления амортизатора в работу избыточное давление в камере отсутствует, а его тканевая оболочка полностью расправлена. Рассматриваются амортизаторы цилиндрической формы, что приводит к некоторым отличиям от рассмотренного в [7] в части модели их формообразования: контактные площади со стороны груза и со стороны площадки приземления постоянны, материал оболочек не растяжим (для решаемых в данной работе задач данное обстоятельство не является существенным). Высота амортизатора – 1 м, радиус – 0,5 м, общая площадь стравливающих клапанов – 4352 мм².

Груз представляет собой куб, длина ребра которого 2 м. Масса 5000 кг, массовые моменты инерции $I_x = I_y = I_z = 3333 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Положения характерных точек представлено на рисунке 4: точки 1-4 соответствуют точкам приложения усилий со стороны амортизаторов к грузу.



№ т.	Координаты точек в СК $O_1X_1Z_1$, м		
	x	y	z
1	0.5	-1	0.5
2	-0.5	-1	0.5
3	0.5	-1	-0.5
4	-0.5	-1	-0.5
5	1	-1	1
6	-1	-1	1
7	1	-1	-1
8	-1	-1	-1

Рисунок 4. К задачам о приземлении объекта

Груз находится в инерционном гравитационном поле: $g = 9,81 \text{ м/с}^2$. Начальная вертикальная скорость снижения $V_y = V_{y_0} = -7,0 \text{ м/с}$ (что соответствует начальной высоте сбрасывания объекта $H = 2,5 \text{ м}$). Параметры контактного взаимодействия по формуле (5): $k = 300 \text{ Н/мм}$, $e = 2,5$. Коэффициент трения элементов конструкции объекта (нижних оснований амортизаторов в процессе их обжатия, затем нижнего оснований груза в процессе движения груза по ПП - т. 1-8 на рисунке 4) и площадки приземления $f_{mp} = 0,3$. Шаг интегрирования по времени $\Delta t = 0,0002 \text{ с}$.

Задача 1. Поступательное движение объекта при вертикальной посадке

Наклон ПП и начальный наклон объекта отсутствуют. На рисунке 5 приведены графики изменения высот амортизаторов 1-4 (расположение рассматриваемых точек приведено на рисунке 4) и скорости движения ЦМ объекта. Отложенные по левой оси ординат значения соответствуют параметру h_i , показанному на рисунке 2. По правой оси ординат отложены значения вертикальных скоростей объекта V_y .

В соответствии со схемой на рисунке 1 для полученных расчётных значений параметров процесса приземления (см. рисунок 5) можно выделить следующие характерные этапы: этап обжатия амортизаторов ($0 - 0,2 \text{ с}$), этап движения груза на АУ и контактное взаимодействие с ПП ($0,2 - 1,0 \text{ с}$), этап дальнейшего движения груза по ПП до остановки ($1,0 - 4,0 \text{ с}$). В данной задаче движение груза по ПП

отсутствует – объект полностью останавливается после вступления в контактное взаимодействие с ПП.

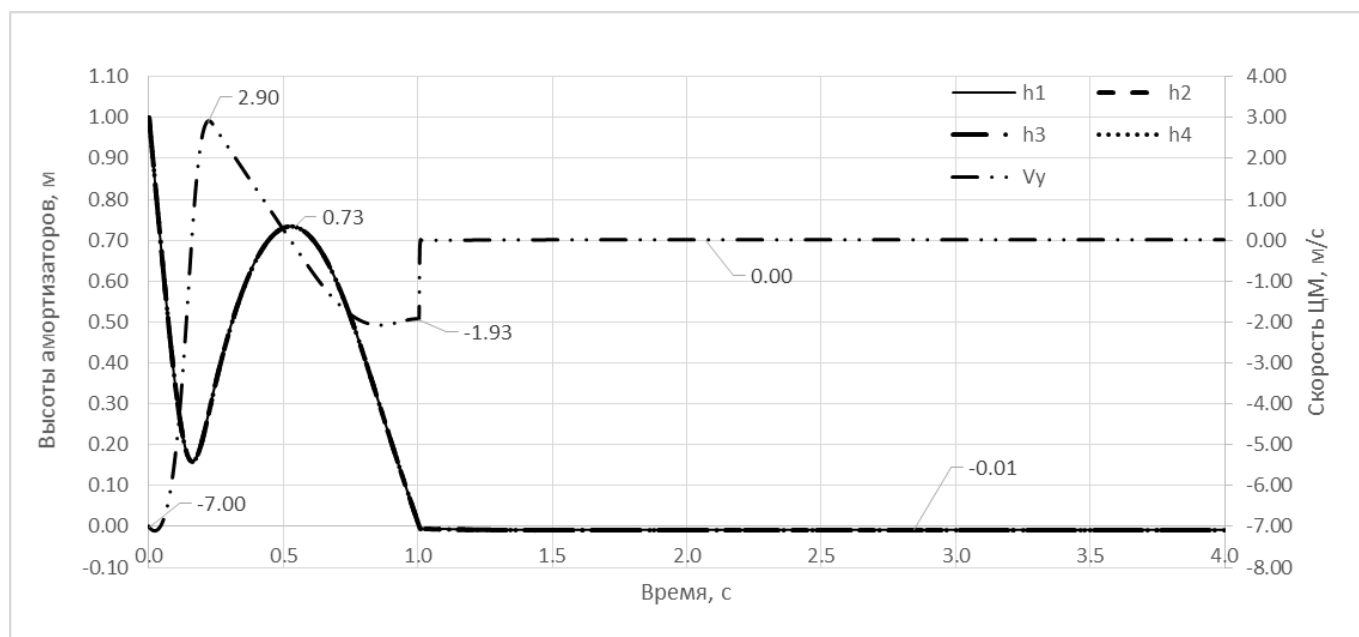


Рисунок 5. Задача 1. Высоты амортизаторов, м / Скорость ЦМ объекта, м/с

Начальная высота амортизаторов $h_i = 1,0$ м соответствует высоте, при котором они касаются площадки приземления. При этом значение скорости $V_y = -7,0$ м/с (соответствует задаваемому значению V_{y0}). Приведённые графики изменения h_i полностью совпадают движению объекта исключительно поступательное, режимы работы амортизаторов идентичны. В результате обжатия амортизаторов скорость движения ЦМ объекта меняется на противоположную и достигает максимального значения 2,90 м/с, происходит отскок груза до высоты 0,73 м. После этого груз достигает площадки приземления, при этом его остаточная скорость составляет $V_y = -1,93$ м/с. После остановки груза (вертикальная скорость V_y равна нулю) точки 1-4 располагаются под площадкой приземления на расстоянии 0,01 м, что

объясняется принятой расчётной схемой (см. рисунок 3), а величина соответствует принятым параметрам контактного взаимодействия.

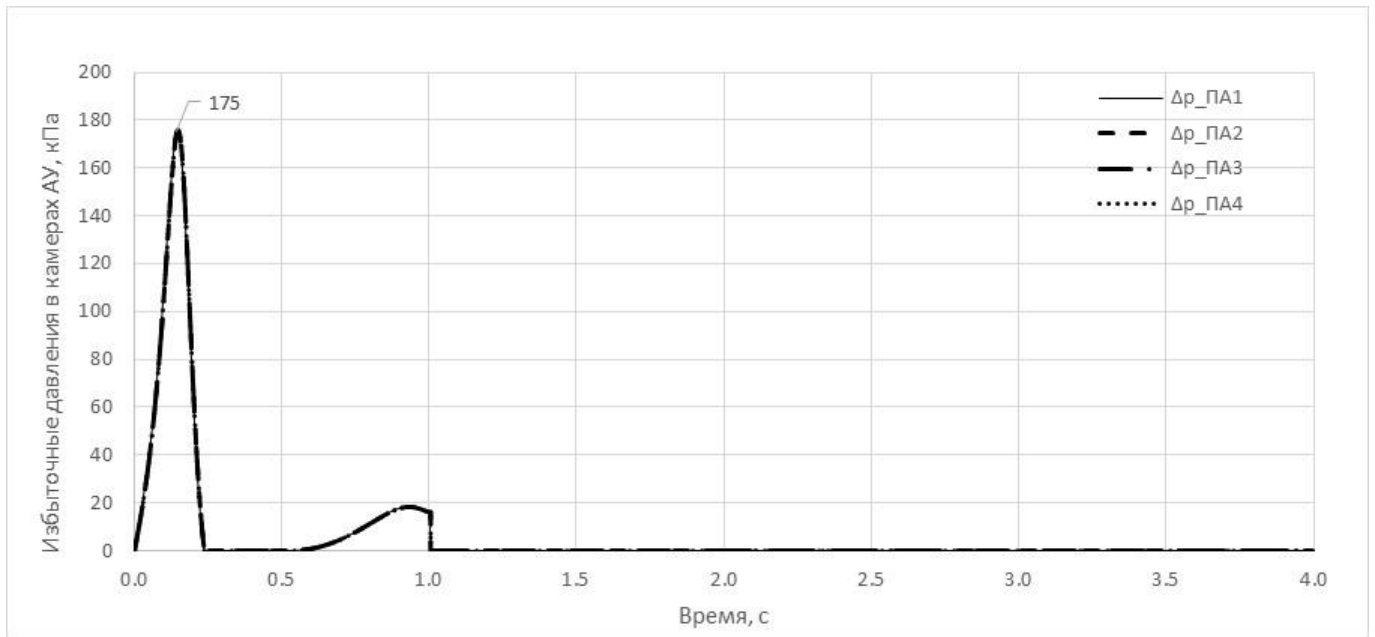


Рисунок 6. Задача 1. Избыточные давления в камерах амортизаторов, кПа

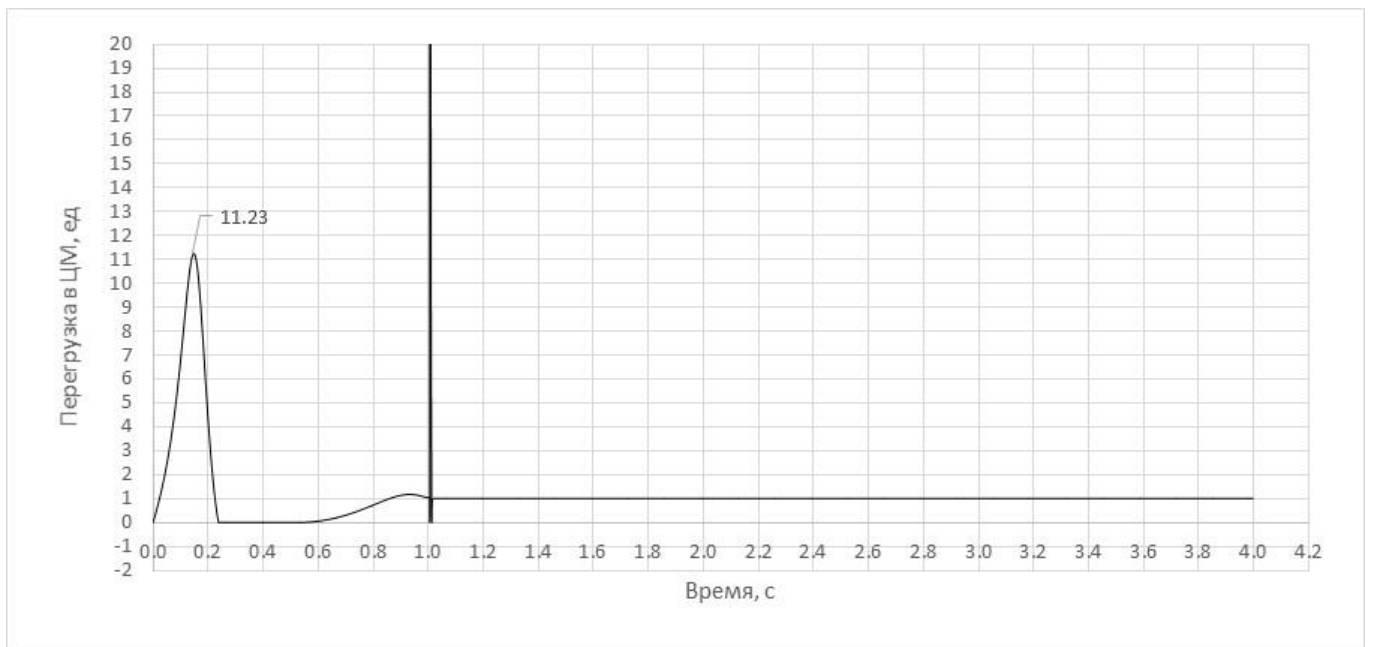


Рисунок 7. Задача 1. Действующая перегрузка в ЦМ, ед

На рисунках 6 - 7 приведены графики изменения избыточного давления в камерах амортизаторов и график перегрузки. Пиковая величина перегрузки $n = 11,23$ ед. соответствует ускорению $a = n \cdot g = 11,23 \cdot 9,81 = 110,2$ м/с². Имея суммарную площадь 4-х оснований амортизаторов $S_{общ} = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 0,5^2 = 3,14$ м², можно установить, что в своём пике избыточное давление в камерах амортизаторов составляет $\Delta p = m \cdot a / S_{общ} = 5000 \cdot 110,2 / 3,14 = 175477$ Па (175 кПа), что соответствует приведённому значению на рисунке 6. Возрастание избыточного давления в камерах в период 0,5-1,0 с происходит из-за отскока объекта (см. рисунок 5) и повторной работе амортизаторов.

На рисунке 7 в момент времени $\sim 1,0 - 1,01$ с показан мгновенный всплеск (импульс) действующей перегрузки. Данное явление соответствует взаимодействию груза и ПП как абсолютно твёрдых тел, с наличием некоторой жёсткости, обусловленной заданием контактного условия по формуле (5), и остаточной скорости приземления груза $V_y = -1,93$ м/с (см. рисунок 5) массой m . В связи с наличием контактной жёсткости данный импульс имеет конечную амплитуду и продолжительность. График реакций со стороны ПП на рисунке 8 также отражает данное взаимодействие.

На последнем этапе процесса приземления, после своей полной остановки, объект находится в новом равновесном состоянии – его вес компенсируется реакциями со стороны ПП. В рассмотренной задаче после обжатия амортизаторов

объект вступает в контакт с ПП точками 1-8, располагающимися на нижнем основании груза (см. рисунок 4).

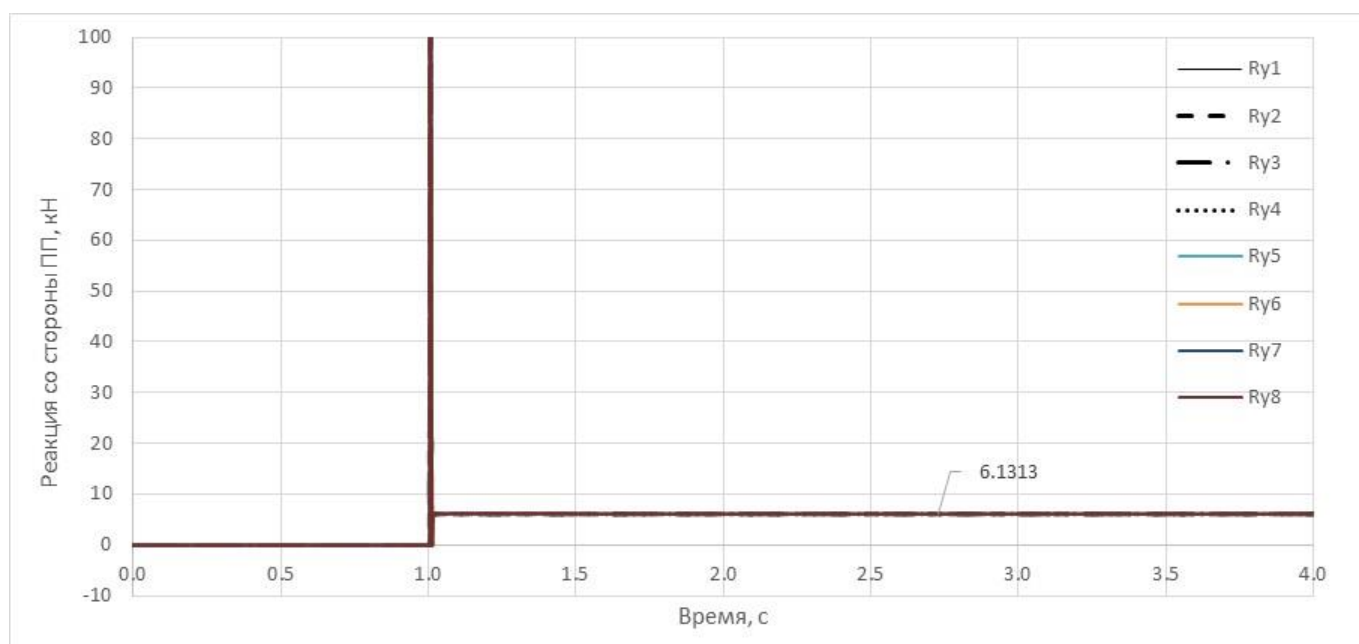


Рисунок 8. Задача 1. Реакции со стороны ПП, кН

На рисунке 8 показаны величины реакций со стороны ПП. В период времени 1,01 - 4,0 с суммарная величина реакций на точки 1-8 составляет

$$\sum_{i=1}^8 R_{y_i}^{III} = 6131,3 \cdot 8 = 49050 \text{ Н, что соответствует собственному весу объекта}$$

$$P = m \cdot g = 5000 \cdot 9,81 = 49050 \text{ Н.}$$

Таким образом, решение задачи о вертикальном приземлении объекта (на примере АУ, состоящего из 4-х независимых пневматических амортизаторов), при его поступательном движении, демонстрирует возможность получения связанного решения задачи для всех рассмотренных этапов процесса приземления.

Задача 2. Сложное движение объекта при вертикальной посадке

Пусть условия рассматриваемой ранее задачи 1 сохраняются, за тем исключением, что заданы начальный наклон объекта $\mathcal{A}_1 = 0,174$ рад и наклон ПП $\gamma_2 = 0,088$ рад. В начальном положении объект контактирует с ПП только одним амортизатором № 4 (см. рисунок 4). С учётом принятых габаритных размеров объекта и поворота площадки приземления ЦМ объекта в ГСК имеет координату $Y_0 = 2,26$ м. По мере движения объекта включаются остальные амортизаторы. Режимы работы амортизаторов различны, что отражено на графиках изменения их высот и избыточных давлений (рисунки 9 и 10 соответственно).

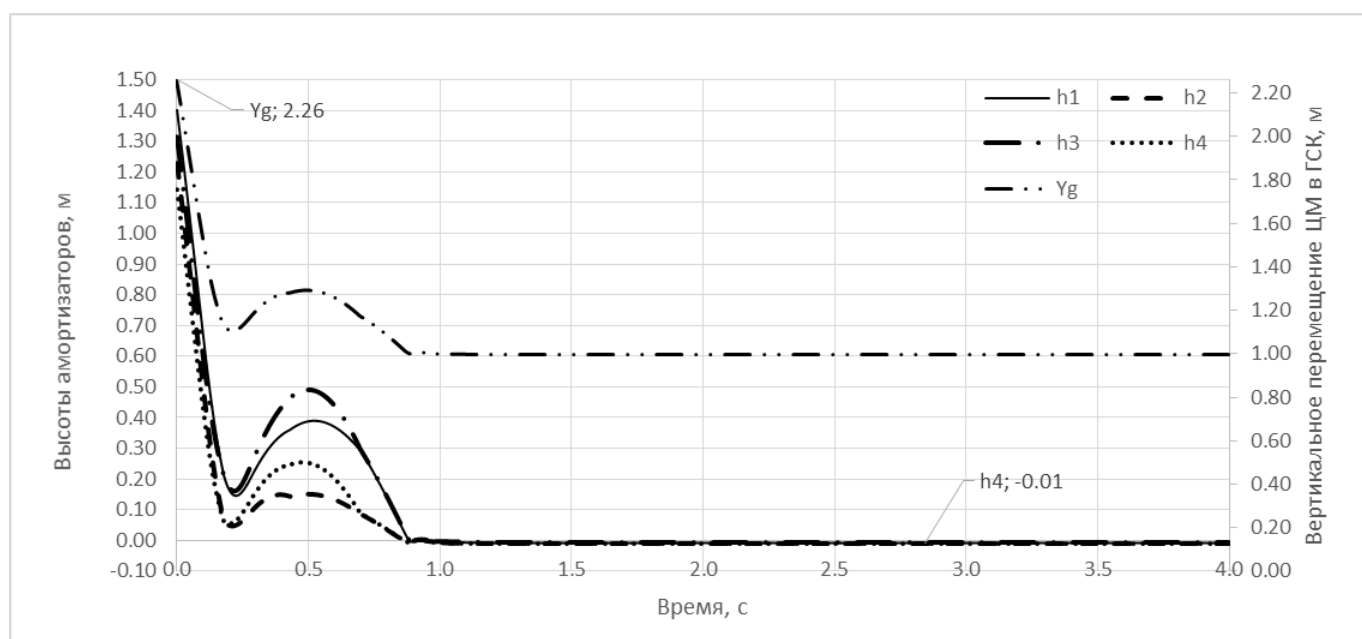


Рисунок 9. Задача 2. Высоты амортизаторов, м / Вертикальное перемещение ЦМ, м

Приведённый на рисунке 9 график изменения высоты ЦМ в ГСК (отложен по правой шкале ординат) показывает, что при установлении движения (в период времени 0,8 – 1,0 с) объект, находящийся на наклонённой ПП, останавливается

(координата Y_0 остаётся постоянной), что демонстрирует работу введённых в математическую модель по формулам (4) и (7) сил трения.

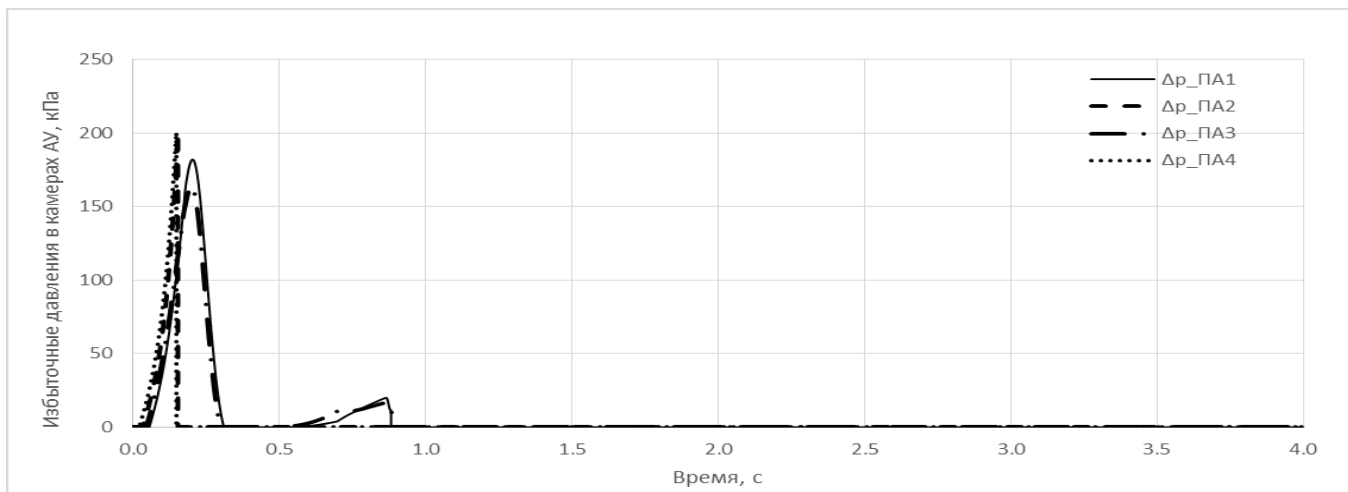


Рисунок 10. Задача 2. Избыточные давления в камерах амортизаторов, кПа

По условию данной задачи в начальный момент времени заданы начальный наклон объекта и наклон ПП. Так как интегрирование уравнений движения (1) - (3) проводится в ЛСК объекта, то в начальный момент времени все углы поворота объекта имеют нулевые значения (см. рисунок 11).

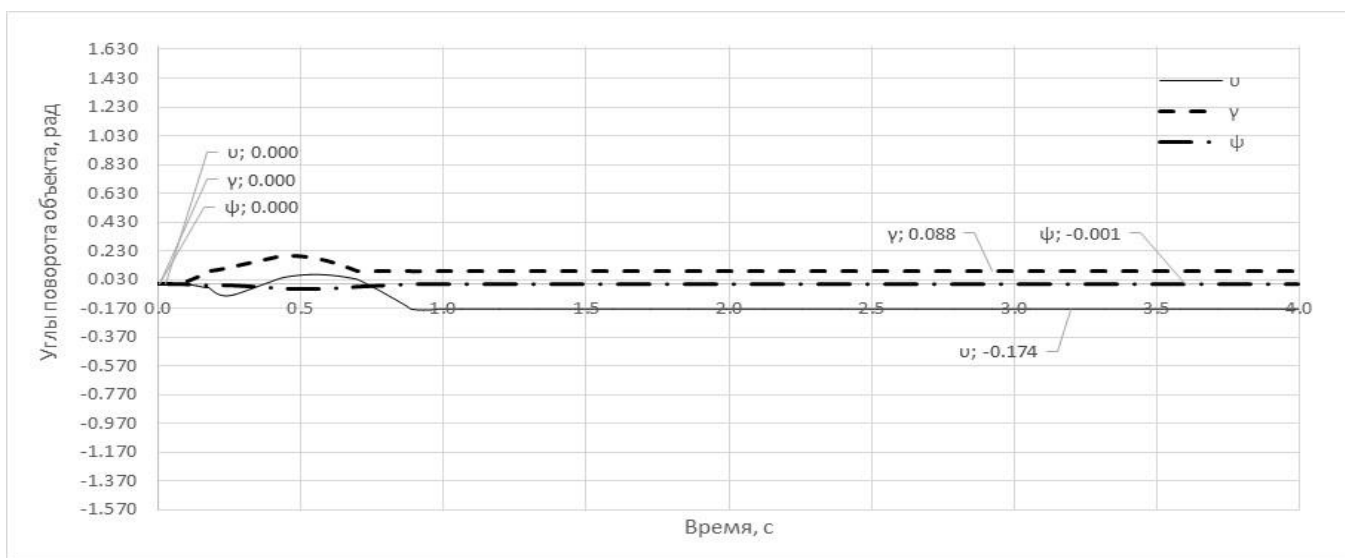


Рисунок 11. Задача 2. Изменения углов наклона объекта в ЛСК, рад

Неравномерность обжатия амортизаторов приводит к изменению наклона груза в пространстве, что отражено на графиках изменения углов поворота объекта. В период времени $0,8 - 4,0$ с движение груза прекращается, он находится на ПП. При этом конечное значение углов поворота составляет $\vartheta_1 = -0,174$ рад (т.е. объект преодолел начальный наклон, вернувшись в плоскость не наклонённой ПП) и $\gamma_1 = 0,088$ рад (объект повернулся в плоскость ПП).

Таким образом, продемонстрировано решение связанной задачи о сложном движении объекта с системой мягкой посадки при вертикальной посадке с произвольными начальными положениями самого объекта и площадки приземления в пространстве.

Заключение

Разработана математическая модель процесса пространственного приземления объекта с системой амортизации, с произвольным начальным положением объекта в пространстве и наклоном площадки приземления. Проведена апробация разработанных алгоритмов для случая вертикальной посадки объекта. Разработанная математическая модель позволяет получить связанное решение задачи для всех этапов процесса приземления объекта и провести оценку основных количественных характеристик процесса таких как остаточная скорость приземления, перегрузка, избыточные давления в амортизаторах (а значит прочность оболочек тканевых амортизаторов), устойчивость объекта при приземлении при малых углах его поворота.

Несмотря на то, что для решения задачи используется метод прямого интегрирования уравнений движения по времени, в виду замкнутости рассматриваемой системы уравнений, время решения задачи многократно меньше по сравнению с методами моделирования, используемых в [9-15].

Таким образом, разработанная математическая модель процесса пространственного приземления объекта с системой амортизации может применяться в задачах статистического моделирования [1].

Список источников

1. Аверьянов И.О. Применение метода Монте-Карло для прогнозирования надёжности процесса приземления систем мягкой посадки с пневмоамортизаторами // Труды МАИ. 2020. № 115. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=119896>. DOI: [10.34759/trd-2020-115-03](https://doi.org/10.34759/trd-2020-115-03)
2. Трямкин А.В., Емельянов Ю.Н. Математическая модель процесса торможения объекта десантирования парашютно-реактивной системой // Труды МАИ. 2000. № 1. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=34731>
3. Трямкин А.В., Скиданов С.Н. Исследование процесса наполнения парашютных систем // Труды МАИ. 2001. № 3. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=34686>
4. Соболев И.М. Метод Монте-Карло. - М.: Наука, 1968. - 64 с.

5. Емельянов Ю.Н., Павлов А.С., Титов В.А. Проектирование системы мягкой посадки приземляющегося объекта. – М.: Изд-во МАИ, 1988. – 62 с.
6. Пономарев П.А., Скиданов С.Н., Тимохин В.А. Расширение диапазона применения пневмоамортизаторов в системах мягкой посадки с использованием разрывных элементов // Труды МАИ. 2000. № 2. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=34708>
7. Пономарев П.А. Исследование и выбор рациональных параметров пневматического амортизатора для посадки дистанционно-пилотируемых летательных аппаратов: Дисс. ... к.т.н. – М.: МАИ, 2000. – 145 с.
8. Титов В.А. Проектирование рациональных систем пенопластовых амортизаторов для объектов десантирования: Дисс. ... к.т.н. – М.: МИРЭА, 1989. - 170 с.
9. Аверьянов И.О., Зинин А.В., Ширококов В.В. Расчетное моделирование систем мягкой посадки с пневмоамортизаторами // Материалы XXII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова: сборник трудов (Вятчи, 15-19 февраля 2016). – М.: Изд-во ТРП, 2016. С. 14 – 16.
10. Аверьянов И.О., Сулейманов Т.С., Тараканов П.В. Разработка обобщённой методики расчета систем мягкой посадки с пневмоамортизаторами // Труды МАИ. 2017. № 92. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=77448>

11. Qu Pu, Yang Zhen, Shi Rui. Research on Airbags Landing System for Airborne Vehicle Airdrop // Journal of Information and Computational Science, 2015, vol. 12 (5), pp. 2035 – 2042. DOI:[10.12733/jics20105798](https://doi.org/10.12733/jics20105798)
12. Per-Olof Marklund, Larsgunnar Nilsson. Simulation of airbag deployment a coupled fluid-structure approach // 7th International LS-Dyna Users Conference, 2002. URL: <https://www.dynalook.com/conferences/international-conf-2002>
13. Yves de Lassat de Pressigny, Vincent Lapoujade. Numerical simulation of ground impact after airdrop // 5th European LS-Dyna Users Conference, 2005. URL: <https://www.dynalook.com/conferences/european-conf-2005>
14. Yves de Lassat de Pressigny, Thierry Baylot. Simulation of the impact on ground of airdrop loads to define a standard worst case test // 6th European LS-Dyna Users Conference, 2007. URL: <https://www.dynalook.com/conferences/european-conf-2007>
15. Masoud Alizadeh, Ahmad Sedaghat, Ebrahim Kargar. Shape and Orifice Optimization of Airbag Systems for UAV Parachute Landing // International Journal of Aeronautical and Space Sciences, 2014. DOI [10.5139/IJASS.2014.15.3.335](https://doi.org/10.5139/IJASS.2014.15.3.335)
16. Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика полета. - М.: Машиностроение, 1973. - 616 с.
17. About Adams/Solver // Adams 2013.2 Documentation, 2013, MSC Software, pp. 538-541: URL: <http://simcompanion.mscsoftware.com/infocenter/>
18. Jochem Giesbers. Contact mechanics in MSC ADAMS. A technical evaluation of the contact models in multibody dynamics software MSC Adams. Bachelor thesis, University of Twente, 2012. URL: https://essay.utwente.nl/62109/1/BSc_J_Giesbers.pdf

19. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы (введение в теорию). – М.: Наука, 1977. – 440 с.

20. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров. – М.: Высшая школа, 1994. – 544 с.

References

1. Averyanov I.O. *Trudy MAI*, 2020, no. 115. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=119896>. DOI: [10.34759/trd-2020-115-03](https://doi.org/10.34759/trd-2020-115-03)

2. Tryamkin A.V., Emel'yanov Yu.N. *Trudy MAI*, 2000, no. 1. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=34731>

3. Tryamkin A.V., Skidanov S.N. *Trudy MAI*, 2001, no. 3. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=34686>

4. Sobol' I.M. *Metod Monte-Karlo* (Monte Carlo method), Moscow, Nauka, 1968, 64p.

5. Emel'yanov Yu.N., Pavlov A.S., Titov V.A. *Proektirovanie sistemy myagkoi posadki prizemlyayushchegosya ob"ekta* (Developing of soft landing system), Moscow, Izd-vo MAI, 1988, 62 p.

6. Ponomarev P.A., Skidanov S.N., Timokhin V.A. *Trudy MAI*, 2000, no. 2. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=34708>

7. Ponomarev P.A. *Issledovanie i vybor ratsional'nykh parametrov pnevmaticheskogo amortizatora dlya posadki distantsionno-pilotiruemykh letatel'nykh apparatov* (Analysis and choice of rational parameters of pneumatic shock absorber for the landing aircrafts), Doctor's thesis, Moscow, MAI, 2000, 145 p.

8. Titov V.A. *Proektirovanie ratsional'nykh sistem penoplastovykh amortizatorov dlya ob"ektov desantirovaniya* (Improvement of design efficiency for cargo dropped systems foam plastic dampers), Doctor's thesis, Moscow, MIREA, 1989, 170 p.
9. Averyanov I.O., Zinin A.V., Shirobokov V.V. *Materialy XXII Mezhdunarodnogo simpoziuma "Dinamicheskie i tekhnologicheskie problemy mekhaniki konstruksii i sploshnykh sred" imeni A.G. Gorshkova*, Moscow, Izd-vo TRP, 2016, pp. 14 – 16.
10. Averyanov I.O., Suleimanov T.S., Tarakanov P.V. *Trudy MAI*, 2017, no. 92. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=77448>
11. Qu Pu, Yang Zhen, Shi Rui. Research on Airbags Landing System for Airborne Vehicle Airdrop, *Journal of Information and Computational Science*, 2015, vol. 12 (5), pp. 2035 – 2042. DOI:[10.12733/jics20105798](https://doi.org/10.12733/jics20105798)
12. Per-Olof Marklund, Larsgunnar Nilsson. Simulation of airbag deployment a coupled fluid-structure approach, *7th International LS-Dyna Users Conference*, 2002. URL: <https://www.dynalook.com/conferences/international-conf-2002>
13. Yves de Lassat de Pressigny, Vincent Lapoujade. Numerical simulation of ground impact after airdrop, *5th European LS-Dyna Users Conference*, 2005. URL: <https://www.dynalook.com/conferences/european-conf-2005>
14. Yves de Lassat de Pressigny, Thierry Baylot. Simulation of the impact on ground of airdrop loads to define a standard worst case test, *6th European LS-Dyna Users Conference*, 2007. URL: <https://www.dynalook.com/conferences/european-conf-2007>

15. Masoud Alizadeh, Ahmad Sedaghat, Ebrahim Kargar. Shape and Orifice Optimization of Airbag Systems for UAV Parachute Landing, *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2014. DOI [10.5139/IJASS.2014.15.3.335](https://doi.org/10.5139/IJASS.2014.15.3.335)
16. Lebedev A.A., Chernobrovkin L.S. *Dinamika poleta* (Flight dynamics), Moscow, Mashinostroenie, 1973, 616 p.
17. About Adams/Solver, Adams 2013.2 Documentation, 2013, MSC Software, pp. 538-541: URL: <http://simcompanion.mscsoftware.com/infocenter/>
18. Jochem Giesbers. *Contact mechanics in MSC ADAMS. A technical evaluation of the contact models in multibody dynamics software MSC Adams*. Bachelor thesis, University of Twente, 2012. URL: https://essay.utwente.nl/62109/1/BSc_J_Giesbers.pdf
19. Godunov S.K., Ryaben'kii V.S. *Raznostnye skhemy* (Finite- difference schemes), Moscow, Nauka, 1977, 440 p.
20. Amosov A.A., Dubinskii Yu.A., Kopchenova N.V. *Vychislitel'nye metody dlya inzhenerov* (Numerical methods for engineers), Moscow, Vysshaya shkola, 1994, 544 p.

Статья поступила в редакцию 19.04.2022

Статья после доработки 21.04.2022

Одобрена после рецензирования 29.04.2022

Принята к публикации 21.06.2022

The article was submitted on 19.04.2022; approved after reviewing on 29.04.2022; accepted for publication on 21.06.2022