

ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ АППАРАТЫ

УДК 621.313

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В АКТИВНОЙ ЗОНЕ СИНХРОННЫХ МАШИН С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ

Журавлев С.В.^{1*}, Зечихин Б.С.¹, Кузьмичев Р.В.²

¹ *Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

² *Филиал «Компании Сухой» «ОКБ Сухого»,
ул. Поликарпова, 23А, Москва, 125284, Россия*

** e-mail: zhuravlev_sv@rambler.ru*

Представлены новые аналитические решения задачи расчета магнитного поля в активной зоне синхронных машин с редкоземельными (РЗ) постоянными магнитами (ПМ). Решения получены методом гармонического анализа магнитных полей активных зон электромеханических преобразователей. В полярной системе координат решена задача расчета магнитного поля периодической системы секторных РЗ ПМ с постоянной по направлению и величине намагниченностью, расположенных между двумя ферромагнитными областями с бесконечно большой магнитной проницаемостью. Полученное решение позволяет рассчитывать магнитные поля возбуждения синхронных машин с секторными, призматическими и кольцевыми РЗ ПМ как с расположением магнитов на роторе и креплением их с помощью немагнитной обоймы, так и обращенной конструкции. Также решена задача расчета магнитных полей возбуждения и реакции якоря синхронной машины с РЗ ПМ и биметаллической обоймой с чередующимися магнитными и немагнитными промежутками. Корректность результатов, найденных методом гармонического анализа, проверена путем сопоставления их с результатами численного расчета магнитного поля методом конечных элементов. Представленные решения являются основой для определения системы расчетных коэффициентов синхронных машин с РЗ ПМ.

Ключевые слова: аналитическое решение задачи магнитного поля, метод гармонического анализа активных зон, расчетные коэффициенты синхронных машин с редкоземельными постоянными магнитами, немагнитная обойма, биметаллическая обойма.

Введение

Синхронные машины с редкоземельными постоянными магнитами находят широкое применение в авиации и ракетной технике в качестве двигателей исполнительных механизмов электроприводов и генераторов систем электроснабжения. Эти машины являются перспективными для приме-

нения в качестве магистральных генераторов самолетов с повышенным уровнем электрификации в системе электроснабжения постоянного тока повышенного напряжения 270 В [1]. Возрастающие требования к массоэнергетическим характеристикам авиационных синхронных машин с РЗ ПМ, к повышению качества их проектов, снижению сроков

и стоимости их разработки удовлетворяются непрерывным совершенствованием методов и методик проектирования, основанных на расчете и анализе электромагнитных полей в их активных зонах.

Несмотря на интенсивное развитие технологий и программных комплексов численного расчета электромагнитных полей на основе моделей с распределенными параметрами и методов конечных элементов и конечных разностей, традиционные методы проектирования авиационных синхронных машин с РЗ ПМ на основе моделей с сосредоточенными параметрами и теории цепей не теряют своей актуальности. Это связано с тем, что численные методы в качестве входных данных используют геометрические и обмоточные параметры активной зоны электрической машины, которые на этапе расчетного проектирования не известны и как раз требуют своего определения, исходя из заданных энергетических параметров (мощности, момента, частоты, напряжения и т.д.). Традиционные методы и созданные на их основе методики проектирования путем установления относительно простых и легкообозримых математических связей входных геометрических и обмоточных и выходных энергетических параметров позволяют быстро и с достаточной для инженерных расчетов точностью решать задачу первоначального выбора геометрии активной зоны электрической машины и параметров ее рабочей обмотки (схемы соединения, количества витков, параллельных ветвей и проводников, диаметра проводов и т.д.). При этом численные методы расчета электромагнитных полей используются для уточненных и оптимизационных расчетов, в которых в качестве параметров стартовой точки выступают параметры, определенные по традиционным методикам. Такое сочетание традиционных методов и компьютерных технологий численного конечно-элементного или конечно-разностного анализа позволяет решить указанную выше задачу повышения качества проектов, сокращения сроков и стоимости разработки авиационных синхронных машин с РЗ ПМ различной сложности.

Расчетные коэффициенты синхронных машин

Традиционные методики проектирования синхронных машин, и в частности машин с РЗ ПМ, базируются на ряде допущений и системе расчетных коэффициентов, связывающих параметры реальной распределенной модели активной зоны с сосредоточенными параметрами электрических и магнитных цепей. Так, в традиционных методиках зубчатая поверхность якоря заменяется гладкой, а учет зубчатости осуществляется введением коэффициен-

та рабочего зазора k_g . Поле возбуждения синхронных машин принято характеризовать системой расчетных коэффициентов k_f , k_Φ , α_g и k_B , определяемых на основе анализа двухмерного магнитоэстатического поля обмотки возбуждения или постоянных магнитов в приведенном со стороны якоря к гладкому рабочему зазору при ненасыщенных магнитопроводах якоря и индуктора. Учет насыщения, как правило, осуществляется отдельно введением различных поправочных коэффициентов, например ξ_α для расчетного коэффициента полюсного перекрытия α_g и ξ_B для коэффициента формы ЭДС k_B . При расчете магнитного поля реакции якоря принято разделение его на продольную и поперечную составляющие с введением расчетных коэффициентов k_d и k_q . Указанные коэффициенты определяются на основе анализа двухмерного магнитоэстатического поля синусоидально распределенного на поверхности гладкого якоря токового слоя, эквивалентирующего действие реальных токов обмотки якоря. При этом коэффициенты реакции якоря k_d и k_q , как и коэффициенты поля возбуждения, рассчитываются для ненасыщенной магнитной цепи, а учет насыщения осуществляется введением поправочных коэффициентов ξ_d и ξ_q [2].

Эффективным методом определения расчетных коэффициентов синхронных машин является метод гармонического анализа магнитных полей активных зон электромеханических преобразователей [3]. Данный метод основан на представлении сложной области активной зоны совокупностью простых однородных частичных областей с границами, параллельными осям выбранной системы координат. Решение задачи магнитного поля в каждой из частичных областей сводится к решению краевых задач Дирихле или Неймана для уравнения Лапласа или Пуассона относительно скалярного или векторного магнитного потенциала и осуществляется аналитическим методом разделения переменных (Фурье). При этом решения для частичных областей представляются тригонометрическими рядами, коэффициенты которых определяются путем согласования (сшивания) решений на границах раздела частичных областей методом Бубнова—Галеркина из условий равенства на границах тангенциальных составляющих напряженности и нормальных составляющих индукции магнитного поля.

Синхронные машины с РЗ ПМ отличаются большим разнообразием конструктивных исполне-

ний, главными из которых являются исполнения с радиально или тангенциально намагниченными постоянными магнитами и немагнитной или биметаллической обоймой, удерживающей магниты на роторе. Для синхронных машин с радиально намагниченными призматическими РЗ ПМ при числе пар полюсов $p \geq 6$, когда кривизной поверхности в пределах полюсного деления можно пренебречь, хорошо зарекомендовали себя на практике полученные методом гармонического анализа решения задачи расчета магнитного поля в активной зоне, найденные в прямоугольной (декартовой) системе координат. Эти решения, позволяющие определять магнитные поля возбуждения и реакции якоря, а также характеризующие эти поля расчетные коэффициенты, представлены в [3–5]. При малом числе пар полюсов рационально использовать полярную систему координат, более точно учитывающую реальную геометрию активной зоны. Так, в [3–5] методом гармонического анализа в полярной системе координат были решены задачи расчета магнитного поля реакции якоря и возбуждения намагниченных по радиусу секторных РЗ ПМ, а в [6, 7] определены коэффициенты реакции якоря синхронной машины с тангенциальными магнитами и биметаллической обоймой.

Математическая модель РЗ ПМ

При анализе магнитных полей синхронных машин с РЗ ПМ целесообразно принятие характеристики магнита $B = f(H)$ во втором квадранте линейной с отношением остаточной индукции магнита B_r к его коэрцитивной силе H_c , равным μ_0 . В [3–8] показано, что такой подход к определению магнитного поля РЗ ПМ обеспечивает достаточную точность и позволяет строить относительно простые расчетные модели активных зон синхронных машин с РЗ ПМ. При $B_r/H_c = \mu_0$ намагниченность магнита J_m является постоянной величиной, численно равной $J_m = B_r/\mu_0$.

В данной статье приводится полученное С.В. Журавлевым новое решение задачи расчета магнитного поля на основании предложенного им и Б.С. Зечихиным подхода для секторных РЗ ПМ с постоянной по величине и направлению намагниченностью, характеризуемой произвольным углом α_J между осью симметрии магнита и векторами намагниченности (рис. 1). Анализируя большое количество авиационных синхронных машин с РЗ ПМ, можно отметить, что магниты с посто-

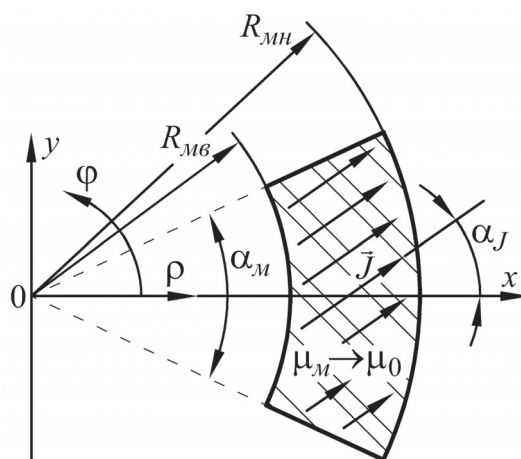


Рис. 1. Расчетная модель секторного РЗ ПМ с постоянной по направлению и величине намагниченностью

янной по направлению намагниченностью находят более широкое применение, чем магниты, намагниченные по радиусу. Вследствие этого полученное решение является актуальным, оно позволит более обоснованно подходить к выбору таких постоянных магнитов.

При решении задачи была использована токсовая модель РЗ ПМ и векторный магнитный потенциал. Учитывая, что для постоянного магнита $\text{rot } \vec{H} = 0$ и $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J})$, при $\vec{J} = \text{const}$ получим $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \text{rot } \vec{J}$. Значение $\text{rot } \vec{J}$ можно рассматривать как плотность эквивалентного тока намагниченности \vec{j}_m .

Согласно рис. 1 вектор намагниченности РЗ ПМ в прямоугольной системе координат (x,y) может быть определен как

$$\vec{J} = \vec{e}_x J_x + \vec{e}_y J_y = \vec{e}_x J_m \cos \alpha_J + \vec{e}_y J_m \sin \alpha_J. \quad (1)$$

Учитывая, что выражения для связи векторов прямоугольной и полярной систем координат

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{e}_x = \vec{e}_\rho \cos \varphi - \vec{e}_\varphi \sin \varphi \\ \vec{e}_y = \vec{e}_\rho \sin \varphi + \vec{e}_\varphi \cos \varphi \end{array} \right\}, \text{ вектор намагниченности в}$$

полярной системе координат можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{J} &= \vec{e}_\rho J_\rho + \vec{e}_\varphi J_\varphi = \\ &= \vec{e}_\rho J_m \cos(\alpha_J - \varphi) + \vec{e}_\varphi J_m \sin(\alpha_J - \varphi). \end{aligned} \quad (2)$$

В соответствии с выражением (2) эквивалентный ток намагниченности $\vec{j}_m = \text{rot } \vec{J}$ равен нулю всюду внутри магнита и отличен от нуля на внут-

ренней и наружной цилиндрических поверхностях магнита с $\rho = R_{\text{МВ}}$ и $\rho = R_{\text{МН}}$, $\partial J_\phi / \partial \rho \neq 0$, а также боковых поверхностях магнита с $\phi = \alpha_{\text{М}}/2$ и $\phi = -\alpha_{\text{М}}/2$, $\partial J_\rho / \partial \phi \neq 0$. Таким образом, секторный РЗ ПМ с постоянной по направлению и величине намагниченностью может быть эквивалентирован поверхностными токами намагниченности с линейной плотностью тока J_ϕ на внутренней и наружной цилиндрических поверхностях магнита и J_ρ на боковых поверхностях.

Магнитное поле периодической системы секторных РЗ ПМ

Решения многих задач расчета магнитного поля возбуждения синхронных машин с РЗ ПМ могут быть получены в качестве частных из решения задачи магнитного поля периодической системы секторных РЗ ПМ (рис. 2). В рассматриваемой периодической системе магниты располагаются в кольцевой области с магнитной проницаемостью μ_0 между двумя цилиндрическими ферромагнитными областями с бесконечно большой магнитной проницаемостью $\mu_{\text{Fe}} \rightarrow \infty$. Количество магнитов в случае одноименнополюсной системы (рис. 2,а) или число пар полюсов в случае разноименнополюсной системы (рис. 2,б) равно p . При этом магнитное

поле является периодическим по ϕ с периодом $2\pi/p$.

Рассмотрим решение задачи двухмерного магнитного поля периодической системы одноименнополюсных РЗ ПМ (рис. 2,а). В соответствии с методом гармонического анализа сложная область активной зоны представлена совокупностью трех простых однородных частичных областей:

- область $I = \{R_{\text{МН}} \leq \rho \leq R_{\text{Н}}\}$ наружного немагнитного зазора между постоянными магнитами и внешней цилиндрической ферромагнитной областью с $\mu_{\text{Fe}} \rightarrow \infty$;
- область $II = \{R_{\text{МВ}} \leq \rho \leq R_{\text{МН}}\}$ постоянных магнитов и немагнитных промежутков между магнитами;
- область $III = \{R_{\text{В}} \leq \rho \leq R_{\text{МВ}}\}$ внутреннего немагнитного зазора между постоянными магнитами и внутренней цилиндрической ферромагнитной областью с $\mu_{\text{Fe}} \rightarrow \infty$.

В частичных областях I и III магнитоэстатическое поле должно удовлетворять системе уравнений

$$\{\text{rot } \vec{H} = 0 \quad \text{div } \vec{B} = 0 \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H}\}, \tag{3}$$

а в частичной области II — системе уравнений

$$\{\text{rot } \vec{H} = 0 \quad \text{div } \vec{B} = 0 \quad \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J})\}. \tag{4}$$

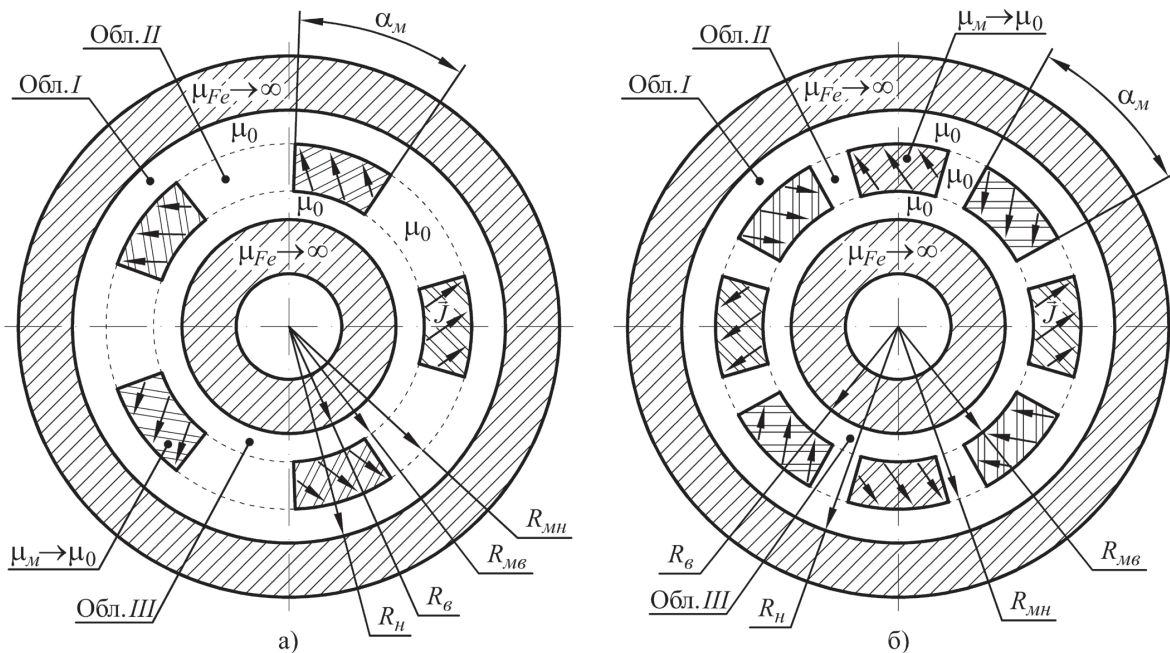


Рис. 2. Расчетная модель для определения магнитного поля, создаваемого периодической системой секторных постоянных магнитов: а — одноименнополюсных РЗ ПМ; б — разноименнополюсных РЗ ПМ

Вводя векторный магнитный потенциал $\{\text{rot}\vec{A} = \vec{B} \text{ div}\vec{A} = 0\}$ и используя описанную выше модель РЗ ПМ с токами намагниченности, для определения магнитного поля в частичных областях I и III переходим от решения системы уравнений (3) к решению внутренней краевой задачи Неймана для уравнения Лапласа

$$\Delta A_z = 0, \tag{5}$$

а в частичной области II — от решения системы уравнений (4) к решению внутренней краевой задачи Неймана для уравнения Пуассона

$$\Delta A_z = -\mu_0 [\text{rot}\vec{J}]_z. \tag{6}$$

Учитывая, что при рассмотрении двумерных магнитных полей векторный магнитный потенциал имеет только z -составляющую, индекс z в выражениях для функции векторного потенциала будем опускать.

В силу периодичности магнитной системы во всех частичных областях функция векторного магнитного потенциала $A(\rho, \varphi)$ и ее частные производные $\partial A(\rho, \varphi)/\partial \rho$ и $\partial A(\rho, \varphi)/\partial \varphi$, определяющие составляющие индукции магнитного поля, должны быть периодическими по φ с периодом $2\pi/p$. Если учесть равенство нулю тангенциальных составляющих индукции магнитного поля на границах с ферромагнитными областями с $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$, а также то, что на границах раздела частичных областей при наличии на этих границах тока с линейной плотностью σ тангенциальные составляющие напряженности магнитного поля претерпевают скачок на величину σ , граничные условия для функции векторного магнитного потенциала могут быть записаны следующим образом:

— для частичной области $I = \{R_{MH} \leq \rho \leq R_H\}$

$$\left. \frac{\partial A_I(\rho, \varphi)}{\partial \rho} \right|_{\rho=\left[\begin{smallmatrix} R_{MH} \\ R_H \end{smallmatrix} \right]} = \begin{bmatrix} f(\varphi) \\ 0 \end{bmatrix}; \tag{7}$$

— для частичной области $II = \{R_{MB} \leq \rho \leq R_{MH}\}$

$$\left. \frac{\partial A_{II}(\rho, \varphi)}{\partial \rho} \right|_{\rho=\left[\begin{smallmatrix} R_{MB} \\ R_{MH} \end{smallmatrix} \right]} = \begin{bmatrix} \psi(\varphi) \\ f(\varphi) \end{bmatrix} - \mu_0 J_\varphi(\varphi); \tag{8}$$

— для частичной области $III = \{R_B \leq \rho \leq R_{MB}\}$

$$\left. \frac{\partial A_{III}(\rho, \varphi)}{\partial \rho} \right|_{\rho=\left[\begin{smallmatrix} R_B \\ R_{MB} \end{smallmatrix} \right]} = \begin{bmatrix} 0 \\ \psi(\varphi) \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Здесь неизвестные функции $f(\varphi)$ и $\psi(\varphi)$ являются периодическими по φ с периодом $2\pi/p$, причем

$$\int_{-\pi/p}^{\pi/p} f(\varphi) d\varphi = \int_{-\pi/p}^{\pi/p} \psi(\varphi) d\varphi = 0,$$

т.е. у этих функций отсутствует постоянная составляющая.

Легко убедиться, что при выполнении указанных выше условий требования к задаче Неймана для уравнений Пуассона в случае частичной области II и Лапласа в случае частичных областей I и III соблюдаются. Эти требования на основании первой формулы Грина могут быть записаны следующим образом:

$$\iint_S \Delta A = \oint_L \frac{\partial A}{\partial n} dL, \tag{10}$$

где S — частичная область, ограниченная замкнутой кривой L ; n — внешняя нормаль к L .

Решая методом разделения переменных (Фурье) уравнение Лапласа (5) с учетом периодичности функции $A(\rho, \varphi)$ и граничных условий (7) и (9), получим выражение для функции векторного магнитного потенциала в частичных областях I и III :

— для частичной области $I = \{R_{MH} \leq \rho \leq R_H\}$

$$A_I(\rho, \varphi) = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{R_{MH} (\rho/R_H)^{np} + (\rho/R_H)^{-np}}{np (R_I^{np} - R_I^{-np})} \times \right. \\ \left. \times (F_n^{(c)} \cos(np\varphi) + F_n^{(s)} \sin(np\varphi)) \right], \tag{11}$$

где

$$R_I = R_{MH}/R_H,$$

$$\begin{bmatrix} F_n^{(c)} \\ F_n^{(s)} \end{bmatrix} = \frac{p}{\pi} \int_{-\pi/p}^{\pi/p} f(\varphi) \begin{bmatrix} \cos(np\varphi) \\ \sin(np\varphi) \end{bmatrix} d\varphi, \quad n = \overline{1, N \rightarrow \infty};$$

— для частичной области $III = \{R_B \leq \rho \leq R_{MB}\}$

$$A_{III}(\rho, \varphi) = - \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{R_{MB} (\rho/R_B)^{np} + (\rho/R_B)^{-np}}{np (R_{III}^{np} - R_{III}^{-np})} \times \right.$$

$$\times \left(\Psi_n^{(c)} \cos(n\rho\varphi) + \Psi_n^{(s)} \sin(n\rho\varphi) \right), \quad (12)$$

где

$$R_{III} = R_B / R_{MB},$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_n^{(c)} \\ \Psi_n^{(s)} \end{bmatrix} = \frac{p}{\pi} \int_{-\pi/p}^{\pi/p} \psi(\varphi) \begin{bmatrix} \cos(n\rho\varphi) \\ \sin(n\rho\varphi) \end{bmatrix} d\varphi, \quad n = \overline{1, N} \rightarrow \infty.$$

Решение уравнения Пуассона (6) для частичной области II целесообразно искать в виде суммы частного решения уравнения Пуассона $A_{II}^{(y)}(\rho, \varphi)$ и общего решения уравнения Лапласа $A_{II}^{(o)}(\rho, \varphi)$. При поиске частного решения уравнения Пуассона его целесообразно представить следующим образом:

$$A_{II}^{(y)}(\rho, \varphi) = \rho A_0^{(c)} / 2 + \rho \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[A_n^{(c)} \cos(n\rho\varphi) + A_n^{(s)} \sin(n\rho\varphi) \right]. \quad (13)$$

Подставляя выражение (13) в уравнение Пуассона (6), получим выражения для неизвестных коэффициентов $A_n^{(c)}$ и $A_n^{(s)}$:

$$\begin{bmatrix} A_n^{(c)} \\ A_n^{(s)} \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{n^2 p^2 - 1} \begin{bmatrix} J_n^{(\rho c)} \\ J_n^{(\rho s)} \end{bmatrix} + np \begin{bmatrix} -J_n^{(\varphi s)} \\ J_n^{(\varphi c)} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Здесь $J_n^{(\rho c)}, J_n^{(\rho s)}, J_n^{(\varphi c)}, J_n^{(\varphi s)}$ — коэффициенты разложения составляющих $J_\rho(\varphi)$ и $J_\varphi(\varphi)$ вектора намагниченности \vec{J} в тригонометрический ряд (Фурье), т.е.

$$\begin{bmatrix} J_n^{(\rho c)} \\ J_n^{(\rho s)} \end{bmatrix} = \frac{p}{\pi} \int_{-\pi/p}^{\pi/p} \begin{bmatrix} J_\rho(\varphi) \\ J_\varphi(\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(n\rho\varphi) \\ \sin(n\rho\varphi) \end{bmatrix} d\varphi, \quad n = \overline{0, N} \rightarrow \infty;$$

$$\begin{bmatrix} J_n^{(\varphi s)} \\ J_n^{(\varphi c)} \end{bmatrix} = \frac{p}{\pi} \int_{-\pi/p}^{\pi/p} \begin{bmatrix} J_\rho(\varphi) \\ J_\varphi(\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(n\rho\varphi) \\ \cos(n\rho\varphi) \end{bmatrix} d\varphi, \quad n = \overline{1, N} \rightarrow \infty. \quad (15)$$

Учитывая частное решение (13) уравнения Пуассона, граничные условия для общего решения $A_{II}^{(o)}(\rho, \varphi)$ уравнения Лапласа можно записать следующим образом:

$$\left. \frac{\partial A_{II}^{(o)}(\rho, \varphi)}{\partial \rho} \right|_{\rho = \begin{bmatrix} R_{MB} \\ R_{MH} \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} \Psi(\varphi) \\ f(\varphi) \end{bmatrix} - \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[P_n^{(c)} \cos(n\rho\varphi) + P_n^{(s)} \sin(n\rho\varphi) \right], \quad (16)$$

где $\begin{bmatrix} P_n^{(c)} \\ P_n^{(s)} \end{bmatrix} = \mu_0 \begin{bmatrix} J_n^{(\varphi c)} \\ J_n^{(\varphi s)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_n^{(c)} \\ A_n^{(s)} \end{bmatrix}.$

Решая методом разделения переменных (Фурье) уравнение Лапласа (5) с учетом граничных условий (16), а также периодичности функции векторного магнитного потенциала, получим следующее выражение для функции $A_{II}^{(o)}(\rho, \varphi)$:

$$A_{II}^{(o)}(\rho, \varphi) = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{R_{MB}}{np} \frac{(\rho/R_{MH})^{np} + (\rho/R_{MH})^{-np}}{R_{II}^{np} - R_{II}^{-np}} \times \right. \\ \left. \times \left(K\Psi_n^{(c)} \cos(n\rho\varphi) + K\Psi_n^{(s)} \sin(n\rho\varphi) \right) - \right. \\ \left. - \frac{R_{MH}}{np} \frac{(\rho/R_{MB})^{np} + (\rho/R_{MB})^{-np}}{R_{II}^{np} - R_{II}^{-np}} \times \right. \\ \left. \times \left(KF_n^{(c)} \cos(n\rho\varphi) + KF_n^{(s)} \sin(n\rho\varphi) \right) \right], \quad (17)$$

где $R_{II} = R_{MB} / R_{MH};$

$$\begin{bmatrix} K\Psi_n^{(c)} \\ KF_n^{(c)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_n^{(c)} \\ F_n^{(c)} \end{bmatrix} - P_n^{(c)};$$

$$\begin{bmatrix} K\Psi_n^{(s)} \\ KF_n^{(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_n^{(s)} \\ F_n^{(s)} \end{bmatrix} - P_n^{(s)}.$$

Неизвестные коэффициенты $F_n^{(c)}, F_n^{(s)}, \Psi_n^{(c)}, \Psi_n^{(s)}$ определяются из условия равенства на границе раздела частичных областей нормальных составляющих индукции магнитного поля. С учетом разложения составляющих вектора намагниченности в тригонометрические ряды выражения для этих коэффициентов могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{bmatrix} F_n^{(c)} \\ F_n^{(s)} \end{bmatrix} = \frac{J_M \mu_0 np^2}{\pi(n^2 p^2 - 1)} \begin{bmatrix} \sin \alpha_J \\ \cos \alpha_J \end{bmatrix} \frac{R_I^{np} - R_I^{-np}}{R_{отн}^{np} - R_{отн}^{-np}} \times \\ \times \begin{bmatrix} R_{III}^{np} (R_{II}^{np} - R_{II}) \sin([np+1]\alpha_M/2) \\ \phantom{R_{III}^{np} (R_{II}^{np} - R_{II}) \sin([np+1]\alpha_M/2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} + \\ - \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} + \\ - \end{bmatrix} R_{III}^{-np} (R_{II}^{-np} - R_{II}) \sin([np-1]\alpha_m/2); \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_n^{(c)} \\ \Psi_n^{(s)} \end{bmatrix} = \frac{J_m \mu_0 n p^2}{\pi (n^2 p^2 - 1)} \begin{bmatrix} \sin \alpha_J \\ \cos \alpha_J \end{bmatrix} \frac{R_{III}^{np} - R_{III}^{-np}}{R_{отн}^{np} - R_{отн}^{-np}} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} R_I^{-np} (R_{II}^{-np} - R_{II}^{-1}) \sin([np+1]\alpha_m/2) \\ R_I^{np} (R_{II}^{np} - R_{II}^{-1}) \sin([np-1]\alpha_m/2) \end{bmatrix}$$

где $R_{отн} = R_B / R_H$.

Окончательные выражения для функции векторного магнитного потенциала и составляющих индукции магнитного поля в областях немагнитных зазоров *I* и *III*, представляющие наибольший практический интерес и приведенные к форме, удобной для выполнения расчетов, имеют следующий вид:

— для частичной области $I = \{R_{MH} \leq \rho \leq R_H\}$

$$\begin{bmatrix} A_I(\rho, \varphi) \\ B_{\rho I}(\rho, \varphi) \\ B_{\varphi I}(\rho, \varphi) \end{bmatrix} = R_{MH} K_J(\rho) \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} 1 \\ n \\ n \end{bmatrix} \frac{(R_{MH}/\rho)^{np}}{R_{отн}^{2np} - 1} \begin{bmatrix} + \\ + \\ - \end{bmatrix} \times$$

$$\times \left(R_{III}^{2np} R_{II}^{np+1} K_n^{(1)} K^+(\varphi) + K_n^{(2)} K^-(\varphi) \right), \quad (19)$$

где
$$K_J(\rho) = J_m \mu_0 \frac{p}{\pi} \begin{bmatrix} 1 \\ p/\rho \\ -p/\rho \end{bmatrix};$$

$$K^+(\varphi) = \begin{bmatrix} \sin(np\varphi + \alpha_J) \\ \cos(np\varphi + \alpha_J) \\ \sin(np\varphi + \alpha_J) \end{bmatrix}; \quad K^-(\varphi) = \begin{bmatrix} \sin(np\varphi - \alpha_J) \\ \cos(np\varphi - \alpha_J) \\ \sin(np\varphi - \alpha_J) \end{bmatrix};$$

$$K_n^{(1)} = \begin{cases} \frac{R_{II}^{np-1} - 1}{n^2 p^2 - 1} \sin\left([np+1]\frac{\alpha_m}{2}\right) & \text{при } np \neq 1; \\ 0,5 \sin \alpha_m \ln R_{II} & \text{при } np = 1; \end{cases}$$

$$K_n^{(2)} = \begin{cases} \frac{R_{II}^{np+1} - 1}{n^2 p^2 - 1} \sin\left([np-1]\frac{\alpha_m}{2}\right) & \text{при } np \neq 1; \\ 0,25 \alpha_m (R_{II}^2 - 1) & \text{при } np = 1; \end{cases}$$

— для частичной области $III = \{R_B \leq \rho \leq R_{MB}\}$

$$\begin{bmatrix} A_{III}(\rho, \varphi) \\ B_{\rho III}(\rho, \varphi) \\ B_{\varphi III}(\rho, \varphi) \end{bmatrix} = R_{MB} K_J(\rho) \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} 1 \\ n \\ n \end{bmatrix} \frac{(\rho/R_{MB})^{np}}{R_{отн}^{2np} - 1} \begin{bmatrix} + \\ + \\ - \end{bmatrix} (R_B/\rho)^{2np} \times$$

$$\times \left(K_n^{(1)} K^+(\varphi) + R_I^{2np} R_{II}^{np-1} K_n^{(2)} K^-(\varphi) \right). \quad (20)$$

Решение задачи магнитного поля периодической системы разноименнополюсных секторных РЗ ПМ (рис. 2, б) может быть получено путем наложения магнитных полей двух периодических систем одноименнополюсных секторных РЗ ПМ, сдвинутых друг относительно друга на угол π/p , в которых угол α_J , характеризующий направление намагниченности магнитов, отличается на π . При этом для расчета функции векторного магнитного потенциала и составляющих индукции в частичных областях *I* и *III* периодической системы разноименнополюсных секторных РЗ ПМ могут быть использованы выражения (19) и (20), если суммирование в этих выражениях производить только по нечетным гармоническим и увеличить значение коэффициента $K_J(\rho)$ вдвое.

Магнитное поле возбуждения синхронных машин с радиальными РЗ ПМ и немагнитной обоймой, а также обращенной конструкции или с внешним ротором

На основании представленного выше решения задачи магнитного поля периодической системы секторных РЗ ПМ могут быть получены выражения для расчета магнитного поля возбуждения синхронных машин с РЗ ПМ различных конструктивных исполнений. Если в решении для периодической системы разноименнополюсных секторных магнитов принять $R_{MB} = R_B$ и $\alpha_J = 0$, получим решение задачи магнитного поля возбуждения син-

хронной машины с радиально намагниченными секторными РЗ ПМ и немагнитной обоймой, расчетная модель которой представлена на рис. 3,а. Нормальная составляющая индукции магнитного поля на поверхности расточки якоря $B_{\delta}(\varphi) = B_{\rho I}(R_H, \varphi)$ при этом будет определяться следующим выражением:

$$B_{\delta}(\varphi) = 4J_M \mu_0 \frac{p^2}{\pi} \times \sum_{n=1,3,\dots}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{nR_I^{np+1}}{R_{\text{отн}}^{2np} - 1} \left(R_{II}^{np+1} K_n^{(1)} + K_n^{(2)} \right) \cos(np\varphi) \right]. \quad (21)$$

Для получения решения задачи магнитного поля возбуждения синхронной машины с радиально намагниченными секторными РЗ ПМ обращенной конструкции или с внешним ротором (рис. 3,б) необходимо в решении для периодической системы разноименнополюсных секторных магнитов принять $R_{MH} = R_H$ и $\alpha_J = 0$. Нормальную составляющую индукции магнитного поля на поверхности расточки якоря $B_{\delta}(\varphi) = B_{\rho III}(R_B, \varphi)$ в этом случае можно определить как

$$B_{\delta}(\varphi) = 4J_M \mu_0 \frac{p^2}{\pi} \times \sum_{n=1,3,\dots}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{nR_{III}^{np-1}}{R_{\text{отн}}^{2np} - 1} \left(K_n^{(1)} + R_{II}^{np-1} K_n^{(2)} \right) \cos(np\varphi) \right]. \quad (22)$$

На основании решений для периодических систем одноименнополюсных и разноименнополюсных секторных РЗ ПМ может быть определено и магнитное поле призматических магнитов с параллельными боковыми гранями. На рис. 4 представлена расчетная модель активной зоны синхронной машины с радиально намагниченными призматическими РЗ ПМ и немагнитной обоймой. В случае призматического магнита с постоянной шириной b_M зависимость угловой ширины α_M магнита от радиуса R может быть выражена следующим образом:

$$\alpha_M(R) = 2 \arcsin \left(\frac{b_M}{2R} \right). \quad (23)$$

Для определения нормальной составляющей индукции магнитного поля $B_{\delta}(\varphi)$ на поверхности расточки якоря модели, изображенной на рис. 4, необходимо в выражении $B_{\rho I}(R_H, \varphi)$ периодической системы разноименнополюсных секторных магнитов принять $\alpha_J = 0$ и произвести замену R_{MB} на R , а R_{MH} на $R + \Delta R$. При этом получим

$$R_I = \frac{R + \Delta R}{R_H}; \quad R_{II} = \frac{R}{R + \Delta R}; \quad R_{III} = \frac{R_B}{R}.$$

Тогда для искомой функции $B_{\delta}(\varphi)$ получим

$$B_{\delta}(\varphi) = \int_{R_{MB}}^{R_{MH}} \lim_{\Delta R \rightarrow 0} \left[\frac{B_{\rho I}(R_H, \varphi)}{\Delta R} \right] dR. \quad (24)$$

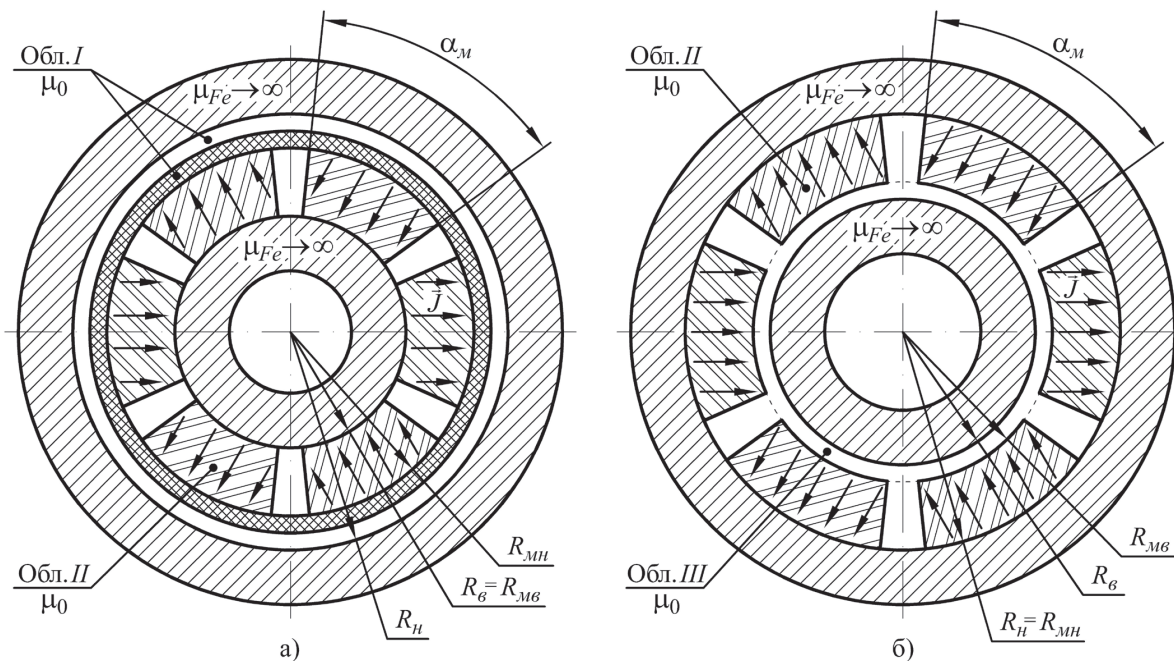


Рис. 3. Расчетная модель активной зоны синхронной машины с радиальными секторными РЗ ПМ: а — традиционного исполнения и немагнитной обоймой; б — обращенной конструкции или с внешним ротором

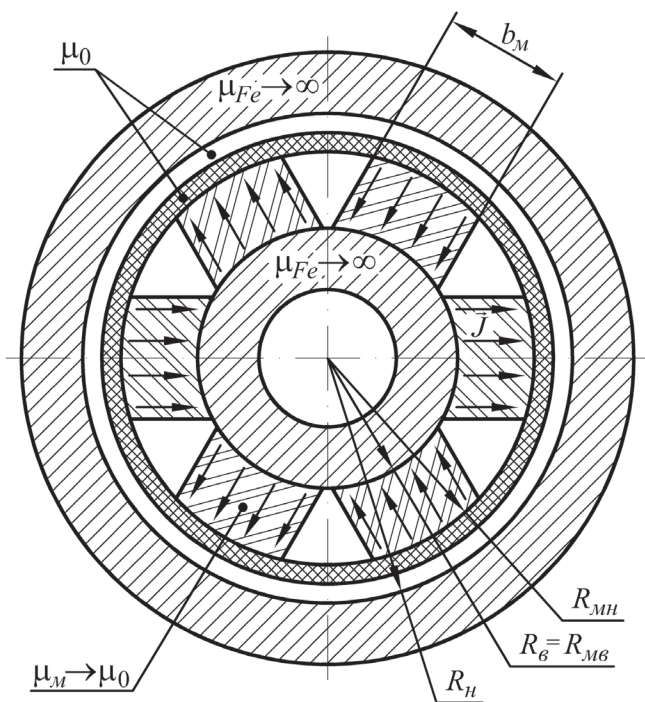


Рис. 4. Расчетная модель активной зоны синхронной машины с радиальными призматическими РЗ ПМ и немагнитной обоймой

После выполнения необходимых преобразований по формуле (24) с учетом равенства (23) окончательное выражение для функции $B_{\delta}(\varphi)$ будет выглядеть следующим образом:

$$B_{\delta}(\varphi) = 4J_M \mu_0 \frac{p}{\pi} \sum_{n=1,3,\dots}^{N \rightarrow \infty} \left[K_n^{(\alpha)} R_I^{np+1} \frac{R_{II}^{2np} - 1}{R_{отн}^{2np} - 1} \cos(np\varphi) \right], \quad (25)$$

где $R_I = R_{MH}/R_H$; $R_{II} = R_{MB}/R_{MH}$;

$$K_n^{(\alpha)} = \begin{cases} \frac{1}{1-n^2 p^2} \left[\sin\left(\frac{\alpha_{MH}}{2}\right) \cos\left(np \frac{\alpha_{MH}}{2}\right) - \right. \\ \left. - np \cos\left(\frac{\alpha_{MH}}{2}\right) \sin\left(np \frac{\alpha_{MH}}{2}\right) \right] & \text{при } np \neq 1; \\ \frac{1}{4} (\alpha_{MH} + \sin \alpha_{MH}) & \text{при } np = 1; \end{cases}$$

$$\alpha_{MH} = 2 \arcsin\left(\frac{b_M}{2R_{MH}}\right).$$

Если принять в выражениях (19) и (20) $p = 1$, $\alpha_M = 2\pi$ и $\alpha_J = 0$, получим решение задачи магнитного поля возбуждения двухполюсного кольцевого магнита. При этом функции векторного магнитного потенциала и составляющих индукции маг-

нитного поля в областях немагнитных зазоров будут иметь следующий вид:

$$\begin{bmatrix} A(\rho, \varphi) \\ B_{\rho}(\rho, \varphi) \\ B_{\varphi}(\rho, \varphi) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} J_M \mu_0 \begin{bmatrix} \rho \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{R_{MH}^2 - R_{MB}^2}{R_H^2 - R_B^2} \begin{pmatrix} (R/\rho)^2 \\ + \\ - \end{pmatrix} \begin{bmatrix} + \\ + \\ - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \varphi \\ \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{bmatrix}, \quad (26)$$

где $R = R_H$ для частичной области I и $R = R_B$ для частичной области III.

На рис. 5 представлены модели активных зон синхронных машин с двухполюсными кольцевыми РЗ ПМ. Модель рис. 5,а соответствует синхронной машине традиционного исполнения с магнитным валом, а модель рис. 5,б — синхронной машине обращенной конструкции или с внешним ротором. Для синхронной машины традиционного исполнения нормальная составляющая индукции магнитного поля на поверхности расточки якоря может быть определена на основании равенства (26) как $B_{\delta}(\varphi) = B_{\rho I}(R_H, \varphi)$ при $R_{MB} = R_B$ для машины с магнитным валом $\mu_B = \mu_{Fe} \rightarrow \infty$ и при $R_B = 0$ для машины с немагнитным валом $\mu_B \rightarrow \mu_0$:

$$B_{\delta}(\varphi) = J_M \mu_0 \frac{R_{MH}^2 - R_{MB}^2}{R_H^2 - R^2} \cos \varphi, \quad (27)$$

где $R = R_{MB}$ для машины с магнитным валом и $R = 0$ для машины с немагнитным валом.

Решение задачи магнитного поля возбуждения синхронной машины традиционного исполнения с кольцевым магнитом ранее было получено А.Д. Куприяновым. Выражения для нормальной составляющей индукции на поверхности расточки якоря, представленные им в [5], полностью согласуются с выражениями (27), полученными в данной статье на основании решения более общей задачи магнитного поля периодической системы секторных магнитов.

Для синхронной машины обращенной конструкции или с внешним ротором (рис. 5,б) нормальная составляющая индукции магнитного поля на поверхности расточки якоря может быть определена на основании равенства (26) как

$$B_{\delta}(\varphi) = B_{\rho III}(R_B, \varphi) \text{ при } R_{MH} = R_H :$$

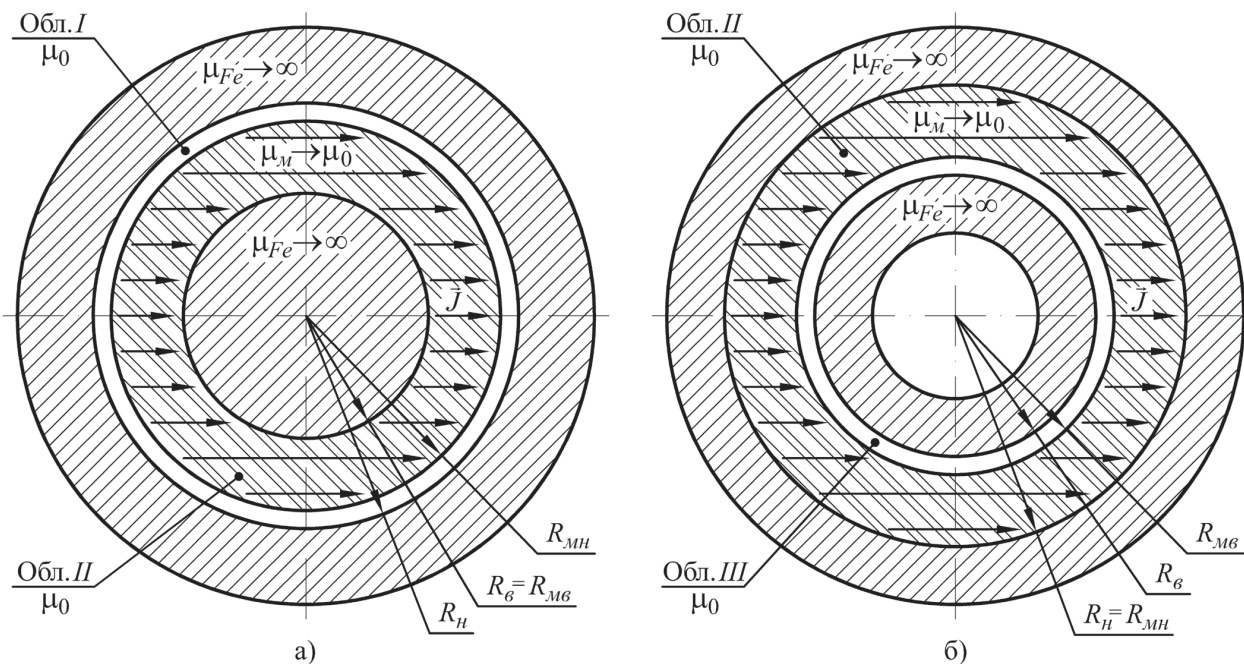


Рис. 5. Расчетная модель активной зоны синхронной машины с двухполюсным кольцевым РЗ ПМ: а — традиционного исполнения с магнитным валом; б — обращенной конструкции или с внешним ротором

$$B_{\delta}(\varphi) = J_m \mu_0 \frac{R_{MH}^2 - R_{MB}^2}{R_{MH}^2 - R_B^2} \cos \varphi. \quad (28)$$

Магнитное поле синхронной машины с радиальными РЗ ПМ и биметаллической обоймой

По аналогии с полученным выше С.В. Журавлевым решением задачи магнитного поля секторных РЗ ПМ с постоянной по направлению и величине намагниченностью, а также используя его подход к решению задач методом гармонического анализа с произвольным количеством областей [8], Р.В. Кузьмичев решил задачу расчета магнитного поля в активной зоне синхронной машины с радиальными РЗ ПМ и биметаллической обоймой [9]. Применение для крепления магнитов на роторе биметаллических обойм, представляющих собой структуру с чередующимися магнитными и немагнитными промежутками, несколько увеличивает коэффициент рассеяния магнитов, но вместе с тем позволяет существенно уменьшить немагнитный зазор между магнитами и якорем синхронной машины, что положительно сказывается на ее характеристиках. Кроме увеличенного коэффициента рассеяния, еще одним недостатком применения биметаллических обойм по сравнению с немагнитными является увеличение поперечной реакции якоря, приводящее к увеличению угла размагничивания ψ и размагничивающей продольной МДС якоря F_{ad} . Однако этот недостаток может быть частич-

но устранен путем организации в полюсном наколеннике дополнительных немагнитных областей. Использование для изготовления биметаллических обойм перспективных градиентных в исходном состоянии магнитных материалов, в которых методами специальной термообработки создаются немагнитные зоны, позволяет относительно просто организовать необходимые немагнитные области.

Расчетная модель для определения магнитного поля в активной зоне синхронной машины с радиальными РЗ ПМ и обоймой с чередующимися магнитными и немагнитными промежутками изображена на рис. 6. В соответствии с методом гармонического анализа сложная область активной зоны

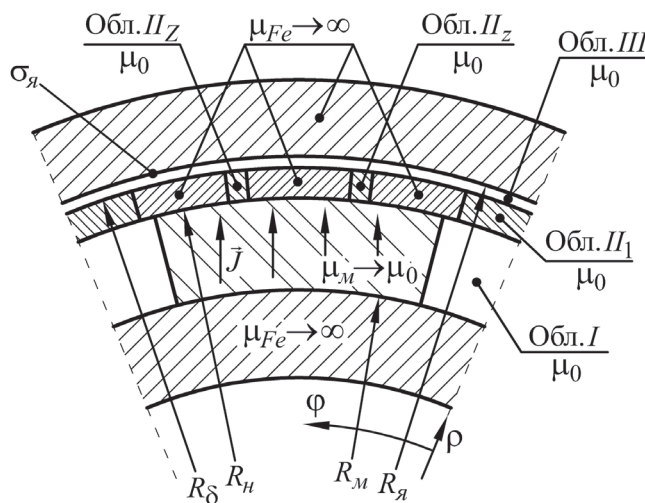


Рис. 6. Расчетная модель активной зоны синхронной машины с радиальными РЗ ПМ и обоймой с чередующимися магнитными и немагнитными промежутками

представлена совокупностью простых однородных частичных областей:

— область $I = \{R_m \leq \rho \leq R_n\}$ радиальных постоянных магнитов и междуполюсных промежутков;

— областями $II_z = \left\{ \begin{matrix} R_n \leq \rho \leq R_\delta \\ \beta_z \leq \varphi \leq \beta_z + \alpha_z \end{matrix} \right\}$ немагнит-

ных промежутков в обойме, где $z = \overline{1, Z}$, Z — количество немагнитных промежутков на полюсном делении, β_z и α_z соответственно смещение и угловая ширина немагнитного промежутка с номером z ;

— область $III = \{R_\delta \leq \rho \leq R_y\}$ рабочего зазора.

В результате решения задачи магнитного поля методом гармонического анализа было получено выражение для нормальной составляющей индукции на поверхности рашочки якоря, обусловленной как РЗ ПМ, так и синусоидально распределенным на поверхности гладкого якоря токовым слоем с амплитудами линейной плотности по продольной оси σ_{ad} и по поперечной оси σ_{aq} :

$$B_\delta(\varphi) = B_{\rho III}(\rho, \varphi) \Big|_{\rho=R_y} = \sum_{n=1,3,\dots}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{2R_{III}}{R_{III}^{np} - R_{III}^{-np}} (F_n^{(2s)} \cos(np\varphi) - F_n^{(2c)} \sin(np\varphi)) \right] + \mu_0 \frac{R_{III}^p + R_{III}^{-p}}{R_{III}^p - R_{III}^{-p}} [\sigma_{ad} \sin(p\varphi) - \sigma_{aq} \cos(p\varphi)], \quad (29)$$

где $R_{III} = R_\delta / R_y$.

Неизвестные коэффициенты $F_n^{(2c)}$ и $F_n^{(2s)}$ в выражении (29) определяются из решения системы линейных алгебраических уравнений, получаемой на основании равенства на границах раздела частичных областей нормальной составляющей индукции магнитного поля, а также равенства нулю магнитного потока через замкнутые поверхности, ограничивающие магнитные области биметаллической обоймы.

Выводы

Приведенные в статье аналитические решения задачи магнитного поля, и в частности выражения для нормальной составляющей индукции на поверх-

ности рашочки якоря $B_\delta(\varphi)$, могут быть использованы для определения системы расчетных коэффициентов авиационных синхронных машин с РЗ ПМ различных конструктивных исполнений. Найденные решения охватывают синхронные машины с секторными, призматическими и кольцевыми РЗ ПМ как с расположением магнитов на роторе и креплением их с помощью немагнитной или биметаллической обоймы, так и обращенной конструкции. Корректность аналитических решений задачи магнитного поля была подтверждена сопоставлением результатов расчета по полученным выражениям с результатами конечно-элементного анализа магнитного поля при использовании аналогичных математических моделей активной зоны. Рассогласование результатов расчета векторного магнитного потенциала и составляющих индукции при этом не превышает 1%.

Библиографический список

1. Кузьмичев Р.В., Левин Д.В., Мисютин Р.Ю., Зечихин Б.С. Авиационные генераторы повышенной мощности // Вестник Московского авиационного института. 2011. Т. 18. № 6. С. 39-46.
2. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины: Учебник для вузов. — М.: Энергия, 1980. — 928 с.
3. Зечихин Б.С. Электрические машины летательных аппаратов. Гармонический анализ активных зон. — М.: Машиностроение, 1983. — 149 с.
4. Зечихин Б.С., Куприянов А.Д., Сыроежкин Е.В. Традиционные и компьютерные методы проектирования бесконтактных синхронных машин // Электричество. 2002. №5. С. 61-71.
5. Куприянов А.Д. Автоматизированное проектирование электромеханических преобразователей с возбуждением от редкоземельных постоянных магнитов: Дис. ... к.т.н. — М., 2004. — 140 с.
6. Зечихин Б.С., Журавлев С.В., Ситин Д.А. Расчетные коэффициенты синхронных машин с редкоземельными магнитами // Электричество. 2009. №3. С. 35-40.
7. Ситин Д.А. Магнитные системы синхронных электрических машин с редкоземельными постоянными магнитами и повышенной частотой вращения: Дис. ... к.т.н. — М., 2009. — 167 с.
8. Журавлев С.В. Линейные синхронные двигатели с редкоземельными постоянными магнитами: Дис. ... к.т.н. — М., 2005. — 228 с.
9. Кузьмичев Р.В. Генератор в системе электроснабжения перспективного самолета с повышенным уровнем электрификации: Дис. ... к.т.н. — М., 2012. — 140 с.

ANALYTICAL CALCULATION OF MAGNETIC FIELD IN ACTIVE ZONE OF SYNCHRONOUS MACHINES WITH PERMANENT MAGNETS

Zhuravlev S.V.^{1*}, Zechikhin B.S.¹, Kuz'michev R.V.²

¹ Moscow Aviation Institute (National Research University),
MAI, 4, Volokolamskoe shosse, Moscow, A-80, GSP-3, 125993, Russia

² Experimental Design Bureau "Sukhoi",
23B, Polikarpov str., p/b 604, Moscow, 125284, Russia

* e-mail: zhuravlev_sv@rambler.ru

Abstract

Synchronous machines with rare earth permanent magnets are widely used in aviation and rocket technology as motors for the electric actuators and generators of electrical power systems. These machines are promising for use as the main aircraft generators with a high level of electrification in the DC power supply system of increased voltage 270 V. They are characterized by a large variety of designs, most important of which are versions with radial or tangential magnetized permanent magnet and nonmagnetic or bimetallic holder. Constantly increasing demands to the mass-energy performance of aviation synchronous machines with rare earth permanent magnets, to improve the quality of their designs, the development time and cost reduction are met by continuous improvement of design methods and design techniques based on the calculation and analysis of electromagnetic fields in their active zones.

Rational combination for electromagnetic fields in active zones analysis is traditional methods based on the models with lumped parameters together with circuit theory and computer technologies of numerical finite elements analysis based on the models with distributed parameters and field theory. Traditional methods and created on their basis by way of setting relatively simple and easily observed mathematical interrelations between input geometry and windings parameters with output energy parameters new design methodologies allow quickly and solve the problem of initial active zone geometry of an electric machine and parameters of its windings selection with an accuracy sufficient for engineering analysis. We used numerical methods for electromagnetic fields verified analysis and optimization, where parameters obtained with traditional methods are set as the starting point.

Traditional methods of synchronous machines design and machines with rare earth permanent magnets in particular are based on a number of assumptions and system of calculation coefficients linking the parameters of a real distributed active zone model with lumped parameters of electrical and magnetic circuits. For

example, excitation field of synchronous machines is commonly characterized by a system of calculation coefficients k_f , k_Φ , α_δ и k_B , determined based on the analysis of excitation winding two-dimensional magnetostatic field or permanent magnets in the smooth working gap brought from the armature side with non-saturated armature and inductor magnetic cores. Saturation consideration is carried out, as a rule, by separate introduction of various correction factors.

An effective method for determining the calculation coefficients of synchronous machines is the method of harmonic analysis of magnetic fields in active zones of electromechanical converters. The article presents new analytical solutions obtained for the magnetic field in the active zone of synchronous machines with rare earth permanent magnets by harmonic analysis. The problem of calculating the magnetic field generated by the permanent magnets of sector form with a constant direction and magnitude of magnetization, located between the two cylindrical ferromagnetic areas with infinite permeability was solved in polar coordinates system. The resulting solution allows determine the excitation magnetic fields and calculate coefficients of synchronous machines with permanent magnets of sector type, as well as prismatic and circular forms with their allocation on the rotor and fastening them with nonmagnetic holder, as well as reversed structure. Also, the problem of the magnetic fields calculation of excitation and armature reaction of synchronous machine with permanent magnets and a bimetallic holder with alternating magnetic and nonmagnetic areas was solved. The solutions presented in the article were checked by comparing the calculation results with the results of numerical finite element analysis. The results mismatch herewith does not exceed 1%.

Keywords: analytical solution of the magnetic field problem, method of harmonic analysis of active zones, calculation coefficients of synchronous machines with rare earth permanent magnets, nonmagnetic holder, bimetallic holder.

References

1. Kuz'michev R.V., Levin D.V., Misyutin R.Yu., Zechikhin B.S. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2011, vol. 18, no. 6, pp. 39-46.
2. Ivanov-Smolenskii A.V. *Elektricheskie mashiny* (Electrical machines), Moscow, Energiya, 1980, 928 p.
3. Zechikhin B.S. *Elektricheskie mashiny letatel'nykh apparatov. Garmonicheskii analiz aktivnykh zon* (Electrical machines for aircrafts. Harmonic analysis of active zones), Moscow, Mashinostroenie, 1983, 149 p.
4. Zechikhin B.S., Kupriyanov A.D., Syroezhkin E.V. *Electrichestvo*, 2002, no. 5, pp. 61-71.
5. Kupriyanov A.D. *Avtomatizirovannoe proektirovanie electromekhanicheskikh preobrazovatelei s vzbuzhdeniem ot redkozemel'nykh postoyannykh magnetov* (Electromechanical converters with excitation from rare earth permanent magnets automated design), Doctor's thesis, Moscow, MAI, 2004, 140 p.
6. Zechikhin B.S., Zhuravlev S.V., Sitin D.A. *Electrichestvo*, 2009, no. 3, pp. 35-40.
7. Sitin D.A. *Magnitnye sistemy sinkhronnykh elektricheskikh mashin s redkozemel'nymi postoyannymi magnetami i povyshennoi chastotoi vrascheniya* (Magnetic systems of synchronous electrical machines with rare earth permanent magnets and higher rotation speed), Doctor's thesis, Moscow, MAI, 2009, 167 p.
8. Zhuravlev S.V. *Lineinye sinkhronnye dvigateli s redkozemel'nymi postoyannymi magnetami* (Linear synchronous motors with rare earth permanent magnets), Doctor's thesis, Moscow, MAI, 2005, 228 p.
9. Kuz'michev R.V. *Generator v sisteme elektrosnabzheniya perspektivnogo samoleta s povyshennym urovnem elektrifikatsii* (Generator in the electrical power system of perspective aircraft with high level of electrification), Doctor's thesis, Moscow, MAI, 2012, 140 p.