

На правах рукописи



Тант Зин Хейн

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАЗМЕРА СФЕРИЧЕСКИХ
ВКЛЮЧЕНИЙ В ПОЛИМЕРНОМ КОМПОЗИЦИОННОМ МАТЕРИАЛЕ
НА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

Специальность:

1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени

кандидата технических наук

Москва – 2023

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

Научный руководитель: **Рабинский Лев Наумович**,
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Могилевич Лев Ильич**, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Прикладная математика и системный анализ» Саратовского Государственного Технического Университета имени Гагарина Ю.А.

Волков-Богородский Дмитрий Борисович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт прикладной механики Российской академии наук» (ИПРИМ РАН), г. Москва

Ведущая организация: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»

Защита диссертации состоится 22 декабря 2023 г. в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета 24.2.327.13, при федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», по адресу: 125993 Москва, Волоколамске шоссе, д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4. и на сайте: https://mai.ru/events/defence/?ELEMENT_ID=176871

Автореферат разослан «_____» _____ 2023 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
24.2.327.13, к.т.н.



Орехов Александр Александрович

Общая характеристика работы

Актуальность темы диссертации. Композиционные материалы (КМ) играют важную роль во многих областях техники, таких как аэрокосмическая, авиационная, автомобильная, машиностроительная, приборостроительная и медицинская промышленность. При создании материалов с требуемыми механическими и тепловыми характеристиками часто используются различные добавки и наполнители, влияющие на прочность и упругость получаемых образцов.

Введение наполнителей и добавок улучшает физико-механические характеристики композиционных материалов (КМ). Одним из наиболее простых способов изменения свойств материалов является введение сферических включений. При этом появляется возможность улучшать не только статические характеристики материалов, но и динамические свойства.

Одной из проблемой в моделировании структур с включениями, работающих в условиях динамического нагружения является прохождение упругих волн через частицы, включения. Проблемы дифракции упругих волн на различного типа неоднородностях относятся к числу наиболее сложных и актуальных задач динамики, деформируемых тел. В прикладном отношении это объясняется тем обстоятельством, что информация о динамическом напряженно-деформированном состоянии в окрестности этих неоднородностей представляет большой интерес для различных целей. Кроме того, наличие неоднородности (включения, полости, выреза, локального изменения свойств и т.д.) является неременным условием, возникающих в различных областях современной техники. К таким задачам относятся: создание новых конструкций, работающих при динамических нагрузках, разработка новых композитных материалов и внедрение их при создании инженерных сооружений, современные задачи геофизики и сейсмологии, а также ряд других задач научно-технического характера.

Целью работы является:

- разработка математической модели динамического поведения сферической оболочки в упругой среде, путем исследования дифракции плоских и сферических волн, распространяющихся в композитном материале со сферическими включениями;
- проведение статических механических испытаний для определения физико-механических характеристик образцов с включениями;
- исследование зависимости влияния объемного содержания включений на предел прочности и модуль упругости;
- проведение динамических испытаний композиционного материала с включениями при высокоскоростном нагружении;

- проведение численного моделирования образцов при статическом и динамическом нагружении;
- сравнение численных и экспериментальных результатов.

Методы исследования. Для решения поставленной задачи по исследованию дифракции упругих волн использовались аналитический и численный методы МДТТ (механики твердого деформируемого тела). Метод решения основан на разложении в ряды по системе собственных функций и применении интегрального преобразования Лапласа по времени. Статические и динамические испытания проводились с использованием известных стандартных и апробированных методов испытаний и установок. Численное моделирование проводилось с использованием метода конечных элементов, реализованный в системах Digimat (MSC Software) и Ansys Workbench.

Научная новизна заключается в:

- исследовании влияния объемного содержания сферических включений в композитном материале на физико-механические характеристики при статическом и динамическом нагружении;
- разработке метода исследования динамического поведения сферической оболочки в упругой среде, путем решения задачи о дифракции упругих плоских и сферических волн на распространяющемся композитном материале со сферическими включениями;
- получении и верификации конечно-элементной модели, позволяющей исследовать влияние формы, размера и объемного содержания включений на физико-механические характеристики материала.

Теоретическая и практическая значимость. Полученные результаты возможно использовать при создании материалов с требуемыми физико-механическими характеристиками путем использования различных наполнителей. Подобные материалы используются почти во всех областях техники, в особенности это касается аэрокосмической и авиационной промышленности. Полученные аналитические результаты позволяют более эффективно и детально оценивать прочность КМ с включениями.

Обоснованность и достоверность полученных результатов определяется применяемыми строгими методами механики деформируемого твердого тела, теории упругости, теории дифференциальных уравнений, при разработке аналитических методов расчета.

Результаты, выносимые на защиту:

- оценка влияния объемного содержания сферических включений в композитном материале на физико-механические характеристики при статическом и динамическом нагружении;

— метод исследования динамического поведения сферической оболочки в упругой среде, путем решения задачи о дифракции упругих плоских и сферических волн на распространяющемся композитном материале со сферическими включениями.

— результаты, на основании которых построены аналитические выражения для всех необходимых функций, позволяющие исследовать нестационарное напряженно-деформированное состояние и перемещения как на оболочке, так и в любой точке упругой среды;

— конечно-элементная модель, позволяющая исследовать влияние формы, размера и объемного содержания включений на физико-механические характеристики материала.

Апробация работы. Основные положения и результаты работы докладывались на следующих конференциях:

1. Рабинский Л.Н., Тант Зин Хейн, Чжо Йе Ко. Исследование влияния сферических включений в полимерных материалах. // Материалы XXVI Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова Том 1. Вятчи, 18-22 марта 2019 г. М., МАИ, 2019, С. 196-197.

2. Чжо Йе Ко, Рабинский Л.Н., Бабайцев А.В., Тант Зин Хейн. Моделирование и тепломеханические характеристики полимерного композиционного материала на основе эпоксидной смолы и стеклянных микросфер. // 18-й Международной конференции "Авиация и космонавтика", МАИ, 2019, С-250.

3. Чжо Йе Ко, Тант Зин Хейн, Бабайцев А.В., Рабинский Л.Н., Исследование тепловых свойств полимерных материалов за счет введения сферических включений. // Материалы IX международной научно- 8 практической конференции (Проблемы безопасности на транспорте) Часть 2, 28 – 29 ноября 2019 г. БелГУТ, Гомель, Беларусь, 2019, С-267.

4. Чжо Йе Ко, Рабинский Л.Н., Бабайцев А.В., Тант Зин Хейн. Исследование влияния объёмного содержания сферических включений в полимерном композитном материале на прочностные и тепловые характеристики. // 18-я Международная конференция "Авиация и космонавтика ". МАИ, 18–22 ноября 2019 г, С- 250.

5. Тант Зин Хейн, Бабайцев А.В., Рабинский Л.Н., Исследование влияния размера сферических включений в полимерном композиционном материале на физико-механические характеристики // Материалы XXVI международный симпозиум «динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Том 1. Вятчи, 16-20 марта 2019 г. М., МАИ, 2019, С-17.

6. Рабинский Л.Н., Рипецкий А. В., Тант Зин Хейн. Исследование влияния стеклянных включений в матрице из эпоксидной смолы на физико-механические свойства // Материалы XI Международной научно-практической конференции. (Проблемы безопасности на транспорте) Часть 2. Гомель, 25–26 ноября 2021 года. С-180.

7. Тант Зин Хейн, Рабинский Л.Н., Взаимодействие плоской волны давления со сферической оболочкой в упругой среде // Материалы XXIX международный симпозиум «динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Том 1. Кременки, 15-19 мая 2023 г. М., МАИ, 2023, С-201.

8. Тант Зин Хейн, Рабинский Л.Н., Бабайцев А.В. Моделирование образцов со сферическими включениями // Материалы XXIX Международного симпозиума им. А.Г. Горшкова. Москва, 15–19 мая 2023 г. М., МАИ, С-47.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 6 работ в рецензируемых научных изданиях, в том числе 4 научные работы в международном журнале, индексируемом Scopus и 2 научные работы в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов, рекомендованных ВАК РФ.

Работы в журналах, входящих в базы Scopus или WoS

1. Babaytsev, A.V., Kyaw, Ye Ko, Vakhneev, Sergey N., Zin Hein, Thant. Study of the influence of spherical inclusions on mechanical characteristics // Periodico Tche Quimica. Volume 17, Issue 35, ISSN 2179-0302, 2020, Pages 654-662.
2. O. V. Egorova, Thant Zin Hein. Improvement of Mechanical Properties of Polymer Materials by the Nanosized Ceramic Particles // WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics. Volume 16, (2021) pp.134-141.
3. Y. A. Utkin, A. A. Orekhov, Thant Zin Hein. Tribological Properties of Polymer Composite with Impregnated Quasicrystal Nanoparticles // International Journal of Mechanics Vol;15(2021): pp.189-195.
4. O. V. Tushavina, G. I. Kriven, Thant Zin Hein. Study of thermophysical properties of polymer materials enhanced by nanosized particles // International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing Open Access Volume 15, Pages 1436 – 1442, 2021

Научные статьи в журналах, рекомендуемых ВАК

5. Тант Зин Хейн. Взаимодействие плоской волны давления со сферической оболочкой в упругой среде // Труды МАИ. 2023. № 129. [URL:https://trudymai.ru/published.php?ID=173020](https://trudymai.ru/published.php?ID=173020) . DOI: 10.34759/trd-2023-129-08
6. Тант Зин Хейн, Л.Н. Рабинский. С.А. Шумская. Исследование влияния объемного содержания сферических включений на физико-механические

характеристики композиционного материала. Механика композиционных материалов и конструкций. Том 4. 2023г. (принята к печати)

Объём и структура диссертации. Работа содержит 121 страницу основного текста, включая 59 рисунков, состоит из введения, 4 глав, заключения, приложения и списка литературы в количестве 150 ссылок.

Основное содержание работы

Во введении дано обоснование актуальности, сформулированы цели и задачи диссертационной работы, научная новизна, изложены методы исследования, обоснована достоверность полученных результатов.

Первая глава посвящена аналитическому обзору работ по тематике исследований.

Показано, что композиционные материалы с включениями широко применяются при производстве перспективных изделий. С появлением новых технологий стало возможно получение сложных стабильных по размеру микроскопических сфер, что позволило создавать материалы с более высокими свойствами, путем снижения концентрации напряжений за счет масштабных эффектов. Указанное актуальное направление развивалось в работах: Власова В.З., Новожилов В.В., Бертран Гарнье, Абдеррахим Буденн, Н. Трофимова, Л.В. Плешкова, А.В. Байкова, И.В. Кристиан Огюстен, Вольфганг Хунгер Бах, А. Охснер, К. Огюстен, Е.Ю. Аристова, В.А. Денисова и др.

Во второй главе исследовались образцы из эпоксидной смолы без и с включениями.

В качестве матрицы использовалась эпоксидная смола ЭД-20, а в качестве включений-стеклянные сферы ПБС-50 с характерным размером сферы около 50 мкм. Объемное содержание включений составляло 5%, 10%, 15%.

Полимерные композиты, наполненные частицами, используемые в экспериментах, представляют собой партии образцов состоящих из пяти видов объемной доли наполнителя: 0%, 5%, 10%, 15%. До заливания эпоксидной смолы с добавленными включениями производилось тщательное перемешивание в течение 25 минут. После заливки смеси в форму применялся вакуум с дегазацией с вращающей формой для равномерного распределения частиц по объему. После этого охлаждение длилось 3 часа.

По итогу из формы извлекалась плита, из которой в последствии вырезались образцы для испытаний на изгиб и сжатие. Полученные прямоугольные образцы на изгиб имели сечение 10 мм x 4 мм и длину 80 мм, а для образцов на сжатие диаметром 11 мм и высотой 8 мм. Для каждой партии образцов изготавливалось по 3 однотипных образцов. Фотографии исследуемых образцов представлено на рисунке 1.

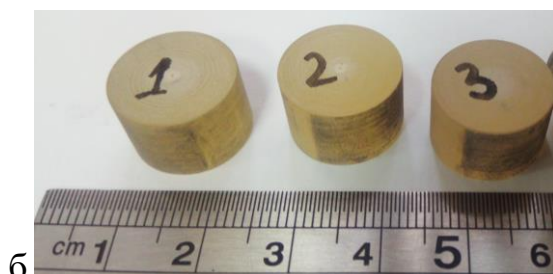


Рисунок 1. Полученные образцы
(а- образцы для испытания на изгиб, б-образцы для испытания на сжатие)

До проведения механических испытаний проводились структурные исследования. При определении микроструктуры и химического состава использовался растровый электронный микроскоп Karl Zeiss Evo 40. Исследовались образцы порошка и получаемые структуры. Для проверки распределения включений по объему, их процентному содержанию, а также подтверждения размера включений проводилось исследование микроструктуры шлифа образца и отдельно порошка, рисунок 2. Распределение размера частиц по объему проводилось с помощью анализа серии снимков, аналогичных снимку рис.2б. Анализ снимков проводился с использованием программного обеспечения Image J. С помощью данного продукта можно достаточно быстро оценить различные параметры включений, такие как диаметр, округлость и т.д.

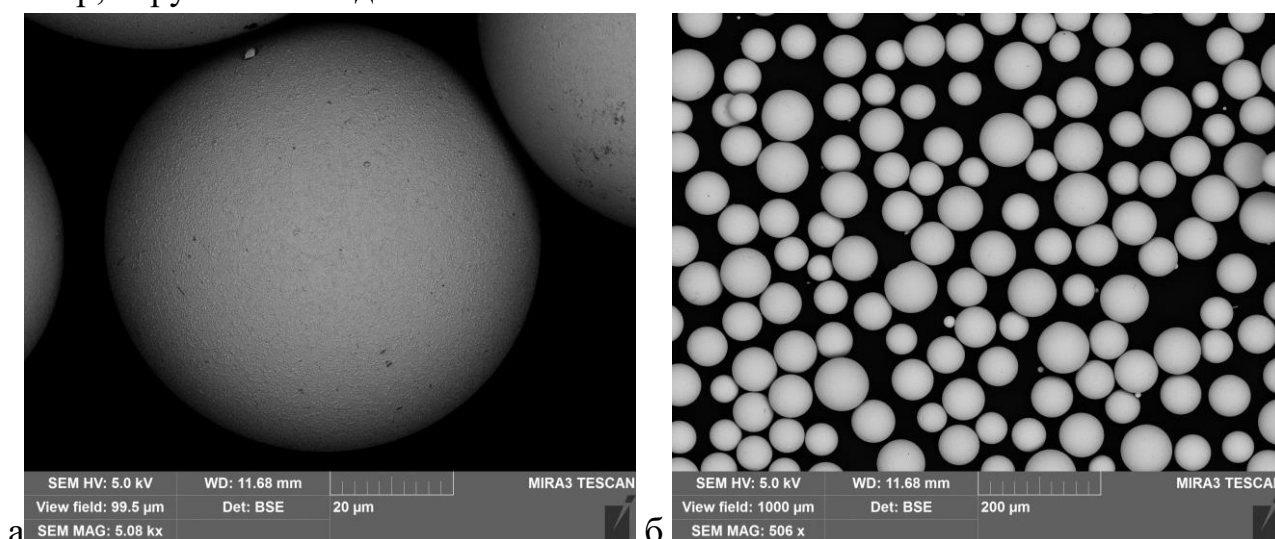


Рисунок 2. Результаты микроскопии

Преимущество обработки изображений заключается в том, что она может быть автоматизирована, если метод был определен для конкретного типа порошка. Результаты частиц рассчитываются с помощью программы ImageJ представлены на рисунке 3 и представлены результаты микроскопии распределения частиц по размерам. Количество неправильно формы, не сферической приходилось менее 0,01% от объема всех включений.

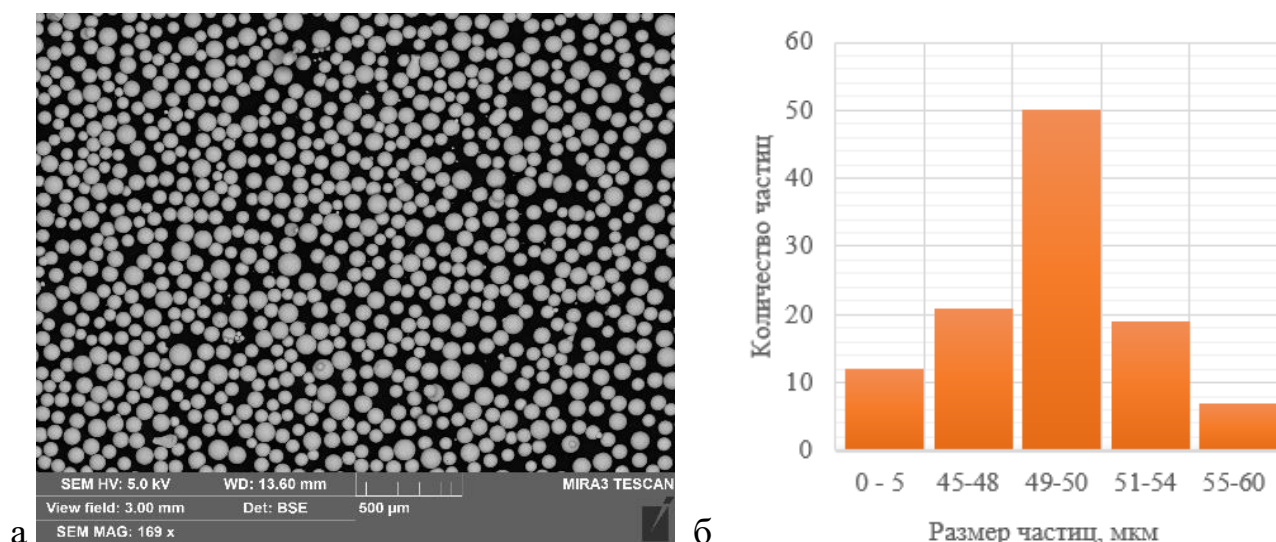


Рисунок 3. Результаты микроскопии (а) и их распределение по размерам частиц (б)

Подтверждение равномерного распределения частиц в матрице представлены на рисунке 4.

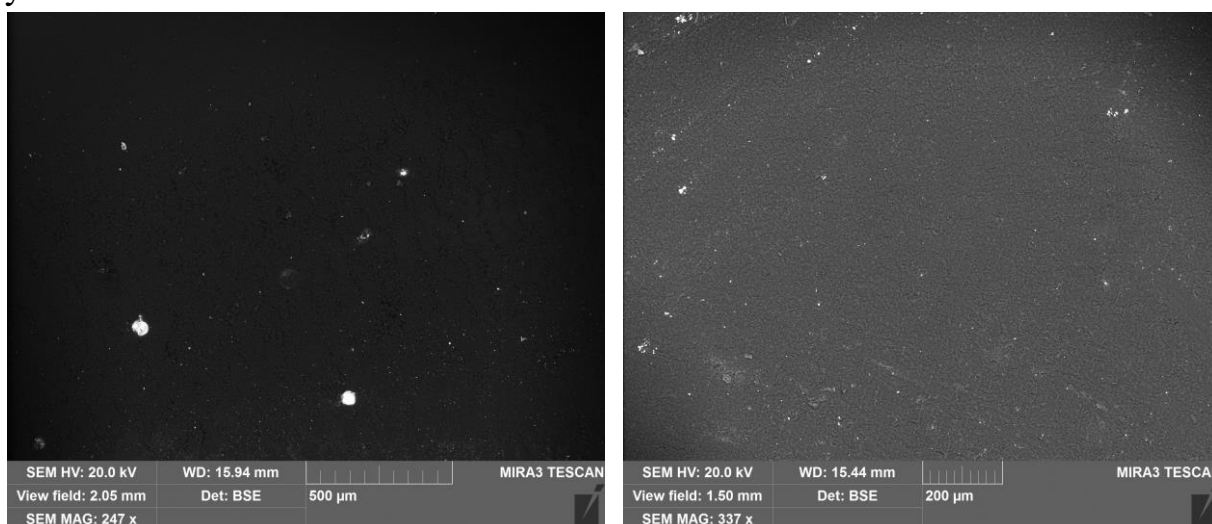


Рисунок 4. Распределение частиц(включений) по объему

Для определения влияния включений на механические свойства КМ проводились испытания на сжатие и 3х точечный изгиб. Испытания проводились согласно стандартным методикам испытаний на универсальной испытательной машине Instron 5969 с программным обеспечением Bluehill. Образцы до, в процессе и после испытаний представлены на рисунке 5.

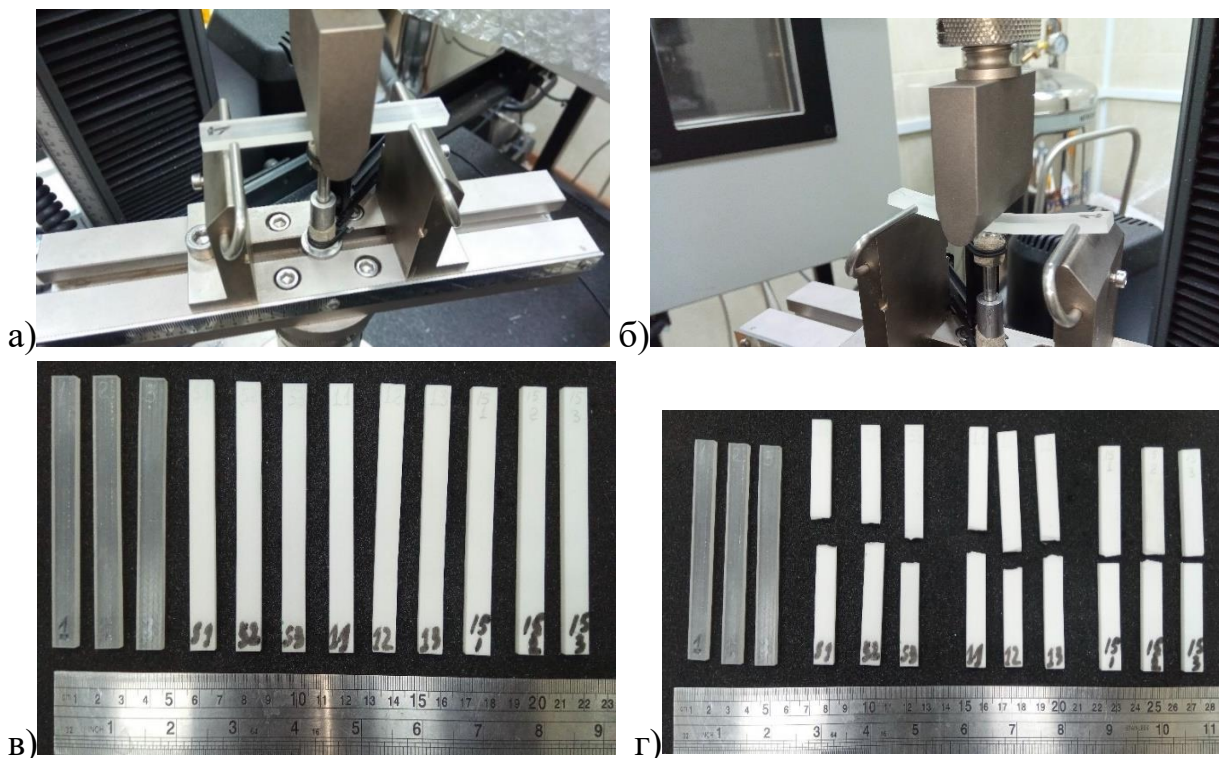


Рисунок 5. Образцы на изгиб (а – образец на опорах перед испытанием, б- во время испытаний, в- образцы до испытаний, г–образцов после испытаний)

Для каждой испытанной партии строилась кривая напряжение-деформация и определялись соответствующие характеристики, рисунок 6 и таблица 1.

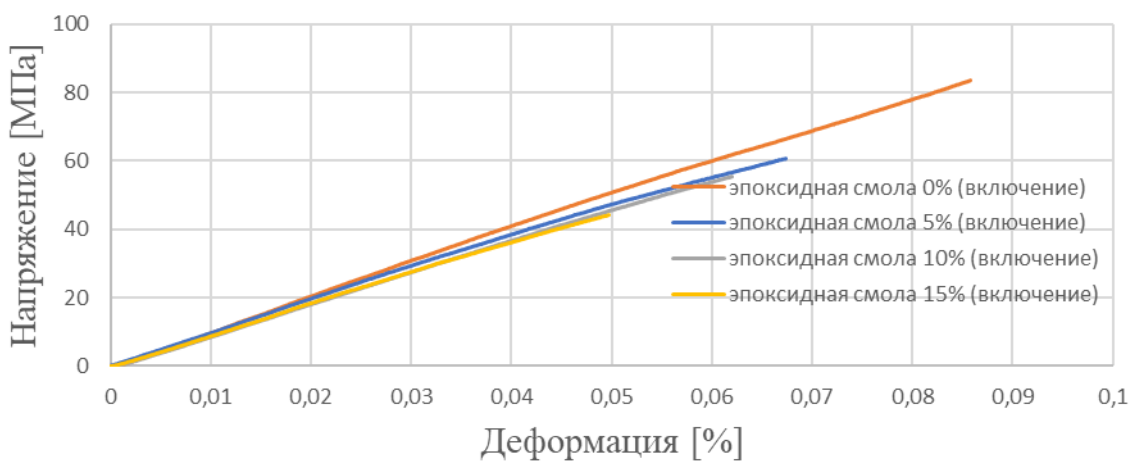


Рисунок 6. Графики кривых напряжение-деформация по результатам испытаний на трехточечный изгиб

Таблица 1 Характеристики эпоксидного связующего ЭД-20 и КМ с включениями

Характеристики	Единица	Эпоксидная смола ЭД-20	Эпоксидная смола с включениями с различным объемным содержанием		
			5%	10%	15%
Модуль Юнга (E)	ГПа	3,66	3,5	3,3	3,1
Предел прочности (σ)	МПа	90	55	45	43

Испытание на статическое сжатие проводилось с использованием той же установки, а испытание на высокоскоростное нагружение проводилось по методу Кольского и осуществлялось на экспериментальном стенде, состоящем из системы двух одинаковых длинных цилиндрических стержней, при этом между ними размещается образец, рисунок 7.

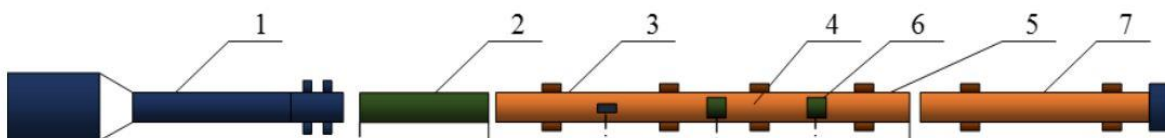


Рисунок 7. Схема метода Кольского

(1 – газовая пушка, 2 – ударник, 3 – передающий стержень, 4 – образец, 5 – опорный стержень, 6 – тензодатчики, 7 – демпфирующий стержень)

Воздействие осуществлялось с помощью ударного элемента диаметром 20 мм и длиной 300 мм, изготовленного из высокопрочной мартенситной стали. Испытание проводилось при скорости ударной волны 15 м/с. Скорость ударного элемента была выбрана на основании результатов статических испытаний и опыта проведения аналогичных высокоскоростных испытаний. высокоскоростные испытания. Скорость деформации составляла $\sim 600 \text{ с}^{-1}$. Образцы, установленные в испытательной машине, показаны на рисунке 8. Образец в процессе испытания приведен на рисунке 9.

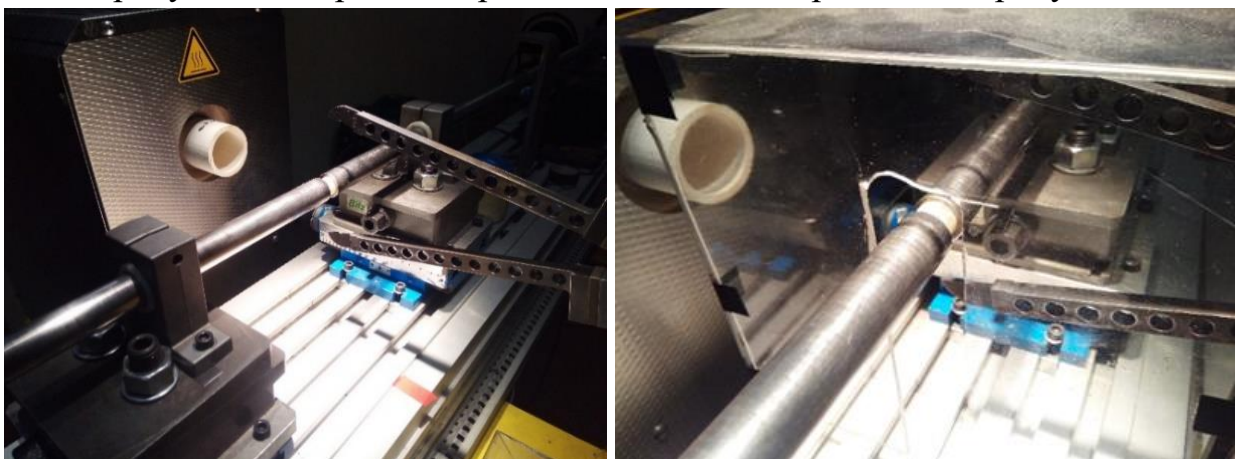


Рисунок 8. Образец, закрепленный в испытательной машине.

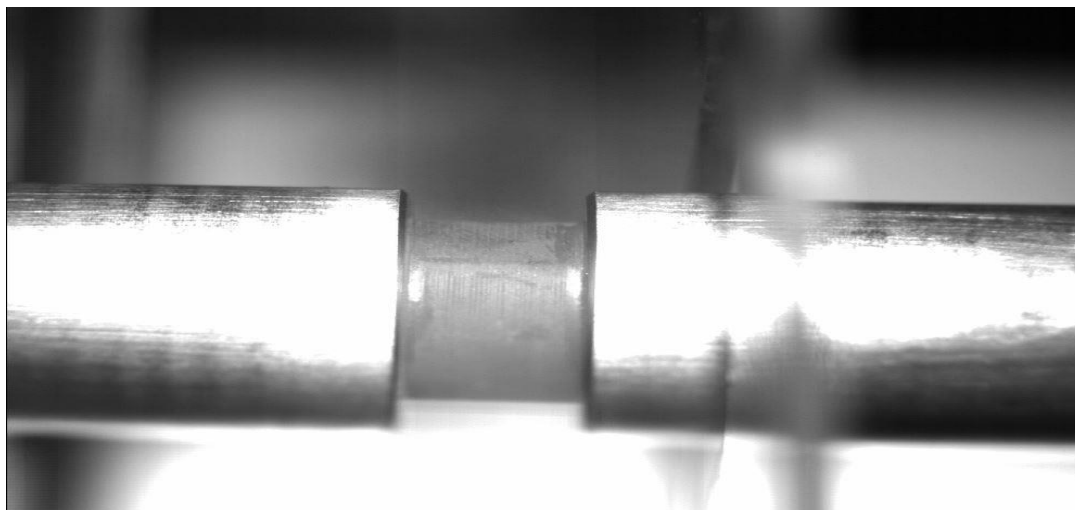


Рисунок 9. Образец при испытании.

Для каждой партии была получена результирующая диаграмма в результате усреднения экспериментальных данных образцов. Полученные результаты сопоставлены со статическими испытаниями, рисунок 10.

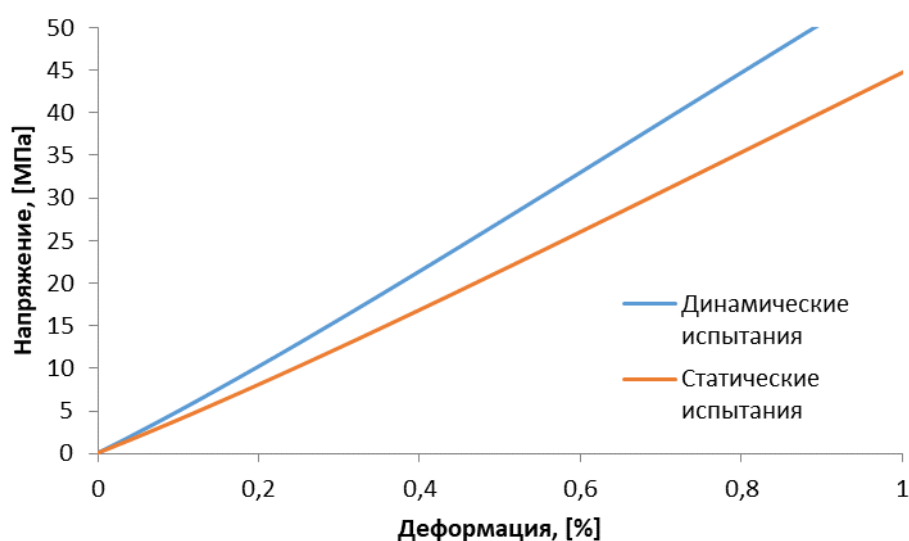


Рисунок 10. Полученная диаграмма напряжение-деформация, полученная при статическом и динамическом нагружении

В третьей главе рассматривается нестационарная задача о воздействии плоской и сферической волн давления на сферическую оболочку в упругой среде. Для решения поставленной задачи используется метод разложения в ряд по системе собственных функций и интегральное преобразование Лапласа по времени. В результате, после определения оригиналов искомым функций получают аналитические выражения для радиальных и меридиональных перемещений и напряжений, что дает возможность исследовать нестационарное напряженно-

деформированное состояние и перемещения как на оболочке, так и в любой точке упругой среды.

К таким задачам относятся: создание новых конструкций, работающих при динамических нагрузках, разработка новых композитных материалов и внедрение их при создании инженерных сооружений, современные задачи геофизики и сейсмологии, а также ряд других задач научно-технического характера. В работе рассматривается нестационарная задача о воздействии плоской и сферической волн давления на сферическую оболочку в упругой среде, рисунок 11.

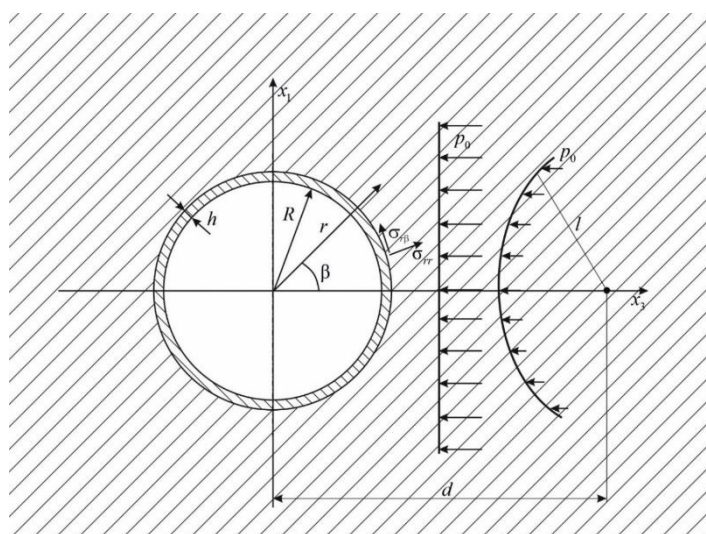


Рисунок 11. Тонкостенная сферическая оболочка типа Тимошенко в упругой среде под действием плоской и сферической волн

Постановка задачи

Предполагается, что в упругой среде распространяется плоская или сферическая волна давления p_0 (волна растяжения-сжатия), фронт которой в начальный момент времени $\tau = 0$ касается поверхности оболочки. В случае сферической волны полагается, что её источник располагается на оси Ox_3 на расстоянии $d > 1$ от начала координат (рис.11).

Разрешающая система уравнений для среды

– уравнения движения в потенциалах

$$\kappa_1^2 \Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2}, \quad \kappa_2^2 \left(\Delta \psi - \frac{\psi}{r^2 \sin^2 \beta} \right) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2}, \quad (1)$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \operatorname{ctg} \beta \frac{\partial}{\partial \beta} \right);$$

– связи перемещений с потенциалами

$$u_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \beta} + \psi \operatorname{ctg} \beta \right), \quad u_\beta = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \beta} - \psi \right) - \frac{\partial \psi}{\partial r};$$

– соотношения Коши

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\beta\beta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_\beta}{\partial \beta} + u_r \right), \quad \varepsilon_{\alpha\alpha} = \frac{1}{r} (u_\beta \operatorname{ctg} \beta + u_r),$$

$$\varepsilon_{r\beta} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_\beta}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial \beta} - u_\beta \right) \right], \quad \varepsilon_{r\alpha} = 0, \quad \varepsilon_{\beta\alpha} = 0;$$

– закон Гука

$$\sigma_{rr} = \lambda \theta + 2\mu \varepsilon_{rr}, \quad \sigma_{\beta\beta} = \lambda \theta + 2\mu \varepsilon_{\beta\beta}, \quad \sigma_{\alpha\alpha} = \lambda \theta + 2\mu \varepsilon_{\alpha\alpha},$$

$$\sigma_{r\beta} = 2\mu \varepsilon_{r\beta}, \quad \sigma_{r\alpha} = 0, \quad \sigma_{\beta\alpha} = 0,$$

$$\theta = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\alpha\alpha} + \varepsilon_{\beta\beta}.$$

Разрешающая система уравнений для сферической оболочки типа Тимошенко.

Рассматривается осесимметричное движение сферической оболочки Тимошенко. радиуса R , толщиной h

$$\mathbf{L}\mathbf{w} + \mathbf{p} = \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial \tau^2}, \quad \mathbf{L} = (L_{ij})_{3 \times 3}, \quad (2)$$

$$\mathbf{w} = (u, w, \chi)^T, \quad \mathbf{p} = (q, p, 0)^T,$$

$$L_{11} = \eta_1^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \operatorname{ctg} \beta \frac{\partial}{\partial \beta} \right) + \eta_2^2 (2 - k^2) - \frac{\eta_1^2}{\sin^2 \beta},$$

$$L_{12} = \left[2(\eta_1^2 - \eta_2^2) + \eta_2^2 k^2 \right] \frac{\partial}{\partial \beta}, \quad L_{13} = -\gamma^2 \eta_1^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \operatorname{ctg} \beta \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{1}{\sin^2 \beta} \right) + \eta_2^2 k^2,$$

$$L_{21} = -\left[2(\eta_1^2 - \eta_2^2) + \eta_2^2 k^2 \right] \left(\frac{\partial}{\partial \beta} + \operatorname{ctg} \beta \right), \quad L_{22} = \eta_2^2 k^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \operatorname{ctg} \beta \frac{\partial}{\partial \beta} \right) - 4(\eta_1^2 - \eta_2^2),$$

$$L_{23} = \eta_2^2 k^2 \left(\frac{\partial}{\partial \beta} + \operatorname{ctg} \beta \right), \quad L_{31} = \gamma^{-2} L_{13}, \quad L_{32} = -\eta_2^2 k^2 \gamma^{-2} \frac{\partial}{\partial \beta}, \quad L_{33} = -\gamma^{-2} L_{13}.$$

Здесь использованы безразмерные величины (c_* имеет тот же смысл, что и ранее, штрихом обозначены размерные величины):

$$r = \frac{r'}{R}, \quad \varphi = \frac{\varphi'}{R^2}, \quad \psi = \frac{\psi'}{R^2}, \quad \mathbf{u} = \frac{\mathbf{u}'}{R}, \quad \tau = \frac{c_* t}{R}, \quad \lambda = \frac{\lambda'}{\lambda_* + 2\mu_*}, \quad \mu = \frac{\mu'}{\lambda_* + 2\mu_*},$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\sigma'_{ij}}{\lambda_* + 2\mu_*}, \quad \kappa_1 = \frac{c_1}{c_*}, \quad \kappa_2 = \frac{c_2}{c_*}, \quad \eta = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} = \frac{c_1}{c_2}, \quad d = \frac{d'}{R},$$

$$u = \frac{u'}{R}, \quad w = \frac{w'}{R}, \quad \eta_1 = \frac{c_{10}}{c_*}, \quad \eta_2 = \frac{c_{20}}{c_*}, \quad c_{10} = \sqrt{\frac{\lambda_0 + 2\mu_0}{\rho_0}},$$

$$c_{20} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho_0}}, \quad \gamma^2 = \frac{h^2}{12R^2}, \quad \tilde{\gamma}^2 = \frac{\rho L}{\rho_0 h}, \quad p = \frac{p' \tilde{\gamma}^2}{\lambda_* + 2\mu_*},$$

$$q = \frac{q' \rho R}{\rho_0 h (\lambda_* + 2\mu_*)}, \quad k^2 = \frac{5}{6},$$

где c_* – характерная скорость, λ_* , μ_* – характерные постоянные Ламе; τ – безразмерное время, φ и ψ – скалярный и ненулевая компонента векторного потенциала упругих смещений, c_1 и c_2 – скорости упругих волн растяжения-сжатия и сдвига, λ , μ – упругие постоянные Ламе, ρ – плотность. При этом безразмерный радиус оболочки равен 1, u , w и χ – тангенциальное, нормальное перемещения оболочки и угол поворота нормального к её срединной поверхности сечения за счёт сдвиговых деформаций, c_{10} , c_{20} – скорости продольных и сдвиговых волн в материале оболочки, λ_0 , μ_0 , ρ_0 – упругие постоянные Ламе и плотность материала оболочки, q , p – касательная и нормальная составляющие вектора внешней нагрузки.

Условия контакта оболочки и упругой среды записывается в обобщенной форме с использованием параметра k_c . Предельное значение $k_c = 0$ соответствует условию свободного проскальзывания, а $k_c = \infty$ – условию жесткого сцепления. Таким образом такая обобщённая запись позволяет одновременно рассмотреть два случая контакта окружающей среды и оболочки. Случай конечного значения k_c соответствует «упругому» контакту типа «винклеровского» основания

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} \Big|_{r=1} + \sigma_{rrs} \Big|_{r=1} &= p, \\ u_r \Big|_{r=1} + u_{rs} \Big|_{r=1} &= w, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\sigma_{r\beta} \Big|_{r=1} + \sigma_{r\beta s} \Big|_{r=1} = q = k_c \left(u_\beta \Big|_{r=1} + u_{\beta s} \Big|_{r=1} - u_+ \right), \quad u_+ = u - \frac{h}{2} \chi,$$

где u_+ – тангенциальное перемещение оболочки на внешней поверхности, σ_{rrs} , $\sigma_{r\beta s}$ – нормальные и тангенциальные напряжения в набегающей волне, u_{rs} , $u_{\beta s}$ – нормальные и тангенциальные перемещения в набегающей волне.

На бесконечности ($r \rightarrow \infty$) возмущения в упругой среде отсутствуют.

Начальные условия принимаются однородными.

Потенциал φ_s в (4) описывает падающую плоскую волну давления, которая движется в отрицательном направлении оси Ox_3 и достигает точки $x_3 = 1$ в момент времени $\tau = 0$ (рис. 1):

$$\varphi_s = f(\tau + x_3 - 1)H(\tau + x_3 - 1), \quad x_3 = r \cos \beta, \quad \psi_s = 0, \quad (4)$$

где $f(\tau)$ – произвольная функция, задающая закон изменения потенциала во времени, например, $f(\tau) = \tau$ задаёт падающую плоскую ступенчатую волну давления.

В случае сферической волны давления:

$$\varphi_s = \frac{d-1}{l} f(\tau + d - 1 - l) H(\tau + d - 1 - l),$$

$$l = \sqrt{r^2 + d^2 - 2rd \cos \beta}, \quad \psi_s = 0.$$

Для решения поставленной задачи применим преобразование Лапласа по времени к системе уравнений (1) и (2). В результате получаем краевую задачу относительно трансформант скалярной и ненулевой компонент векторного потенциала упругих смещений, а также перемещений и напряжений оболочки.

Предполагается, что падающая плоская волна давления движется в отрицательном направлении оси Ox_3 и достигает точки $x_3 = 1$ в момент времени $\tau = 0$ (рис. 11).

Решение начально-краевой задачи представляется в виде рядов по полиномам Лежандра и Гегенбауэра. В результате задача сводится к уравнениям в коэффициентах рядов, зависящих от времени. После применения интегрального преобразования Лапласа приходим к алгебраической системе уравнений в изображениях, решая которую находим изображения по Лапласу искомым коэффициентов рядов, а их оригиналы удаётся найти аналитически с помощью вычетов.

В качестве примера рассматривается задача о распространении плоской ступенчатой волны давления с потенциалом вида (4) при $f(\tau) = \tau$. Материал полупространства – сталь, а оболочки – медь. В качестве характерных упругих постоянных приняты упругие параметры Ламе материала полупространства. Соответствующие безразмерные параметры имеют следующие значения:

$$\kappa_1 = 1, \quad \kappa_2 = 0.53, \quad \lambda = 0.43, \quad \mu = 0.29, \quad k = 0.91,$$

$$\gamma = 2 \cdot 10^{-4}, \quad \eta_1 = 0.8, \quad \eta_2 = 0.73, \quad h = 0.05.$$

На рис. 12 изображены зависимости от времени радиальных напряжений $\sigma_{rr}(r, \beta, \tau)$ и радиальных перемещений $u_r(r, \beta, \tau)$ в точке с координатами $r = 1, \beta = 0$.

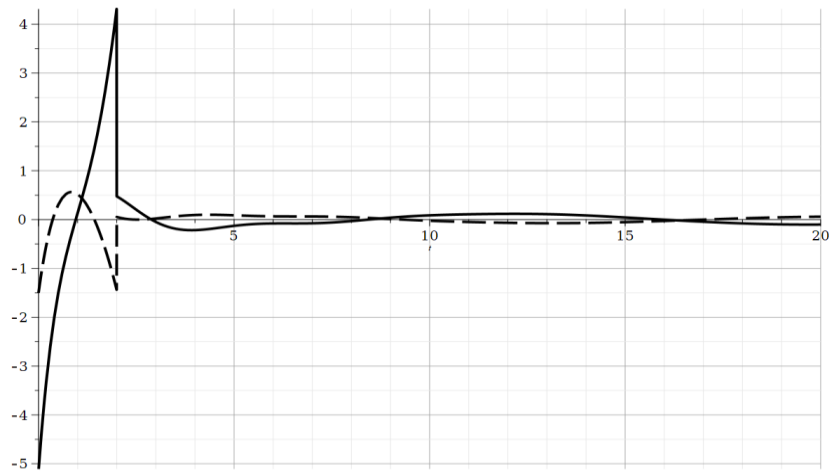


Рисунок 12. Зависимости от времени радиальных напряжений $\sigma_{rr}(r, \beta, \tau)$ и радиальных перемещений $u_r(r, \beta, \tau)$ в точке с координатами $r=1, \beta=0$.

Зависимости от времени меридиональных напряжений $\sigma_{r\beta}(r, \beta, \tau)$ и перемещений $u_\beta(r, \beta, \tau)$ в точке с координатами $r=1, \beta=\pi/2$ представлены на рис. 13.

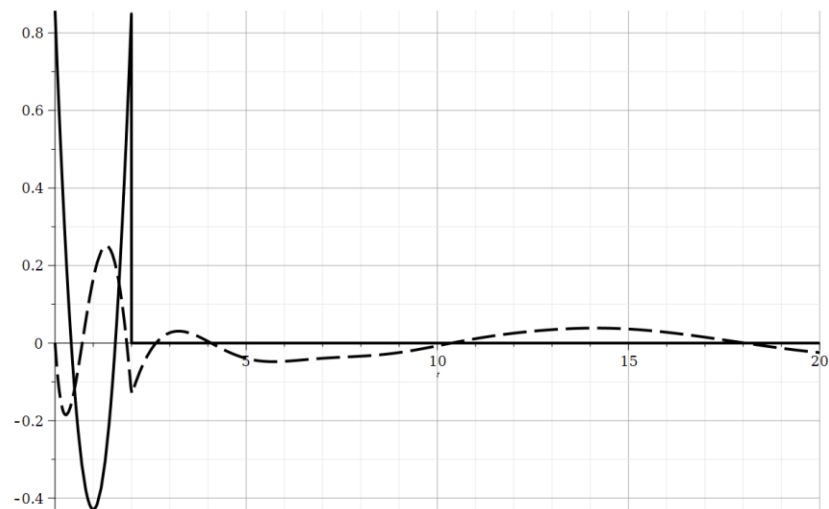


Рисунок 13. Зависимости от времени меридиональных напряжений $\sigma_{r\beta}(r, \beta, \tau)$ и перемещений $u_\beta(r, \beta, \tau)$ в точке с координатами $r=1, \beta=\pi/2$.

Аналогичные графики радиальных напряжений $\sigma_{rr}(r, \beta, \tau)$ и радиальных перемещений $u_r(r, \beta, \tau)$ в точке с координатами $r=2, \beta=0$ показаны на рис. 14, а для меридиональных напряжений $\sigma_{r\beta}(r, \beta, \tau)$ и перемещений $u_\beta(r, \beta, \tau)$ в точке с координатами $r=2, \beta=\pi/2$ – на рис. 15. На этих графиках сплошная кривая соответствует напряжениям, штриховая – перемещениям.

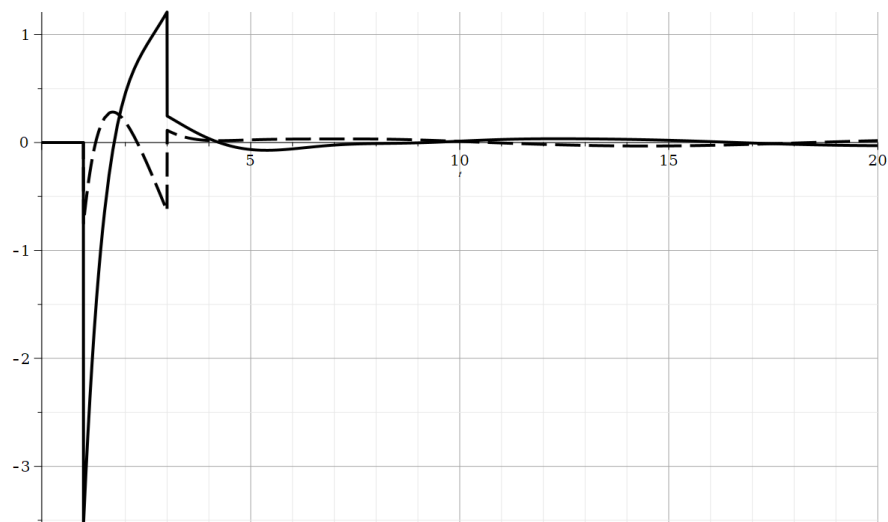


Рисунок 14. Зависимости от времени радиальных напряжений $\sigma_{rr}(r, \beta, \tau)$ и радиальных перемещений $u_r(r, \beta, \tau)$ в точке с координатами $r = 2, \beta = 0$.

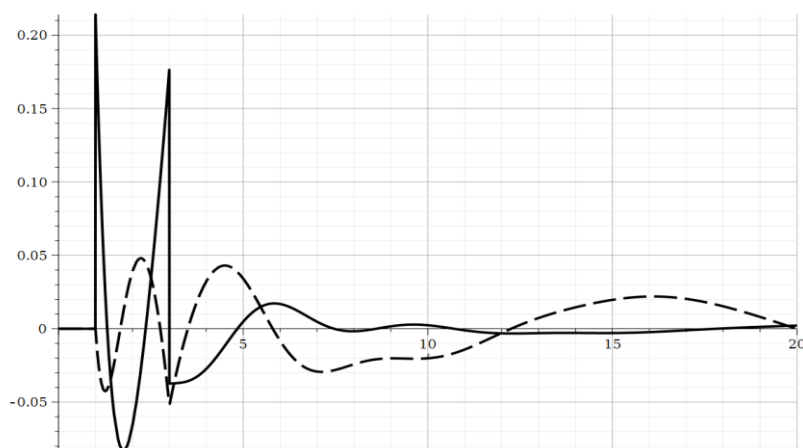


Рисунок 15. Зависимости от времени меридиональных напряжений $\sigma_{r\beta}(r, \beta, \tau)$ и перемещений $u_\beta(r, \beta, \tau)$ в точке с координатами $r = 2, \beta = \pi/2$.

В четвертой главе проводится численное моделирование и сравнение полученных результатов с результатами полученных в эксперименте. Моделирование проводится с использованием метода конечных элементов.

Моделирование проводилось для различных объемных фракция с процентным содержанием 5%, 10%, 15% и 20%.

Для каждого варианта объемного содержания включений проводился расчет и определение кривой напряжения-деформации исследуемой структуры.

Моделирование проводилось для элемента представительного объема исследуемого композитного материала. Для моделирования механического поведения КМ используются свойства упругого материала матрицы и включений, таблица 3.

Таблица 3. Характеристики материалов

Характеристики	Единица	Эпоксидная смола ЭД-20	Стекланные сферы ПБС-50
Модуль Юнга (E)	ГПа	4.9	7.0
Коэффициент Пуассона (ν)	-	0.3	0.2
Плотность (ρ)	кг/м ³	1200	2200
Теплопроводности	W/м. К	0.92	1.15
Объемный модуль	ГПа	4.08	3.88
Модуль сдвига	ГПа	1.88	2.91

Микромеханическое моделирование композита проводилось поэтапно. Во-первых, в программу Digimat FE были введены данные о механических свойствах композита, а в качестве микроструктуры материала выбрана матрица ЭД-20 и включения ПСБ 20. Во-вторых, была получена RVE-модель (представительный фрагмент) и путем загрузки модели, в Digimat FE.

Граничные условия для прямоугольной формы были определены следующим образом: граничное условие перемещения в направлении x , которое является направлением приложенного перемещения, было применено на одной стороне формы. Предполагалось, что контакт между частицами и матрицей идеально связан, и не допускалось никакого скольжения или разделения на границе раздела. Все материалы были обработаны как линейно упругие.

Репрезентативные элементарные объемы с различными объемными долями включений представлен на рисунке 16, а конечно-элементная модель с включениями представлена на рисунке 17.

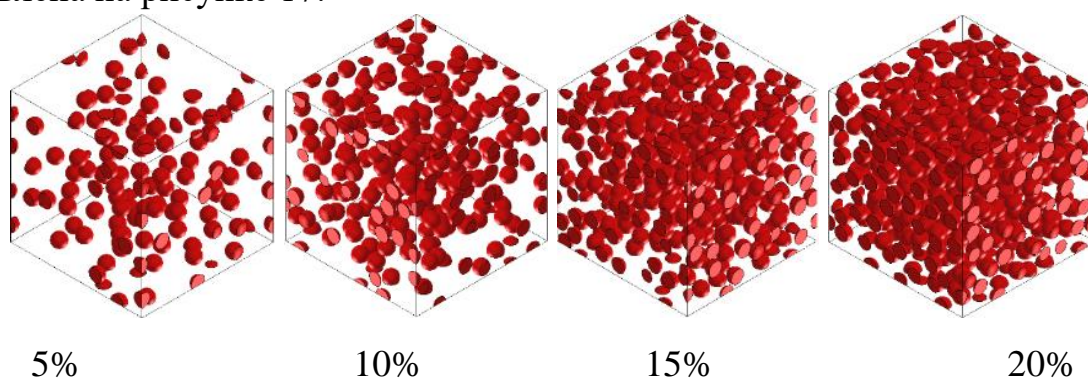


Рисунок 16. Репрезентативный элементарный объем с объемной долей включений в программе Digimat

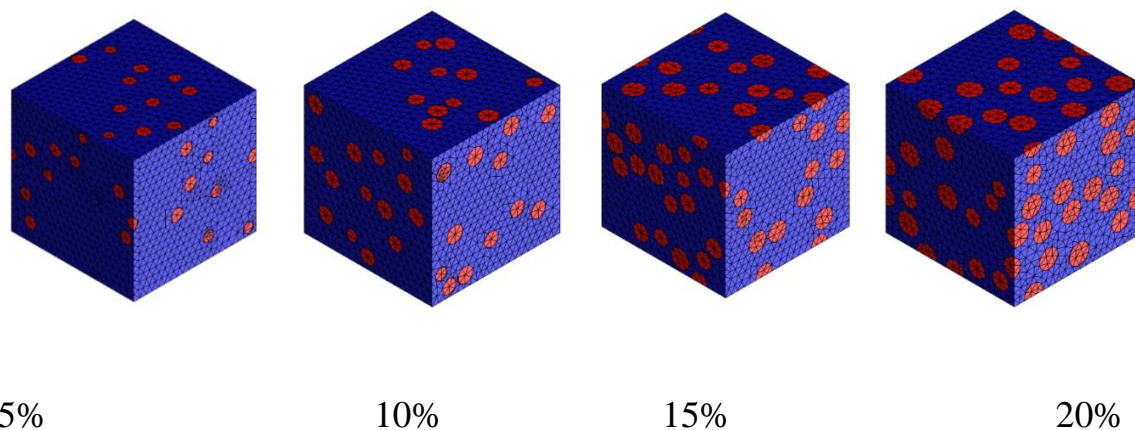


Рисунок 17. Представительный вид конечных элементов элементарных с
объемной долей включений

Для каждого варианта объемного содержания включений проводился расчет и определение кривой напряжения-деформации исследуемой структуры. На основе численных расчетов была получена зависимость процентного содержания включений от физико-механических характеристик.

Для исследований включений на тепловые характеристики получаемых композитных материалов использовалось ПО ANSYS Workbench. Подход к моделированию оставался прежним, рассматривался репрезентативный элементарный объем с различным объемным содержанием включений. Но в отличие от Digimat появилась возможность получить эффективные характеристики коэффициента теплового расширения, теплопроводности, теплоемкости, коэффициента Пуассона, модуля Юнга и плотности. Помимо получения эффективных характеристик проводилось исследование влияние размера включений на описанные выше свойства. Рассматривался диаметр включений: 30мкм, 40мкм, 50мкм и 60мкм. Однако из полученных результатов было выявлено несущественное влияние размера включений при сохранении объемного содержания.

Характерная конечно-элементная сетка для включений с диаметром 30мкм представлен на рисунке 18.

Полученные результаты выявили хорошее согласование. Размер включений на фоне объемного содержания не существенно влияет на свойства. Объемное содержание несет около линейный характер кроме параметра теплоемкости, где наибольший перепад осуществляется при объемном содержании 5-10 %.

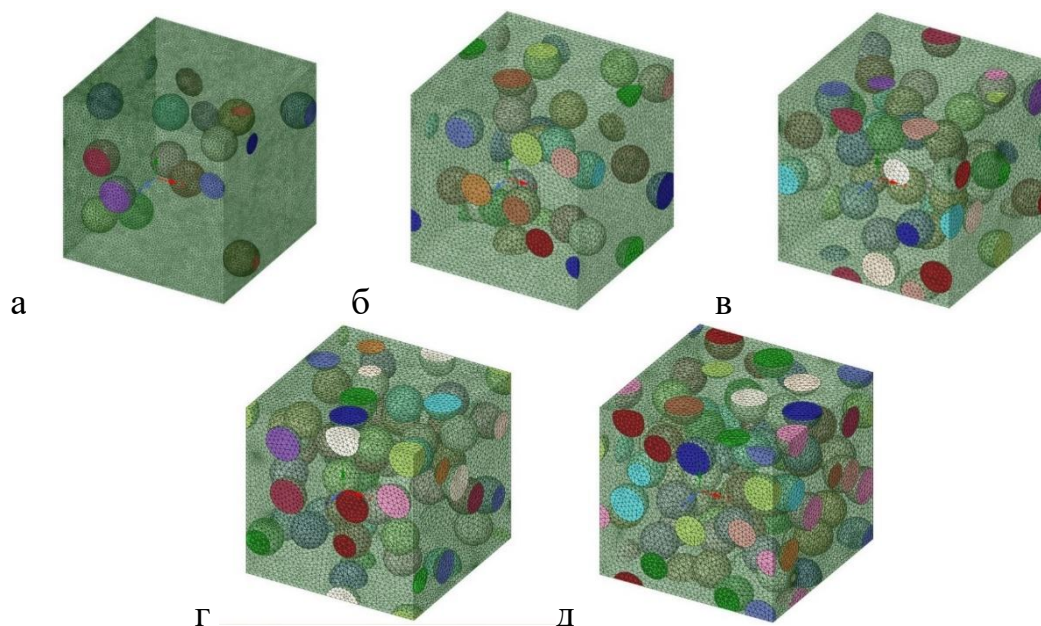


Рисунок 18. Конечно-элементная модель при диаметре включений 30мкм (а - объемное содержание 5%, б - объемное содержание 10%, в - объемное содержание 15%, г - объемное содержание 20%, д - объемное содержание 25%)

Кривые зависимости от объемного содержания включений (от 5 до 25%): модуля упругости КМ, представлен на рисунке 19а, модуля сдвига КМ, представлен на рисунке 19б, коэффициента Пуассона КМ, представлен на рисунке 19в, плотности КМ, представлен на рисунке 19г.

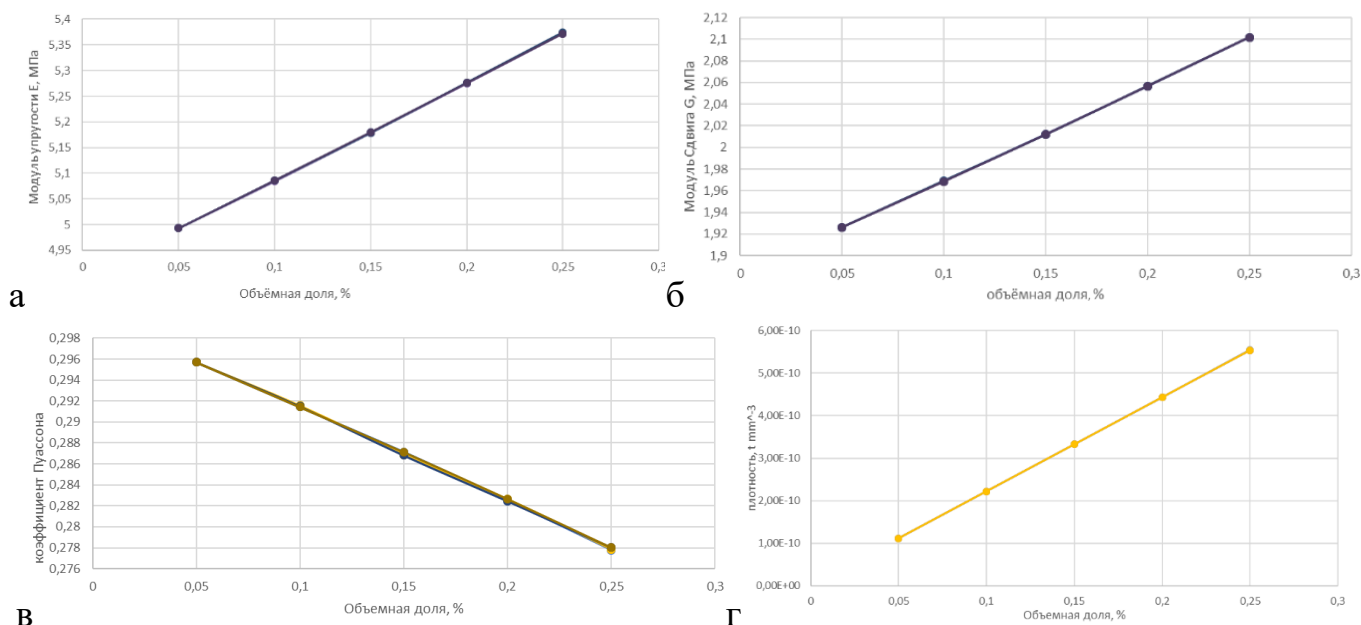


Рисунок 19. Конечно-элементная модель при диаметре включений 30мкм (а – модуля упругости, б – модуля сдвига, в – коэффициента Пуассона, г – плотности)

Кривые зависимости от объемного содержания включений (от 5 до 25%):

коэффициента температурного расширения, представлен на рисунке 20а, теплопроводности КМ, представлен на рисунке 20б, теплоемкости, представлен на рисунке 20в.

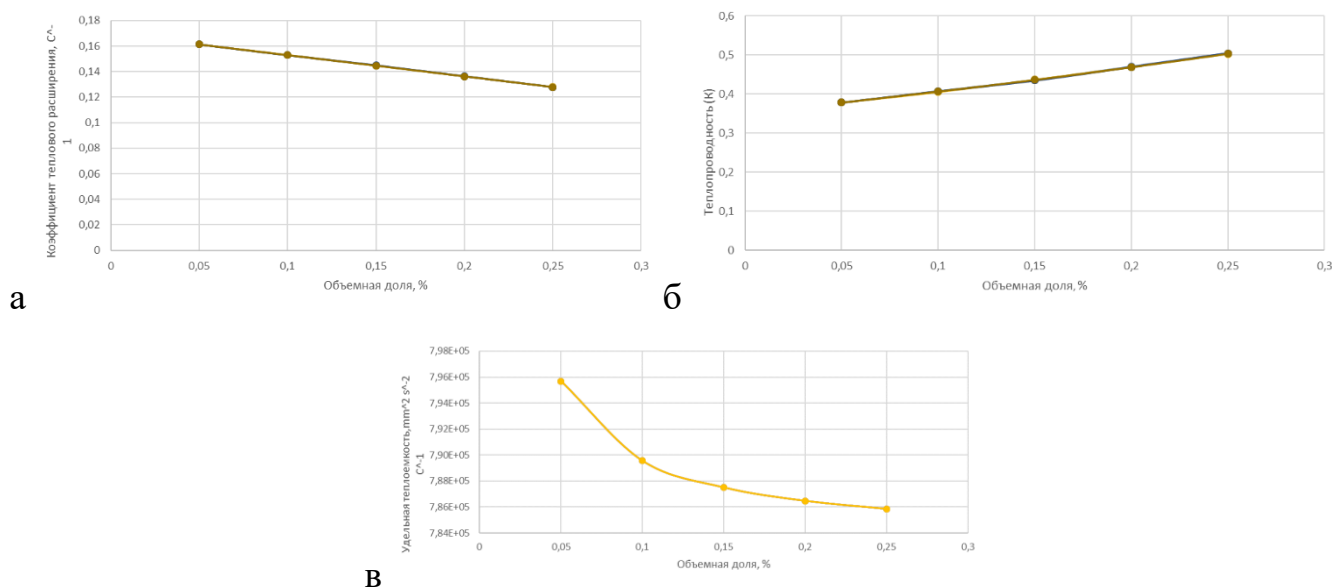


Рисунок 20. Зависимости объемного содержания включений от тепловых характеристик

(а – коэффициента теплового расширения, б - коэффициента теплопроводности, в – удельной теплоёмкости)

Полученные характеристики материалов использовались для моделирования испытаний на 3х точечный изгиб. В ходе верификации модели получилось хорошее сравнение (менее 1%) численного и экспериментального результата.

Для детального исследования напряженно-деформированного состояния КМ в условия статического и высокоскоростного сжатия проводится моделирование с использованием ПО Digimat и ANSYS Workbench. Для удобства рассматривались цилиндры на сжатие диаметром и высотой равной 1мм. В Digimat получали 2х компонентную сложную геометрию, а затем ее экспортировали в программное обеспечение Ansys Workbench. Для моделирования в условия статического сжатия использовался модуль Static, а для моделирования высокоскоростного нагружения использовался модуль Transient Structural. Расчет проводился для объемного содержания включений порядка 5%, 10% и 15% и при отсутствии включений. Пример конечно-элементной модели изделия представлен на рисунке 21. Результаты моделирования представлены на рисунке 22.

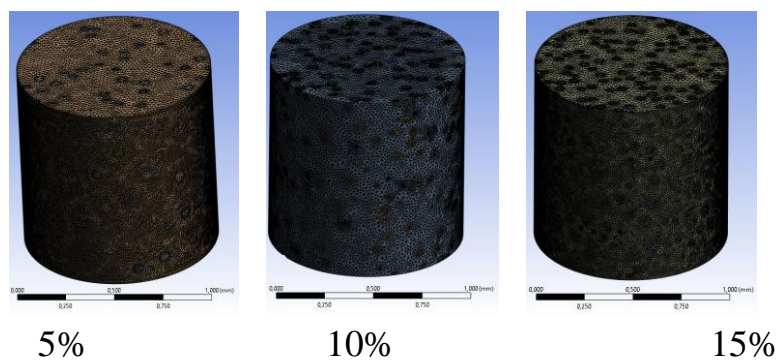


Рисунок 21. Конечно-элементные модели

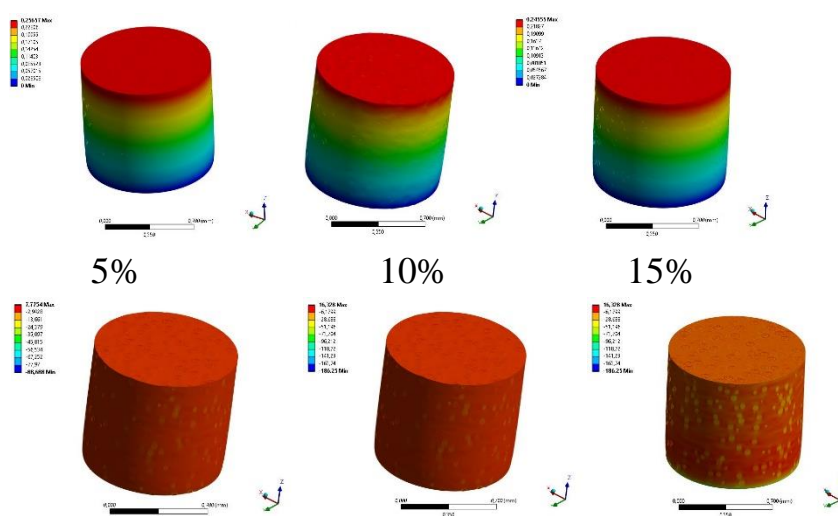


Рисунок 22. Результаты моделирования (сверху общее деформированное состояние, снизу нормальное распределение напряжений в направлении действия нагрузки)

Распределение напряжений на частицу располагающейся по середине образца в условии высокоскоростного нагружения дана на рисунке 23.

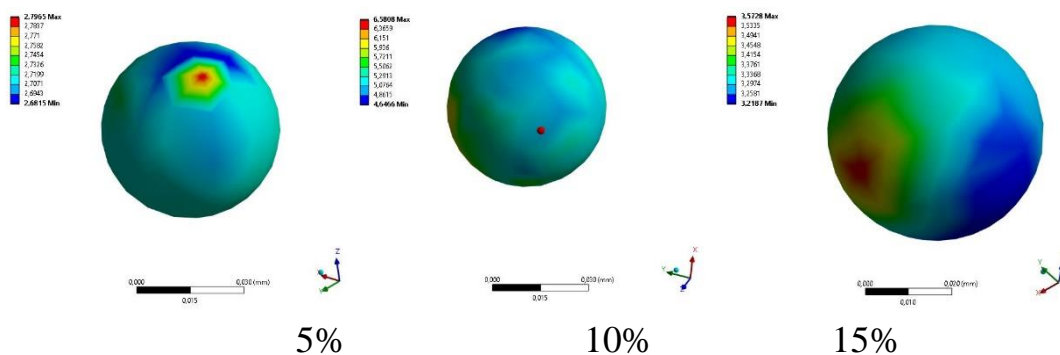


Рисунок 23. Результаты конечно-элементного моделирования в условии динамического нагружения

Полученные результаты сравнивались с результатом полученные при

аналитическом моделировании и показали хорошее согласование между собой.

В заключении диссертационной работы перечислены основные результаты и возможные области их применения.

Основные результаты диссертационной работы:

1. Изготовлены образцы с различным содержанием включений и проведены микроскопические и механические испытания образцов. Структурные исследования подтвердили размер включений и их распределение по объему образца. Определены эффективные свойства КМ на изгиб в зависимости от содержания объемного включения. Проведены испытания на сжатие образцов при условии квазистатического и высокоскоростного нагружения.
2. Представлена математическая постановка и аналитическое решение нестационарной задачи дифракции плоской волны давления на сферической полости в упругой среде, подкрепленной тонкой оболочкой. В результате были построены аналитические выражения для всех искомых функций, что позволяет исследовать нестационарное напряженно-деформированное состояние как на оболочке, так и в любой точке упругой среды.
3. Получена конечно-элементная модель, работающая в условии статического и динамического нагружения. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными и предложенной аналитической моделью. Определены дополнительные эффективные характеристики композитного материала с учетом размера частицы и объемного содержания включений.