

Математическая модель явления галопирования обледенелых проводов

Шавня Р.А.

*Институт прикладной механики Российской академии наук, ИПРИМ РАН,
Ленинградский проспект, 7, Москва, 125040, Россия*

e-mail: shavnya.ruslan@yandex.ru

Статья поступила 07.09.2020

Аннотация

Рассматривается задача о математическом моделировании процесса аэроупругих колебаний обледенелых проводов линий электропередач при ветровой нагрузке. Искомыми величинами являются обобщенные координаты задачи: коэффициенты при аппроксимирующих функциях метода Ритца и локальные перемещения провода. Принимается жесткая связь сечения льда и сечения провода, считается, что сечение провода со льдом остается в одной и той же плоскости при движении. Описывающие динамику процесса уравнения составляются с использованием принципа Д'Аламбера-Лагранжа. Итоговая система нелинейных дифференциальных уравнений, получаемая путем группировки слагаемых при вариациях работ и потенциальной энергии, интегрируется численно. Начальные условия для интегрирования задачи динамики берутся из решения задачи статики.

Ключевые слова: галопирование проводов, аэроупругие колебания, механика деформируемого твёрдого тела, флаттер.

Введение

Галопирование (пляска) проводов линий электропередач (ЛЭП) представляет собой процесс низкочастотных (до 1 Гц) высокоамплитудных аэроупругих колебаний [1-10], возникающих вследствие действия на обледенелый провод воздушного потока: аэродинамические характеристики, проявляющиеся у сечения профиля провода со льдом, способствуют появлению в системе аэродинамической неустойчивости.

Помимо ярко выраженных колебаний в вертикальной и горизонтальной плоскостях, процесс может также сопровождаться крутильными колебаниями. В этом случае закручивание провода приводит к повышению подъемной силы и, как следствие, повышению действующих амплитуд и нагрузок на конструкцию.

В результате такие колебания могут привести к повреждениям элементов ЛЭП, обрыву её проводов или обрушению опор. Наиболее опасной является однополуволновая пляска: в этом случае амплитуды осцилляций и вариации силы натяжения провода максимальны [11-13].

Фактически явление галопирования проводов ЛЭП схоже с явлением флаттера элементов конструкции летательных аппаратов (ЛА). Для построения математической модели применяются методы, используемые, в том числе, в работах по описанию аэродинамической неустойчивости крыльев ЛА [14-17]. Кроме того, с различными дополнениями, возможно использование описываемой далее модели упругого растяжимого провода применительно к иным тросовым системам (топливозаправочные шланги самолетов, космические тросовые системы и др.)

Математическая модель

При моделировании явления пренебрегаем изгибной жесткостью провода, поскольку длина полуволны в рассматриваемых условиях составляет, как минимум, несколько десятков метров. Фактически в качестве расчетной модели берется абсолютно гибкая нить, обладающая упругостью на кручение и растяжение.

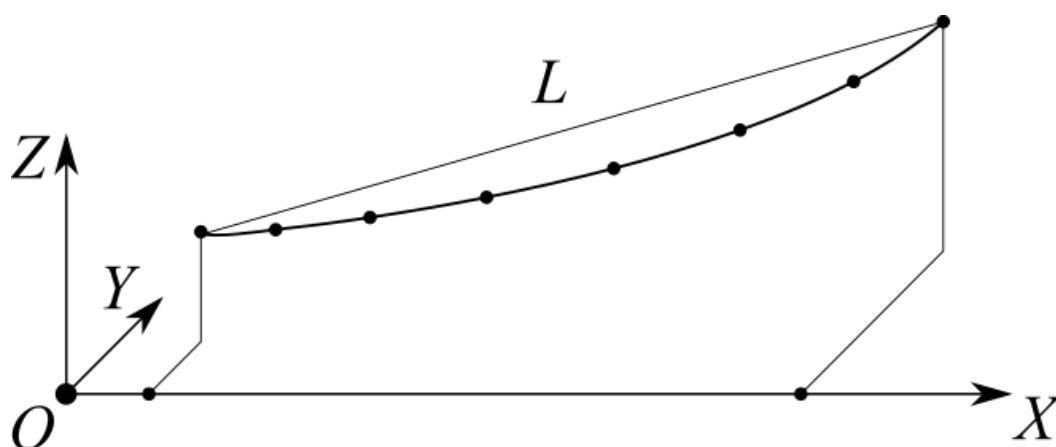


Рисунок 1. Схематичное изображение провода в пролёте ЛЭП в начальном (статическом) положении, поделенного на произвольное количество конечных элементов. Здесь L – расстояние между точками подвеса.

Считаем начальным состоянием провода его статическое состояние при действии гравитационных сил и отсутствии ветровой нагрузки. Принимаем за L^0 начальную технологическую длину провода, тогда его начальное удлинение Δ^0 будет равно:

$$\Delta^0 = L^0 - L + \alpha L^0 \Delta t = (1 + \alpha \Delta t) L^0 - L, \quad (1)$$

Здесь α , Δt – коэффициент линейного температурного расширения и разница температур соответственно.

Для получения изначальной формы провиса можно воспользоваться методом продолжения, вводя параметр p следующим образом:

$$\begin{aligned} L^0(p) &= L + (L^0 - L)p, \\ \Delta t &= (t_k - t_0)p, \quad 0 \leq p \leq 1, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Delta^0(p) &= (L^0 - L)p + \alpha L^0(t_k - t_0)p = (L^0 - L + \alpha L^0 \Delta t)p, \\ \Delta^0(p) &= p\Delta^0, \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим произвольный элемент провода с узлами 0-1 (рис. 2):

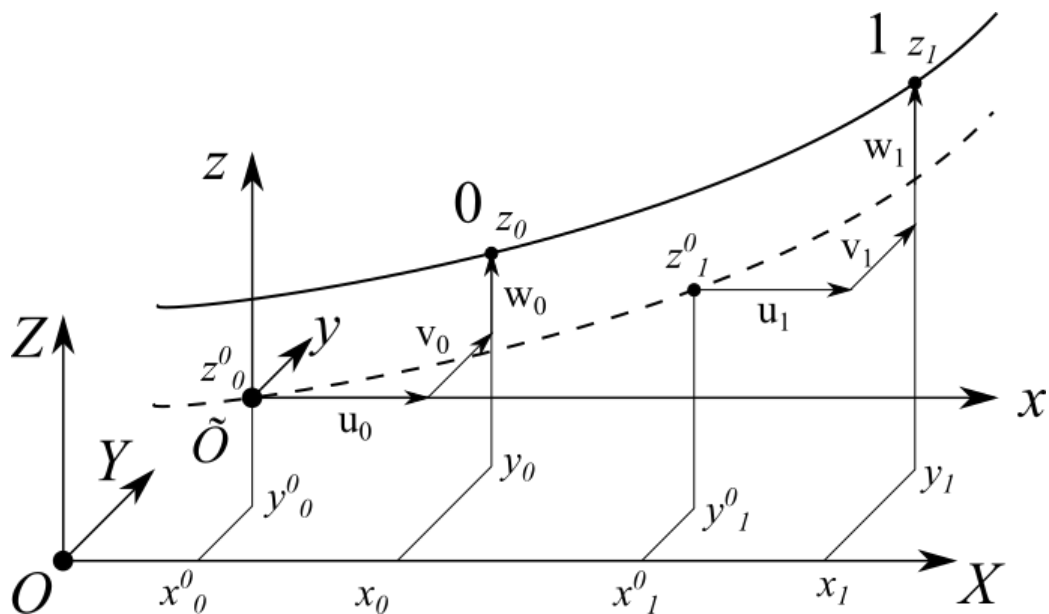


Рисунок 2. Изображение произвольного элемента провода 0-1 при последовательности перемещений $u-v-w$: провод переходит из положения, отмеченного штриховой линией в положение, отмеченное непрерывной линией.

Провод располагается в глобальной системе координат $OXYZ$, элементу поставлена локальная система координат $\tilde{O}xyz$.

Здесь x_i^0, y_i^0, z_i^0 ($i = 0, 1$) – координаты узла i элемента в начальном статическом положении провода, x_i, y_i, z_i – координаты узловых точек элемента после последовательности перемещений $u_i-v_i-w_i$.

Очевидно, что:

$$\begin{aligned} u_i &= x_i - x_i^0, \dot{u}_i = \dot{x}_i, \ddot{u}_i = \ddot{x}_i, \\ v_i &= y_i - y_i^0, \dot{v}_i = \dot{y}_i, \ddot{v}_i = \ddot{y}_i, \\ w_i &= z_i - z_i^0, \dot{w}_i = \dot{z}_i, \ddot{w}_i = \ddot{z}_i, \end{aligned} \quad (4)$$

Продольное, вертикальное, горизонтальное перемещения u, v, w и угол закручивания φ записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} u &= u_0 \left(1 - \frac{x}{l}\right) + u_1 \frac{x}{l}, \\ v &= v_0 \left(1 - \frac{x}{l}\right) + v_1 \frac{x}{l} + \sum_1^N q_n \sin \frac{n\pi x}{l}, \\ w &= w_0 \left(1 - \frac{x}{l}\right) + w_1 \frac{x}{l} + \sum_1^N r_n \sin \frac{n\pi x}{l}, \\ \varphi &= \varphi_0 \left(1 - \frac{x}{l}\right) + \varphi_1 \frac{x}{l} + \sum_1^N p_n \sin \frac{n\pi x}{l}, \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $l = x_1^0 - x_0^0$, – длина проекции осевой линии провода на локальную ось $\tilde{O}x$.

Вертикальное, горизонтальное перемещения и угол закручивания вводятся с использованием метода Ритца с коэффициентами q_n, r_n, p_n при аппроксимирующих

функциях. Таким образом, $u_i, v_i, w_i, \varphi_i, q_n, r_n, p_n$ являются обобщенными координатами.

Рассмотрим сечение профиля провода со льдом (рис. 3):

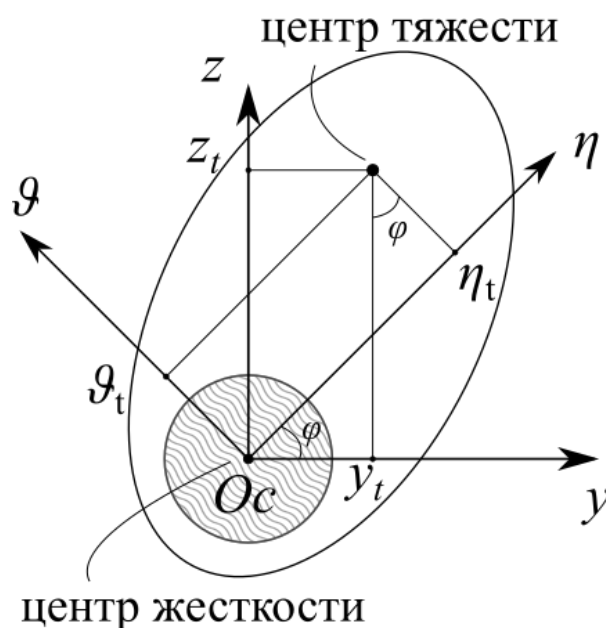


Рисунок 3. Сечение профиля провода со льдом. Заштрихованная круглая область соответствует проводу, овальная – произвольной форме наледи.

Введём ледовую систему координат $O_c \xi \eta \vartheta$. Полагаем, что она связана с сечением жестким образом; η_t, ϑ_t – координаты центра тяжести сечения в системе $O_c \xi \eta \vartheta$. Соотношения, связывающие координаты центра тяжести в разных системах:

$$\begin{aligned} y_t &= \eta_t \cos \varphi - \vartheta_t \sin \varphi; \\ z_t &= \eta_t \sin \varphi + \vartheta_t \cos \varphi; \end{aligned} \quad (6)$$

Очевидно, что центр жесткости всего сечения располагается в центре сечения провода.

Полагаем также, что сечение, находившиеся в начальный момент времени в одной плоскости, при движении остается в этой же плоскости.

Пусть N , ε – сила натяжения провода и его продольная деформация. Эти величины будем считать постоянными в пределах одного элемента, тогда:

$$\begin{aligned} N &= EF\left(\varepsilon - \frac{\Delta^0}{L}\right), \\ \varepsilon &= u' + \frac{1}{2}(v'^2 + w'^2), \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь E , F – модуль Юнга материала и площадь поперечного сечения соответственно.

В силу того, что мы пренебрегаем изгибной жесткостью провода, потенциальная энергия упругой деформации системы U складывается из потенциальной энергии растяжения U_p и потенциальной энергии кручения U_k :

$$\begin{aligned} U_p &= \frac{1}{2} \int_0^l N \varepsilon dx = \frac{lEF}{2} \left(\varepsilon - \frac{\Delta^0}{L} \right)^2, \\ U_k &= \frac{GJ_k}{2l} \int_0^l \varphi'^2 dx = \frac{GJ_k}{2l} \left[(\varphi_1 - \varphi_0)^2 + \sum_{n=1}^N \mu_n p_n^2 \right], \\ \mu_n &= \frac{(\pi n)^2}{2}; \quad \bar{l} = \frac{l}{L}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$U = U_p + U_k = \frac{1}{2} \left\{ EF \left(l\varepsilon - \bar{l} \Delta^0 \right)^2 + \frac{GJ_k}{l} \left[(\varphi_1 - \varphi_0)^2 + \sum_{n=1}^N \mu_n p_n^2 \right] \right\},$$

Здесь G , J_k – модуль сдвига и момент инерции кручения соответственно.

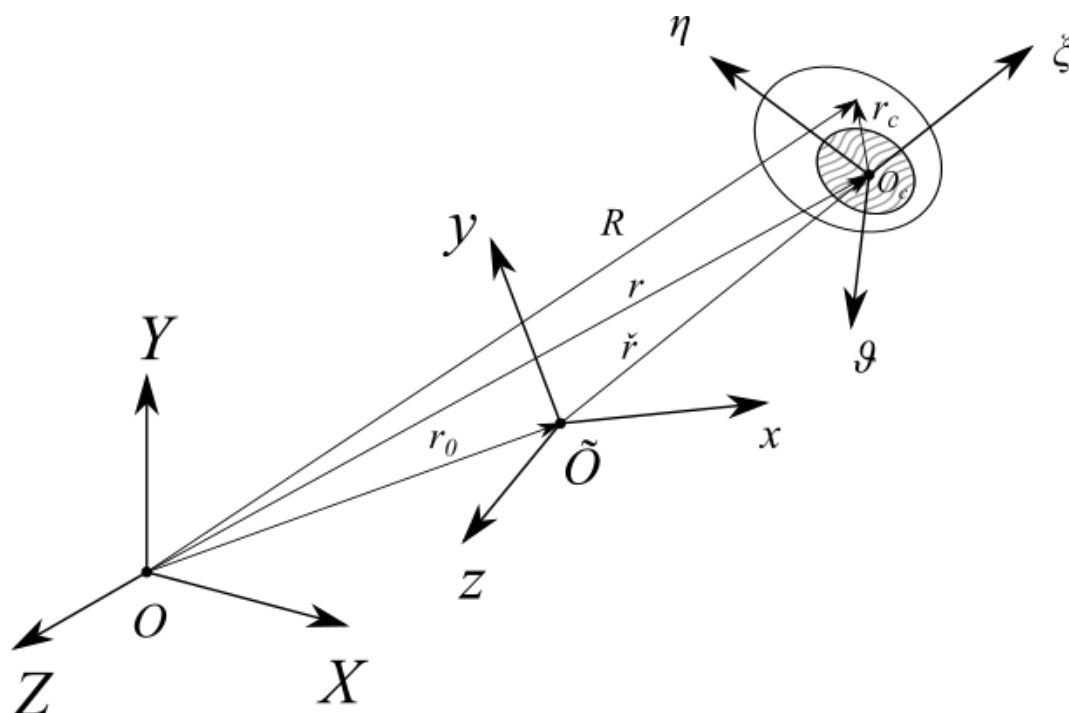


Рисунок 4. Связь векторов перемещений в различных системах координат (СК).

Здесь r_0 – вектор перемещения локальной СК относительно глобальной, \check{r} – перемещение ледовой СК относительно локальной, r – перемещение ледовой СК относительно глобальной, r_c – вектор перемещения сечения внутри ледовой СК.

Вектор перемещения R , а также его вариация и ускорение записываются следующим образом:

$$\begin{aligned}
 R &= r + r_c, \quad r = r_0 + \check{r}, \\
 \delta R &= \delta r + \delta\theta \times r_c, \\
 \ddot{R} &= \ddot{r} + \dot{\omega} \times r_c + \omega \times (\omega \times r_c)
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Здесь θ и ω – векторы углового перемещения и угловой скорости соответственно.

Для описания динамики процесса воспользуемся принципом Д’Аламбера-Лагранжа:

$$\delta U - \delta A_i - \delta A_p = 0, \quad (10)$$

Вариация работы инерционных нагрузок:

$$\delta A_i = - \int_V \ddot{R} \cdot \delta R dV \quad (11)$$

С учетом того, что инерцией вращения сечения относительно осей OY и OZ мы пренебрегаем, скалярное произведение под знаком интеграла будет равно:

$$\begin{aligned} \ddot{R} \cdot \delta R = & \ddot{u} \delta u + (\ddot{v} - \mathcal{G} \dot{\omega}_1 - \eta \omega_1^2) \delta v + (\ddot{w} + \eta \dot{\omega}_1 - \mathcal{G} \omega_1^2) \delta w + \\ & + \left[-\mathcal{G} \ddot{v} + \eta \ddot{w} + \dot{\omega}_1 (\eta^2 + \mathcal{G}^2) \right] \delta \varphi, \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, подставляя (12) в (11), получим:

$$\begin{aligned} \delta A_i = & - \int_0^l \int_F \rho \ddot{R} \delta R dF dx = \\ = & \int_0^l m [\ddot{u} \delta u + (\ddot{v} - y_* \dot{\omega}_1 - z_* \omega_1^2) \delta v + \\ & + (\ddot{w} + z_* \dot{\omega}_1 - y_* \omega_1^2) \delta w + [-y_* \ddot{v} + z_* \ddot{w} + \dot{\omega}_1 r_*^2] \delta \varphi] dx \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь m – погонная масса, также:

$$\begin{aligned}
 y_* &= \frac{1}{m} \int_F \rho \mathcal{G} dF, \\
 z_* &= \frac{1}{m} \int_F \rho \mu dF, \\
 r_* &= \frac{1}{m} \int_F \rho (\eta^2 + \mathcal{G}^2) dF,
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Работа внешних сил складывается из работы гравитационных и аэродинамических нагрузок. Вариация работы гравитационных нагрузок:

$$\begin{aligned}
 \delta A_g &= -mg \int_0^l \delta(w + z_t) dx - mg \int_0^l y_t \delta\varphi dx = \\
 &= -mg \int_0^l [\delta(w + z_t) + y_t \delta\varphi] dx,
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Обозначим за $\Delta\varphi$ малое возмущение φ_0 :

$$\varphi = \varphi_0 + (\varphi_1 - \varphi_0) \frac{x}{l} + \sum_{i=1}^N p_i \sin \frac{i\pi x}{l} = \varphi_0 + \Delta\varphi,
 \tag{16}$$

В силу малости $\Delta\varphi$ воспользуемся приближениями:

$$\sin \Delta\varphi \approx \Delta\varphi, \quad \cos \Delta\varphi \approx 1 - \frac{\Delta\varphi^2}{2},
 \tag{17}$$

Далее, учитывая (6), (16), (17) и применяя тригонометрические формулы сложения аргументов, запишем:

$$\begin{aligned}
\delta A_g &= -mg \int_0^l [\delta w + 2(\eta_t \cos \varphi - \mathcal{G}_t \sin \varphi) \delta \varphi] dx = \\
&= -mg \int_0^l \{ \delta w + 2[\eta_t (\cos \varphi_0 \cos \Delta \varphi - \sin \varphi_0 \sin \Delta \varphi) - \\
&\quad - \mathcal{G}_t (\sin \varphi_0 \cos \Delta \varphi - \cos \varphi_0 \sin \Delta \varphi)] \delta \varphi \} dx = \\
&= -mg \int_0^l [\delta w + 2(y_t^0 \cos \Delta \varphi - z_t^0 \sin \Delta \varphi) \delta \varphi] dx \approx \delta A_g^{(1)} + \delta A_g^{(2)},
\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
\delta A_g^{(1)} &= -mg \int_0^l [\delta w + 2(y_t - z_t^0 \Delta \varphi) \delta \varphi] dx, \\
\delta A_g^{(2)} &= -mgy_t^0 \int_0^l [\Delta \varphi^2 \delta \varphi] dx,
\end{aligned} \tag{19}$$

$$y_t^0 = \eta_t \cos \varphi_0 - \mathcal{G}_t \sin \varphi_0,$$

$$z_t^0 = \eta_t \sin \varphi_0 + \mathcal{G}_t \cos \varphi_0,$$

Отметим, что при использовании линейного приближения в (17), $\delta A_g^{(2)}$ будет равняться нулю.

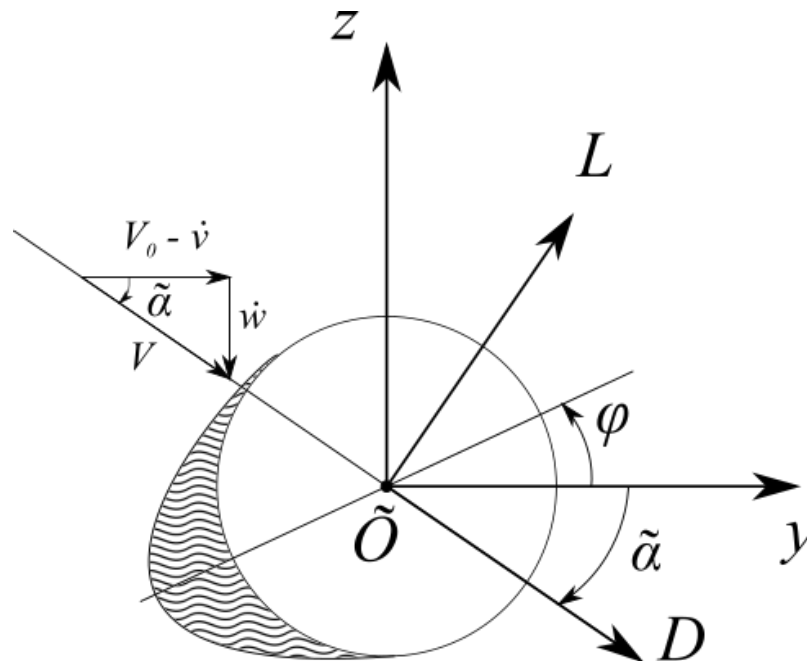


Рисунок 5. Сечение профиля при действии аэродинамических нагрузок. Здесь L , D - подъемная сила и сила сопротивления соответственно. Заштрихованная область соответствует произвольной форме наледи.

Угол атаки α колеблющегося провода при действии воздушного потока со скоростью V :

$$\alpha = \varphi + \tilde{\alpha},$$

$$\tilde{\alpha} \approx \arctan \frac{\dot{w}_0}{V_0 - \dot{v}_0} + \frac{\dot{w}_1 - \dot{w}_0}{V_0 - \dot{v}_0}, \quad (20)$$

Угол закручивания φ отсчитывается от оси $\tilde{O}y$ с положительным направлением против часовой стрелки, угол $\tilde{\alpha}$ - по часовой стрелке.

Вариация работы аэродинамических нагрузок, аэродинамические силы Y , Z и аэродинамический момент M :

$$\begin{aligned}\delta A_a &= \int_0^l (Y \delta v + Z \delta w + M \delta \varphi) dx, \\ Y &= \frac{\rho V^2}{2} d (C_L \sin \tilde{\alpha} + C_D \cos \tilde{\alpha}), \\ Z &= \frac{\rho V^2}{2} d (C_L \cos \tilde{\alpha} - C_D \sin \tilde{\alpha}), \\ M &= \frac{\rho V^2}{2} d^2 C_M,\end{aligned}\tag{21}$$

Аэродинамические коэффициенты вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned}C_L &= C_{L_0} + C_{L_0}^\alpha \tilde{\alpha}, \\ C_D &= C_{D_0} + C_{D_0}^\alpha \tilde{\alpha}, \\ C_M &= C_{M_0} + C_{M_0}^\alpha \tilde{\alpha},\end{aligned}\tag{22}$$

Величины C_{D_0} , C_{L_0} , C_{M_0} – значения соответствующих коэффициентов на угле α_0 ; величины $C_{D_0}^\alpha$, $C_{L_0}^\alpha$, $C_{M_0}^\alpha$ – производные соответствующих коэффициентов по α на угле α_0 .

Вариация потенциальной энергии упругой деформации системы:

$$\begin{aligned}\delta U &= \frac{\partial U}{\partial u_0} \delta u_0 + \frac{\partial U}{\partial v_0} \delta v_0 + \frac{\partial U}{\partial w_0} \delta w_0 + \frac{\partial U}{\partial \varphi_0} \delta \varphi_0 + \frac{\partial U}{\partial u_1} \delta u_1 + \frac{\partial U}{\partial v_1} \delta v_1 \\ &+ \frac{\partial U}{\partial w_1} \delta w_1 + \frac{\partial U}{\partial \varphi_1} \delta \varphi_1 + \sum_{n=1}^N \left(\frac{\partial U}{\partial q_n} \delta q_n + \frac{\partial U}{\partial r_n} \delta r_n + \frac{\partial U}{\partial p_n} \delta p_n \right)\end{aligned}\tag{23}$$

В данном выражении собраны коэффициенты при вариациях всех обобщенных перемещений. Аналогичным образом с группировкой коэффициентов записываются вариации работ инерционных и внешних нагрузок (13), (18), (21), и,

совместно с (23) подставляются в (10). Выражения, сгруппированные при вариациях обобщенных координат в уравнении Д'Аламбера-Лагранжа приравняются нулю.

Получающаяся таким образом система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая колебательный процесс галопирования для элемента провода с узловыми точками 0-1 обобщается на все остальные конечные элементы. Итоговая динамическая система сводится к форме Коши и интегрируется численно любым методом, обеспечивающим необходимую сходимость.

Для определения начальных условий задачи интегрирования необходимо решить задачу статики – найти изначальную форму провиса троса под действием гравитационной нагрузки в отсутствие ветра. Получить систему нелинейных уравнений, описывающую статический провис, можно путем исключения из уравнений динамики всех инерционных членов. Для решения такой системы можно воспользоваться методом продолжения, вводя параметр так, как это описано в (2), (3).

Выводы

Представлена задача о математическом моделировании процесса галопирования проводов ЛЭП. В модели провод разбивается на конечные элементы, в узлах элементов учитываются продольные, вертикальные, горизонтальные перемещения и угол закручивания сечения провода со льдом. Последние три величины записываются с использованием метода Ритца. Использование различных допущений (пренебрежение изгибной жесткостью провода, инерцией вращения

сечения относительно вертикальной и горизонтальной осей глобальной системы координат, неизменность плоскости сечения при движении, приближенные значения тригонометрических функций малых углов) позволяет упростить построение модели. Итоговую систему нелинейных дифференциальных уравнений, получаемую путем группировки слагаемых при вариациях обобщенных координат в уравнении принципа Д'Аламбера-Лагранжа можно линеаризовать, чтобы впоследствии иметь возможность определять критические характеристики неустойчивого движения [18-20].

Библиографический список

1. State of the art of conductor galloping. Cigre Technical Brochure 322. Task force B2.11.06. Convenor Lilien, Jean-Louis. June 2007, 140 p.
2. Виноградов А.А., Данилин А.Н., Рабинский Л.Н. Деформирование многослойных проволочных конструкций спирального типа. Математическое моделирование, примеры использования. – М.: Изд-во МАИ, 2014. – 168 с.
3. Rawlins C.B. Numerical Studies of the Galloping Stability of Single Conductors. Technical Paper No. 30. Spartanburg, Alcoa Conductor Products Company, Sc. June. 1993.
4. Колебания проводов воздушных линий под воздействием ветра / Учебно-справочное пособие. Усталостная прочность. Вибрация. / Под редакцией Виноградова А.А. - М.: Изд-во Электросетьстройпроект, 2005. Ч. 1. - 185 с.
5. EPRI Transmission line reference book. Wind-induced Conductormotion. Electric Power Research Institute: Final Report, November, 2006.

6. Сергей И.И., Виноградов А.А., Данилин А.Н., Курдюмов Н.Н. О моделировании пляски проводов воздушных ЛЭП и параметрическом анализе эффективности маятниковых гасителей // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2018. № 4. С. 256 - 265.
7. Аносов Ю.В., Данилин А.Н., Курдюмов Н.Н. О жесткостях проволочных конструкций спирального типа // Труды МАИ. 2015. № 80. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=56958>
8. Данилин А.Н., Козлов К.С., Кузнецова Е.Л., Тарасов С.С. Моделирование колебаний гасителя вибрации проводов воздушных систем энергоснабжения // Труды МАИ. 2013. № 64. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=36556>
9. Havard D.G. Detuning for controlling galloping of single conductor transmission lines // IEEE Symposium on Mechanical Oscillations of Overhead Transmission Lines. Paper A 79 500-0, Vancouver, Canada. July 1979.
10. Danilin A.N., Shklyarchuk F.N., Lilien J.-L., Snegovskiy D.V., Vinogradov A.A., Djamanbayev M.A. Nonlinear Aeroelastic Vibrations and Galloping of Iced Conductor Lines under Wind // 7th International Symposium on Cable Dynamics, Vienna (Austria), 10-13 December 2007, pp. 129 - 134.
11. Havard D.G. Dynamic loads on transmission line structures during galloping // International Workshop on Atmospheric Icing of Structures, Brno, Czech Republic, 2002.
12. Den-Hartog J.P. Transmission line's vibrations due to sleet // Transactions AIEE, 1932, vol. 51, pp.1074 - 1076.

13. Danilin A.N., Zhavoronok S.I. Nonlinear vibrations and galloping of transmission lines' conductors // ASIA LIFE SCIENCES, Rushing Water Publishers Ltd, 2019, suppl. 21, no. 1, pp. 629 - 644.

14. Благодарёва О.В. Расчёт на безопасность от флаттера крыла малого удлинения методом полиномов // Труды МАИ. 2013. № 68. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=41717>

15. Благодарёва О.В. Исследование флаттера композитного крыла // Труды МАИ. 2014. № 74. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=49345>

16. Благодарёва О.В. Применение метода Ритца и метода конечных элементов к расчёту аэроупругих колебаний крылатой ракеты // Труды МАИ. 2017. № 95. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=84426>

17. Благодарёва О.В. Задача об аэроупругих колебаниях крылатой ракеты на основе метода Ритца. // Труды МАИ. 2018. № 100. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=93332>

18. Шклярчук Ф.Н., Данилин А.Н. Нелинейные колебания и галопирование провода с обледенением // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2013. № 11. С. 188 - 197.

19. Данилин А.Н., Шклярчук Ф.Н. Аэроупругие колебания проводов воздушных ЛЭП: формулировка задачи, нелинейные уравнения движения // Механика композиционных материалов и конструкций. 2015. № 3. С. 328 - 337.

20. Ледков А.С., Соболев Р.Г. Стабилизация электродинамической тросовой системы на круговой орбите // Труды МАИ. 2019. № 107. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=107856>

Mathematical model of ice-covered wires galloping phenomenon

Shavnya R.A.

Institute of Applied Mechanics Russian Academy of Sciences,

7, Leningradsky Prospekt, Moscow, 125040, Russia

e-mail: shavnya.ruslan@yandex.ru

Abstract

The article considers the problem on aeroelastic fluctuations of power transmission line ice-covered wires under the wind loading (this phenomenon is also known as wires galloping). The sought quantities are the generalized coordinates of the problem: the coefficients of the approximating functions of the Ritz method and local displacements. A rigid connection between cross section of the ice and cross section of the wire is assumed. It is regarded also that while moving the wire cross section remains in the same plane. The equations describing the process dynamics are being obtained using the D'Alembert-Lagrange principle equations. The summarizing system of nonlinear differential equations, obtained by grouping the terms at variations of work and latent energy, describes the process dynamics. The system should be integrated numerically using appropriate methods (Runge–Kutta, linear multistep methods in case of high stiffness of the system, etc.). Initial conditions for the dynamics problem integrating may be obtained from the solution of the statics problem. The equations for the static problem can be obtained by excluding all inertial terms (terms with a time derivative) from the equations of the dynamic problem. The problem of statics is also being solved numerically, for example method of continuing by the parameter. The phenomenon described in the article is similar to the aviation flutter phenomenon, and, correspondingly, the described model with certain add-

ons can be applied to solve this type of problem. Besides, the model of the elastic tensile wire, described in the article, can be employed in other tasks with tether systems (aircraft fuel hoses, space tether systems, etc.).

Keywords: conductor galloping, aeroelastic fluctuations, deformable solid mechanics, flutter.

References

1. *State of the art of conductor galloping. Cigre Technical Brochure 322*. Task force B2.11.06. Convenor Lilien, Jean-Louis. June 2007, 140 p.
2. Vinogradov A.A., Danilin A.N., Rabinskii L.N. *Deformirovanie mnogosloinykh provolochnykh konstruktsii spiral'nogo tipa. Matematicheskoe modelirovanie, primery ispol'zovaniya* (Deformation of multi-layered spiral type wired structures, examples of application), Moscow, Izd-vo MAI, 2014, 168 p.
3. Rawlins C.B. *Numerical Studies of the Galloping Stability of Single Conductors. Technical Paper No. 30*. Spartanburg, Alcoa Conductor Products Company, Sc. June. 1993.
4. Vinogradov A.A. *Kolebaniya provodov vozdushnykh linii pod vozdeistviem vetra / Uchebno-spravochnoe posobie. Ustalostnaya prochnost'. Vibratsiya* (Aerial circuit wires fluctuations under the wind impact. Training manual. Part 1. Fatigue robustness. Vibrations), Moscow, Izd-vo Elektroset'stroiproekt, 2005, Ch. 1, 185 p.

5. *EPRI Transmission line reference book. Wind-induced Conductormotion*. Electric Power Research Institute, Final Report, November, 2006.
6. Sergei I.I., Vinogradov A.A., Danilin A.N., Kurdyumov N.N. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika*, 2018, no. 4, pp. 256 - 265.
7. Anosov Yu.V., Danilin A.N., Kurdyumov N.N. *Trudy MAI*, 2015, no. 80. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=56958>
8. Danilin A.N., Kozlov K.S., Kuznetsova E.L., Tarasov S.S. *Trudy MAI*, 2013, no. 64. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=36556>
9. Havard D.G. Detuning for controlling galloping of single conductor transmission lines, *IEEE Symposium on Mechanical Oscillations of Overhead Transmission Lines*, Paper A 79 500-0, Vancouver, Canada. July 1979.
10. Danilin A.N., Shklyarchuk F.N., Lilien J.-L., Snegovskiy D.V., Vinogradov A.A., Djamanbayev M.A. Nonlinear Aeroelastic Vibrations and Galloping of Iced Conductor Lines under Wind, *7th International Symposium on Cable Dynamics*, Vienna (Austria), 10-13 December 2007, pp. 129 - 134.
11. Havard D.G. Dynamic loads on transmission line structures during galloping, *International Workshop on Atmospheric Icing of Structures*, Brno, Czech Republic, 2002.
12. Den-Hartog J.P. Transmission line's vibrations due to sleet, *Transactions AIEE*, 1932, vol. 51, pp.1074 - 1076.

13. Danilin A.N., Zhavoronok S.I. Nonlinear vibrations and galloping of transmission lines' conductors, *ASIA LIFE SCIENCES*, Rushing Water Publishers Ltd, 2019, suppl. 21, no. 1, pp. 629 - 644.
14. Blagodyreva O.V. *Trudy MAI*, 2013, no. 68. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=41717>
15. Blagodyreva O.V. *Trudy MAI*, 2014, no. 74. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=49345>
16. Blagodyreva O.V. *Trudy MAI*, 2017, no. 95. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=84426>
17. Blagodyreva O.V. *Trudy MAI*, 2018, no. 100. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=93332>
18. Shklyarchuk F.N., Danilin A.N. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*, 2013, no. 11, pp. 188 - 197.
19. Danilin A.N., Shklyarchuk F.N. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 2015, no. 3, pp. 328 - 337.
20. Ledkov A.S., Sobolev R.G. *Trudy MAI*, 2019, no. 107. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=107856>