О Т З Ы В

официального оппонента на диссертацию
Коровайцевой Екатерины Анатольевны
«Моделирование процессов деформирования тонкостенных оболочек вращения из гиперупругих материалов»,
представленную на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук по специальности
1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела

Представленная на защиту диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Диссертация представлена на 290 страницах, содержит 169 рисунков и 13 таблиц. Список литературы состоит из 219 наименований.

Во введении формулируются цели исследования, обсуждаются его актуальность, новизна и практическая значимость. Описываются методы исследования, применённые в диссертационной работе, обсуждается достоверность полученных результатов и формулируются основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе даётся подробный обзор современного состояния исследований в области теории больших деформаций оболочек из гиперупругих материалов. Особое внимание уделено исследованиям в области безмоментной теории оболочек. Описываются как теоретические постановки начально-краевых задач, так и численные методы их решения в квазистатической и динамической постановках.

Вторая глава посвящена постановке задач, решаемых в представленном диссертационном исследовании. Вводятся основные соотношения, описывающие кинематику безмоментной оболочки. В контексте больших деформаций задаются усилия, действующие на гранях оболочки, выписывается выражение для виртуальной работы и варианты задания граничных условий. Полученные соотношения конкретизируются для случая осесимметричной задачи, определяются геометрические соотношения для базовых форм оболочки, таких как цилиндр, конус, сфера и тор. Для решения прикладных задач обсуждаются случаи нагрузки поверхности оболочки, включая следящую нагрузку. Для замыкания системы уравнений рассматриваются определяющие соотношения несжимаемого изотропного гиперупругого материала. Наконец, уравнения квазистатического деформирования обобщаются на случай динамического нагружения с помощью принципа Даламбера.

В третьей главе представлена систематизация рассматриваемых краевых задач. В качестве критериев для систематизации выступает точечность задачи (двухточечная, многоточечная неразветвлённая и многоточечная разветвлённая), а также её нелинейность. Всего автор выделяет шесть канонических форм. Далее, канонические формы краевых задач формулируются в компактной векторно-матричной форме, пригодной для построения алгоритмов. Делается вывод, что основной массив постановок задач, для которых строятся алгоритмы, можно свести всего лишь к двум каноническим формам.

Четвёртая глава посвящена моделированию статического деформирования безмоментных оболочек из гиперупругих материалов. Выбор сделан в пользу метода продолжения решения по параметру, который позволяет свести решение нелинейного ОДУ к решению семейства линейных (квазилинейных) задач. Из многообразия подобных методов, предпочтение отдаётся методу продолжения в форме, разработанной Д.Ф. Давиденко. Обсуждаются варианты выбора параметра, по которому предполагается строить продолжение решения. Для повышения эффективности расчётов система линейных уравнений представляется в виде, пригодном для применения метода прогонки. Обсуждается метод получения начального решения для старта расчётов, что представляет острую проблему в рамках безмоментной теории.

Кроме того, в четвёртой главе точность численного решения проверяется с помощью критерия ортогональности решения базовой системы уравнений и сопряжённой (вспомогательной) системы. Вводится мера погрешности Δ, косвенно связанная с нарушением ортогональности двух семейств решений. С помощью введённой меры погрешности разрабатываются алгоритмы сегментации расчётной области для повышения точности интегрирования уравнений квазистатического деформирования. Найден прагматичный баланс между точностью и скоростью сходимости численных решений. Обсуждается практически применимый критерий возникновения неединственности и ветвления решений.

Для тестирования предложенных постановок и алгоритмов соискатель проводит ряд вычислительных экспериментов. Так, в четвёртой главе задокументирован набор численных решений модельных задач, призванных продемонстрировать пригодность теории и алгоритмов к описанию сверхбольших упругих деформаций оболочки, включая деформирование в закритическом режиме. В частности, получено сравнение численных результатов для различных вариантов выбора параметра продолжения решения (параметры Н.В. Валишвили и В.И. Шалашилина). Даны рекомендации по контролю корректности решения.

Научную ценность представляет ряд представленных в главе расчётов с потерей устойчивости оболочки. Потеря устойчивости провоцируется внесением локальных утонений. В результате получены решения с инфляционным типом потери устойчивости (автор называет такие решения «образование пузыря»). Для оценки правдоподобия полученных решений, также проведены расчёты по уточнённой моментной теории.

Пятая глава посвящена решению динамических задач о деформировании осесимметричных безмоментных оболочек и стержней. Для повышения точности расчётов также применяется метод автоматической сегментации. Решён ряд академических модельных задач по динамическому деформированию ряда конструкций с простой геометрией. Точность и корректность работы алгоритмов проверена сравнением с аналитическим решением задачи о деформировании сферической оболочки. Особый интерес представляют полученные решения типа «хлопок», наблюдаемые в случае гиперупругих потенциалов с сильной нелинейностью.

Научная новизна работы состоит в формулировке краевых задач квазистатического и динамического деформирования в матрично-векторном виде, пригодном для создания новых вычислительных алгоритмов. В новых вычислительных алгоритмах, основанных на продолжении решения по параметру, а также в новом методе сегментации расчётной области. В получении решения ряда академических модельных задач, включая решения с произвольными деформациями, недоступными для альтернативных вычислительных методов.

Достоверность результатов обеспечивается сравнением результатов моделирования с имеющимися аналитическими решениями, а также сравнением с результатами расчетов по соотношениям моментной теории оболочек. Дополнительный контроль проводится в рамках исследований сходимости и при параметрическом анализе решений.

Практическая ценность состоит в широком распространении осесимметричных оболочек в различных задачах «гибкой» электроники, робототехники и биомеханики. Описание механических свойств материала оболочки с помощью специально подобранных гиперупругих материалов позволяет моделировать указанные системы с приемлемой точностью. Тот факт, что соискателем разработана альтернатива методу конечных элементов, может стать подспорьем для инженеров-расчётчиков. В частности, полученные решения могут выступать в качестве эталонных при тестировании более универсальных конечно-элементных пакетов.

Замечания и рекомендации:

Сильной стороной представленного исследования является систематический подход к решению спектра существенно нелинейных задач о деформировании оболочек. Работа обладает внутренним единством и посвящена практически важной теме. Работа написана на высоком научном уровне и содержит мало опечаток.

Геометрически нелинейные задачи о деформировании оболочек в сочетании со следящей нагрузкой крайне сложны в моделировании. Так, в методе конечных элементов подобные задачи сопряжены с потерей симметрии касательной матрицы жёсткости ансамбля конечных элементов, а также с бифуркацией решений задолго до достижения пиковой нагрузки, при этом корректность той или иной постановки не известна заранее. Возникновение сверхбольших деформаций зачастую сопровождается катастрофическим ухудшением обусловленности касательной матрицы жёсткости. Поэтому наличие тестового решения, полученного по альтернативной методике, является значительным подспорьем.

Численные тесты проведены для гиперупругих материалов типа нео-Гук, Муни-Ривлин и Эо (Йео). Подобный выбор потенциалов обоснован и соответствует наиболее популярным в вычислительной механике модельным материалам.

Вместе с тем, к работе имеется ряд замечаний:

Замечание 1. Из работы не ясно, можно ли обобщить представленные методики расчётов на случай сжимаемого гиперупругого материала? Возможен ли случай ортотропного гиперупругого материала, если оси ортотропии согласованы с осевой симметрией задачи?

Замечание 2. Векторно-матричные формы уравнений вводятся без необходимых пояснений. Так, например, для уравнений (3.1) и (3.2) форма операторов **A**, **B**, **b** не конкретизируется. Для уравнений (3.23) – (3.26) не описаны операторы **A**, **C**, **a**, **D**, **E**, **d**, $\mathbf{B}_1$, $\mathbf{G}_1$, $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{H}_1$, $\mathbf{K}_1$, $\mathbf{h}_1$. Это обстоятельство затрудняет работу с уравнениями. В случае, если другая научная группа пожелает воспроизвести полученные результаты, отсутствие описания операторов может стать некоторым препятствием.

Замечание 3. В обзоре литературы по теме диссертации отсутствует обсуждение работ других отечественных групп, также моделирующих деформирование оболочечных конструкций с помощью метода продолжения по параметру. Например, не обсуждена работа А.А. Семёнова и С.С. Леонова (2019) [doi: 10.26907/2541-7746.2019.2.230-249].

Замечание 4. В обзоре современного состояния обойдён стороной современный эффективный подход, основанный на анализе слабой формы уравнения движения с внесением статических и кинематических оболочечных гипотез непосредственно в трёхмерную формулировку. Указанный способ показал свою практическую ценность и подробно описан в классических монографиях по МКЭ:

T.J.R. Hughes. The Finite Element Method 1987

O.Z. Zienkiewitcz, R.L. Taylor. The Finite Element Method, 1991

K.J. Bathe. Finite Element Procedures 1996

Замечание 5. При решении динамических задач о деформировании гиперупругих конструкций в потенциальном поле сил существует дополнительная возможность проверки точности вычислений. А именно, интеграл полной энергии должен оставаться постоянным на решении. Проводился ли подобный контроль точности решений?

Замечание 6. На странице 135 отмечается, что «коническая оболочка деформируется лишь в малом диапазоне перемещений и деформаций». С чем это связано? Этот эффект имеет механическое объяснение или речь идёт о вычислительном артефакте?

Замечание 7. На странице 64 главные напряжения вычисляются как производные от потенциала по собственным числам правого тензора Коши-Грина (шестая строка сверху). При этом указывается, что величина p задаёт гидростатическое давление. Вопреки публикациям ряда авторов, p - не гидростатическая компонента тензора напряжений, а некоторый произвольный скаляр. Произвольность p соответствует неопределённости гидростатической компоненты напряжений в несжимаемых материалах.

Замечание 8. Какова причина значительных осцилляций кривых 1 и 2 на рисунке 4.71? Чем вызвана осцилляция максимальных меридиональных деформаций?

Замечание 9. При решении задач гидроформовки естественно выбрать в качестве параметра продолжения внутренний объём. Однако подобный практически важный случай в диссертации не рассматривается.

Замечание 10. В некоторых частях диссертации, термин «деформация» используется слишком вольно, без конкретизации типа деформации. Например, в диссертации говорится об «окружных деформациях порядка 2000%». Указанный уровень деформирования может отличаться на порядки в зависимости от принятой меры деформации: 2000% логарифмической деформации соответствует 48 516 519 441% инженерной деформации, то есть растяжению в 485 165 194 раз.

Замечание 11. На странице 95 автор ссылается на формулу (2.60) как на соотношения нео-Гука. В действительности, формула (2.60) соответствует более общему двухпараметрическому потенциалу Муни-Ривлина.

Замечание 12. В разных частях диссертации соискатель упоминает «первую норму» матрицы. О какой именно норме идёт речь? О норме l_1?

Замечание 13. На странице 110, соискатель вводит меру погрешности Δ как норму произведения матриц $\mathbf{M}^T\mathbf{N}$. Так как в точном решении $\mathbf{M}^T\mathbf{N}$ должно равняться единичной матрице $\mathbf{E}$, более обоснована была бы норма матрицы $\mathbf{M}^T\,\mathbf{N} - \mathbf{E}$.

Указанные замечания не снижают высокой ценности представленной работы. Диссертация отвечает всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям, установленным положением «О порядке присуждения ученых степеней» (Постановление Правительства РФ №842 от 24.09.2013 г.). Автор диссертации Коровайцева Екатерина Анатольевна заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.8 – Механика деформируемого твёрдого тела.

Официальный оппонент –
доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник
Лаборатории механики композитов
ФГБУН «Институт гидродинамики им.
М.А. Лаврентьева СО РАН» **А.В. Шутов**

Подпись А.В. Шутова заверяю
Учёный секретарь ИГиЛ СО РАН
к.ф.-м.н. А. К. Хе
15.03.2024 г.

С отзывом ознакомлена
21.03.2024