

УДК 004.021

Сравнительный анализ эффективности генетических алгоритмов маршрутизации полета с учетом их различной вычислительной трудоемкости и многокритериальности решаемых задач

Михайлин Д.А.^{1*}, Аллилуева Н.В.^{2}, Руденко Э.М.^{3***}**

¹*Концерн «Вега», Кутузовский проспект д. 34, Москва, 121170, Россия*

²*Научно-производственное предприятие «Радар ммс», ул. Новосельковская, 37, Санкт-Петербург, 197375, Россия*

³*Филиал Военной академии РВСН имени Петра Великого, ул. Бригадная, 17, Серпухов, Московская область, 142210, Россия*

**e-mail: tau_301@mail.ru*

***e-mail: allilueva_nv@radar-mms.com*

****e-mail: eduard5529@yandex.ru*

Аннотация

В работе приводятся результаты исследований работы генетических алгоритмов при решении задачи маршрутизации летательного аппарата, выполняющего автоматический полет по заранее заложенному в память его вычислителя полетному заданию. Рассматриваются случаи однокритериальной и многокритериальной реализации генетического алгоритма. Показано, что благодаря высокой производительности современных бортовых вычислительных машин реализация сложных алгоритмов маршрутизации при наблюдении наземных объектов с учетом заданного графика полета не вызывает трудностей. На основании результатов моделирования работы алгоритмов проводится сравнительный анализ эффективности их работы.

Ключевые слова: генетический алгоритм, маршрутизация, летательный аппарат, наблюдение, полетное задание.

Введение

Широкий диапазон решаемых задач маршрутизации полета при наблюдении как неподвижных, так и мобильных наземных объектов охватывает множество различных рассматриваемых случаев. К ним относится планирование разомкнутых и замкнутых маршрутов облета малого либо большого числа пунктов одним беспилотным летательным аппаратом (БПЛА) или группой [1,2,3]. При этом оценка эффективности планирования должна быть получена с помощью одного или нескольких частных критериев качества, а само планирование может занимать различное время, допустимое для использования в самом полете, либо в противном случае – при формировании предполетного задания.

Среди перечисленных факторов наибольшую трудность представляют, на наш взгляд, задачи, обладающие, во-первых, большой размерностью (при большом числе пунктов и используемых БПЛА) и, во-вторых, многокритериальностью с учетом требований по экономичности полета, своевременности наблюдения пунктов согласно заданному графику, приоритетности выбранных для обслуживания пунктов и т.д. Для преодоления этих трудностей в любом случае полный перебор возможных вариантов плана невозможен, а в отсутствие аналитического решения задачи целочисленного программирования нужны методы направленного поиска

[4,5,6,7], аналогичные к градиентному, чтобы за малое число шагов приблизиться к оптимальному результату.

Известный в целочисленном программировании матричный метод ветвей и границ [1,8] мало пригоден из-за большой размерности матриц расстояний между пунктами. Кроме того известен подход к планированию полета при решении задачи наблюдения с помощью нейросетевых технологий [2,9]. В данной работе для анализа своих возможностей выбран всё более популярный генетический алгоритм [10,11,12] для двух типов условий и способов формирования «потомков» и «элиты» на каждом шаге эволюции:

- решение однокритериальных задач при формировании потомков на основе метода целевой функции графа при облете большого числа пунктов [13];
- решение многокритериальных задач при формировании элиты лучших представителей, выбранных по каждому частному критерию в отдельности, при облете небольшого числа пунктов [11,14].

Ставится задача проанализировать их возможности и уточнить условия, в которых каждый из алгоритмов наиболее эффективен.

Описание генетического алгоритма однокритериального выбора маршрута облета значительного числа пунктов.

Решение многокритериальных задач маршрутизации можно выполнить в два этапа: нахождения множества маршрутов, соединяющие начальную и конечную точку и проверку достижения на них значений всех критериев для выбора наилучших вариантов.

Выбор множества маршрутов на графе между двумя вершинами можно провести на основе минимизации целевой функции графа.

Целевая функция представляет собой многочлен нескольких переменных с целыми коэффициентами, минимум которого достигается на наборах номеров вершин графа, представляющие собой маршруты между заданными вершинами. Минимизацию целевой функции целесообразно провести методом генетического алгоритма (ГА) [15,16,17].

Однокритериальный подход построения целевой функции проведем для графа Γ (рис.1). Целевая функция графа преобразует информацию о ребрах неориентированного графа или дугах для ориентированного графа в одномерное конечное множество целых чисел [18]. Это можно сделать различными способами. Это своего рода кодировка графа.

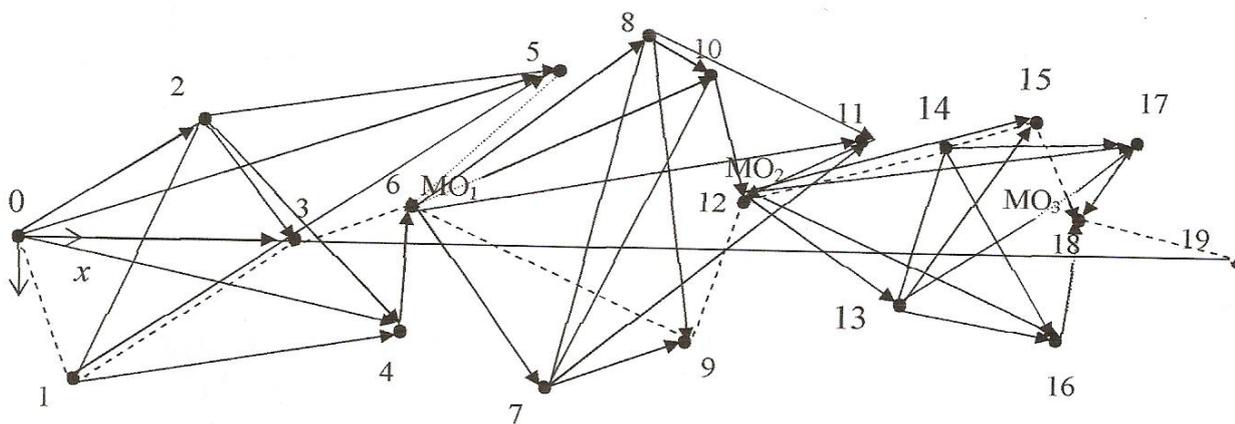


Рис. 1. Граф аэромиссии Γ : - дуги; — - ребра;
----- - маршрут на графе

Для графа рис. 1 это могут быть числа, которые получаются с помощью отображения

$$t = f(x, y) = 20x + y, \quad (1)$$

где x, y – номера вершин ребер и дуг. Выбор этой функции обоснован тем, что она является минимальной для этого графа с 20 вершинами: 0, 1, 2 и т.д. до вершины с номером 19.

Таким образом, имеем коды или веса всех ребер и дуг графа: 1, 2, 3, 4, 5, 22, 23, 24, 25, 41, 43, 44, 45, 66, 86, 106, 127, 128, 129, 130, 131, 148, 149, 150, 151, 167, 169, 170, 171, 192, 212, 232, 253, 254, 255, 256, 257, 274, 275, 276, 277, 293, 295, 296, 297, 318, 338, 358, 379, 399, 380.

Целевая функция будет иметь вид:

$$\begin{aligned} Z(t) = 1 + 10^{-90} \cdot \text{abs}((t-1)(t-2)(t-3)(t-4)(t-5)(t-22)(t-23)(t-24)(t-25)... \\ (t-41)(t-43)(t-44)(t-45)(t-66)(t-86)(t-106)(t-127)(t-128)(t-129)... \\ (t-130)(t-131)(t-148)(t-149)(t-150)(t-151)(t-167)(t-169)(t-170) ... \\ (t-171)(t-192)(t-212)(t-232)(t-253)(t-254)(t-255)(t-256)(t-257) ... \\ (t-274)(t-275)(t-276)(t-277)(t-293)(t-295)(t-296)(t-297)... \\ (t-318)(t-338)(t-358)(t-379)(t-399)(t-380)). \end{aligned} \quad (2)$$

Множитель 10^{-90} обеспечивает понижение порядка. Моделирование в пакете Matlab с помощью метода ГА при условиях `PopulationSize', 500, 'Generation', 100)` и

изменении фактора кроссовера по циклу в массиве 0.1:0.05:0.9 приведено на рис.2, на котором показано перемещение номеров вершин в составе маршрута на графе Г.

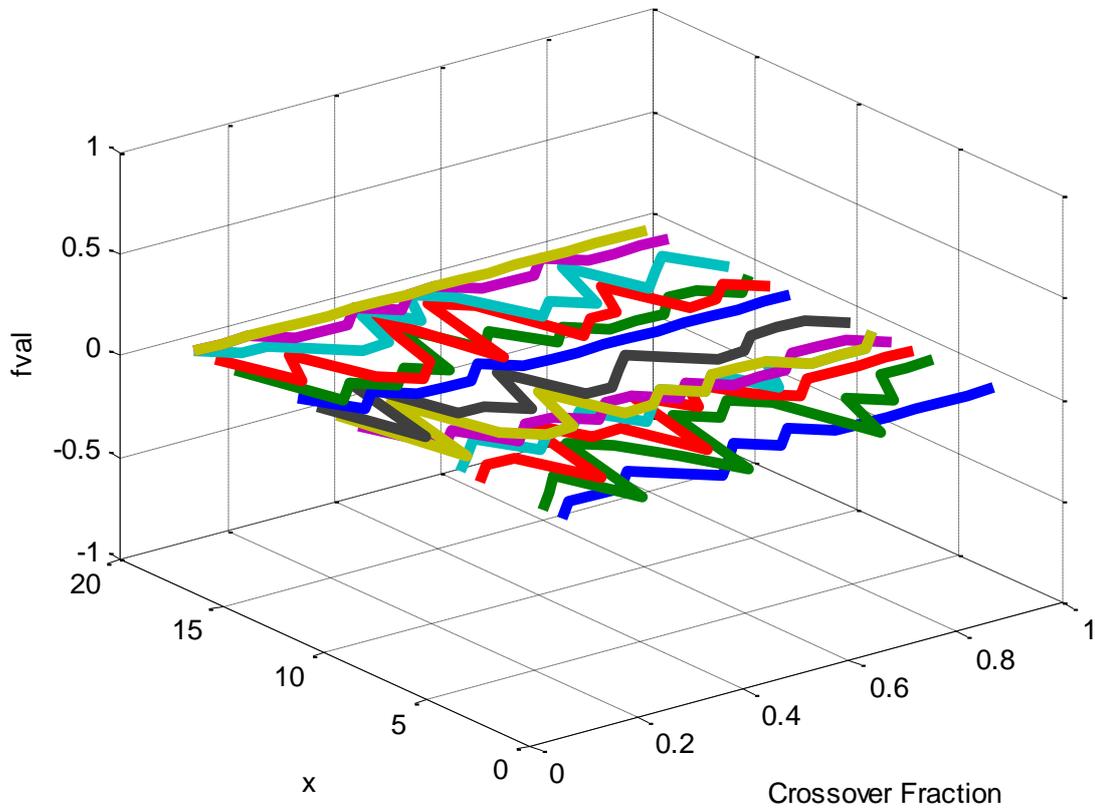


Рис.2. Графики номеров вершин в составе маршрутов на графе

Полученные маршруты приведены в табл.1.

Таблица 1. Маршруты графа

№	Маршруты	№	Маршруты
1	(1,2,5,6,11,12,13,14,17, 18, 19, 19,19)	10	(2,5,6, 8,7,8,10, 12, 13, 17, 18, 19, 19)
2	(2, 3, 6, 7, 8, 7,9, 12, 13, 15, 18,19,19)	11	(3,6,8,7,8,7, 11, 12, 14, 13, 15, 18, 19)
3	(2,4,6,8,9,22,14, 13, 14, 17, 18, 19, 19)	12	(2,5,6,8,7,8, 10, 12, 13, 14, 16, 18, 19)
4	(2,1,3,6,7, 8, 10, 12, 13, 14, 17, 18, 19)	13	(2,1,5,6,7, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 18, 19)
5	(3,6,8,7,8, 7, 10, 12, 14, 13, 16, 18, 19)	14	(2,4,6,8,7, 8, 9, 12, 13, 16, 18, 19, 19)
6	(2,5,6, 7, 8, 7, 9, 12, 13, 14, 16, 18, 19)	15	(2,3,6,7,8,7, 10, 12, 14, 13, 15, 18, 19)
7	(1,3,6,8,7,10,12, 13, 17, 18, 19, 19, 19)	16	(2,5,6,7,8,7,10, 12, 14, 13, 16, 18, 19)
8	(2,1,3, 6, 8, 7, 9, 12, 14, 13, 17, 18, 19)	17	(2,5,6,7,8,7,10, 12, 13, 14, 17, 18, 19)
9	(3,6,8,7, 8, 7, 9, 12, 15, 18, 19, 19, 19)	18	(2,5,6,8,7,8, 9, 12, 14, 13, 15, 18, 19)

Время расчета составляет 267.8 seconds. Начальная вершина с номером 0 в маршрутах опущена.

Для графа рис.1 предполагается перелет по ребрам (1, 2) , (7,8) и (13, 14) в обоих направлениях. Остальные ребра считаются дугами. Для выравнивания длины маршрутов из вершины 0 в вершину 19 допускается на графе кратная петля (19, 19), в которой происходит «зависание», если облет графа произошел по маршруту с числом ребер меньше, чем за 13.

Граф рис.1 допускает изоморфизмы (перестановки вершин без изменения структуры графа), которые образуют алгебраическую группу G [3]. Образующими элементами группы являются изоморфизмы:

$g_1(1) = 2, g_1(2) = 1$, остальные вершины $v \neq 1, 2$ остаются на месте;

$g_2(7) = 8, g_2(8) = 7$, остальные вершины $v \neq 7, 8$ остаются на месте;

$g_3(13) = 14, g_3(14) = 13$, остальные вершины $v \neq 13, 14$ остаются на месте;

$g_4(3) = 4, g_4(4) = 5, g_4(5) = 3$, остальные вершины $v \neq 3, 4, 5$ остаются на месте;

$g_5(9) = 10, g_5(10) = 11, g_5(11) = 9$, остальные вершины остаются на месте;

$g_6(15) = 16, g_6(16) = 17, g_6(17) = 15$, остальные вершины остаются на месте.

Группа G порождается элементами g_1, \dots, g_6 и имеет порядок $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$, т.е. число элементов группы $\#G = 216$.

Это означает, что взяв маршруты из табл. 1 можно на него подействовать одним из 216 автоморфизмов группы и получить множество новых маршрутов.

Задачу нахождения маршрутов на графе рис.1 можно решить, редуцировав ее в подсчет маршрутов на трех изоморфных (одинаковых) подграфах с вершинами: =

$\Gamma_1 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}; \Gamma_2 = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\};$

$\Gamma_3 = \{12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}.$

Для графа Γ_1 целевая функция имеет вид

$$t = f(x, y) = 10 \cdot x + y,$$

$$Z(t) = 1 + \text{abs}((t-1) \cdot (t-2) \cdot (t-3) \cdot (t-4) \cdot (t-5) \cdot (t-12) \cdot (t-13) \cdot (t-14) \cdot \dots \quad (3)$$

$$\cdot (t-15) \cdot (t-21) \cdot (t-23) \cdot (t-24) \cdot (t-25) \cdot (t-36) \cdot (t-46) \cdot (t-56) \cdot (t-66));$$

Рассмотрев граф Γ_1 , получим методом перебора всех наборов длиной 5 номеров вершин для целевой функции, маршруты, приведенные в табл.2.

Таблица 2. Маршруты графа Γ_1

№	Маршруты	№	Маршруты
1	(0, 1, 2, 3, 6)	8	(0, 2, 1, 4, 6)
2	(0, 1, 2, 4, 6)	9	(0, 2, 1, 5, 6)
3	(0, 1, 2, 5, 6)	10	(0, 2, 3, 6, 6)
4	(0, 1, 3, 6, 6)	11	(0, 2, 4, 6, 6)
5	(0, 1, 4, 6, 6)	12	(0, 2, 5, 6, 6)
6	(0, 1, 5, 6, 6)	13	(0, 3, 6, 6, 6)
7	(0, 2, 1, 3, 6)	14	(0, 4, 6, 6, 6)
15	(0, 5, 6, 6, 6)		

Время перебора 3 сек.

Аналогично на каждом графе Γ_2 и Γ_3 также можно получить по 15 маршрутов.

Сшивая маршруты по всем трем графам и отбрасывая петли, можно получить для графа Γ (рис. 1) $15 \times 15 \times 15 = 15^3 = 3375$ маршрутов.

Если в графе Γ ребра (1,2), (7, 8) и (13, 14) ориентированы, то из табл. 2 получим 12 маршрутов для каждого подграфа Γ_i ($i = 1, 2, 3$) А для графа соответственно $12 \times 12 \times 12 = 1728$ маршрутов.

Если граф Γ_1 чисто ориентированный и ребро (1,2) в нем отсутствует, то из табл.2 получим 9 маршрутов, а на всем графе Γ (рис. 1): $9 \times 9 \times 9 = 9^3 = 729$ маршрутов.

Оценивая вычислительную трудоемкость описанного алгоритма, можно сказать, что при большом числе вершин и ребер графа метод минимизации целевой функции наиболее полезен при формировании предполетного задания.

Описание генетического алгоритма многокритериального выбора маршрута облета незначительного числа пунктов

В реальных условиях планирования, как правило, к формируемому плану полета предъявляется ряд подчас противоречивых требований по экономичности полета, его длительности, суммарной важности попавших в план пунктов, значимость которых неодинакова и переменна, своевременность наблюдения согласно заданному графику и т.д. [8,12]

В данной работе учтены три частных критерия:

- минимум длины пути;
- максимум суммарной важности обслуживаемых пунктов;
- минимум отклонений в моментах времени наблюдения объектов от заданного графика.

При этом особую значимость при наблюдении мобильных объектов имеет последний критерий, требующий обслуживания «в нужном месте и в нужное время».

Сущность предлагаемого подхода состоит в том, что весь планируемый маршрут разбивается на несколько участков (блоков), в каждом из которых доминирующим является свой один частный критерий. Этот способ подсказан практикой наблюдения, когда на одном участке важна своевременность, на другом – экономичность и т.д.

В качестве исходных данных имеется:

- 1) Заданное общее число n наземных объектов (как неподвижных точечных или размерных, так и трасс движения мобильных объектов (МО)).

- 2) Среди них задано число M объектов, для которых указан график их доступного наблюдения с помощью двух параметров:

t_m – наиболее благоприятный момент наблюдения по времени;

σ_m – возможное допустимое отклонение по времени наблюдения (тогда интервал наблюдения есть $[t_m - \sigma_m; t_m + \sigma_m]$).

- 3) Заданы три координаты для каждого пункта: X_m, Y_m, Z_m для наблюдения МО; $m = 1, \dots, m$ где Y_m – требуемая высота наблюдения, а также координаты «обычных» пунктов, доступных для наблюдения в любое время – X_i, Y_i, Z_i .

- 4) Заданы априорные важности B_m, b_i наблюдаемых объектов при условии, что $B_m \gg b_i$, таким образом, наблюдение МО по графику важнее остальных пунктов маршрута в данном вылете БПЛА (например, $B_m = 10, b_i = 1, \dots, 5$).

- 5) Наблюдение осуществляется одним БПЛА, который пролетает над каждым объектом на заданной высоте Y_m , с заданной скоростью V и с заданным углом курса ψ .

- 6) Заданы координаты начальной и конечной точек (A и B) разомкнутого маршрута.

- 7) Пусть для решения задачи наблюдения мобильных объектов необходимо выполнять задачу маршрутизации, основываясь на следующих трёх критериях

(4):

$$J_1 = \min \frac{r_i}{B_i + B_{\max}}, J_2 = \max \Delta t_i (B_i + B_{\max}), J_3 = \min \frac{r_i}{(\Delta t_i + \Delta_0)}. \quad (4)$$

- 8) Подход к решению задачи:

а) общий маршрут разбивается на локальные маршруты с учетом графика,

б) все МО по графику попадают в план,

в) в каждый локальный маршрут с учетом доступности по времени попадают наиболее близкие «обычные» пункты, используя «жадный алгоритм».

Функция изменения коэффициентов важности мобильных объектов имеет вид:

$$B_{j+1}^* = \begin{cases} [1 - \alpha \cdot dt] B_j + \alpha \cdot dt B_{\max} \rightarrow \text{до обслуживания} \\ \left[1 - \frac{P_j}{\Delta t_j} dt \right] B_j \rightarrow \text{в конце каждого обслуживания} \end{cases}$$

Коэффициенты важности стационарных объектов изменяются следующим образом:

$$b_{j+1} = \begin{cases} [1 - \alpha \cdot dt] b_j + \alpha \cdot dt b_{\max} \rightarrow \text{до обслуживания} \\ \left[1 - \frac{1}{\Delta \tau} dt \right] b_j \rightarrow \text{в конце каждого обслуживания} \end{cases}$$

Информация о маршруте может быть представлена в виде табл. 3, 4. Число МО равно K ($K < N$).

Таблица 3. Полетное задание

I	0	1	2	... i ...	n	$n+1$
x_i	x_A	x_1	x_2	x_i	x_n	x_B
z_i	z_A	z_1	z_2	z_i	z_n	z_B

Таблица 4. График обслуживания мобильных объектов

j	1	2	3	k
-----	---	---	---	-----

i	6	12	18	$n+1$
τ_j , мин	150	280	390	500

1. Полет завершается согласно регламенту в заданное время $\tau_j = 500$ мин.
2. Важности B_j для МО явно больше важностей b_j обычных пунктов и имеют неоспоримый приоритет.
3. Нумерация всех пунктов проведена в порядке возрастания x_i , что позволяет определить число l_j обычных пунктов между j и $j-1$ МО по формуле:

$$l_j = i_j - l_{j-1} - 1.$$

В итоге $l_1 = 6, l_2 = l_3 = 5$.

4. Переменная важность мобильных объектов МО приводится к следующему виду:

$$B_j(t) = B_j^*(t)\Gamma(t_j, \tau_j),$$

где $\Gamma(t_j, \tau_j) = B_{\max} e^{-0.5\alpha(\tau_j - t_j)^2}$.

Целевыми функциями генетического алгоритма являются указанные выше критерии. Популяцией является полетное задание, пример которого представлен на рис. 3 среди множества исходных пунктов 1-18.

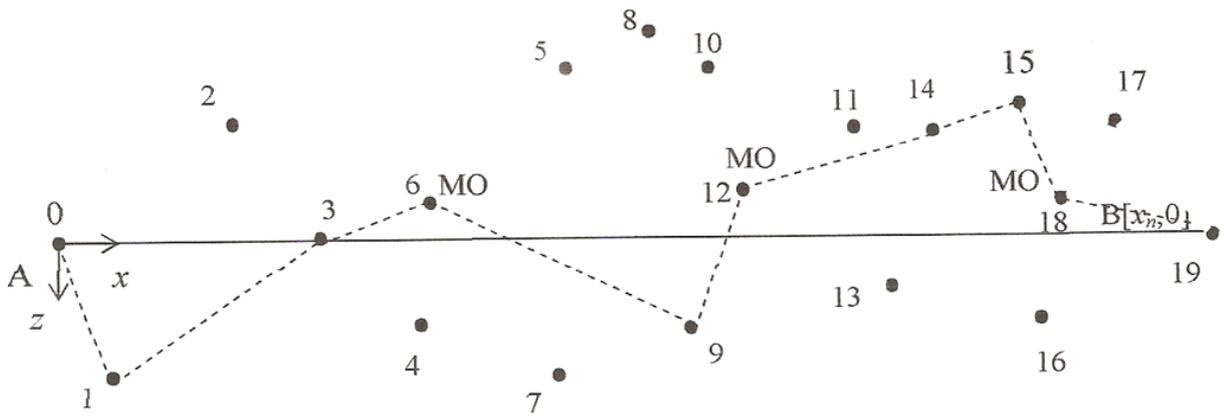


Рис. 3. Иллюстрация типового полетного задания

Структура решения задачи маршрутизации ГА на промежуточных пунктах маршрута (ППМ) в качестве «генов» и с учетом многокритериальности представлена на рис. 4.

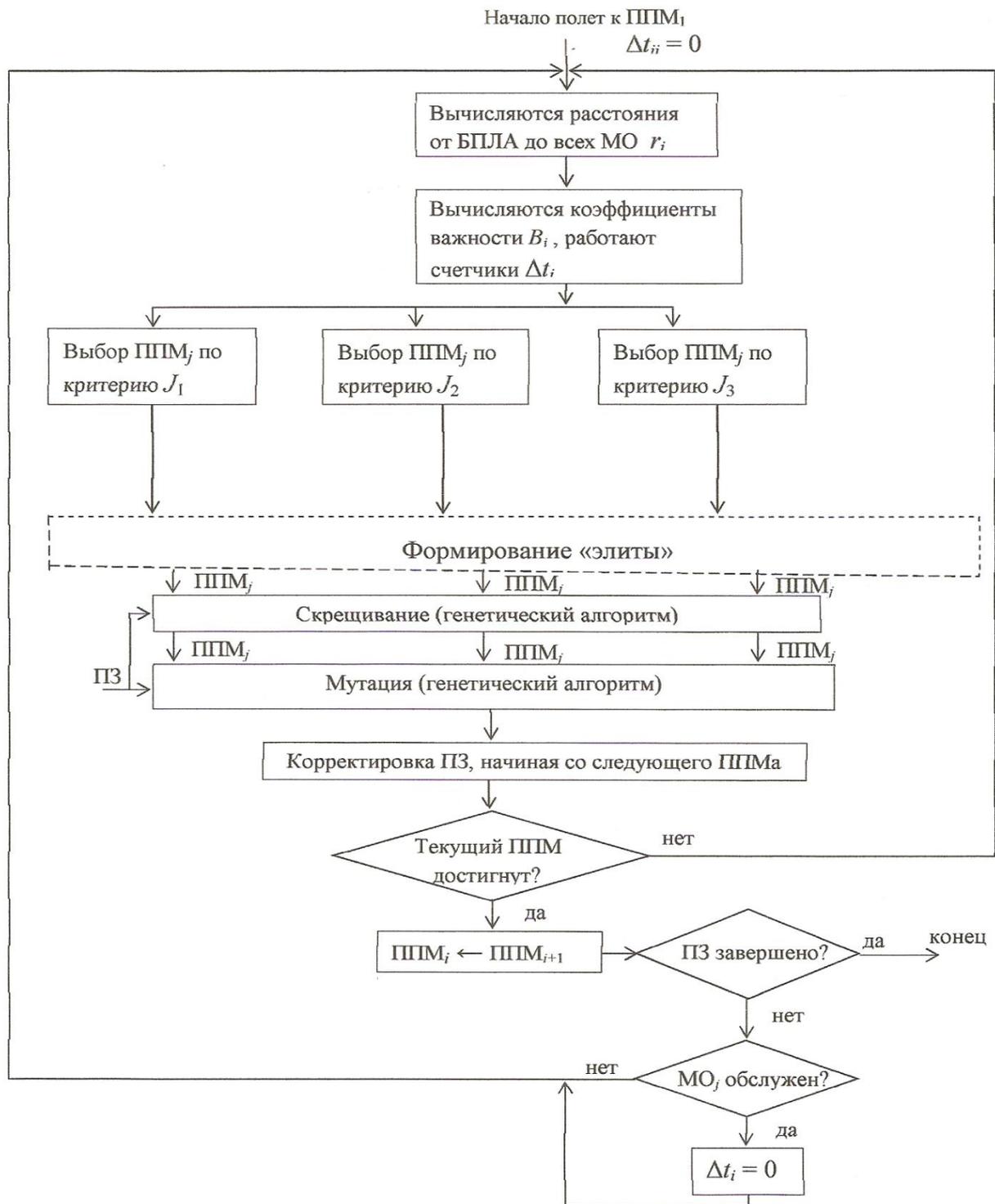


Рис. 4. Структурная схема алгоритма решения многокритериальной задачи маршрутизации с помощью генетического алгоритма

Процедуры скрещивания и мутации выполняются следующим образом. Пусть структура полетного задания (ПЗ) имеет вид табл. 5.

Таблица 5. Полетное задание БПЛА

№ ППМ	1	2	3	4	5	...	n
-------	---	---	---	---	---	-----	-----

Три представителя «элиты» были получены с помощью одного из трёх частных критериев. В результате этим представителям соответствуют следующие маршруты (табл.6).

Таблица 6. Представители элиты

№	Маршруты								
1	1	2	3	6	9	12	14	15	18
2	2	3	6	9	12	13	14	16	18
3	1	3	6	9	12	13	14	16	18

После выполнения процедуры формирования «элиты» на базе критериев (4) начинается процедура «скрещивания», выполнение которой производится путем перестановок блоков ППМ в табл. 6. При числе $m = 3$ представителей «элиты» и числе $k = 3$ блоков, число «потомков» после «скрещивания» стало равным $k^m = 27$.

Для выполнения этой процедуры ПЗ должно быть разделено на отдельные блоки, состоящие из нескольких ППМов, и в них выполняются перестановки. Например, в случае размерности блока 3, перестановки ППМов будут иметь следующий вид: 1 2 3, 2 3 1, 2 1 3, 1 3 2 и т. д.

После выполнения процедуры «скрещивания» внутри всех блоков по 3 ППМа, необходимо выполнить межблочную «мутацию», которая выполняется между граничными ППМами, например, №3 и №4 (см. табл. 5).

В результате выполнения обеих операций «скрещивания» и «мутации» общее число потомков M на одном шаге эволюции оказалось равным:

$$M = \left(1 + \left(\frac{n}{k}\right)^2 (k-1)\right) \cdot (k-1) \cdot k^{m-1} = (1 + 9 \cdot 2) \cdot 2 \cdot (3^2) = 19 \cdot 18 = 342.$$

После того, как был получен результат мутации для всех потомков, применяется следующий обобщенный критерий

$$J_4 = \min \frac{r_i}{(B_i + B_{\max})(\Delta t_j + \Delta_0)},$$

где r_i – дальность до промежуточного пункта маршрута (ППМ) от текущего местоположения БЛА, B_i – важность ППМа (функция времени), Δt_j – время необслуживания ППМа.

В отборе лучших представителей на каждом из двух шагов эволюции оказалось, что наилучший результат с учетом всех критериев имеет маршрут, приведенный в табл.7.

Таблица 7. Наилучший маршрут с учетом трех критериев

№	Маршрут								
1	2	3	6	9	14	12	13	16	18

Время расчета составляет 128 мс. Начальная вершина с номером 0 и конечная вершина с номером 19 в маршрутах опущены.

Результаты моделирования с получением итоговых полетных заданий

Расчеты многокритериальной задачи маршрутизации показывают, что если учесть в общем балансе эффективности как отношение дохода (суммарной важности) к затратам (потери топлива, отставание или опережение графика), то предложенный вариант работы генетического алгоритма увеличивает коэффициент эффективности на 10-15% по сравнению с однокритериальным подходом в маршрутизации.

Выводы

На основании проведенных исследований можно сделать следующий вывод:

1. Однокритериальный генетический алгоритм при формировании потомков на основе минимизации целевой функции обладает следующими достоинствами: обеспечивает достижение глобального экстремума, позволяет сопоставлять различным графам целевые функции, которые при применении ГА позволяют находить множество маршрутов. Вместе с тем, учитывая большое число анализируемых вариантов на каждом шаге эволюции этот алгоритм при значительном располагаемом времени лучше подходит к задачам планирования предполетного задания.

2. Многокритериальный генетический алгоритм основан на разбиении планируемого маршрута на блоки, в каждом из которых доминирующим является один из частных критериев, что удобно для выполнения операции скрещивания, упрощает расчеты и, в конечном счете, снижает вычислительную трудоемкость.

Поэтому при большом числе объектов, но не более 20-30, этот алгоритм может быть использован в самом полете при внезапном изменении априорной обстановки для решения задачи перепланирования оставшейся части маршрута в реальном времени [19,20,21,22].

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках государственного задания (проект № 17-29-03185)

Библиографический список

1. Лебедев Г.Н, Гончаренко В.И., Румакина А.В. Модификация метода ветвей и границ для двумерной маршрутизации координированного полета группы летательных аппаратов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. № 11. С. 783 - 791.
2. Лебедев Г.Н., Мирзоян Л.А., Ефимов А.В. Нейросетевое планирование групповых действий ЛА при наблюдении заданной группы подвижных объектов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 11. С. 60 - 65.

3. Antonios Tsourdos, Brian A. White, Madhavan Shanmugavel. Cooperative path planning of unmanned aerial vehicles, John Wiley & Sons, 2011, 212 p.
4. Скиена С. Алгоритмы. Руководство по разработке: Пер. с англ. – СПб.: БХВ-Петербург, 2017. - 720 с.
5. Томас Кормен, Чарльз Лейзерсон, Рональд Ривест, Клиффорд Штайн. Алгоритмы: построение и анализ. - М.: Издательский дом "Вильямс", 2005. - 1290 с.
6. Когабаев Н.Т. Лекции по теории алгоритмов. – Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2009. - 107 с.
7. Лебедев Г.Н. Система логического управления обхода препятствий беспилотным летательным аппаратом при маршрутном полете // Труды МАИ. 2015. № 83. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=61905>
8. Lebedev G., Goncharenko V., Mikhaylin D., Rumakina A. Aircraft group coordinated flight route optimization using branch-and-bound procedure in resolving the problem of environmental monitoring // ITM Web of Conferences 10, 01003 (2017), Seminar on Systems Analysis, 2017, vol. 10, pp. 1 – 3.
9. Головкин В.А. Нейронные сети: обучение, организация и применение / Под ред. А.И. Галушкина. – М.: ИПРЖР, 2001. Кн. 4. – 256 с.
10. Holland J.H.. Adaptation in natural and artificial systems, MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1992, ISBN:0-262-58111-6.
11. Царев Ф.Н. Совместное применение генетического программирования, конечных автоматов и искусственных нейронных сетей для построения системы управления беспилотным летательным аппаратом // Научно-технический вестник

Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. 2008. № 8(53). С. 42 - 60.

12. Лебедев Г.Н., Малыгин В.Б., Михайлин Д.А. Постановка и решение задачи оперативной коррекции потоков прилета и вылета воздушных судов в районе аэродрома с помощью генетического алгоритма // Научный вестник МГТУ ГА. 2017. Т. 20. № 4. С. 8 - 17.

13. Аллилуева Н.В., Руденко Э.М. Математический метод расчета целевой функции на графах и решение задачи маршрутизации // Труды МАИ. 2017. № 96. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=85773>

14. Zadeh S.M., Powers D., Sammut K. Optimal Route Planning with Prioritized Task Scheduling for AUV Missions Article, University, Adelaide, SA 5042, Australia, 2016. pp. 1 – 8.

15. Genshe Chen, Jose B. Cruz. Genetic algorithm for task allocation in UAV cooperative control // AIAA Conference on Guidance, Navigation, and Control, Austin, Texas, August 2003, pp. 1 – 13.

16. Marjorie A. Darrah, William M. Niland, Brian M. Stolarik, Lance E. Walp. Increased UAV task assignment performance through parallelized genetic algorithms // Proceedings of Infotech@Aerospace Conference, Rohnert Park, CA, 2007, pp. 1 – 10.

17. Marc D. Richards, Darrell Whitley, J. Ross Beveridge. Evolving cooperative strategies for UAV teams, *GECCO 2005*, Washington, D.C. USA. pp. 1 – 8.

18. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И., Шикин Е.В., Заляпин В.И., Эвнин А.Ю. Вся высшая математика.– М.: КомКнига, 2006. Т.7. – 199 с.

19. He P., Dai S. Stealth Real-time Paths Planning for Heterogeneous UAV Formation

Based on Parallel Niche Genetic Algorithm // Journal of Computational Information Systems, 2014, no.10 (15), pp. 6731 – 6740.

20. Wang F., Man Y., Man L. Intelligent Optimization Approach for the k Shortest Paths Problem Based on Genetic Algorithm // 10th International Conference on Natural Computation, 19-21 August, 2014, Xiamen, China, DOI: 10.1109/ICNC.2014.6975838

21. Wagner M., Neumann F. Single- and Multi-Objective Genetic Programming: New Runtime Results for SORTING // IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC), Beijing, China, 2014, pp. 125 - 133.

22. Kim J.W., Kim S.K. Fitness switching genetic algorithm for solving combinatorial optimization problems with rare feasible solutions // The Journal of Supercomputing, September 2016, vol. 72, no. 9, pp. 3549 – 3571.