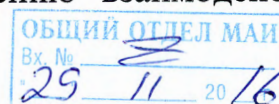


В диссертационный совет Д 212.125.05  
при ФГБОУ ВО "Московский  
авиационный институт (национальный  
исследовательский университет)" МАИ  
125993, г. Москва, А-80, Волоко-  
ламское шоссе, д. 4

## **ОТЗЫВ**

**официального оппонента на диссертацию Вестяка Владимира Анатольевича  
"Двумерные нестационарные волны в электромагнитоупругих телах с  
плоскими или сферическими границами", представленной на соискание  
ученой степени доктора физико-математических наук по специальности  
01.02.04 – "Механика деформируемого твердого тела"**

Невозможно представить себе в настоящее время сколько-нибудь серьёзное техническое устройство без наличия в них различных проводящих элементов и покрытий. Именно поэтому задачи нестационарной динамики упругих тел встречаются во многих областях техники и жизнедеятельности человека, связанной прежде всего с эксплуатацией приборов, использующих в своей работе электрические и магнитные поля. Прежде всего к такого рода техническим задачам относятся задачи устойчивой и безотказной работы приборов, которые в своей работе используют проводниковые элементы при воздействии на них полей различной природы. Безотказность и устойчивость работы такого рода приборов связана прежде всего с чётким пониманием процессов, происходящих внутри проводника или проводникового покрытия при воздействии на него различных полей. В настоящее время известны работы по изучению взаимодействия



температурных, электрических и магнитных полей с упругим телом. К ним, как правило, относятся либо несвязанные задачи, либо задачи, изучающие уже установившиеся процессы. В тоже время проблемы нестационарной динамики связанной электромагнитоупругости нашли своё отражение в немногочисленных работах. Работы эти в основном опираются на численные методы решения или решены в одномерной постановке с рядом дополнительных предположений, сильно упрощающих задачу. Поэтому ощущается некий дефицит точных решений именно нестационарных связанных задач по тематике электромагнитоупругость.

В связи с этим, целью решения задач нестационарной электромагнитоупругости для тел канонической формы, таких как тела с плоскими или сферическими границами, является прежде всего совершенствование уже предложенных и построение новых методов и алгоритмов, позволяющих находить точные решения в телах указанной геометрии в двумерной постановке. Именно поэтому тема диссертационной работы является актуальной.

Диссертация состоит из введения пяти глав, заключения и приложения. Во введении приведен краткий обзор по главам, обоснована актуальность, научная новизна и практическая значимость, приведён список апробации результатов диссертационного исследования.

**В первой главе** приведён обзор современного состояния исследований по теме диссертации. Обоснована необходимость диссертационного исследования. Рассмотрена общая постановка задач термоэлектромагнитоупругости в линейной постановке. Приведены замкнутые системы уравнений для изотермических процессов в изотропных проводниках в декартовой и сферической системах координат соответственно в плоской и осесимметрической постановке. В качестве основных неизвестных величин предлагается выбрать перемещения точек сплошной среды и напряжённость магнитного поля. Связь механических и электромагнитных полей осуществляется за счёт обобщённого закона Ома и силы Лоренца.

Во второй главе рассматриваются нестационарные волны в электромагнитоупругой полуплоскости  $z \geq 0$ . Вначале, в рамках постановки задачи главы 1, рассмотрена задача о распространении поверхностных кинематических или электрических возмущений в электромагнитоупругой полуплоскости. Для решения указанной задачи использовано экспоненциальное преобразование Фурье по координате  $x$  и преобразование Лапласа по времени. Доказано, что даже в одномерной постановке найти оригиналы решений по Лапласу не представляется возможным. Именно поэтому автор предложил использовать в качестве подхода к дальнейшему решению метод малого параметра, которым является указанный безразмерный коэффициент связи между полями  $\alpha$ . Это позволило привести задачу к рекуррентной последовательности краевых задач, решение каждой из которых записывается в интегральном виде. При этом начальная задача является чисто упругой, и в построении упругой части остальных задач участвует объёмная функция влияния, а в электромагнитной части – поверхностная. Далее решена задача о нахождении электромагнитного поля в полуплоскости, движущейся по заданному закону. Решение задачи удалось найти точно для произвольного закона движения полуплоскости и для произвольных точек по глубине. Далее изучаются поверхностные функции Грина для упругой полуплоскости. При использовании интегрального представления решений необходимы их значения при любых  $z \geq 0$ . Для построения оригиналов ядер интегральных представлений используется алгоритм совместного обращения преобразований Лапласа и Фурье, основанный на использовании аналитического представления оригинала. Эта же идея использована и при нахождении решения более сложной задачи о нахождении объёмных функций Грина для упругой полуплоскости, но только для части из них. Оставшаяся часть оригиналов найдена с помощью последовательного обращения преобразований Лапласа и Фурье. Эти результаты позволили решить вспомогательную задачу о нестационарном движении упругой полуплоскости под действием объёмных сил, в качестве которой в общей постановке выступает сила Лоренца. Итогом главы 2 являются

решение проблемы распространения связанных двумерных нестационарных электрических или кинематических поверхностных возмущений в электромагнитоупругой полуплоскости. Предложены оригинальные алгоритмы их решения, основанные на описанных выше вспомогательных задачах, позволяющие избегать численного дифференцирования по пространственной координате под знаком интеграла с помощью введения вспомогательных функций, имеющих смысл поворота и объёмного расширения.

Основные результаты главы 2 ранее не встречались в литературе и поэтому их новизна не вызывает сомнения.

**В третьей главе** изучаются нестационарные волны в электромагнитоупругой толстостенной сфере. Далее, в рамках постановки главы 1, рассматривается постановка задачи об электромагнитоупругой толстостенной сфере под действием нестационарных поверхностных возмущений. Её решение представляется в виде рядов по полиномам Лежандра и Гегенбауэра с последующим применением преобразования Лапласа, обращение которого представляется затруднительным даже в одномерном случае. Поэтому автор прибегает к разложению искомым функций в ряды по малому параметру  $\alpha$ , по аналогии с главой 2, в результате чего получается рекуррентная система краевых задач, начальной для которых является упругая задача, решение которой записывается в виде линейной комбинации краевых условий с коэффициентами, являющимися хорошо исследованными поверхностными функциями Грина. Остальные решения в пространстве преобразований Лапласа представляются в интегральном виде. Изображения функций Грина для электромагнитной толстостенной сферы находятся стандартными методами, но оригинал для неё найти затруднительно как аналитически так и численно из-за наличия безразмерного коэффициента  $\eta_e$ , являющегося отношением скорости волн расширения-сжатия к скорости распространения электромагнитных волн в среде перед старшей производной в исходном уравнении. Поэтому предложено

заменить соответствующую функцию Грина её квазистатическим аналогом, что позволило решить задачу о нахождении электромагнитного поля в движущейся по заданному закону толстостенной сфере. Далее решается более сложная задача о нахождении объемных функций влияния для упругой толстостенной сферы. При их нахождении использована доказанная автором в приложении теорема об обобщённой симметрии функций Грина упругой части задачи в сферической системе координат. Каждая из составляющих функций, входящих в правую часть соответствующего равенства для функций влияния представляется в виде конечного ряда, состоящего из рациональных функций, умноженных на экспоненты в некоторой правой полуплоскости. Данное разложение получено методами компьютерной алгебры. Подробно исследованы степени числителя и знаменателя рациональных дробей и показано, что они являются правильными. Это позволило находить оригиналы функций влияния посредством известных теорем операционного исчисления. С помощью найденных оригиналов решается вспомогательная для общей связанной проблемы задача о нестационарном движении упругой толстостенной сферы под действием объёмной силы, которой в первоначальной постановке связанной задачи является сила Лоренца. В заключении главы, с учётом решённых выше вспомогательных задач решается проблема распространения осесимметричных нестационарных поверхностных возмущений в электромагнитоупругой толстостенной сфере. Приводится сравнение полученного точного решения в одномерном случае с численным результатом нахождения оригинала.

**Четвёртая и пятая главы** являются геометрически частными случаями главы 3 (пространство со сферической полостью и шар). Однако для каждой из них все вспомогательные задачи решались независимо. А затем путём предельных переходов от уже решённых задач для толстостенной сферы этот предел сравнивался с отдельно полученными решениями в этих главах, что подтверждает верность проведённых громоздких выкладок.

**Четвёртая глава** посвящена нестационарным волнам в электромагнитоупругом пространстве со сферической полостью. Поставлена задача о распространении волн в электромагнитоупругом пространстве со сферической полостью под действием нестационарных поверхностных возмущений. Решение этой задачи по-прежнему представляется в виде рядов с использованием преобразования Лапласа. Ограниченная функция Грина для электромагнитного пространства со сферической полостью по-прежнему найдена в квазистатической постановке. Рассмотрена вспомогательная задача об определении параметров электромагнитного поля в движущемся по заданному закону пространстве с полостью, что позволило определить ограниченные объёмные функции Грина для упругого пространства со сферической полостью, оригиналы которых находятся с помощью подробного анализа изображений путём выделения регулярных и сингулярных частей в их изображениях с использованием методов компьютерной алгебры и теорем разложения. В заключении главы представлены решения и результаты общих связанных задач о распространении осесимметричных нестационарных поверхностных возмущений в электромагнитоупругом пространстве со сферической полостью в осесимметричной и радиальной постановках.

**В пятой главе** разработаны методы решения задач о распространении нестационарных волн в электромагнитоупругом шаре. Аналогично подходам глав 3 и 4 и используя те же соображения, рассмотрена задача об электромагнитоупругом шаре под действием нестационарных поверхностных нагрузок. Функция Грина для электромагнитной части задачи найдена в квазистатическом приближении, что позволяет найти электромагнитное поле в движущемся по заданному кинематическому закону шаре. Изображения объёмных функции Грина, необходимых для решения общей связанной задачи для шара находятся стандартными методами, а их оригиналы – путём представления специальных функций через элементарные с последующим применением методов компьютерной алгебры и теорем разложения. Подход к

решению общей связанной задачи о распространение осесимметричных нестационарных поверхностных возмущений в электромагнитоупругом шаре аналогичен главам 3 и 4. Дополнительно для вычисления части интегралов в этой задаче необходимо знать как ведут себя ядра в окрестности центра шара и точки  $\xi = 0$ , для чего строятся соответствующие асимптотики ядер в этой окрестности.

По моему мнению, результаты и алгоритмы решения задач, поставленные в главах 3,4 и 5 являются новыми и утверждения, доказанные в них и в приложении являются оригинальными.

Таким образом, разработанные методы решения рассмотренных задач и полученные результаты в диссертации в целом являются новыми и представляют несомненную научную и практическую ценность. Автором разработан новый подход к решению комплекса нестационарных связанных задач электромагнитоупругости проводников. В качестве дополнительных результатов следует отметить вклад автора в решении актуальных задач о нахождении объёмных функций влияния задач механики деформируемого твёрдого тела и поверхностных функций влияния для произвольных точек по глубине. Оригинальным представляется доказательство для функций Грина свойств обобщённой симметрии в сферической системе координат.

Достоверность полученных результатов обоснована строгостью математических формулировок рассматриваемых задач, а также подтверждается классическими законами механики деформируемого твёрдого тела и электромагнетизма. В работе так же имеется удовлетворительное сравнение полученных точных результатов с численными для одномерных задач, что так же подтверждает верность выбранных постановок и методов решения.

### **Замечания.**

1. Список литературы по теме диссертации не полон, в нем не отражены некоторые важные направления по связанным задачам электромагнитоупругости, в частности цикл работ В.Г. Карнаухова, И.Ф. Киричка, а также работы по

нелинейным моделям электромагнитоупругости с конечными деформациями для анизотропных сред.

2. Предложенный в п.2.2 алгоритм решения двумерных нестационарных задач электромагнитоупругости на основе метода малого параметра по параметру связанности упругих и электромагнитных полей, по-видимому, будет эффективным в случае так называемых "слабо связанных" полей, когда влияние силы Лоренца на упругие поля относительно невелико. При конечных значениях параметра связанности разложение ряды по малому параметру может приводить к существенному снижению точности приближенного решения. Это ограничение следовало оговорить в диссертации.

3. Основное внимание, в том числе и в приведенных примерах расчетов уделяется только одному типу граничных условий первого рода - в перемещениях.

4. В расчётных примерах более наглядным было бы построить трёхмерные графики зависимости искомых функций от времени и пространственной координаты. Замеченные опечатки: в абзаце перед рисунком 3.9.1 вместо ссылки на рис. 3.9.2 должен указан рис. 3.9.1; в тексте перед формулой (5.1.17) вместо  $G_{Hn1}^{LF}$  должно быть написано  $G_{Hn1}^L$ .

Указанные замечания не снижают положительной оценки диссертации. В целом, диссертация Вестяка В.А. выполнена на высоком научном уровне и удовлетворяет всем требованиям ВАК Минобрнауки РФ, предъявляемым к докторским диссертациям по физико-математическим наукам.

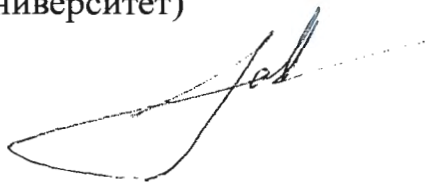
Основные результаты диссертации опубликованы в 54 работах из которых официально зарегистрирована 1 компьютерная программа и 13 работ - в рецензируемых журналах, рекомендуемых ВАК.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.



Считаю, что Вестяк В.А. заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – "Механика деформируемого твердого тела".

Официальный оппонент,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующий кафедрой "Вычислительная  
математика и математическая физика" ФГБОУ ВО  
«Московский государственный технический  
университет им. Н.Э.Баумана» (национальный  
исследовательский университет)



Димитриенко Юрий Иванович

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

Телефон: 8 (499) 263-64-45

E-mail: dimit@bmstu.ru

Подпись Димитриенко Юрия Ивановича заверяю



М. НАЧАЛЬНИКА  
УПРАВЛЕНИЯ КАДРОМ  
СВА О.В.  
499-263-60-48