

ДВИГАТЕЛИ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 621.221

© В.Н. БОРДАКОВ, 2009

ТЕОРИЯ И РАСЧЁТ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА В ПНЕВМОГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Валерий Николаевич БОРДАКОВ родился в 1954 г. в городе Игналина Литовской ССР. Главный конструктор Федеральной ассоциации «Двойные технологии». Кандидат технических наук. Основные научные интересы — в области гидрогазотермодинамики, химических технологий. Автор более 50 научных работ. E-mail: 449valera@mail.ru

Valery N. BORDAKOV, Ph.D., was born in 1954 in Ignalina, Lithuania. He is the Chief Designer at the Federal Association of Twofold Purpose Technologies. His main research interests are in the field of hydro-gas-thermodynamics, and chemical technologies. He has published more than 50 scientific papers. E-mail: 449valera@mail.ru

На основе анализа соотношений, описывающих балансы массы, энергии и импульса, получена система дифференциальных уравнений, определяющих изменение во времени производных давления и температуры газообразного рабочего тела для пневматических систем различного типа. Результаты численного моделирования параметров пневмогидравлической системы в рамках разработанной математической модели и методики расчёта удовлетворительно согласуются с экспериментом.

A system of differential equations is derived basing on relationships for mass, energy and impulse balances to describe time changes of pressure and temperature derivatives for gaseous working substance in regard to various types of pneumatic systems. Numerical simulation of pneumohydraulic systems demonstrates a close fit between results obtained by means of suggested mathematical model and experimental data.

Ключевые слова: термодинамика, переменная масса, рабочее тело, дифференциальные уравнения.

Key words: thermodynamics, variable mass, working substance, differential equations.

Сокращения и обозначения

W — объем, м³;
 p — давление, Па;
 F, P_{oi} — сила, Н;
 S — площадь, м²;
 R — удельная газовая постоянная, кДж/(кг·К);
 Re — число Рейнольдса;
 μ_g — мольная масса газа, кг/кмоль;
 T — температура газа, К;
 $C_p (C_V)$ — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении (объеме), кДж/(кг·К);

k — показатель адиабаты, $k = C_p / C_V$;
 $\delta Q, \delta L$ — теплота, работа, Дж;
 L_i — длина, м;
 d — диаметр, м;
 V — скорость, м/с;
 M — масса, кг;
 m — секундно-массовый расход, кг/с;
 ρ — плотность, кг/м³;
 μ — коэффициент расхода;
 φ_c — коэффициент сужения потока;
 $\varphi_c \approx 0,9...0,97$;

ξ_{Σ} — суммарный коэффициент гидравлических потерь;

E_T^0 — полная удельная внутренняя энергия газа, Дж/кг;

$\delta u_{f,293,15}^0$ — энергия образования молекул газа при нормальных условиях;

τ — время, с;

i, j — индексы параметров в источнике (i) и потребителе (j);

g, f — индекс параметров сплошной среды: газ, жидкость соответственно.

Пневматические системы управления или вытеснения компонентов можно рассматривать как синтез ресиверов переменного и постоянного объемов, соединенных между собой трубопроводами и исполнительными агрегатами. В общем случае расчет рабочего процесса пневматического привода сводится к решению системы уравнений, описывающих изменение давления и температуры рабочего тела в свободном объеме исполнительного устройства. Для уменьшения падения давления в трактах быстродействующих систем используются промежуточные ресиверы. Известно, что одна из причин неустойчивой работы пневматического привода или системы подачи компонентов — ошибка в выборе параметров элементов пневмосистемы. Основная часть промышленных пневматических приводов работает при относительно невысоких давлени-

ниях 0,5...1,0 МПа и удовлетворительно рассчитывается по упрощенным методикам при постоянных теплофизических параметрах рабочего тела без учета теплообмена [1, 2]. Однако, как показала практика эксплуатации пневматических систем летательных аппаратов (ЛА), наземных стартовых комплексов, систем подачи газообразного горючего (метана), работающих под давлением 4,0...60,0 МПа, расчетные методики требуют существенного уточнения.

На рис. 1 приведены принципиальные схемы пневматических систем ЛА. Отличия в принципах аналитического проектирования сводятся к тому, что при расчете управляющего пневматического привода в качестве критерия используют требования по быстродействию и развиваемому механизмом усилию (рис. 1а), а, например, для струйных реактивных устройств численным моделированием определяются требования по обеспечению количества циклов и интеграла импульса тяги (рис. 1б).

Для систем наддува критичны условия оптимизации по минимизации спада давления в процессе работы устройства (рис. 1в—1е).

Предлагаемая методика расчета параметров рабочего тела переменной массы основана на учете зависимости показателя адиабаты k от двух переменных: температуры и давления сжатого газа [3]. В качестве рабочего тела рассматриваются сжатый газ или газообразные продукты разложения реактивного топлива.

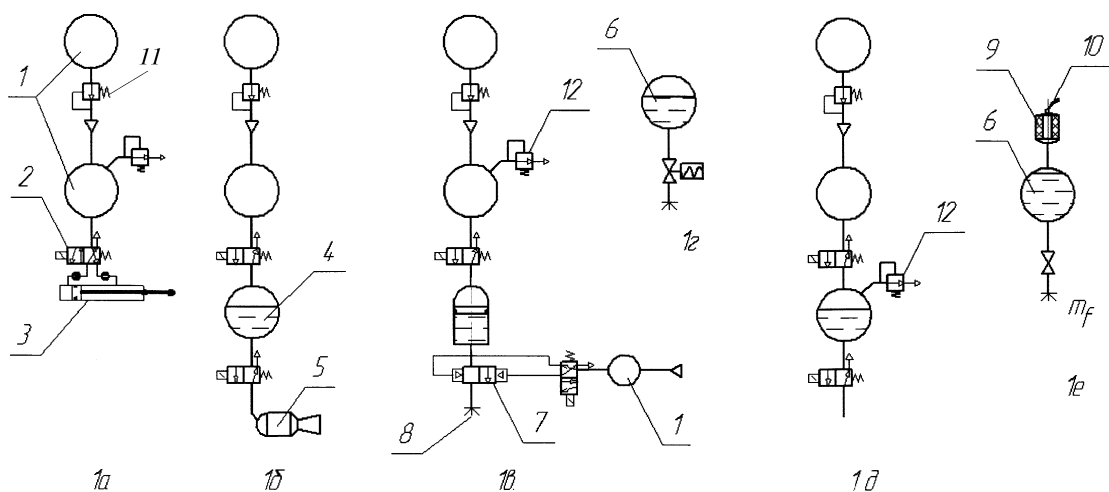


Рис. 1. Принципиальные схемы основных типов пневматических устройств ЛА:

1а — пневматический привод линейного перемещения; 1б — импульсный газогенератор на унитарном топливе, двигатель коррекции; 1в — схема импульсной подачи компонента; 1г — гидроаккумулятор, огнетушитель;

1д — система хранения и подачи компонента; 1е — вытеснительная система подачи с пороховым аккумулятором давления;

1 — ресивер; 2 — клапан электромагнитный; 3 — линейный пневмопривод; 4 — бак с жидкостью;

5 — импульсный газогенератор; 6 — гидроаккумулятор; 7 — быстродействующий пневматический клапан;

8 — инжектор; 9 — пороховой аккумулятор давления; 10 — воспламенительное устройство;

11 — редуктор пневматический; 12 — клапан предохранительный

В настоящей статье для описания процесса в пневматической системе были приняты следующие упрощения и ограничения:

1. Рабочее тело — однородный, совершенный газ без химических реакций с показателем адиабаты в виде функции, зависящей от температуры и давления: $k = f(p, T)$.

2. Характерная длительность передачи слабого возмущения предполагается много меньшей периода изменения термодинамических параметров в рассматриваемом объеме: $L/a \ll \delta p W / m_g$, где L — длина соединительного трубопровода; a — скорость звука; $\delta p W$ — изменение массы газа в свободном объеме агрегата; m_g — секундно-массовый расход сжатого газа. (Модель коротких трубопроводов.)

3. Влиянием эффектов ударного сжатия газа на параметры состояния рабочего тела пренебрегаем. Известно, что сжимаемость газа проявляется при скоростях потока, больших 0,6...0,85 скорости звука. Принятое упрощение позволяет рассматривать развитие нестационарного переходного процесса в пневматической системе без учета эффектов, зависящих от скорости звука.

В общем случае теплообмен на участке соединительного трубопровода можно учесть, используя стандартные процедуры расчета по уравнению теплопроводности. Предварительные оценки показали, что для коротких трубопроводов ошибка в расчетах конечного давления в заполняемом объеме, без учета теплообмена, не превышает 0,1...0,2%.

В общепринятой формулировке уравнение первого закона сохранения энергии для замкнутой системы записывается в виде

$$dQ = dE + \sum_i^k d\delta L_i, \quad (1)$$

где Q — тепло, подводимое к термодинамической системе;

E — внутренняя энергия системы;

$\sum_i^k d\delta L_i = p_e dW_j + \sum_i^k (F_i \cdot dr_i)$ — сумма внешних и внутренних работ.

Преобразуем уравнение (1) к виду

$$dE = dQ - \sum_i^k dL_i = \sum_i^k d\delta L_i. \quad (2)$$

С учетом принятых выше ограничений запишем в нестационарном термодинамическом приближении уравнения балансов массы, энергии и импульса для рабочего тела переменной массы и постоянного состава.

1. Уравнение баланса массы рабочего тела в рассматриваемом объеме в дифференциальной форме

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{Wp}{RT} \right) = \sum_{i=1}^k m_{gi}. \quad (3)$$

2. Уравнение баланса энергии в дифференциальной форме

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{Wp_j E_{Tj}^0}{RT_j} \right) = \sum_{i=1}^k m_{gi} (E_{Ti}^0 + RT_i) + \frac{d\delta L}{d\tau}. \quad (4)$$

3. Закон сохранения импульса

$$\frac{d(MV)}{d\tau} = \sum_{i=1}^k F_i. \quad (5)$$

Примем: $+m_{gi}$ соответствует режиму заполнения емкости сжатым газом; $-m_{gj}$ — истечению рабочего тела из рассматриваемого объема. В общем случае физическая картина работы практически любого пневматического устройства сводится к принципиальной схеме, представленной на рис. 2.

Для рабочего объема с одним источником и дренажем рабочего тела система уравнений сохранения (3), (4) запишется в виде

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{W_j p_j}{RT_j} \right) = m_{gi} - m_{gj}; \quad (6)$$

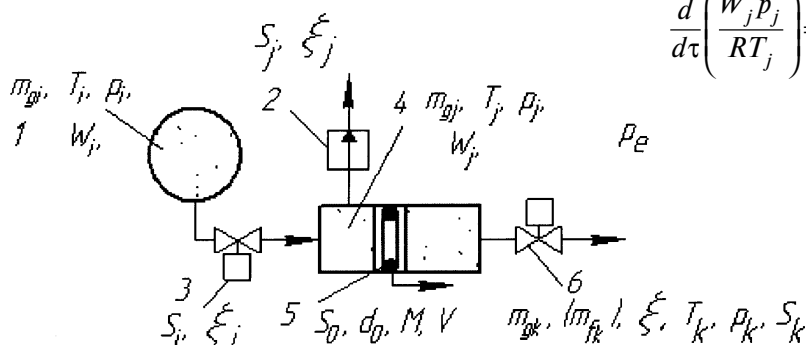


Рис. 2. Принципиальная схема пневматического привода с подвижным поршнем:

1 — источник сжатого газа ресивер; 2 — дренажно-предохранительный клапан; 3 — клапан—регулятор подачи сжатого газа; 4 — рабочий объем; 5 — поршень; 6 — клапан—регулятор расхода, дроссель

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{W_j p_j E_{Tj}^0}{RT_j} \right) = m_{gi} (E_{Ti}^0 + RT_i) - m_{gj} (E_{Tj}^0 + RT_j) + \frac{d\delta L}{d\tau}. \quad (7)$$

Преобразуем уравнения (6), (7), описывающие балансы массы и энергии, учитывая, что по определению полная внутренняя энергия газообразного рабочего тела равна

$$E_T^0 = \delta u_{f293,15}^0 + \int_{293,15}^T C_V dT.$$

Умножим уравнение (6) на E_{Ti}^0 и вычтем из уравнения (7):

$$\frac{W_j p_j}{RT_j} \frac{dE_{Tj}^0}{d\tau} + E_{Tj}^0 \frac{d}{d\tau} \left(\frac{W_j p_j}{RT_j} \right) = m_{gi} (E_{Ti}^0 + RT_i) - m_{gj} (E_{Tj}^0 + RT_j) + \frac{d\delta L}{d\tau}$$

$$- E_{Tj}^0 \frac{d}{d\tau} \left(\frac{W_j p_j}{RT_j} \right) = m_{gi} E_{Ti}^0 - m_{gj} E_{Tj}^0$$

$$\frac{W_j p_j}{RT_j} \frac{dE_{Tj}^0}{d\tau} = m_{gi} (E_{Ti}^0 - E_{Tj}^0) + m_{gi} RT_i - m_{gj} E_{Tj}^0 + m_{gj} E_{Tj}^0 - m_{gj} RT_j + \frac{d\delta L}{d\tau}. \quad (8)$$

Упростим полученное соотношение с учетом того, что

$$E_{Ti}^0 - E_{Tj}^0 = \int_{293,15}^{T_i} C_V dT - \int_{293,15}^{T_j} C_V dT. \quad (9)$$

Тогда после подстановки $E_{Ti}^0 - E_{Tj}^0$ в (8) уравнение энергии сведется к виду

$$\frac{W_j p_j}{RT_j} C_V \frac{dT_j}{d\tau} = m_{gi} \left(\int_{293,15}^{T_i} C_V dT - \int_{293,15}^{T_j} C_V dT \right) + m_{gi} RT_i - m_{gj} RT_j + \frac{d\delta L}{d\tau}. \quad (10)$$

Отсюда в соответствии с соотношением Майера и после подстановки адиабатической постоянной k правая часть уравнения (10) легко преобразуется к более простой форме:

$$\frac{W_j p_j}{(k-1)T_j} \frac{dT_j}{d\tau} = m_{gi} \left(\int_{T_j}^{T_i} C_V dT + RT_i \right) - m_{gj} RT_j + \frac{d\delta L}{d\tau}. \quad (11)$$

После преобразования с заменой $\frac{C_V}{R_\mu} = \frac{C_V}{C_P - C_V} = \frac{1}{k-1}$ получим дифференциальное уравнение изменения производной функции температуры от времени:

$$\frac{dT_j}{d\tau} = \frac{(k-1)RT_j T_i m_{gi}}{W_j p_j} \times \left(1 - \frac{1}{T_i} \left(\int_{T_i}^{T_j} \frac{1}{k-1} dT + \frac{d\delta L}{m_{gi} RT_i} - \frac{m_{gj} T_j}{m_{gi} T_i} \right) \right). \quad (12)$$

Примем следующие обозначения:

$$\xi = \frac{1}{T_i} \int_{T_i}^{T_j} \frac{1}{k-1} dT \text{ — коэффициент влияния теплофизических свойств рабочего тела;}$$

$$\varphi = \frac{d\delta L}{m_{gi} RT_i} = \frac{dQ}{m_{gi} RT_i} - \frac{d\delta L}{m_{gi} RT_i} = \varphi_Q - \varphi_L \text{ — параметр преобразования энергии сжатого газа;}$$

$$\varphi_Q = \frac{dQ}{m_{gi} RT_i} \text{ — относительная доля теплообмена;}$$

$$\varphi_L = \frac{d\delta L}{m_{gi} RT_i} \text{ — относительная доля совершённых работ;}$$

$$\varepsilon = \frac{m_{gj} T_j}{m_{gi} T_i} \text{ — коэффициент относительного теплосо-$$

держания рабочего тела;

$\chi = 1 - \xi + \varphi - \varepsilon$ — коэффициент, учитывающий реальные параметры физического процесса и свойства рабочего тела.

Заменим подынтегральную функцию в формуле коэффициента ξ первым членом разложения в ряд Тейлора. В результате интегральное соотношение, определяющее коэффициент ξ , сведется к виду

$$\xi = \frac{1}{T_i} \int_{T_i}^{T_j} \frac{1}{k-1} dT \approx \frac{1}{T_i} \frac{1}{k-1} \int_{T_i}^{T_j} dT = \frac{1}{T_i} \frac{T_j - T_i}{k-1} = \frac{1}{k-1} \left(\frac{T_j}{T_i} - 1 \right). \quad (13)$$

Тогда с учетом принятых обозначений и коэффициентов дифференциальное уравнение производной температуры от времени примет следующий вид:

$$\frac{dT_j}{d\tau} = \chi(k-1)m_{g_i} \frac{RT_j T_i}{W_j p_j}. \quad (14)$$

Продифференцируем по частям уравнение баланса массы (3):

$$\frac{W_j}{RT_j} \frac{dp_j}{d\tau} + \frac{p_j}{RT_j} \frac{dW_j}{d\tau} - \frac{p_j W_j}{RT_j^2} \frac{dT_j}{d\tau} = m_{g_i} - m_{g_j}. \quad (15)$$

Отсюда после подстановки $\frac{dT_j}{d\tau}$ в явном виде следует уравнение первой производной давления по времени:

$$\frac{dp_j}{d\tau} = m_{g_i} \frac{RT_j}{W_j} \times \left(1 + \chi(k-1) \frac{T_i}{T_j} - \frac{m_{g_j}}{m_{g_i}} \right) - \frac{p_j}{W_j} \frac{dW_j}{d\tau}. \quad (16)$$

Преобразуем правую часть уравнения (16), обозначив выражение в скобках коэффициентом Ω :

$$\Omega = 1 + \chi(k-1) \frac{T_i}{T_j} - \frac{m_{g_j}}{m_{g_i}} = 1 + \chi(k-1) \frac{T_i}{T_j} - \omega, \quad (17)$$

где $\omega = m_{g_j} / m_{g_i}$ — относительный расход рабочего тела.

Физический смысл поправочного коэффициента Ω определяется возможностью опосредованного учета геометрии выбранной конструкции (параметр ω) пневматического привода или топливного бака, реальных свойств рабочего тела и условий обмена работой с окружающей средой при вычислении производной от времени. В итоге после подстановки принятых коэффициентов в (17) получим дифференциальное уравнение изменения производ-

ной давления по времени от параметров и геометрии пневматической системы:

$$\frac{dp_j}{d\tau} = \Omega m_{g_i} \frac{RT_j}{W_j} - \frac{p_j}{W_j} \frac{dW_j}{d\tau}. \quad (18)$$

В результате преобразования уравнений изменения энергии и массы получена обобщенная система двух дифференциальных уравнений, определяющая зависимость производных по времени давления и температуры рабочего тела переменной массы от параметров конструкции пневматической системы. Сведем полученные после преобразований уравнения в единую систему:

$$\begin{cases} \frac{dp_j}{d\tau} = \Omega m_{g_i} \frac{RT_j}{W_j} - \frac{p_j}{W_j} \frac{dW_j}{d\tau}; \\ \frac{dT_j}{d\tau} = \chi(k-1)m_{g_i} \frac{RT_j T_i}{W_j p_j}. \end{cases} \quad (19)$$

В частном случае адиабатического истечения газа из баллона постоянного объема, когда

$\frac{dW_i}{d\tau} = 0, \frac{d\delta L}{d\tau} = 0, i = j$, система уравнений (19) сведется к виду:

$$\left\{ \frac{dp_i}{d\tau} = -k m_{g_i} \frac{RT_i}{W_i}; \right. \quad (20)$$

$$\left. \frac{dT_i}{d\tau} = -(k-1)m_{g_i} \frac{RT_i^2}{W_i p_i}. \right. \quad (21)$$

Разделим соотношение (20) на (21) и в результате преобразований получим уравнение адиабаты:

$$pT^{\frac{k}{k-1}} = \text{const.}$$

Рассматриваемая термодинамическая система в общем случае совершает работу по перемещению исполнительных механизмов, инъекции жидкости и обменивается энергией с окружающей средой [4]. Анализ результатов работ по наддуву и опорожнению баков показывает, что существенное влияние условий теплообмена с элементами конструкции сосуда и окружающей средой сказывается на расчетных значениях давления и температуре сжатого газа при достаточно больших длительностях процесса, примерно 20...30 с и более [5].

В случае «быстрых» пневмоприводов с длительностью рабочего цикла 0,15...1 с влиянием теплообмена на термодинамические параметры можно пренебречь. В то же время при анализе наддува баков с легкокипящими и сжиженными компонентами наиболее значимы процессы тепломассообмена.

Значительное влияние условия теплообмена оказывают при расчете пневматических приводов и микродвигателей, работающих на продуктах сгорания порохов.

Для оценки относительной доли теплообмена Φ_Q необходимы данные, учитывающие весь комплекс процессов взаимодействия рабочего тела с окружающей средой. Основные вопросы передачи тепла в элементы конструкции исполнительных устройств, вполне корректно, можно разрешить с использованием результатов работ [6–9].

В общем случае условия теплообмена, в процессе заправки или опорожнения бака со сжиженными компонентами, можно представить в следующем виде:

$$\frac{dQ}{d\tau} = \frac{dQ_f}{d\tau} + \frac{dQ_{gw}}{d\tau} + \frac{dQ_{gf}}{d\tau},$$

где Q — суммарный тепловой поток;

Q_f, Q_{gw}, Q_{gf} — тепловые потоки от подогревателя, элементов конструкции части бака, заполненного газовой фазой, от газопаровой фазы к зеркалу жидкости соответственно:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_f}{d\tau} &= \frac{d(\lambda_f S_f (T_j - T_{fg}))}{d\tau}; \\ \frac{dQ_{gw}}{d\tau} &= \frac{d(\alpha_{gw} S_g (T_j - T_{wg}))}{d\tau}; \\ \frac{dQ_{gf}}{d\tau} &= \frac{d(C_{pw} M_w (T_j - T_f))}{d\tau}. \end{aligned} \quad (22)$$

Тогда суммарную мощность теплового потока к рабочему телу можно рассчитать по соотношению:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{d\tau} &= \frac{d(\lambda_f S_f (T_j - T_{fg}))}{d\tau} + \\ &+ \frac{d(\alpha_{gw} S_g (T_j - T_{wg}))}{d\tau} + \frac{d(C_{pw} M_w (T_j - T_f))}{d\tau}. \end{aligned} \quad (23)$$

Отсюда, в относительных единицах, доля теплообмена рассчитывается по соотношению

$$\Phi_Q = \frac{dQ}{d\tau} / m_{gi} RT_i = \Phi_f + \Phi_\alpha + \Phi_{cp},$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_f &= \frac{\frac{d(\lambda_f S_f (T_j - T_{fg}))}{d\tau}}{m_{gi} RT_i}; \\ \Phi_{cp} &= \frac{\frac{d(C_{pw} M_w (T_j - T_f))}{d\tau}}{m_{gi} RT_i}; \\ \Phi_\alpha &= \frac{\frac{d(\alpha_{gw} S_g (T_j - T_{wg}))}{d\tau}}{m_{gi} RT_i}; \end{aligned}$$

$$\alpha_{gw} = \begin{cases} 22 \left(\frac{k}{k-1} R \frac{4m_{gi}}{\pi \lambda_g L} \right)^{0,632} & \text{для бака} \\ \text{с постоянным объёмом газовой подушки;} \\ 0,024 \Psi^{1,6} \frac{\lambda_g}{D} \left(\frac{\pi d_c^2}{4 S_\Sigma (\tau)} \right)^{1,33} & \text{где } \Psi = \frac{k}{k-1} \frac{4 D m_{gi}}{\lambda_g \pi d_c^2}; \\ S_\Sigma (\tau) - \text{суммарная площадь поверхности} \\ \text{газовой подушки бака, для бака} \\ \text{с переменным объёмом газовой подушки;} \end{cases}$$

$$\Phi_\alpha = \frac{\frac{dQ_\alpha}{d\tau}}{m_{gi} RT_i} =$$

$$= \begin{cases} 22 \left(\frac{4k}{\pi(k-1)} \right)^{0,632} \left(\frac{\lambda_g}{R m_{gi}} \right)^{0,368} L_s^{-0,632} \frac{1}{D} S_\Sigma \left(1 - \frac{T_{wg}}{T_i} \right) & \text{для бака с постоянным объёмом газовой} \\ \text{подушки;} \\ \frac{k}{k-1} \left(R m_{gi} D \left(\frac{\pi d_c^2}{4} \right)^{-0,45} S_\Sigma (\tau)^{-0,55} \right)^{0,6} \left(1 - \frac{T_{wg}}{T_i} \right) & \text{для бака с переменным объёмом газовой} \\ \text{подушки.} \end{cases}$$

Отметим, что приход массы испаряющегося газа рассчитывается с учетом зависимости энергии испарения от давления в баке:

$$m_{gi} = \frac{d(\lambda_w S_{ws} (T_{0kp} - T_{gf}))}{d\tau} \left(\delta E_{fi} + \int_{T_{gf}}^{T_{VR}} C_V dT \right)^{-1}. \quad (24)$$

Здесь T_{gf} — температура сжиженного реагента;

T_{VR} — температура кипения жидкой фазы;

T_{wg} — температура стенки несущей оболочки контактирующей с жидкой фазой;

T_{0kp} — температура жидкой фазы в баке;

δE_{fi} — энергия фазового перехода.

Представленные соотношения (23), (24) определяют влияние условий теплообмена на давление и температуру рабочего тела в процессе наддува/дренажа газовой полости емкости для хранения компонентов. Для быстродействующих систем предположение об отсутствии теплообмена с окружающей средой вполне корректны, и влиянием условий теплообмена в период перемещения подвижного элемента можно пренебречь, то есть коэффициент $\Phi_Q = 0$.

Вторая составляющая коэффициента преобразования энергии ϕ_L определяется совершаемой работой по преодолению трения, гидравлического сопротивления и ускорение подвижных элементов. Сумму работ, совершаемых пневматической системой, запишем в следующем виде:

$$\sum_i^k d\delta L_i = p_e dW_j + \sum_i^k (F_i \cdot dr_i). \quad (25)$$

После дифференцирования соотношение (25), определяющее совершаемую системой работу, сведется к виду

$$\begin{aligned} \sum_i^k \frac{dL_i}{d\tau} &= p_e \frac{dW_j}{d\tau} + \sum_i^k \left(F_i \cdot \frac{dr_i}{\tau} \right) = \\ &= p_e \frac{dW_j}{d\tau} + \sum_i^k (F_i \cdot V_i). \end{aligned} \quad (26)$$

В соответствии с законом сохранения импульса, сумма сил, действующих на систему, равна изменению количества движения. Преобразуем уравнение закона сохранения импульса с учетом переменной массы жидкости, присоединенной, например, к вытеснительному поршню. В результате получим дифференциальное уравнение, известное как уравнение Мещерского:

$$\sum_{i=1}^k F_i = \frac{d(MV_f)}{d\tau} = V_f \frac{dM}{d\tau} + M \frac{dV_f}{d\tau}. \quad (27)$$

После умножения обеих частей уравнения (27) на V_f получим:

$$\sum_{i=1}^k (F_i \cdot V_f) = V_f^2 \frac{dM}{d\tau} + MV_f \frac{dV_f}{d\tau}. \quad (28)$$

Правая часть уравнения (28) представляет собой импульс сил сопротивления, действующих на систему, левая часть определяет изменение кинетической энергии подвижной массы в процессе разгона и перемещения.

Рассмотрим дифференциальное уравнение движения центра масс вытесняемой среды с учетом сил трения и гидродинамического сопротивления. Тогда, после соответствующей подстановки, уравнение сохранения импульса примет вид

$$M \frac{dV_f}{d\tau} = (p_1(\tau) - p_2(\tau))S_0 - F_{mp} - P_\mu - V_f \times m_f, \quad (29)$$

откуда в результате преобразования получим уравнение:

$$F_{mp} + P_\mu = F_0 - M \frac{dV_f}{d\tau} - V_f \times m_f, \quad (30)$$

где $F_0 = (p_1(\tau) - p_2(\tau))S_0$; $S_0 = \pi d_0^2 / 4$;

$m_f = \frac{dM}{d\tau}$ — секундно-массовый расход вытесняемой жидкости;

V_f — скорость течения жидкости в рассматриваемом сечении;

$F_0 = (p_1(\tau) - p_2(\tau))S_0$ — сила перемещения подвижного элемента от действующего перепада давления;

F_{mp} — сила трения;

$P_\mu = P_{\mu 1} + P_{\mu 2}$ — суммарная сила гидродинамического сопротивления;

$P_{\mu 1}$ — сила тормозного гидродинамического сопротивления;

$P_{\mu 2}$ — сила гидродинамического сопротивления трения и обтекания;

$$P_{\mu 1} = S_1 \rho \frac{V_{f0}^2}{2} \left(\frac{1}{\beta^2 \alpha} - 1 \right)^2;$$

$$\alpha = \begin{cases} 0,598 + 0,395\bar{d}^2 & 0,05 \leq \bar{d} \leq 0,55; \\ 0,63 + 0,37\bar{d}^2 & \bar{d} \geq 0,55. \end{cases}$$

Сила трения равна произведению коэффициента трения, контактного давления, площади контакта и давления среды:

$$F_{comp} = k_{mp} q_{y\delta} S_g p^\gamma,$$

где k_{mp} , γ — коэффициент трения и степени влияния давления, $\gamma = 0,8...1,25$;

$q_{y\delta}$ — контактное давление в зоне контакта; S_g — площадь контакта прокладки с неподвижной поверхностью.

Площадь контакта сопрягаемых поверхностей зависит от марки использованных материалов, чистоты обработки, наличия смазки. По результатам экспериментов коэффициент трения оснащенного резиновым уплотняющим кольцом поршня можно аппроксимировать полиномом 4-й степени от скорости перемещения:

$$\begin{aligned} k_{mp} &= 0,305 - 3,369 \cdot 10^{-3} V + 1,625 \cdot 10^{-3} V^2 + \\ &+ 1,4523 \cdot 10^{-6} V^3 + 0,427 \cdot 10^{-5} V^4. \end{aligned}$$

Следует отметить, что в общем случае произведение сил сопротивления движению на скорость перемещения преобразуется к общепринятому в классической термодинамике виду:

$$F_{comp} V = F_{comp} \frac{dL}{d\tau} = p_{comp} S \frac{dL}{d\tau} = p_{comp} \frac{dW}{d\tau}.$$

Преобразуем соотношение Φ_L , воспользовавшись результатами формализованной записи уравнения импульсов (30).

Тогда коэффициент преобразования доли энергии сжатого газа в работу примет вид

$$\Phi_L = \frac{1}{m_{g_i} RT_i} \left(-MV_f \frac{dV_f}{d\tau} - V_f^2 m_f + F_0 V_f + p_e \frac{dW_j}{d\tau} \right). \quad (31)$$

Или, например, для описания адиабатического процесса в гидроцилиндре, после формальных преобразований с учетом принятых упрощений коэффициент Φ запишется в виде уравнения

$$\Phi = \frac{1}{m_{g_i} RT_i} \left(-MV_f \frac{dV}{d\tau} + \frac{1}{2} V_f^2 \frac{dM}{d\tau} + P \times V_f \right).$$

Случай, когда $\frac{dW_i}{d\tau} \neq 0, \frac{d\delta L}{d\tau} = 0, m_j = 0, i = j = k$, определяет зависимости производных давления и температуры от времени для зоны сжатия под поршнем.

Для выполнения процедур численного моделирования полученную систему уравнений необходимо дополнить соотношениями для описания расхода сжатого газа и вытесняемой жидкости. Для вычисления расхода сжатого газа воспользуемся известными соотношениями:

$$m_{g_i} =$$

$$= \begin{cases} \mu p_i F(\tau) \sqrt{\frac{2k}{RT_i(k-1)} \left(\left(\frac{p_j}{p_i} \right)^{2/k} - \left(\frac{p_j}{p_i} \right)^{(k+1)/k} \right)} & \text{для } \frac{p_i}{p_j} \geq \beta(k); \\ \frac{\mu p_i F(\tau) B(k)}{\sqrt{RT_i}} & \text{для } \frac{p_j}{p_i} < \beta(k), \end{cases} \quad (32)$$

$$\text{где } \beta(k) = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad B(k) = \sqrt{k} \times \beta(k)^{\frac{k+1}{2k}}.$$

Динамику изменения проходных сечений основных агрегатов пневматических систем удобно аппроксимировать в виде функций от времени. Характерные графики изменения площадей проходных сечений различных агрегатов от времени включения (см. рис. 3,а) и давления (см. рис. 3,б,в) в относительных единицах использовались при численном моделировании рабочего процесса в пневмоприводе.

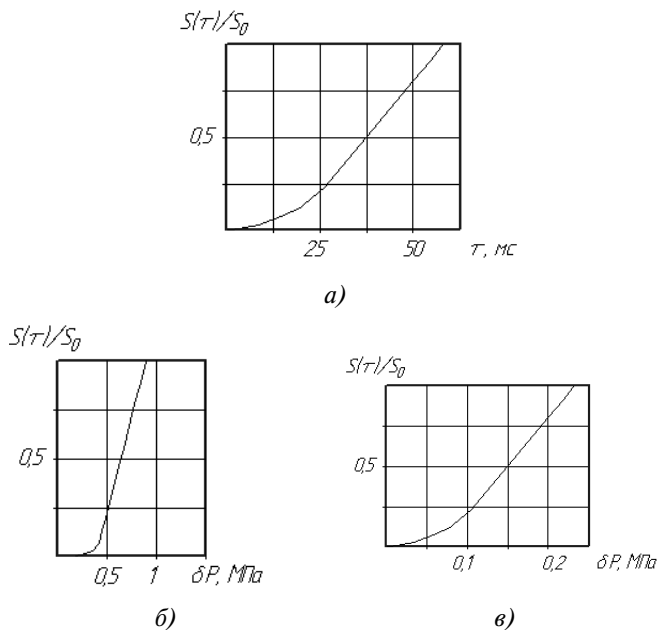


Рис. 3. Графики изменения площади проходного сечения для различных элементов пневматических систем:

а — нормально-закрытый электромагнитный пневматический клапан; б — пневматический редуктор давления; в — клапан предохранительный; δp — действующий перепад давления.

В случае использования, например, порохового аккумулятора давления удобно воспользоваться известной формулой для расчета массовой скорости газификации топливной смеси:

$$m_{g_i} = k_g \rho u_0 S_u p^\gamma,$$

где k_g — коэффициент полноты сгорания пороха; ρ, S_u, γ — плотность, поверхность горения и показатель в законе скорости горения.

Рассмотрим уравнения для расчета расхода вытесняемых жидкостей. В расчетах течения бингамовских жидкостей расход определяется уравнением Букингема, а для сред, подчиняющихся степенному реологическому закону Балкли—Гершеля, — соответствующими формулами. Потери напора при течении неньютоновских сред рассчитываются по формуле Дарси—Вейсбаха в зависимости от величины обобщенного критерия Рейнольдса [10, 11]. В пределах данной статьи ограничимся рассмотрением условий течения ньютоновской жидкости.

Секундный массовый расход ньютоновских жидкостей рассчитывается по соотношению

$$m_f(\tau) = \mu(\tau) S(\tau) \sqrt{2\rho_f \delta p}; \quad M_{inj} = \int_0^{\tau_{inj}} m_f(\tau) d\tau,$$

где $\mu(\tau)$ — коэффициент расхода;

$S(\tau)$ — площадь проходного сечения сопла;

M_{inj} — масса жидкости, инжектированной в

единичном цикле длительностью τ_{inj} .

В гидравлике, по определению, коэффициент расхода вычисляется по соотношению

$$\mu(\tau) = \varphi_c \left(\sqrt{1 + \sum_{i=1}^k \xi_i(\tau)} \right)^{-1}. \quad (33)$$

Для анализа течения сплошной среды, расчета действующего перепада давления и определения коэффициента расхода запишем уравнение Бернулли в одномерном нестационарном приближении:

$$\rho \frac{dV}{d\tau} + \frac{1}{2} \rho \frac{dV^2}{dx} + \frac{d\Delta p}{dx} = - \frac{dp}{dx}. \quad (34)$$

Проинтегрируем уравнение Бернулли вдоль оси абсцисс. В результате получим соотношение:

$$\delta p = \rho \int_0^L \frac{dV}{d\tau} dx + \frac{1}{2} \rho V^2 + \Delta p, \quad (35)$$

где Δp — сумма гидравлических потерь на трение и сопротивление в трубопроводе подачи.

Интеграл $\rho \int_0^L \frac{dV}{d\tau} dx$ — определяет инерционные

потери полного давления, возникающие в процессе ускорения или торможения жидкости. Причем в процессе резкого уменьшения секундно-массового расхода инжектируемой жидкости эта составляющая уравнения Бернулли позволяет вычислить величину ударного повышения давления без учета упругой деформации конструкции.

В соответствии с общепринятым квадратичным законом сумма гидравлических потерь давления в элементах конструкции трубопровода определяется уравнением:

$$\Delta p = \sum_{i=0}^k \left(\frac{1}{2} \lambda_i \frac{L_i}{d_i} \rho V^2 + \xi_i \times \frac{1}{2} \rho V^2 \right) \times K_{cm}, \quad (36)$$

где K_{cm} — коэффициент, учитывающий влияние эффектов стабилизации гидродинамического потока на суммарные гидравлические потери. Физический смысл введения коэффициента K_{cm} в учете

влияние входных участков на потери полного напора;

λ_i, ξ_i — коэффициенты сопротивления трения и местных потерь;

$$\lambda_i = \begin{cases} 64 / Re_i & \text{при } Re_i \leq 2300; \\ 0,316 / Re_i^{-0,25} & \text{при } Re_i > 2300. \end{cases}$$

Известно, что суммарные потери на анализируемом участке гидравлического тракта представляют собой алгебраическую сумму потерь на трение и потерь на распределенных местных гидравлических сопротивлениях. Основополагающим фактором использования арифметической или алгебраической суммы локальных потерь давления является условие стабилизации потока за местным сопротивлением. Экспериментально установлено, что вследствие интерференции местных сопротивлений значительно снижаются потери полного напора: до 60%. В качестве условий интерференции обычно используют понятие длины влияния, которая рас-

считывается по уравнению $L_{вн} = \frac{1}{2} D \frac{\xi}{\lambda}$. Однако спо-

собом достоверного учета факторов интерференции местных или распределенных гидравлических сопротивлений до настоящего времени остается физический эксперимент.

Поэтому в соответствии с рекомендациями [12] примем следующие условия:

$$K_{cm} = f(L/d) Re \begin{cases} 1,4 \text{ труба с острой} \\ \text{входной кромкой;} \\ 1,12 \dots 1,2 \text{ труба с плавным} \\ \text{входом.} \end{cases}$$

Длина участка стабилизации потока в общепринятой формулировке зависит от критерия Рейнольдса Re и вычисляется по формулам:

для труб с острой входной кромкой

$$L_{cm} = \begin{cases} 0,065 Re^{0,85}, & Re \leq 2300; \\ 7,38(\lg Re - 4,35), & Re > 2300; \end{cases}$$

для труб с плавным входом

$$L_{cm} = \begin{cases} 0,029 Re d, & Re \leq 2300; \\ 0,5 d \xi_u / \lambda_k, & Re > 2300. \end{cases}$$

Приведем соотношение (36) к единому диаметру, в качестве которого примем наибольший диаметр источника сплошной среды, например диа-

метр вытеснительного цилиндра. После преобразования уравнение для вычисления гидравлических потерь на стационарном режиме течения запишется в виде

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho V_f^2 \times \left(\lambda_0 \frac{L_0}{d_0} + \sum_{i=1}^k \left(\lambda_i \frac{L_i}{d_i} \left(\frac{d_0}{d_i} \right)^2 + \xi_i \left(\frac{d_0}{d_i} \right)^2 \right) \right) \times K_{cm}, \quad (37)$$

где $d_0, L_0(\tau, m_f), L_i$ — диаметр поршня и длина емкости для хранения реагентов.

Введем понятие характерной длины системы подачи жидкости:

$$L^* = L_0(\tau, m_f) + \sum_{i=1}^k L_i F_0 / F_i.$$

Тогда интегральное выражение для инерционной составляющей упростится, и соотношение (35) преобразуется к виду

$$\delta p = \rho \left(\frac{dV_f}{d\tau} \times L^* + \frac{1}{2} V_f^2 \left(\lambda_0 \frac{L_0}{d_0} + \sum_{i=1}^k \left(\lambda_i \frac{L_i}{d_i} \left(\frac{d_0}{d_i} \right)^2 + \xi_i \left(\frac{d_0}{d_i} \right)^2 \right) \right) \right) \times K_{cm}. \quad (38)$$

Таким образом, при малых длительностях подачи сплошной среды к совокупным потерям напора необходимо прибавить инерционные потери энергии на разгон жидкости. Тогда с учетом инерциальных потерь полного напора получим уравнение, описывающее зависимость изменения коэффициента расхода:

$$\mu(\tau) = \frac{\Phi_c}{\sqrt{1 + \xi_{\Sigma}(\tau)}}; \quad (39)$$

$$\xi_{\Sigma}(\tau) = \frac{\delta p}{\rho V_f^2} = \frac{2\rho}{\rho V_f^2} \left(\frac{dV}{d\tau} \times L^* + \frac{1}{2} V_f^2 \times \left(\lambda_0 \frac{L_0}{d_0} + \sum_{i=1}^k \left(\lambda_i \frac{L_i}{d_i} \left(\frac{d_0}{d_i} \right)^2 + \xi_i \left(\frac{d_0}{d_i} \right)^2 \right) \right) \right) \times K_{cm} \quad (40)$$

или

$$\xi_{\Sigma}(\tau) = \rho \frac{dV_f}{d\tau} \times L^* \frac{2}{\rho V_f^2} + K_{cm} \times \left(\lambda_0 \frac{L_0}{d_0} + \sum_{i=1}^k \left(\lambda_i \frac{L_i}{d_i} \left(\frac{d_0}{d_i} \right)^2 + \xi_i \left(\frac{d_0}{d_i} \right)^2 \right) \right), \quad (41)$$

поскольку

$$\xi_{cm\Sigma f}(\tau) = K_{cm} \left(\lambda_0 \frac{L_0}{d_0} + \sum_{i=1}^k \left(\lambda_i \frac{L_i}{d_i} \left(\frac{d_0}{d_i} \right)^2 + \xi_i \left(\frac{d_0}{d_i} \right)^2 \right) \right), \quad (42)$$

где $\xi_{cm\Sigma f}$ — суммарный коэффициент потерь полного напора на квазистационарном режиме течения жидкости.

Отсюда, с учетом (41), (42), уравнение для вычисления коэффициента расхода примет вид

$$\mu(\tau) = \frac{\Phi_c}{\sqrt{1 + \xi_{\Sigma}(\tau)}} = \Phi_c \left(\sqrt{1 + \frac{dV_f}{d\tau} \times L_0^* \frac{2}{V^2} + \xi_{cm\Sigma f}} \right)^{-1} = \mu_{cm\Sigma} \left(\sqrt{\frac{2\mu_{cm\Sigma}^2}{\Phi_c^2 V^2} \frac{dV_f}{d\tau} \times L_0^* + 1} \right)^{-1}, \quad (43)$$

где $\mu_{cm\Sigma} = \Phi_c \left(\sqrt{1 + \xi_{cm\Sigma f}} \right)^{-1}$ — коэффициент расхода на квазистационарном режиме течения.

Из уравнения (43) после очевидных преобразований получим уравнение для расчета относительного нестационарного коэффициента расхода:

$$\bar{\mu}(\tau) = \frac{\mu(\tau)}{\mu_{cm\Sigma}} = \left(\sqrt{\frac{2\mu_{cm\Sigma}^2}{\Phi_c^2 V^2} \frac{dV_f}{d\tau} \times L_0^* + 1} \right)^{-1}. \quad (44)$$

Характерная зависимость изменения относительного коэффициента расхода (44) от времени представлена на рис. 4. Анализ графика коэффициента относительного расхода показал, что его среднее значение в период импульсной инжекции жидкости значительно меньше величины, соответствующей стационарному режиму течения. При длительности инжекции компонента в импульсном режиме 3—10 мс инерциальные потери в несколько раз превышают потери полного напора на местных сопротивлениях. Понятно, что при увеличении характерной длины гидравлической системы стационарный режим истечения устанавливается за более длительный временной период. После ряда тривиальных преобразований легко показать, что с точностью до постоянной скорость истечения соответствует зависимости $\mu(\tau) : V(\tau) = \mu(\tau) \sqrt{\delta p(\tau) / \rho} \approx \text{const} \cdot \mu(\tau)$.

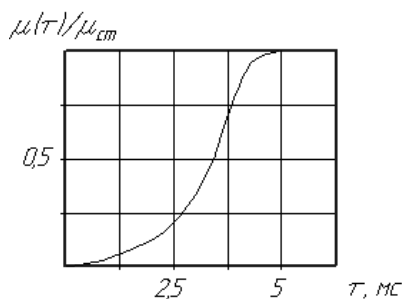


Рис. 4. График зависимости относительного коэффициента расхода от времени. Начальная масса жидкости 3 кг и $L_0^* = 1,2$ м

Отсюда следует, что в процессе инъекции жидкости из форсунки в результате инерционных потерь напора головной участок струи характеризуется относительно низкой скоростью, которая фактически определяется темпом развития течения. По мере развития течения и увеличения расхода жидкости скорость струи увеличивается и корневое сечение сталкивается с головным участком. При характерной длительности единичного импульса инъекции 3—8 мс динамическое взаимодействие различных участков струи приводит к ее взрывному распаду с мгновенным образованием ансамбля капель.

Этот эффект необходимо учитывать при выборе расчетных параметров режима переключения дозирующего гидроклапана и экспериментальной отработке импульсных двигателей коррекции, работающих на унитарных топливах с каталитическим разложением компонента.

На рис. 5 представлены графики зависимостей изменения давления в рабочих полостях пневматического привода, управляющего быстродействующим гидравлическим клапаном GF-100. В состав расчетного пневматического привода включен ресивер объемом 2 л. Рабочий ход перемещения поршня 30 мм. Свободный объем вытеснительной системы подачи жидкости 2 л, масса жидкости 3 кг. Характерная длина проточной части гидросистемы $L^* = 1,2$ м. На рис. 6 представлены графики изменения скорости поршня привода GF-100 в зависимости от его перемещения, от относительного начального объема поршневого пространства для рабочего хода 48 мм. Начальная масса жидкости 3 кг, характерная длина $L_0^* = 1,2$ м. Давление в вытеснительной камере 15 МПа. Из представленных на рис. 6 результатов следует, что при небольшом начальном объеме поршневого пространства наблюдается торможение, остановка и последующий «рычок» привода линейного перемещения. Для получения стабильного перемещения начальный объем поршневого пространства быстродействующего привода следует увеличивать до относительного значения не менее чем $W = 0,39$.

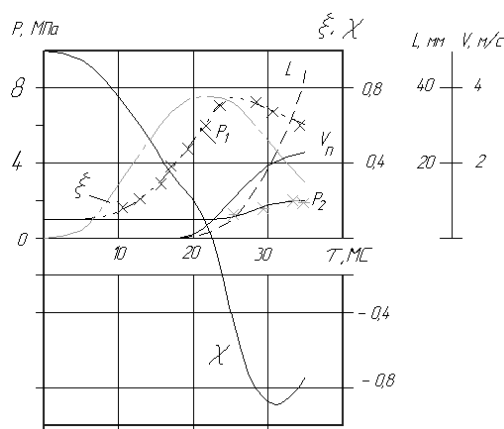


Рис. 5. Графики зависимости от времени основных параметров пневмопривода: p_1, p_2 — давление в рабочей полости и в сжимаемом объеме поршневого пространства соответственно; V, L — скорость и перемещение поршня соответственно

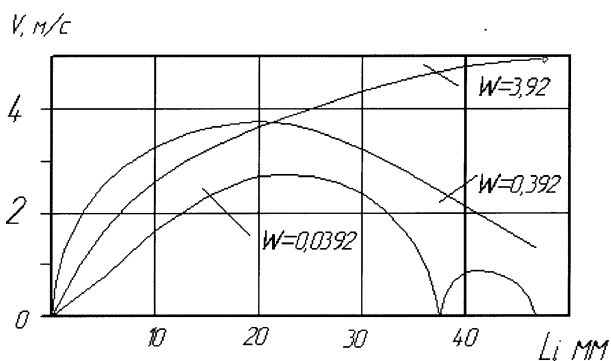


Рис. 6. Графики зависимости скорости движения V поршня от перемещения L_i

Серия экспериментов по определению массы жидкости, инжектированной в единичном цикле, проводилась при различных начальных давлениях в вытеснительном объеме гидроцилиндра GF-100 и камере управления пневмопривода.

В таблице приведены расчетно-экспериментальные результаты определения массы воды, инжектированной в единичном импульсе.

Сравнительный анализ представленных на рис. 6 графиков и данных таблицы подтверждает удовлетворительное согласование результатов численного расчета с экспериментом. Расчетные и экспериментальные значения величин давления в пневмоприводе и масс инжектированной жидкости согласуются с погрешностью, не превышающей 3%.

Таким образом, на основе уравнений балансов массы, энергии, импульса в термодинамическом нестационарном приближении разработана математическая модель и методика для расчета параметров пневмогидравлических систем с переменной массой рабочего тела.

Сравнительные результаты определения суммарной массы инжектированной жидкости в единичном цикле длительностью τ_{ing}

№ опыта	p_1 , МПа	p_2 , МПа	τ_{ing} , мс	M_{ing} , кг	
				Расчёт	Эксперимент
1	8,5	3,0	5	270	276
2	9,2	3,0	5	285	293
3	6,5	3,0	10	318	320
4	4,6	2,8	4,86	170	172
5	6,2	4,0	3,7	223	226

Выводы

1. Разработана математическая модель и сформулированы обобщенные дифференциальные уравнения для описания изменения во времени основных параметров рабочего тела переменной массы для различных типов пневматических систем.
2. Предложенная методика расчета давления и температуры рабочего тела в элементах конструкции пневмопривода удовлетворительно согласуется с экспериментом.

Библиографический список

1. Морозов И.И., Есин В.И. К определению показателя политропы процесса расширения газа в баллоне высокого давления // Инженерно-физический журнал. Т. VII. 1964. № 36. С. 108-113.
2. Мамонтов М.А. Основы термодинамики тела переменной массы. — Тула: Приокское книжное издательство, 1970.
3. Сычев В.В., Вассерман А.А., Козлов А.Д. и др. Термодинамические свойства воздуха. — М.: Издательство стандартов, 1978.
4. Сычев В.В. Сложные термодинамические системы. — М.: Энергоатомиздат, 1986.

5. Ульрих, Вирци, Нунн. Неустановившаяся теплоотдача в закрытом сосуде при наддуве газом // Труды Американского общества инженеров-механиков. 1969. Сер. С. Теплопередача. Т. 91. № 3.

6. Дрейцер Г.А., Калинин Э.К., Неверов А.С. Экспериментальное исследование нестационарного теплообмена в газовой полости замкнутого сосуда, частично заполненного жидкостью // Научные труды ВЗМИ. Т. 29. Гидравлика. Вып. 4 / Под ред. д-ра техн. наук, проф. А.Н. Ширшова. М.: Министерство высшего и среднего специального образования СССР, 1975. С. 140.

7. Козлов А.А., Чекрыжов С.Н., Игнатьев В.С. Исследование теплообмена при вдуве газа в емкость // Тепловые процессы в двигателях и энергоустановках летательных аппаратов: Межвузовский сборник / КАИ им. Туполева. Казань, 1984.

8. Минз (J. D. Means), Ульрих (R. D. Ulrich). Неустановившийся конвективный теплообмен при вдуве газа в емкости // Труды американского общества инженеров механиков. Сер. С. Теплопередача. 1975. Т. 97. № 2. С. 126—131.

9. Евенко В.И. Методика приближенного расчета изменений состояния газа, обусловленного процессами истечения // Известия вузов. Сер. Энергетика. 1963. № 5.

10. Гноевой Г.М., Климов Д.М., Чесноков В.М. Основы теории течений бингамовских сред. — М.: Физматлит, 2004.

11. Рабинович Е.З. Гидравлика. — М.: Недра, 1980.

12. Шапиро А.С., Сточек Н.П. Гидравлика жидкостных ракетных двигателей. — М.: Машиностроение, 1978.

Федеральная ассоциация «Двойные технологии»
Статья поступила в редакцию 06.11.2008