

На правах рукописи



Арутюнян Арон Маратович

**НЕСТАЦИОНАРНОЕ КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЖЕСТКОГО
ШТАМПА И УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА С ЗАГЛУБЛЕННЫМИ
ПОЛОСТЯМИ**

01.02.04 – «Механика деформируемого твёрдого тела»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2020

Работа выполнена в ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

Научный руководитель: Кандидат физико-математических наук, доцент
Федотенков Григорий Валерьевич

Официальные оппоненты: **Игумнов Леонид Александрович**
доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник НИИ механики
Нижегородского государственного университета
им. Н.И. Лобачевского,
заведующий кафедрой теоретической,
компьютерной и экспериментальной механики
Нижегородского государственного университета
им. Н.И. Лобачевского (ННГУ);

Хроматов Василий Ефимович
кандидат технических наук,
профессор, профессор кафедры «Робототехника,
мехатроника, динамика и прочность машин»
Национального исследовательского
университета "Московский энергетический
институт", (НИУ МЭИ), профессор.

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Саратовский государственный
технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Защита диссертации состоится «30» декабря 2020 г. в 14:00 (по местному времени) на заседании диссертационного совета Д 212.125.05, при ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4, МАИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» и на сайте https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=118658

Автореферат разослан

« ___ » _____ 20__ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д.212.125.05

Федотенков Григорий Валерьевич

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Многие важные практические задачи связаны с исследованием динамического контактного взаимодействия ограниченных тел с полуограниченными упругими областями сложного строения. Эти задачи определены, в том числе, проблемами сейсмостойкости и виброзащиты сооружений, расчетом уровня и характеристик воздействия на здания и сооружения техногенных колебаний, распространяющихся в грунте, сейсморазведки полезных ископаемых и др.

В грунтовом массиве часто присутствуют полости как естественного (например, карстовые полости), так и искусственного (различные коммуникации, тоннели метрополитена, заглубленные хранилища отходов и др.) происхождения. Поэтому существенным является вопрос о степени влияния подобных полостей на генерируемые с учётом их влияния волновые поля.

Проблемами исследования и контактного взаимодействия тел с полуограниченными областями сложного строения занимается узкий круг отечественных и зарубежных ученых. Решения задач о воздействии штампа на упругое полупространство в стационарной и нестационарной постановке без полостей известны. Несмотря на проведенные исследования, в настоящее время практически отсутствуют решения контактных задач о нестационарном воздействии ударников на упругое полупространство с заглубленными полостями произвольной геометрии и расположения.

Практическая значимость работы заключается в:

- использовании результатов проведенной работы в инженерной практике проектными и исследовательскими организациями при проектировании и расчете зданий и сооружений при воздействии техногенных колебаний, распространяющихся в грунте;

- возможности применения разработанного метода и алгоритма расчета нестационарного контактного взаимодействия жесткого штампа и упругого полупространства с заглубленными полостями при разработке нормативных документов в области строительных конструкций и оснований.

Личный вклад автора. Основные положения диссертации получены лично автором, либо при непосредственном его участии, что подтверждено публикациями.

На защиту выносятся: замкнутая математическая постановка плоских нестационарных контактных задач для абсолютно твёрдых ударников и упругого полупространства с заглубленными полостями, система разрешающих уравнений, метод и оригинальный алгоритм решения, результаты параметрического исследования процесса нестационарного контакта абсолютно твёрдого прямоугольного в плане штампа с полупространством, имеющим заглубленную полость.

Апробация результатов исследования. Все основные результаты работы были предметом докладов, обсуждений и дискуссий на российских и международных семинарах, конференциях и симпозиумах:

- Международный научный семинар «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы». Москва, 2016г-2018г.;

- Международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова – (2016г- 2020г.). Москва;

- Всероссийская конференция молодых ученых-механиков. 5-15 сентября 2017 г., Сочи, «Буревестник» МГУ. 2017г;

- X Всероссийская конференция по механике деформируемого твердого тела, 18-22 сентября 2017г., Самара, Самарский государственный университет, 2017;

- Проблемы безопасности на транспорте. VIII Международная научно-практическая конференция, посвященная Году науки – Гомель. 2017;

- Ломоносовские чтения. Научная конференция. Секция механики. Москва, (2017-2019г.);

- IV Международная научно-практическая конференция Гомель, 2018;

Целью работы является исследование контактного взаимодействия жестких тел с упругими полуограниченными областями, имеющим внутренние полости, включающее постановки и решения новых задач, а также практические расчеты, позволяющие оценить эффекты от влияния полостей произвольной геометрии и расположения на генерируемые в массиве с неоднородностью волновые поля.

Диссертационная работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 20-19-00217).

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность рассматриваемой темы диссертации и степень ее разработанности; определены научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы; приведены общая характеристика работы и основные положения, которые автор выносит на защиту.

В первой главе приводится подробный обзор современного состояния исследований, приведена постановка нестационарных контактных задач для абсолютно твердых ударников и упругого полупространства с полостями. Рассматриваются нестационарные задачи для однородного упругого полупространства $y \geq 0$, имеющего заглубленную полость, ограниченную гладкой кривой γ . Для описания движения полупространства используется прямоугольная декартова система координат. Приводится замкнутая постановка задачи, включающая уравнения движения упругого полупространства, условия контакта, начальные и граничные условия на границе полупространства и границе полости, строятся нестационарные объемные функции влияния для упругой плоскости.

Введем систему безразмерных величин (штрихом обозначены размерные параметры)

$$x = \frac{x'}{L}, \quad y = \frac{y'}{L}, \quad \tau = \frac{c_1 t}{L}, \quad u = \frac{u'}{L}, \quad w = \frac{w'}{L}, \quad F_i = \frac{F_i' L}{\lambda + 2\mu},$$

$$\eta = \frac{c_1}{c_2}, \quad c_1^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}, \quad c_2^2 = \frac{\mu}{\rho}, \quad \sigma_{ij} = \frac{\sigma_{ij}'}{\lambda + 2\mu}. \quad (1)$$

Здесь L – некоторый характерный размер, c_1 и c_2 – скорости распространения волн растяжения-сжатия и сдвига; $F_i, i=1,2$ – компоненты массовых сил; λ, μ и ρ – упругие постоянные Ламе и плотность среды; τ – безразмерное время, $\sigma_{ij}, i, j=1,2$ – компоненты тензора напряжений. Здесь и далее индекс «1» у величины соответствует координате x , а индекс «2» – координате y .

Далее все уравнения и соотношения будем записывать в безразмерном виде с учётом введённой системы безразмерных величин (1).

Движение упругой среды описывается уравнениями Ламе в индексной форме

$$\ddot{u}_k = (1 - \eta^{-2}) \frac{\partial \theta}{\partial x_k} + \eta^{-2} \Delta u_k + F_k(x, y, \tau), \quad k=1,2, \quad (2)$$

где $x_1 = x, x_2 = y; u_1 = u, u_2 = w$ – перемещения в направлении осей Ox и Oy ;

$\theta = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial u_k}{\partial x_k}, \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – двумерный оператор Лапласа. Здесь

и далее по повторяющимся латинским индексам проводится суммирование от 1 до 2. Точками здесь и далее обозначены производные по безразмерному времени τ .

Предполагаем, что в начальный момент времени $\tau=0$ полупространство находится в невозмущённом состоянии, что соответствует нулевым начальным условиям

$$u(x, z, 0) = \dot{u}(x, z, 0) = w(x, z, 0) = \dot{w}(x, z, 0) = 0. \quad (3)$$

На границе полупространства $y=0$ могут быть заданы следующие типы граничных условий.

1. Граничные условия в перемещениях:

$$u(x, 0, \tau) = U(x, \tau), \quad w(x, 0, \tau) = W(x, \tau), \quad (4)$$

где $U(x, \tau)$ и $W(x, \tau)$ – заданные функции, характеризующие касательные и нормальные перемещения границы полупространства.

2. Граничные условия в напряжениях:

$$\sigma_{xy}(x, 0, \tau) = p_1(x, \tau), \quad \sigma_{yy}(x, 0, \tau) = p_2(x, \tau), \quad (5)$$

где $p_1(x, \tau)$ и $p_2(x, \tau)$ – заданные функции, характеризующие касательные и нормальные напряжения на границе полупространства.

3. Смешанные граничные условия:

$$\begin{aligned} u(x, 0, \tau) = U(x, \tau), \quad w(x, 0, \tau) = W(x, \tau), \quad x \in \Gamma_u; \\ \sigma_{xy}(x, 0, \tau) = p_1(x, \tau), \quad \sigma_{yy}(x, 0, \tau) = p_2(x, \tau), \quad x \in \Gamma_\sigma, \end{aligned} \quad (6)$$

где Γ_u – часть границы $y = 0$, на которой заданы перемещения, а Γ_σ – часть границы $y = 0$, на которой заданы напряжения.

На бесконечности перемещения предполагаются ограниченными

$$u|_{r \rightarrow \infty} = O(1), \quad w|_{r \rightarrow \infty} = O(1), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (7)$$

На границе полости γ также возможно задание одного из трех типов граничных условий.

1. Граничные условия в перемещениях:

$$u_s|_\gamma = U_s(s, \tau), \quad u_n|_\gamma = U_n(s, \tau), \quad (8)$$

где $u_s = (\mathbf{u}, \mathbf{s}) = u_k v_k$ и $u_n = (\mathbf{u}, \mathbf{n}) = u_k n_k$ – проекции вектора перемещений на направление касательной и нормали к контуру γ ; \mathbf{n} , \mathbf{s} – единичные векторы внешней нормали и касательной к контуру γ . $U_s(s, \tau)$, $U_n(s, \tau)$ – заданные функции длины дуги кривой γ и времени, характеризующие касательные и нормальные перемещения на границе полости.

2. Граничные условия в напряжениях:

$$\sigma_s|_\gamma = p_s(s, \tau), \quad \sigma_n|_\gamma = p_n(s, \tau), \quad (9)$$

где σ_s и σ_n – касательные и нормальные напряжения на контуре γ ; $p_s(s, \tau)$ и $p_n(s, \tau)$ – функции длины дуги кривой γ и времени, характеризующие касательную и нормальную нагрузку на границе полости.

3. Смешанные граничные условия:

$$\begin{aligned} u_s|_{\gamma_u} &= U_s(s, \tau), \quad u_n|_{\gamma_u} = U_n(s, \tau), \\ \sigma_s|_{\gamma_\sigma} &= p_s(s, \tau), \quad \sigma_n|_{\gamma_\sigma} = p_n(s, \tau), \end{aligned} \quad (10)$$

где γ_u – часть границы полости, на которой заданы перемещения, а γ_σ – часть границы полости, на которой заданы нагрузки.

В случае контактного взаимодействия границы полупространства $y=0$ с абсолютно твёрдым прямоугольным в плане штампом, имеющим полуширину b (см. рисунок 1), в области контакта $x \in [-b, b]$ возможна реализация следующих условий контакта ($w_s = w_s(\tau)$ – осадка штампа, которая зависит от времени).

1. Условия свободного проскальзывания:

$$w|_{y=0} = w_s, \quad \sigma_{xy}|_{y=0} = 0, \quad \sigma_{yy}|_{y=0} < 0, \quad x \in [-b, b]. \quad (11)$$

2. Условия жесткого сцепления:

$$w|_{y=0} = w_s, \quad u|_{y=0} = 0, \quad \sigma_{yy}|_{y=0} < 0, \quad x \in [-b, b]. \quad (12)$$

3. Контакт с трением:

$$w|_{y=0} = w_s, \quad \sigma_{xy}|_{y=0} = k_T \sigma_{yy}|_{y=0}, \quad \sigma_{yy}|_{y=0} < 0, \quad x \in [-b, b], \quad (13)$$

где k_T – коэффициент трения.

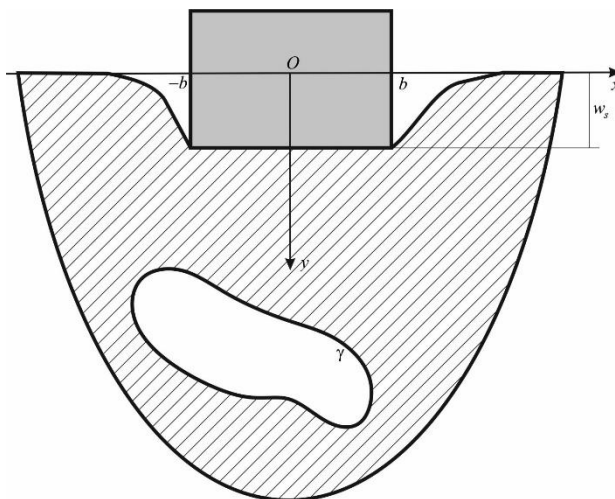


Рисунок 1 – Контактное взаимодействие границы полупространства $y=0$ с абсолютно твёрдым прямоугольным в плане штампом

Получены оригиналы искомым функций влияния для деформаций, перемещений и напряжений.

Во второй главе разрабатывается метод и алгоритм решения плоских нестационарных задач для областей произвольной геометрии, включающий теорему взаимности работ для двумерной нестационарной теории упругости:

$$\iint_D \mathbf{F}(\mathbf{u}) * \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{p}(\mathbf{u}) * \mathbf{v} ds = \iint_D \mathbf{F}(\mathbf{v}) * \mathbf{u} d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{p}(\mathbf{v}) * \mathbf{u} ds. \quad (14)$$

Полученное равенство носит название *теоремы взаимности (теоремы взаимности работ, теоремы Бетти) нестационарной теории упругости для двумерных областей*.

Формулы Соммильяны позволяют определить перемещения внутри области через заданные массовые силы, перемещения и усилия на границе области $\partial G = \Gamma$. В результате получено основное разрешающее граничное интегральное уравнение плоских нестационарных задач теории упругости:

$$\int_{\Gamma} \sigma_s' * u_s' + \sigma_n' * u_n' ds = \int_{\Gamma} \sigma_s' * u_s + \sigma_n' * u_n ds. \quad (15)$$

Где величины со штрихом и без штриха означают два каких-либо решения нестационарной начально-краевой задачи, а символом «*» обозначена свёртка по времени. Как правило одно из этих решений известно, а другое подлежит определению. При этом в каждой точке контура заданы касательное напряжение σ_s или касательное перемещение u_s и нормальное напряжение σ_n или нормальное перемещение u_n , т. е. две из четырех величин u_s , u_n , σ_s и σ_n известны заранее из граничных условий. Оставшиеся две величины должны быть найдены из решения задачи.

Для численного решения уравнения (15) применяется его дискретизация по времени, а контур Γ аппроксимируется с помощью M примыкающих друг к другу прямолинейных отрезков $\Gamma \approx \bigcup_{j=1}^M \gamma_j$.

В качестве пробных решений выбираются решения задач о воздействии сосредоточенных по координатам и времени нормальных P_s^i и касательных P_n^i

единичных усилий, приложенных к точкам ξ_i , которые являются серединами отрезков γ_i , $i = 1, 2, \dots, M$ извне области D , ограниченной контуром Γ . Решениями этих задач являются функции влияния для упругой плоскости.

В результате получен дискретный аналог интегрального уравнения (15), основанный на прямом методе граничных элементов.

В третьей главе рассматривается нестационарная контактная задача для упругого полупространства с заглубленной полостью эллиптической формы и абсолютно твёрдого призматического штампа (ударника) имеющего прямоугольное сечение в плане Oxy . Положение и геометрию полости характеризуют координаты центра O_1 , длины полуосей эллипса p_1 , p_2 и угол α_e наклона большей полуоси к оси Ox декартовой прямоугольной системы координат Oxy (рисунок 2). Подошва ударника имеет ширину равную $2b$. Центр масс штампа обозначен точкой O_2 .

Рассмотрим случай безотрывного контакта подошвы штампа, имеющей ширину $2b$, с поверхностью полупространства. В этом случае в пределах отрезка $x \in [-b, b]$ нормальные перемещения границы полупространства совпадают с перемещениями подошвы ударника $w_s(x, \tau)$:

$$w|_{y=0} = w_s(x, \tau), \quad x \in [-b, b]. \quad (16)$$

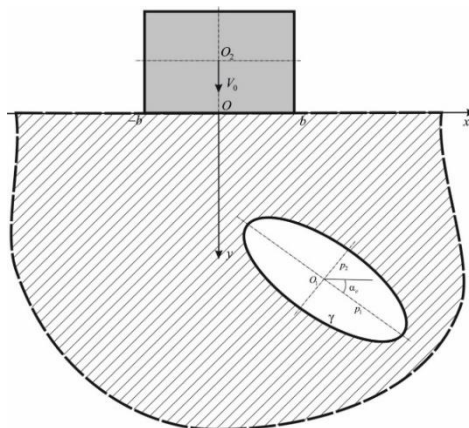


Рисунок 2 – Постановка нестационарной контактной задачи

Положим, что контакт между ударником и упругим полупространством происходит в условиях свободного проскальзывания. В этом случае приходим к следующим условиям на границе полупространства:

$$\begin{aligned} u_n|_{y=0} &= w_s(x, \tau), \quad x \in [-b, b]; \\ \sigma_s|_{y=0} &= 0, \quad x \in (-\infty, \infty); \\ \sigma_n|_{y=0} &= 0, \quad x \in (-\infty, b] \cup [b, \infty). \end{aligned} \quad (17)$$

Отметим, что в процессе контактного взаимодействия поверхность полупространства деформируется. Однако, в линейной постановке задачи граничные условия сносятся на недеформированную поверхность $y = 0$. Поэтому, полагая время взаимодействия малым, считаем, что граничные условия сохраняют вид (17) в течение всего времени процесса контактного взаимодействия.

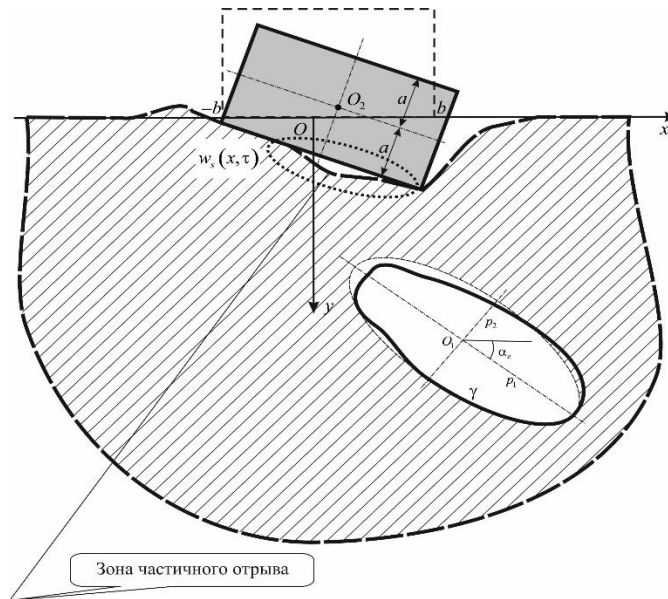


Рисунок 3 – Перемещения штампа и полупространства

Для определения перемещений подошвы штампа в постановку задачи необходимо привлечь уравнения поступательного движения ударника как абсолютно твёрдого тела, записанное в интегральной форме:

$$mw_p(\tau) = V_0\tau + \int_0^\tau \int_{-b}^b (\tau - t)\sigma_n(x, t) dx dt, \quad (18)$$

где w_p – перемещение центра масса штампа.

Кроме того штамп может совершать поворот вокруг своего центра масс, поэтому дополнительно необходимо привлечь также уравнение вращательного движения штампа вокруг точки O_2 .

Сформируем систему разрешающих уравнений нестационарной контактной задачи. В случае контакта в условиях свободного проскальзывания искомыми функциями являются тангенциальные перемещения u_s и нормальные напряжения σ_n под штампом, нормальные u_n и тангенциальные u_s перемещения вне штампа при $y=0$, а также нормальные и тангенциальные перемещения u_n и u_s на границе полости γ .

Основное разрешающее интегральное уравнение в соответствии с граничными условиями примет вид:

$$\int_{-b}^{-b} (\sigma_n * u'_n - \sigma'_s * u_s) dx - \int_{-\infty}^{-b} (\sigma'_s * u_s + \sigma'_n * u_n) dx - \int_b^{\infty} (\sigma'_s * u_s + \sigma'_n * u_n) dx - \int_{\gamma} (\sigma'_s * u_s + \sigma'_n * u_n) ds = \int_{-b}^{-b} \sigma'_n * w_s dx, \quad (19)$$

где в правой части под интегралами содержатся искомые функции.

Следующей сложностью при решении поставленных контактных задач является то обстоятельство, что контур Γ является неограниченным. Поскольку граничные условия ставятся на внутреннем контуре γ и на всей границе $y=0$, то вообще-то следовало бы всю ось Ox аппроксимировать бесконечной совокупностью граничных элементов (примыкающих друг к другу отрезков оси Ox). Однако, ввиду конечности скоростей распространения возмущений в упругой среде, нет необходимости разбивать всю ось Ox на граничные элементы. В разбиении достаточно учесть только те из элементов, до которых успевают пройти упругие волны в рассматриваемый момент времени. Максимальная безразмерная скорость возмущений в упругой среде равна 1 (скорость волн растяжения-сжатия). Поэтому, при заданном конечном значении времени расчёта T достаточно рассмотреть только отрезок $[-b-T, b+T]$ оси Ox , поскольку вне

этого отрезка напряжения и перемещения на поверхности полупространства $y = 0$ отсутствуют (рисунок 3, c_R – безразмерная скорость волн Рэлея):

$$u_s|_{y=0,|x|>b+T} = u_n|_{y=0,|x|>b+T} = \sigma_s|_{y=0,|x|>b+T} = \sigma_n|_{y=0,|x|>b+T} = 0. \quad (20)$$

Исходя из вышесказанного, в дальнейшем под контуром Γ будем понимать отрезок $[-b-T, b+T]$ оси Ox и контур полости γ .

Тогда в уравнении (19) все интегралы становятся определёнными и оно примет вид

$$\begin{aligned} & \int_{-b}^{-b-T} (\sigma_n * u'_n - \sigma'_s * u_s) dx - \int_{-b-T}^{-b} (\sigma'_s * u_s + \sigma'_n * u_n) dx - \\ & - \int_b^{b+T} (\sigma'_s * u_s + \sigma'_n * u_n) dx - \int_{\gamma} (\sigma'_s * u_s + \sigma'_n * u_n) ds = \int_{-b}^{-b-T} \sigma'_n * w_s dx. \end{aligned} \quad (21)$$

Уравнение (21) совместно с граничными условиями составляют замкнутую систему разрешающих уравнений нестационарной контактной задачи для абсолютно твёрдого ударника и упругого полупространства с полостью.

Для его решения используется алгоритм, основанный на прямом методе граничных элементов.

Отметим, что в процессе контактного взаимодействия возможен частичный отрыв граничных поверхностей ударника и полупространства в зоне контакта (рисунок 3). Для учёта этого эффекта разработан специальный алгоритм, описанный в соответствующем параграфе диссертации, с добавлением итерационного процесса уточнения области контакта с учётом деформируемости границы полупространства $y = 0$.

Пример расчета. Рассмотрим плоскую нестационарную контактную задачу о внедрении абсолютно жесткого ударника, имеющего прямоугольное в плане сечение размерами $b = 0.5$, $a = 0.25$, в полупространство с эллиптической полостью. Геометрия полости характеризуется полуосями, равными $p_1 = 0.25$, $p_2 = 0.125$ и углом $\alpha_e = \pi/4$ между большей полуосью и осью Ox глобальной декартовой системы координат Oxy . Центр полости расположен в точке

$O_1(0.5, 0.7)$. В качестве материала полупространства примем сталь, что соответствует значению $\eta = 1.87$. Положим, что начальная скорость движения ударника равна $V_0 = 0.1$. Время расчёта положим равным $T = 3$.

Результаты расчётов представлены на рисунках 4-12.

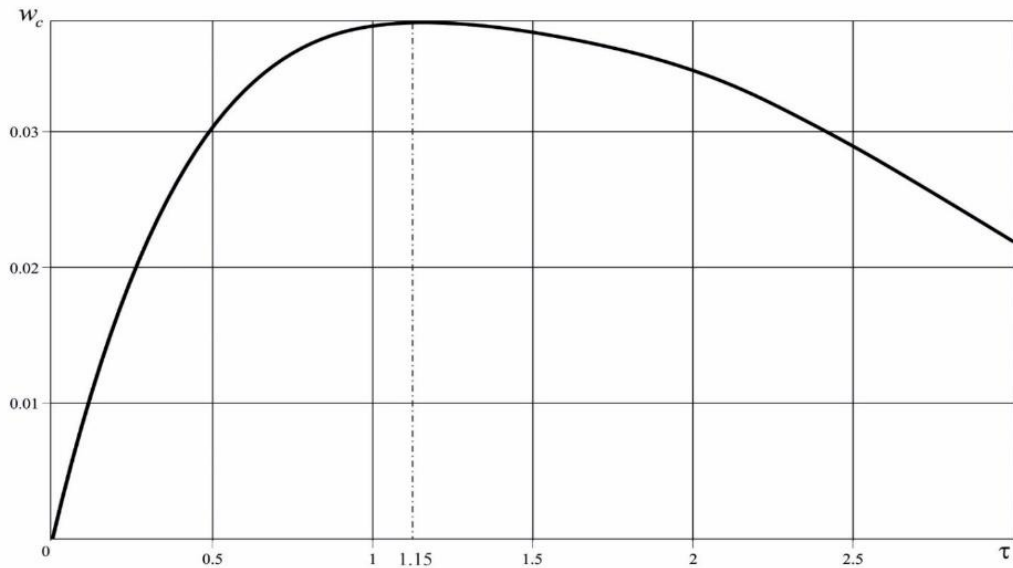


Рисунок 4 – Перемещение центра масс ударника

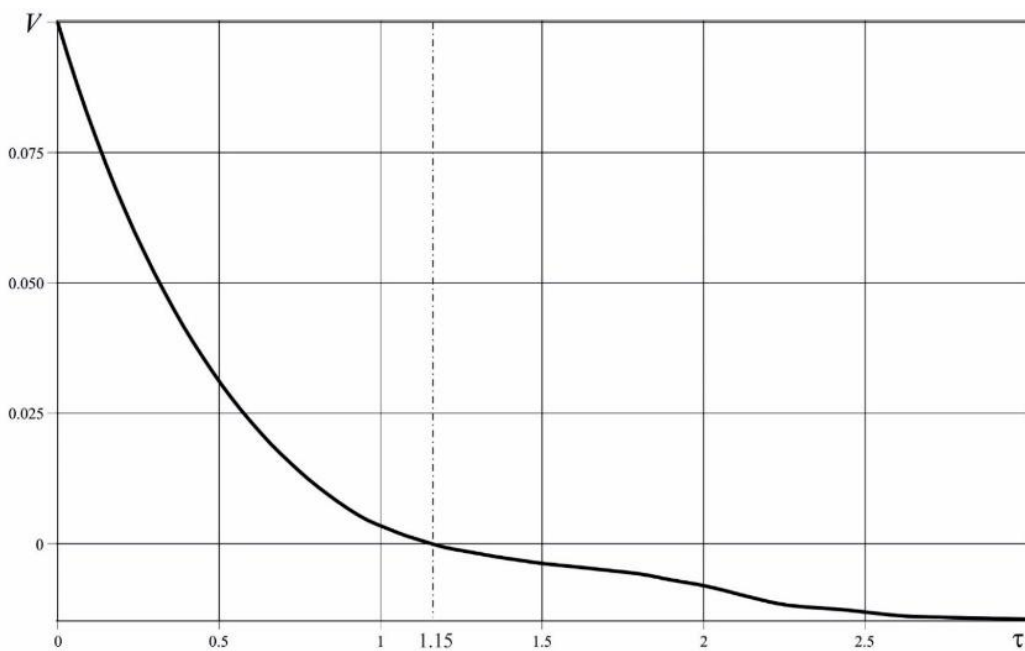


Рисунок 5 – Скорость центра масс ударника

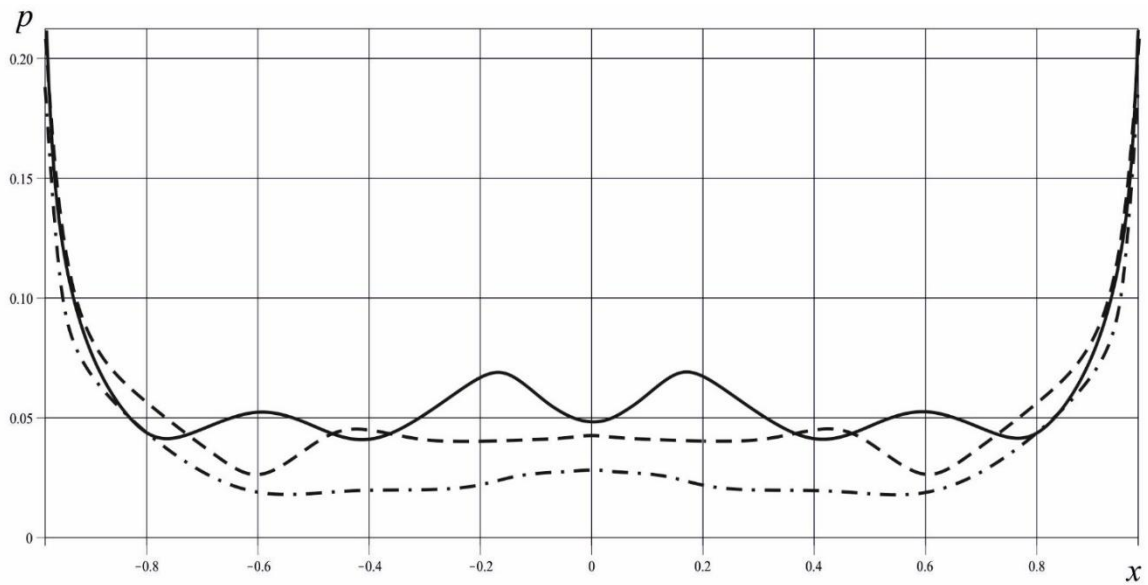


Рисунок 6 – Распределения контактных напряжений при $\tau = 0.2$ (сплошная кривая), $\tau = 0.4$ (штриховая кривая) и $\tau = 0.6$ (штрих-пунктирная кривая)

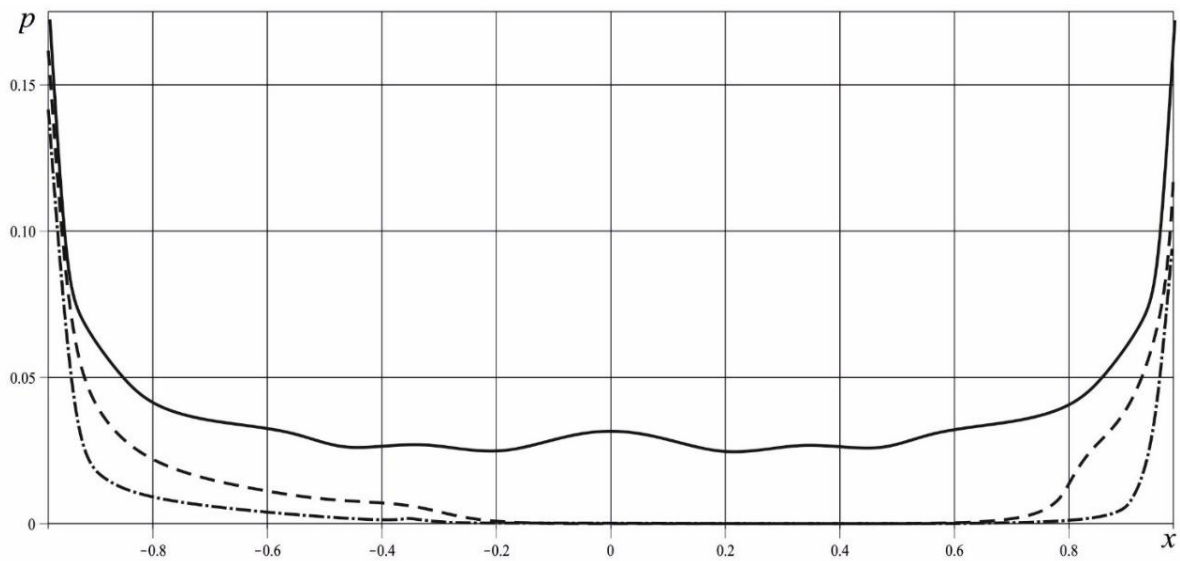


Рисунок 7 – Распределения контактных напряжений $\tau = 0.5$ (сплошная кривая), $\tau = 1$ (штриховая кривая) и $\tau = 1.5$ (штрих-пунктирная кривая)

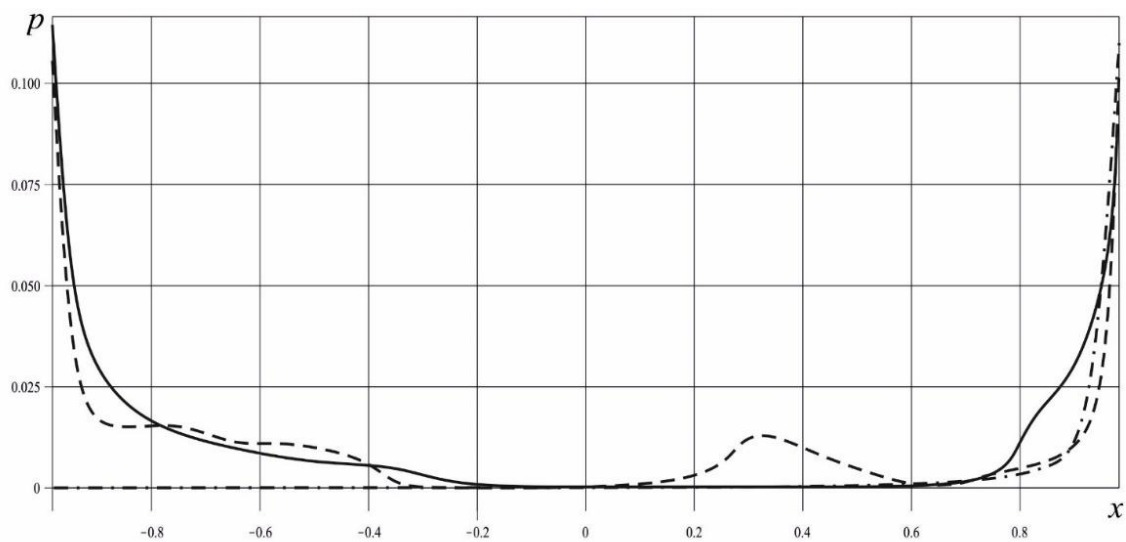


Рисунок 8 – Распределения контактных напряжений $\tau = 1$ (сплошная кривая), $\tau = 2$ (штриховая кривая) и $\tau = 3$ (штрих-пунктирная кривая)

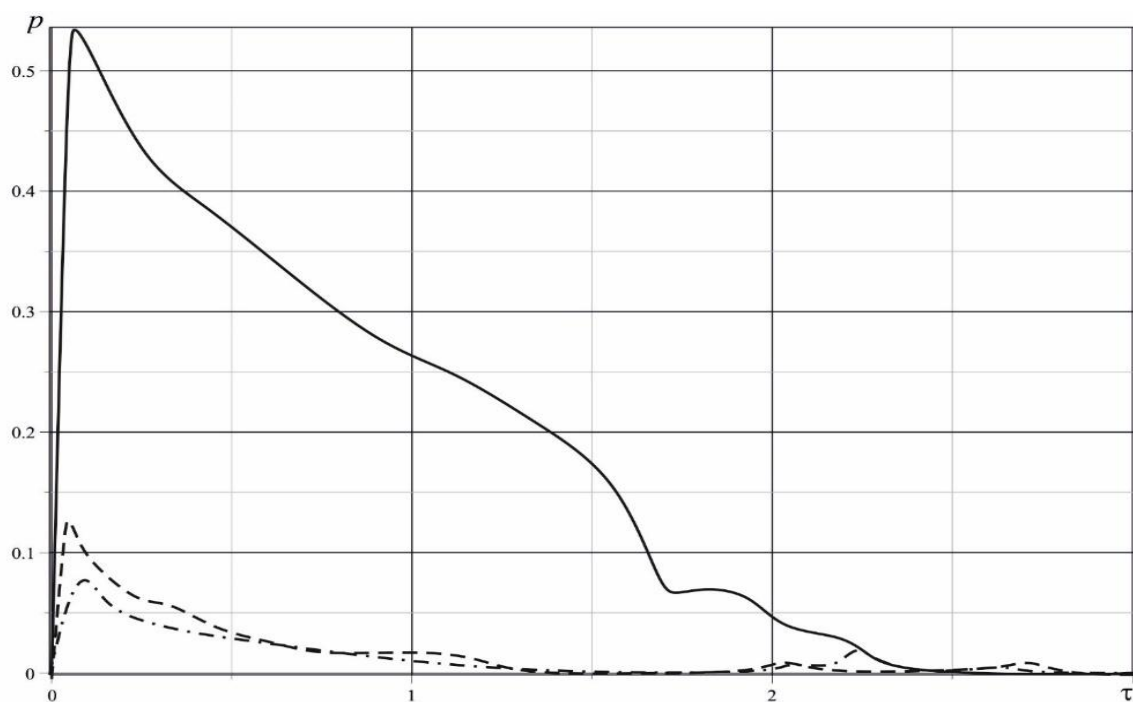


Рисунок 9 – Зависимость контактного давления в различных точках ($x = 0.95$ – сплошная кривая, $x = 0.25$ – штриховая, $x = 0$ – штрих-пунктирная)

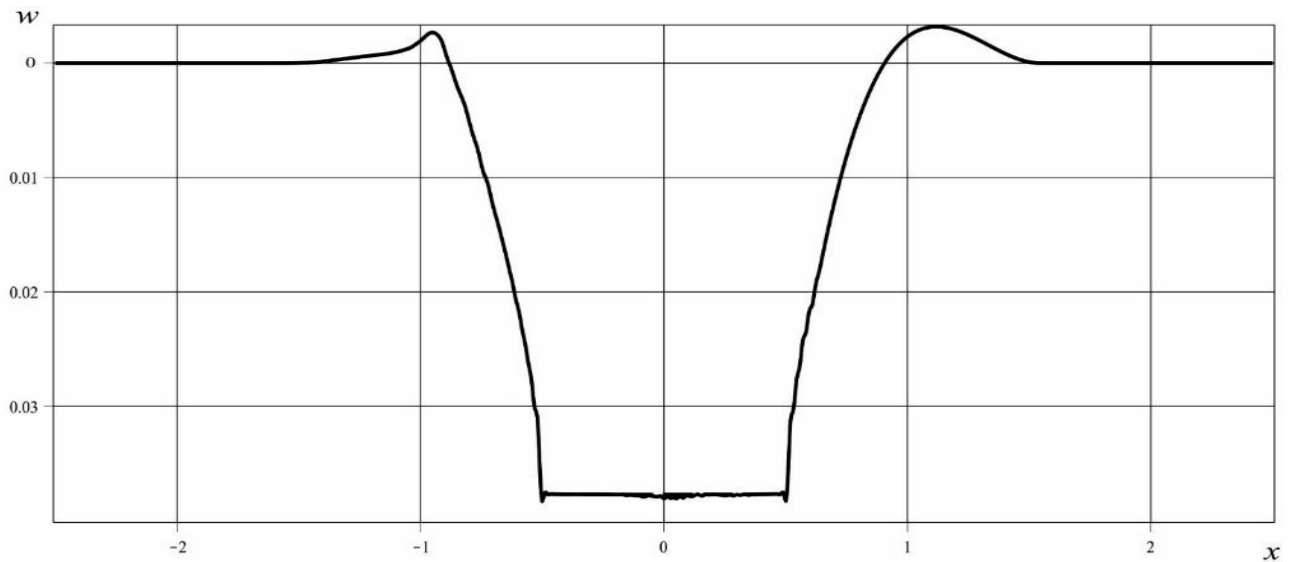


Рисунок 10 – Распределения нормальных перемещений границ полупространства и ударника в момент времени $\tau = 1$

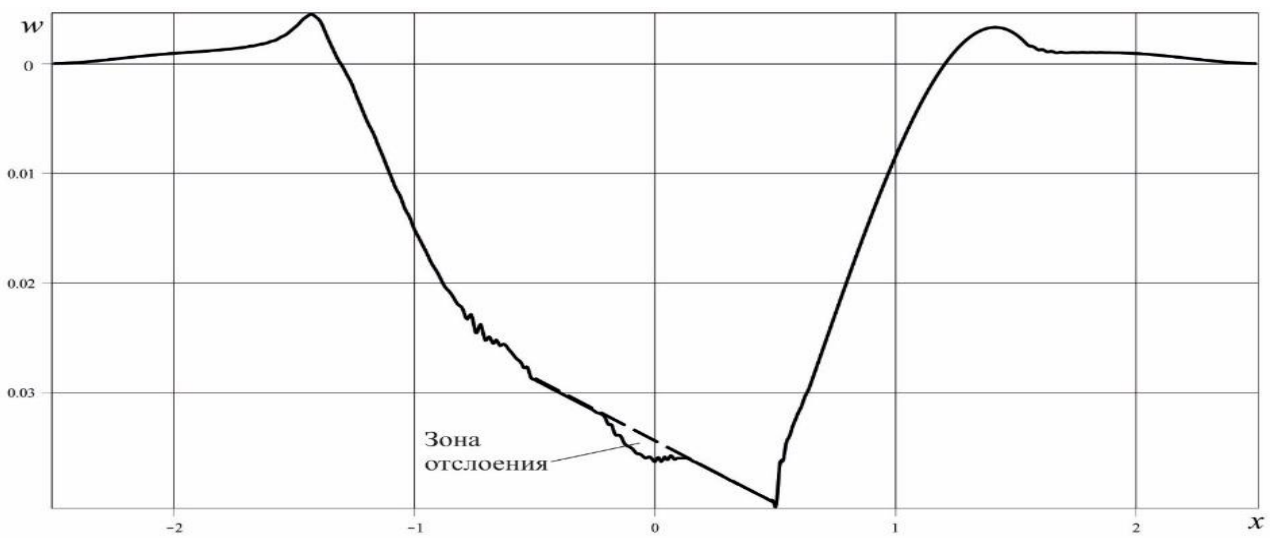


Рисунок 11 – Распределения нормальных перемещений границ полупространства и ударника в момент времени $\tau = 2$

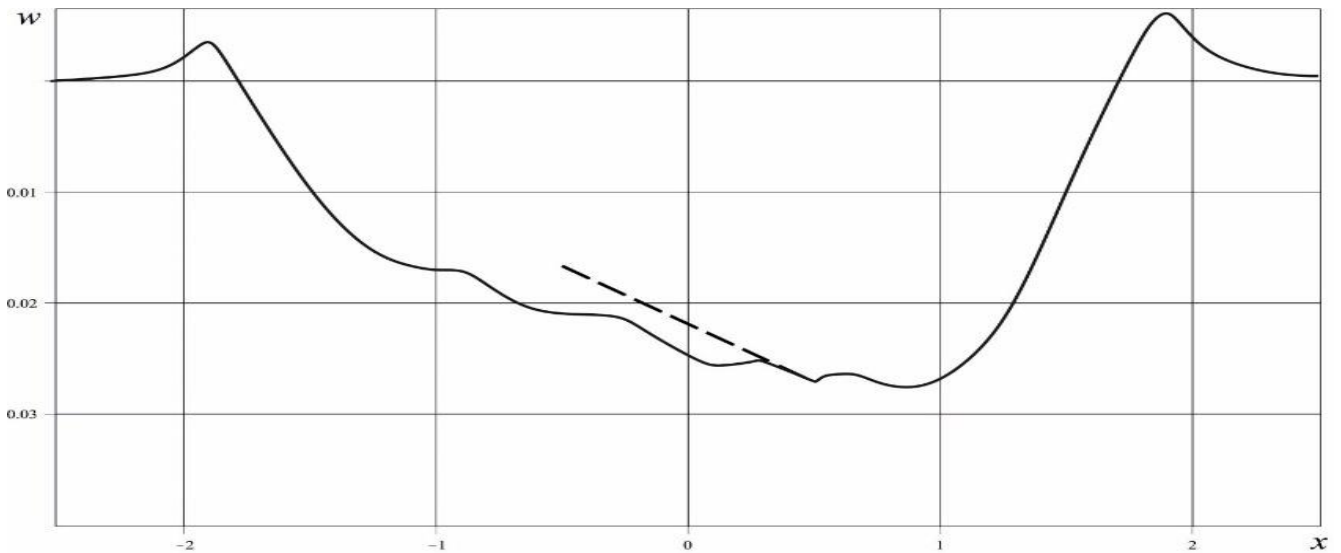


Рисунок 12 – Распределения нормальных перемещений границ полупространства (сплошная линия) и ударника (штриховая линия) в момент времени $\tau = 3$

Анализ результатов приводит к следующим выводам: влияние полости на процесс нестационарного контактного взаимодействия начинает сказываться с момента прихода отражённых волн от её границы. При этом существенно меняется характер нестационарного напряженно-деформированного состояния и перемещений. Ударник начинает поворачиваться за счёт «оседания среды» в направлении границы полости, напряжения и перемещения приобретают несимметричный характер относительно оси симметрии ударника (рис. 7, 8, 11, 12), начинают появляться и развиваться зоны отрыва подошвы ударника от поверхности полупространства (рис. 11, 12).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной диссертационной работе проведено исследование нестационарного контактного взаимодействия жесткого штампа и полупространства с заглубленными полостями произвольной геометрии и расположения. Основные результаты диссертационной работы:

1. Построена замкнутая математическая постановка плоских нестационарных контактных задач для абсолютно твёрдых ударников и упругого полупространства с заглубленными полостями.

2. С использованием динамической теоремы взаимности работ и функций влияния для упругой плоскости получена система разрешающих уравнений.
3. Разработан и реализован на ЭВМ оригинальный алгоритм решения, основанный на методе граничных интегралов с дополнительной итерационной процедурой, позволяющей учитывать частичный отрыв граничных поверхностей ударника и полупространства в области контакта.
4. Проведено параметрическое исследование процесса нестационарного контакта абсолютно твёрдого прямоугольного в плане штампа с полупространством, имеющим заглубленную полость.

Перспективами дальнейшей разработки темы на основании выполненных исследований в данной диссертационной работе могут являться исследования нестационарного контактного взаимодействия деформируемого штампа и вязкоупругого полупространства с заглубленными полостями произвольной геометрии, расположения, в том числе с учётом наличия в них заполнителя с различными свойствами.

Основные положения диссертационной работы содержатся в следующих публикациях:

Публикации в рецензируемых научных изданиях и журналах из перечня ВАК РФ.

1. Арутюнян А.М., Кузнецова Ел.Л., Федотенков Г.В. Плоская нестационарная контактная задача для абсолютно твердого штампа и упругого полупространства с полостью // Электронный журнал «Труды МАИ». 2020. Выпуск № 113. DOI: 10.34759/trd-2020-113-02.

Публикации в журналах, входящих в мировую базу данных научного цитирования Scopus.

2. Yulong LI, Arutiunian A.M., Kuznetsova El.L., Fedotenkov G.V. Method for solving plane unsteady contact problems for rigid stamp and elastic half-space with a cavity of arbitrary geometry and location // INCAS BULLETIN, 2020, Vol. 12, Special Issue, pp. 99-113, <https://doi.org/10.13111/2066-8201.2020.12.S.9>

Публикации в других изданиях и журналах

3. *Арутюнян А.М., Кузнецова Е.Л., Федотенков Г.В.* Плоская нестационарная задача о воздействии поверхностного давления на упругое полупространство с заглубленной цилиндрической полостью // Тезисы докладов IV Международного научного семинара «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы». 2016г., Москва – М.: Издательство ООО "ТР-принт", 2016. – С. 13-14.

4. *Арутюнян А.М., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В.* Воздействие нестационарного поверхностного давления на границу упругой полуплоскости с заглубленной полостью произвольной геометрии и расположения // Материалы XXII международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова – М., 2016., Т. 2. – С. 23-24.

5. *Арутюнян А.М., Кузнецова Е.Л., Федотенков Г.В.* Нестационарные упругие волны в полупространстве с заглубленной цилиндрической полостью // Тезисы докладов V Международного научного семинара «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы». 2016г., Москва – М.: Издательство ООО "ТР-принт", 2016. – С. 14-16.

6. *Арутюнян А.М., Кузнецова Е.Л., Федотенков Г.В.* Плоская нестационарная задача о распространении возмущений от заглубленной полости в упругом полупространстве // Материалы XXIII международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова – М., 2017., Т. 2. – С. 5-7.

7. *Арутюнян А.М., Федотенков Г.В.* Гранично-элементное моделирование распространения нестационарных упругих возмущений в полупространстве с полостью произвольной геометрии // Тезисы докладов Всероссийской конференции молодых ученых-механиков. 5-15 сентября 2017 г., Сочи, «Буревестник» МГУ. Издательство Московского Университета, 2017, С.28.

8. *Арутюнян А.М., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В.* Плоская нестационарная задача о распространении упругих волн в упругом полупространстве с полостью // *Материалы X Всероссийской конференции по механике деформируемого твердого тела, 18-22 сентября 2017г., Самара, Самарский государственный университет, 2017. Т. 1. – С. 50-52.*

9. *Арутюнян А.М., Кузнецова Е.Л., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В.* Исследование распространения нестационарных возмущений в полупространстве с заглубленной цилиндрической полостью методом прямых граничных интегралов // *Проблемы безопасности на транспорте. Материалы VIII Международной научно-практической конференции, посвященной Году науки – Гомель. 2017 г. Ч. 2. – С. 166.*

10. *Арутюнян А.М., Федотенков Г.В.* Исследование распространения нестационарных возмущений в полупространстве с заглубленной цилиндрической полостью методом граничных элементов // *Ломоносовские чтения. Научная конференция. Секция механики. 17–26 апреля 2017 года. Тезисы докладов. – М.: Издательство Московского университета, 2017. – С. – 24-25.*

11. *Арутюнян А.М., Кузнецова Е.Л., Федотенков Г.В.* Применение метода прямых граничных интегралов к исследованию распространения нестационарных возмущений в полупространстве с заглубленной цилиндрической полостью // *Тезисы докладов VI Международного научного семинара «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы». 2017г., Москва – М.: Издательство ООО "ТР-принт", 2017. – С. 12-13.*

12. *Арутюнян А.М., Кузнецова Е.Л., Федотенков Г.В.* Нестационарные контактные задачи для абсолютно твердых тел и полупространства с полостями // *Материалы XXIV международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова – М., 2018., Т. 2. – С. 12-14.*

13. *Арутюнян А.М., Кузнецова Е.Л., Федотенков Г.В.* Метод и алгоритм решения нестационарных задач для упругого полупространства с полостью

произвольной геометрии // Ломоносовские чтения. Научная конференция. Секция механики. 16–27 апреля 2018 года. Тезисы докладов. – М.: Издательство Московского университета, 2018. – С. – 24.

14. *Арутюнян А.М., Кузнецова Е.Л., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В.* Нестационарная контактная задача для прямоугольного в плане штампа и упругого полупространства с полостью // В сборнике Актуальные вопросы и перспективы развития транспортного и строительного комплексов: материалы IV Международная научно-практическая конференция: в 2 ч, место издания БелГУТ Гомель, 2018, том 2, тезисы, с. 112-114.

15. *Арутюнян А.М., Кузнецова Е.Л., Федотенков Г.В.* Метод и алгоритм исследования нестационарных возмущений, воздействующих на упругое полупространство // Тезисы докладов VII Международного научного семинара «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы». 2018г., Москва – М.: Издательство ООО "ТР-принт", 2018. – С. 9-10.

16. *Арутюнян А.М., Кузнецова Е.Л., Федотенков Г.В.* Плоская нестационарная задача для абсолютно твердого ударника и упругого полупространства // Материалы XXV международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова – Вятчи, 18 – 22 марта 2019 г., Т. 2. – С. 22-23.

17. *Арутюнян А.М., Кузнецова Е.Л., Федотенков Г.В.* Решение двумерных нестационарных контактных задач для упругого полупространства и абсолютно твердых ударников методом граничных интегральных уравнений // Ломоносовские чтения. Научная конференция. Секция механики. 15–25 апреля 2019 года. Тезисы докладов. – М.: Издательство Московского университета, 2019. – С. 201-202.

18. *Арутюнян А.М., Кузнецова Е.Л., Федотенков Г.В.* Начально-краевая задача для упругого полупространства с полостью // Материалы XXVI международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы

механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т. 2. – М.: ООО «ТРП», 2020 – С. 8-9.