

УДК 539.4

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТОРСИОННОГО АКТУАТОРА ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ ПРИ РАБОЧЕМ ХОДЕ В УСЛОВИЯХ СТЕСНЕННОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Саганов Е.Б.

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия
e-mail: saganoff@yandex.ru*

Работа посвящена теоретическому моделированию поведения торсионного актуатора с рабочим телом, выполненным из сплава с памятью формы (СПФ). Устройства такого типа весьма перспективны для использования в элементах механизации крыла, хвостового оперения, системах управления самолетов или ракет. Решена задача обратного мартенситного превращения в рабочем теле актуатора с упругим контртелом, а также в заневоленном состоянии для стержней сплошного круглого поперечного сечения из СПФ. Анализ выполнен в рамках нелинейной модели деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях в однократно связной постановке, с учетом возможности протекания структурного перехода. В ходе работы изучено влияние жесткости контртела на термомеханический отклик актуатора. Получены зависимости безразмерной крутки и крутящего момента от безразмерного параметра температуры, а также эпюры безразмерных напряжений для различных этапов нагрева стержня.

Ключевые слова: актуатор, сплавы с памятью формы, стержни, обратное мартенситное превращение, структурный переход, контртело.

Введение

Одним из наиболее перспективных направлений развития авиационно-космической техники является создание адаптивных конструкций [1] с использованием сплавов с памятью формы (СПФ) [2], способных изменять свои геометрические размеры или форму с целью обеспечения необходимых аэродинамических характеристик летательного аппарата (ЛА) на заданном режиме полета. Создание подобных конструкций невозможно без разработки активных элементов управления, принцип действия

которых основан на уникальных термомеханических свойствах СПФ, таких, как накопление деформаций прямого фазового превращения (ПФП), мартенситная неупругость, а также эффект памяти формы (ЭПФ) [3]. Среди отмеченных элементов управления наибольшее применение в авиационно-космической промышленности находят актуаторы из СПФ, работающие на кручение, позволяющие менять угол атаки аэродинамических поверхностей ЛА. Исследованию данных устройств посвящены работы [4–9]. Принцип действия торсион-

ного актуатора заключается в использовании ЭПФ при его рабочем ходе. Стрежень из СПФ предварительно закручивают в мартенситном состоянии или же переводят в данное фазовое состояние путем охлаждения через интервал температур ПФП под действием постоянного крутящего момента. Далее актуатор подвергается нагреву через интервал температур обратного фазового перехода (ОФП) и возвращается в недеформированное состояние, при этом производится полезная работа (в случае стесненного деформирования).

В данной работе рассматриваются случаи ОФП с контртелом, а также в заневоленном состоянии. Контртело представляет собой упругий стрежень, один конец которого зафиксирован, а другой соединен с актуатором из СПФ. Предполагается, что соединение контртела и актуатора осуществляется после упругой разгрузки последнего. В случае нагрева (рабочий ход) актуатора он вспоминает свое изначальное состояние и раскручивается, при этом деформируя упругое контртело. Потом, при охлаждении, стрежень из СПФ вновь закручивается в сторону первоначального деформирования, под воздействием со стороны контртела. Это воздействие тем сильнее, чем больше жесткость контртела на кручение. Данный механизм деформирования реализует конструктивный двойной эффект памяти формы.

В обеих постановках задачи при нагреве стрежень из СПФ испытывает стесненное деформирование, следствием которого является возникновение реактивных напряжений, влекущих за собой рост крутящего момента. Считается, что напряжения в рассматриваемых процессах достаточно малы, поэтому обычных пластических деформаций не происходит.

1. Система определяющих соотношений

Решение выполнено в предположении малости деформаций в рамках нелинейной модели деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях [10–14]. При этом предполагается аддитивное представление тензора деформаций (объемные и температурные деформации не рассматриваются):

$$\epsilon'_{ij} = \epsilon^e_{ij} + \epsilon^{phst'}_{ij},$$

где ϵ^e_{ij} — девиатор упругой деформации,

$$\epsilon^e_{ij} = \frac{\sigma'_{ij}}{2G(q)}, \quad \frac{1}{G(q)} = \frac{q}{G_M} + \frac{1-q}{G_A};$$

приращение девиатора неупругой фазово-структурной деформации:

$$d\epsilon^{phst'}_{ij} = d\epsilon^{ph}_{ij} + d\epsilon^{st}_{ij};$$

приращение девиатора фазовых деформаций при обратном превращении $dq < 0$:

$$d\epsilon^{ph}_{ij} = \omega^-_{ij} dq, \quad \omega^-_{ij} = \frac{\epsilon^{phst'}_{ij}}{q};$$

приращение структурных деформаций при обратном превращении $dq < 0$:

$$d\epsilon^{st}_{ij} = \frac{3}{2} \rho_d \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_i} q F'_2(\sigma_i) d\sigma_i \text{ при } d\sigma_i > 0 \text{ и } \sigma_i \geq \sigma_i^{\max},$$

иначе

$$d\epsilon^{st}_{ij} = 0.$$

Здесь q — параметр фазового состава (объемная доля мартенситной фазы); G_A, G_M — модули сдвига аустенитной и мартенситной фазы соответственно; σ'_{ij} — девиатор напряжений; $\epsilon_{ij}, \epsilon^e_{ij}, \epsilon^{phst}_{ij}$ — полная, упругая и фазово-структурная деформация; ρ_d — интенсивность кристаллографической деформации фазового превращения; $F_2(\sigma_i)$ — функция распределения интенсивности микронапряжений в мартенситном состоянии (штрих у функции F_2 обозначает производную).

Для определения параметра фазового состава используется блок уравнений:

$$q = \varphi(t_\sigma) = \frac{1}{2} (1 - \cos(\pi t_\sigma));$$

$$t_\sigma = 1 - \frac{A_s^\sigma - T}{A_s^0 - A_f};$$

$$A_s^\sigma = A_s^0 + \frac{\omega^-_{ij} \sigma'_{ij}}{\Delta S_0}.$$

Здесь T, A_s, A_f — температура и ее значения для начала и окончания обратного мартенситного превращения (верхний индекс 0 соответствует случаю отсутствия напряжений, σ — наличию напряжений); ΔS_0 — скачок объемной плотности энтропии

при переходе от мартенситного состояния к аустенитному для отсчетной температуры.

Задача кручения стержней из СПФ рассматривается в полярной системе координат, при этом принимаются обычные кинематические гипотезы [15], в том числе предположение об отсутствии депланации сечения. С учетом вышеизложенного, отличны от нуля будут только деформация сдвига и соответствующие им касательные напряжения:

$$\gamma_{z\varphi} = \theta r = \sqrt{3}\varepsilon_j;$$

$$\tau_{z\varphi} = \sigma_i / \sqrt{3}.$$

Крутящий момент вычисляется на основе следующего соотношения:

$$M = 2\pi \int_0^a \tau r^2 dr = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \int_0^a \sigma_i r^2 dr.$$

Здесь θ — крутка, угол закручивания на единицу длины; r — текущий радиус стержня; ε_j, σ_i — интенсивность деформаций и напряжений соответственно.

2. Обратный фазовый переход при стесненном деформировании

Решение задачи выполнено в рамках модели, изложенной в [10—14] в однократно связной постановке. Считается, что температура распределена по сечению рабочего тела актуатора равномерно и возрастает со временем заданным образом. Искомые величинами выступают напряжения, деформации, крутка, а также параметр фазового состава. Также определению подлежат координаты границ начала и окончания ОФП. При этом для случая ОФП с упругим контртелом и в заневоленном состоянии остаются правомерными уравнения для определения приращений параметра фазового состава (объемной доли мартенситной фазы), приращений напряжений по сечению стержня, границ начала и окончания ОФП, а также уравнение для вычисления полных деформаций системы, полученные ранее в [16].

Приращение параметра фазового состава:

$$dq = Sd\tau + BdT;$$

$$\beta = \frac{\pi\sqrt{q-q^2}}{2\Delta S_0(A_f^0 - A_s^0)};$$

$$B = -\beta\Delta S_0 = -\frac{\pi\sqrt{q-q^2}}{2(A_f^0 - A_s^0)};$$

$$S = \beta \left(\frac{1}{q} \gamma^{phst} + 3\rho_d \Psi_2(\sqrt{3}\tau) \right),$$

где Ψ_2 — распределение Вейбулла,

$$\Psi_2(\sigma_i) = \Phi_2(\sigma_i/\sigma_0) = \Phi_2(s) = 1 - \exp(-s^2).$$

Приращение напряжений:

для аустенитной части сечения

$$d\tau = G_A r d\theta;$$

для области ОФП

$$d\tau = \frac{rd\theta - DBdT}{F + DS},$$

где $D = \frac{\Delta G\tau}{G_A G_M} + \frac{\gamma^{phst}}{q}$; $F = \left(\frac{1}{G_M} + 3\rho_d q \Psi_2(\sqrt{3}\tau) \right)$;

для мартенситной части сечения

$$d\tau = \frac{rd\theta}{F}.$$

Температура, при которой в рассматриваемой точке сечения инициируется ОФП, определяется из следующего уравнения:

$$T = A_s^0 + \frac{\gamma^{phst}\tau}{q\Delta S_0}.$$

Уравнение для вычисления полных деформаций системы:

$$r\theta = \frac{\tau}{G(q)} + \gamma^{phst'}.$$

Предполагается, что стержень из СПФ и упругое контртело имеют идентичные геометрические параметры. Крутящий момент для контртела направлен в сторону, противоположную деформированию системы.

На случай ОФП с контртелом приращение крутящего момента для упругого контртела определяются на основе следующего соотношения:

$$dM = -\frac{\pi GR^4}{2} d\theta. \tag{1}$$

Для актуатора из СПФ:

$$dM = 2\pi \left\{ \left[\frac{G_a r_{00}^4}{4} + \int_{r_{00}}^{r_0} \frac{r^3}{F + DS} dr + \int_{r_0}^R \frac{r^3}{\frac{1}{G_M} + 3q\rho_d \Psi_2(\sqrt{3}\tau)} dr \right] d\theta - dT \int_{r_{00}}^{r_0} \frac{DBr^2}{F + DS} dr \right\}. \quad (2)$$

Приравнивая уравнения (1) и (2), получим уравнение, связывающее приращение крутящего момента с приращением крутки:

$$d\theta = \left\{ 4dT \int_{r_{00}}^{r_0} \frac{DBr^2}{F + DS} dr \right\} / \left\{ GR^4 + 4 \left(\frac{G_a r_{00}^4}{4} + \int_{r_{00}}^{r_0} \frac{r^3}{F + DS} dr + \int_{r_0}^R \frac{r^3}{1/G_M + 3q\rho_d \Psi_2(\sqrt{3}\tau)} dr \right) \right\}, \quad (3)$$

где G — модуль сдвига контртела.

Вводя обозначения:

$$I_1 = dT \int_{r_{00}}^{r_0} \frac{DBr^2}{F + DS} dr;$$

$$I_2 = \int_{r_{00}}^{r_0} \frac{r^3}{F + DS} dr;$$

$$I_3 = \int_{r_0}^R \frac{r^3}{1/G_M + 3q\rho_d \Psi_2(\sqrt{3}\tau)} dr,$$

получим

$$d\theta = \left\{ \frac{4I_1}{GR^4 + 4 \left(\frac{G_a r_{00}^4}{4} + I_2 + I_3 \right)} \right\}. \quad (4)$$

В случае ОФП в заневоленном состоянии уравнение (3) принимает вид

$$dM = 2\pi \left(-dT \int_{r_{00}}^{r_0} \frac{DBr^2}{F + DS} dr \right),$$

где r_0, r_{00} — координаты границы начала и окончания ОФП.

В качестве начальных условий выступают данные, полученные из решения задачи о ПФП для стрежня из СПФ под действием постоянного кру-

тящего момента и при последующей упругой разгрузке, в соответствии с теоремой Генки [17].

Общий алгоритм решения задач об ОФП изложен ранее в [16]. При этом используются следующие безразмерные переменные:

$$\xi = r/a; \quad \xi_0 = r_0/a; \quad \xi_{00} = r_{00}/a; \quad s = \sqrt{3}\tau/\sigma_0;$$

$$\mu = 2M/(\pi G_A a^3); \quad \delta S = (A_f^0 - A_s^0) \Delta S_0 \sigma_0^{-1};$$

$$t_0 = 1 - (A_s^0 - T)/(A_s^0 - A_f^0).$$

Ниже приведены результаты численного моделирования ОФП с упругим контртелом и в заневоленном состоянии (с учетом возможности протекания структурного перехода) для следующих значений безразмерных параметров материала:

$$\lambda = G_A/G_M = 3; \lambda_a = G_A/G = 1,16; \lambda_M = G/G_M = 2,57;$$

$$s_{0A} = \sigma_0/G_A = 0,0046; \quad s_{0M} = \sigma_0/G_M = 0,0139;$$

$$\delta S = 0,1288,$$

соответствующих СПФ типа равноатомного никелида титана.

Случай ОФП с контртелом. При данной постановке задачи граница начала ОФП первоначально расположена на нейтральной оси стрежня, так как в данной области отсутствуют напряжения. После начала нагрева граница начала ОФП резко достигает внешнего радиуса стрежня, при этом все сечение испытывает ОФП. Последующий нагрев приводит к изменению положения границы окончания ОФП. Этап движения границы окончания ОФП разбит на 10 равных участков, в соответствии с ее движением по сечению стрежня. Сечение стрежня разбито на 10 равных по длине интервалов, при достижении которых происходит запись промежуточных результатов. На рис. 1 представлены эпюры напряжений по сечению стрежня, соответствующие координате положения границы окончания ОФП в интервале от 20% до 100% относительно общей размерности сечения. При этом ОФП предшествовало ПФП под действием $\mu_0 = 0,0001$ и $\mu_0 = 0,0002$, а также упругая разгрузка актуатора из СПФ.

На основе рис. 1 можно заключить, что в процессе нагрева актуатора из СПФ большая часть сечения стрежня испытывает рост напряжений. Это диктует необходимость учета структурного перехода

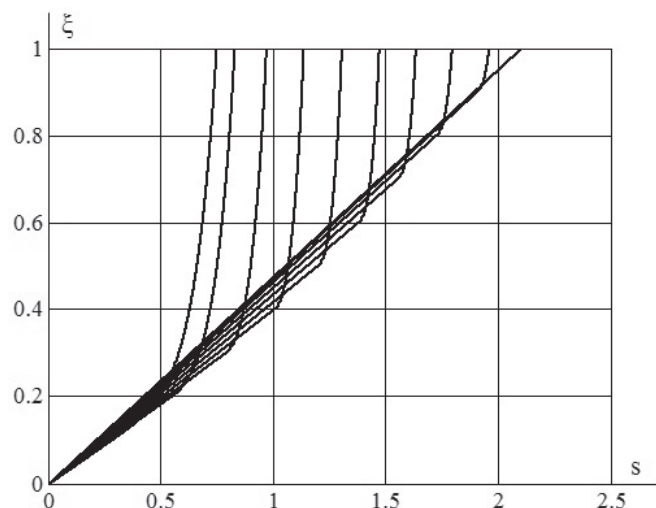


Рис. 1. Эпюры безразмерных напряжений по сечению актуатора для $\mu_0 = 0,0002$

при решении задач об ОФП в случае стесненного деформирования.

На рис. 2 приведены зависимости безразмерной крутки θ^1 от безразмерного параметра температуры t_0 .

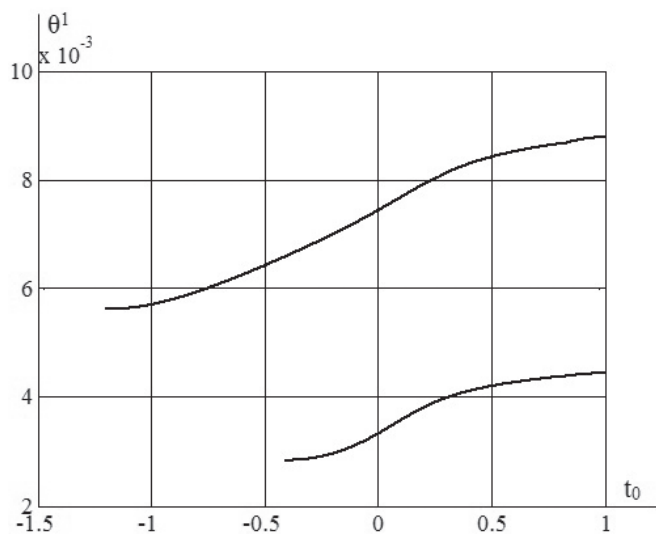


Рис. 2. Зависимость безразмерной крутки от безразмерного параметра температуры для $\mu_0 = 0,0001$ (нижняя кривая) и $\mu_0 = 0,0002$ (верхняя кривая)

Из рис. 2 видно, что по мере нагрева стрежня (уменьшение t_0) величина крутки падает. При этом на момент окончания ОФП крутка не снимается полностью, что обусловлено противодействием со стороны контртела. Данное противодействие вызывает в актуаторе из СПФ реактивные напряжения, что приводит к росту крутящего момента (рис. 3,

пунктирные линии; нижняя кривая соответствует $\mu_0 = 0,0001$, верхняя — $\mu_0 = 0,0002$).

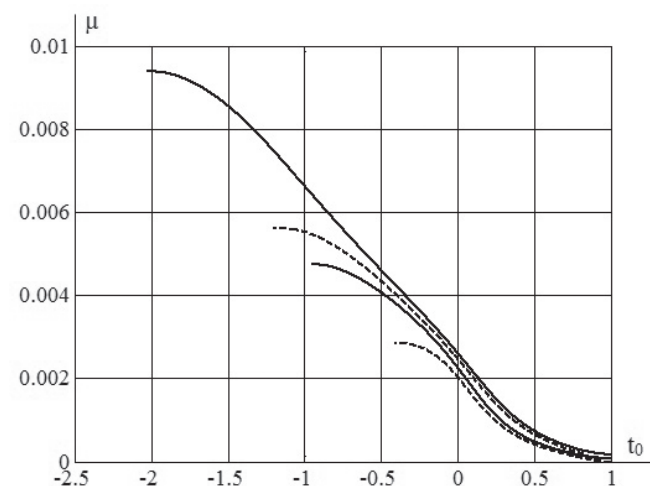


Рис. 3. Зависимость безразмерного крутящего момента от безразмерного параметра температуры для $\mu_0 = 0,0001$ — нижняя пара кривых, $\mu_0 = 0,0002$ — верхняя пара кривых. Сплошные линии — ОФП в заневоленном состоянии, пунктирные — ОФП с контртелом при $G/G_M = 2,57$

Рост μ является функцией жесткости контртела и крутящего момента, под действием которого протекал ПФП, и он тем больше, чем больше был крутящий момент и чем большую жесткость на кручение имеет контртело. Отмеченное положение подтверждается данными, приведенными в таблице (для $\mu_0 = 0,0002$). Здесь в первом столбце приведен безразмерный модуль сдвига контртела, а во втором μ на момент окончания ОФП.

G/G_m	μ
1	0,049
2,57	0,0056
3	0,0058
7,5	0,0068

Случай ОФП в заневоленном состоянии. В данном случае ОФП происходит при фиксации полных деформаций системы. В результате явления памяти формы фазовые деформации переходят в упругие, растут напряжения и крутящий момент.

На рис. 4 приведены эпюры напряжений для значения $\mu_0 = 0,0002$. Кривые соответствуют этапу движения границы окончания ОФП по аналогии со случаем ОФП с контртелом.

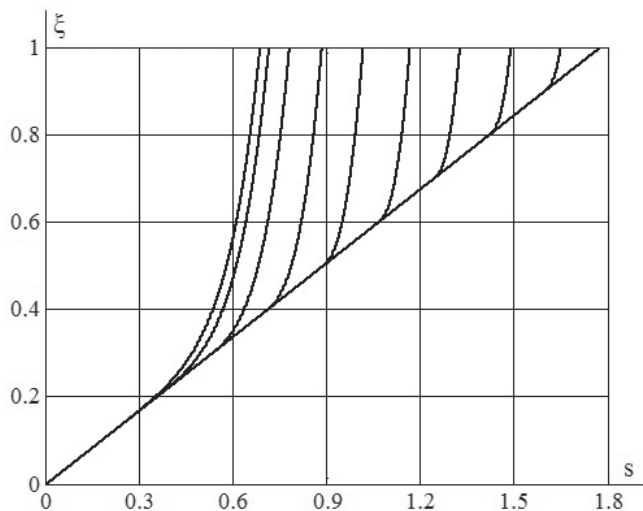


Рис. 4. Эпюры безразмерных напряжений по сечению актуатора для $\mu_0 = 0,0001$

Из рис. 4 видно, что все сечение стрежня в процессе нагрева испытывает рост напряжений. При этом максимальный уровень напряжений превышает аналогичную величину в случае ОФП с контртелом.

На рис. 3 приведены зависимости безразмерного крутящего момента μ от безразмерного параметра температуры t_0 (сплошные линии). Нижняя кривая соответствует $\mu_0 = 0,0001$, верхняя — $\mu_0 = 0,0002$.

Рост μ также обусловлен возникновением реактивных напряжений. При этом ОФП в заневоленном состоянии можно трактовать как ОФП с бесконечно жестким контртелом. Как следствие, значение μ на момент окончания ОФП превышает аналогичное значение в случае ОФП с упругим контртелом (рис. 3).

Выводы

Выполнено численное моделирование ОФП в торсионном актуаторе с рабочим телом из стрежня из СПФ с упругим контртелом и в заневоленном состоянии. Отмечена необходимость учета структурного перехода в случае стесненного деформирования при ОФП. Показано, что в случае ОФП с упругим контртелом на момент окончания ОФП деформации полностью не снимаются. При этом отмечается существенный рост крутящего момента за счет возникновения реактивных напряжений. Изучено влияние жесткости контртела на термомеханический отклик актуатора из СПФ. Установлено, что в случае ОФП в заневоленном состоянии при нагреве все сечение актуатора испытывает рост

напряжений. Отмечено, что в случае ОФП в заневоленном состоянии прирост крутящего момента больше, нежели в случае ОФП с упругим контртелом.

Библиографический список

1. Вяххи И.Э., Гончарук П.Д., Ивановкин М.А., Лаврухин Г.Н., Мовчан А.А., Семенов В.Н., Чевагин А.Ф. Технические решения для адаптивных авиационных конструкций с использованием сплавов с памятью формы // Ученые записки ЦАГИ. 2007. Т. XXXVIII. №3-4. С. 158-168.
2. Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. Эффект памяти формы. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. — 216 с.
3. Беляев С.П., Волков А.Е., Ермолаев В.А., Каменцева З.П., Кузьмин С.Л., Лихачев В.А., Мозгунов В.Ф., Разов А.И., Хайров Р.Ю. Материалы с эффектом памяти формы. Т.4. — СПб.: Изд-во НИИХ СПбГУ, 1998. — 268 с.
4. Paik J., Hawkes E., Wood R. A novel low-profile shape memory alloy torsional actuator // Smart Material and Structures. 2010. V. 19. №12, pp. 125014-125022.
5. Icardi U., Ferrero L. Preliminary study of an adaptive wing with shape memory alloy torsion actuators // Materials and Design. 2009. V. 30. №10. pp. 4200-4210.
6. Prahlad H., Chopra I. Modeling and experimental characterization of SMA torsional actuators // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. 2007. V. 18. № 1, pp. 19-28.
7. Andani M., Alipour A., Eshghinejad A. Modifying the torque-angle behavior of rotary shape memory alloy actuators through axial loading: A semi-analytical study of combined tension-torsion behavior // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. 2013. V. 24. № 12. pp. 1524-1535.
8. Takeda K., Tobushi H., Mitsu K., Nisimura Y., Miyamoto K. Torsional properties of TiNi shape memory alloy tape for rotary actuator // Journal of Materials Engineering and Performance. 2012. V. 21, № 12, pp. 2680-2683.
9. Мовчан А.А., Ньютон С., Семенов В.Н. Проектирование силовозбудителя крутящего момента из сплава с памятью формы // Труды ЦАГИ. 2004. В. 2664. С. 220-230.
10. Мовчан А.А., Мовчан И.А., Сильченко Л.Г. Микромеханическая модель нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях // Известия РАН. МТТ. 2010. №3. С. 118-130.
11. Мовчан А.А., Мовчан И.А., Сильченко Л.Г. Влияние структурного превращения и нелинейности процесса деформирования на устойчивость стержня из сплава с памятью формы // Известия РАН. МТТ. 2010. №6. С. 137-147.
12. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г., Сильченко Т.Л. Учет явления мартенситной неупругости при обратном фазовом превращении в сплавах с памятью формы // Известия РАН. МТТ. 2011. №2. С. 44-56.

13. Мовчан А.А., Казарина С.А., Мишустин И.В., Мовчан И.А. Термодинамическое обоснование модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях // Деформация и разрушение материалов. 2009. №8. С. 2-9.
14. Мишустин И.В., Мовчан А.А. Моделирование фазовых и структурных превращений в сплавах с памятью формы, происходящих под действием немонокотонно меняющихся напряжений // Известия РАН. МТТ. 2014. №1. С. 37-53.
15. Арутюнян Н.Х., Абрамян Б.Л. Кручение упругих тел. — М.: Физматгиз, 1963. — 686 с.
16. Саганов Е.Б. Решение задачи об обратном мартенситном переходе в стержне из сплава с памятью формы, находящемся под действием постоянного крутящего момента // Механика композиционных материалов и конструкций. 2014. Т. 20. №3. С. 454-468.
17. Биргер И.А. Остаточные напряжения. — М.: Машгиз, 1963. — 232 с.

ANALYSIS OF THE STRESS-STRAIN STATE OF THE TORSION ACTUATOR MADE OF SHAPE MEMORY ALLOY AT THE OPERATING CONDITIONS IN THE COURSE OF THE CONSTRAINED DEFORMATION

Saganov E.B.

*Moscow Aviation Institute (National Research University),
MAI, 4, Volokolamskoe shosse, Moscow, A-80, GSP-3, 125993, Russia
e-mail: saganoff@yandex.ru*

Abstract

The work is devoted to the theoretical modeling of the behavior of the torsional actuator with a working body made of shape memory alloy (SMA). Devices of this type are very promising for the use in the elements of mechanization of the wing, empennage, aircraft or missile control systems.

In the frame of this work the problem of reverse martensitic transformation in the working body of the actuator with elastic counter-body, and fix condition for rods with solid circular cross-section made from SMA was solved. In both formulations of the problem with the heating rod made from SMA feels constrained deformation, the consequence of which is emergence of reactive stresses, which lead to an increase in torque.

The analysis is performed in the framework of the non-linear model of straining of SMA in phase and structure transition in coupled formulation with the possibility of occurrence of the structural transition. It is believed that stresses in this process are small enough, so that plastic deformation not occurs. The influence of the stiffness of the counter-body on the thermomechanical response of the actuator is studied. The dependences of the dimensionless twist and torque from the dimensionless parameter of temperature, as well as diagrams of dimensionless stress for different stages of the heating rod are obtained.

In this work it is established that in the process of heating the SMA actuator the bigger part of the cross-section rod is experiencing an increase in stresses. This requires to take into account the structural transition in solving problems of Reverse Phase Transformation (RPT) in the case of constrained deformation. The increase in the torque is a function of the stiffness of the counter-body and the torque, which active in case of Direct Phase transformation, and then the higher the torque then the greater the torsional stiffness has a counter-body. In the case of the RPT with fixed total deformations the phase deformations have transformed into an elastic deformation. This causes an increase in stress and torque. The maximum level of stress and torque at the end of the RPT is higher than the similar values for RPT with counter-body.

Keywords: actuator, shape memory alloys, rods, reverse martensitic transformation, structure transition, counter-body.

References

1. Vyakhkhi I.E., Goncharuk P.D., Ivan'kin M.A., Lavrukhin G.N., Movchan A.A., Semenov V.N., Chevagin A.F. *Uchenye zapisi TSAGI*, 2007, vol. XXXVIII, no. 3-4, pp. 158-168.

2. Likhachev V.A., Kuz'min S.L., Kamentseva Z.P. *Effekt pamyati formy* (Shape memory effect), Leningrad, Izdatel'stvo Leningradskogo Universiteta, 1987, 216 p.
3. Belyaev S.P., Volkov A.E., Ermolaev V.A., Kamentseva Z.P., Kuz'min S.L., Likhachev V.A., Mozgunov V.F., Razov A.I., Khairov R.Y. *Materialy s efektom pamyati formy* (Shape memory materials), Sankt-Peterburg, Izdatel'stvo NIIKh SPbGU, 1998, vol. 4, 268 p.
4. Paik J., Hawkes E., Wood R. A novel low-profile shape memory alloy torsional actuator, *Smart Material and Structures*, 2010, vol. 19, no. 12, pp. 125014-125022.
5. Icardi U., Ferrero L. Preliminary study of an adaptive wing with shape memory alloy torsion actuators, *Materials and Design*, 2009, vol. 30, no. 10, pp. 4200-4210.
6. Prahald H., Chopra I. Modeling and experimental characterization of SMA torsional actuators, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2007, vol. 18, no. 1, pp. 19-28.
7. Andani M., Alipour A., Eshghinejad A. Modifying the torque-angle behavior of rotary shape memory alloy actuators through axial loading: A semi-analytical study of combined tension-torsion behavior, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2013, vol. 24, no. 12, pp. 1524-1535.
8. Takeda K., Tobushi H., Mitsu K., Nisimura Y., Miyamoto K. Torsional properties of TiNi shape memory alloy tape for rotary actuator, *Journal of Materials Engineering and Performance*, 2012, vol. 21, no. 12, pp. 2680-2683.
9. Movchan A.A., N'yunt S., Semenov V.N. *Trudy TSAGI*, 2004, no. 2664. pp. 220-230.
10. Movchan A.A., Movchan I.A., Sil'chenko L.G. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*, 2010, no. 3, pp.118-130.
11. Movchan A.A., Movchan I.A., Sil'chenko L.G. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*, 2010, no. 6, pp. 137-147.
12. Movchan A.A., Sil'chenko L.G., Sil'chenko T.L. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*, 2011, no. 2, pp. 44-56.
13. Movchan A.A., Kazarina S.A., Mishustin I.V., Movchan I.A. *Deformatsiya i razrushenie materialov*, 2009, no. 8, pp. 2-9.
14. Mishustin I.V., Movchan A.A. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*, 2014, no. 1, pp. 37-53.
15. Arutyunyan N.K., Abramyan B.L. *Kruchenie uprugikh tel* (Torsion elastic bodies), Moscow, Fizmatgiz, 1963, 686 p.
16. Saganov E.B. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 2014, vol. 20, no. 3, pp. 454-468.
17. Birger I. A. *Ostatochnye napryazheniya* (Residual stresses), Moscow, Mashgiz, 1963, 232 p.