

## **Рациональная анализирующая функция для точного определения параметров электростатического сигнала**

**Скрябин Ю.М.\*, Потехин Д.С.\*\***

*Российский технологический университет МИРЭА,*

*просп. Вернадского, 78, Москва, 119454, Россия*

*\*e-mail: [meh-record@yandex.ru](mailto:meh-record@yandex.ru)*

*\*\*e-mail: [msyst@msyst.ru](mailto:msyst@msyst.ru)*

*Статья поступила 04.06.2021*

### **Аннотация**

В статье оценивается возможность использования рациональной ортогональной анализирующей функции для обработки электростатических сигналов, получаемых системой электростатической локации летательных аппаратов. Приведен алгоритм нахождения коэффициентов анализирующей функции для обеспечения точного определения параметров электростатического сигнала. Проведен анализ время-частотного распределения сигнала, получаемого при его свертке с найденной функцией. На основе данного распределения предложен алгоритм определения параметров электростатического сигнала. Оценена помехоустойчивость данного метода по сравнению с вейвлет анализом на основе функции Морле, общепринятой в спектральной обработке электростатических сигналов.

**Ключевые слова:** обнаружение БПЛА, электростатический мониторинг, электростатический сигнал, время-частотное распределение.

### **Введение**

Радиолокационным станциям (РЛС) при обнаружении беспилотных летательных аппаратов приходится сталкиваться с различными проблемами, связанными с тем, что данные объекты обладают малой эффективной площадью рассеяния радиоволн, могут летать на низкой высоте, на которой становятся сильны отражения радиоволн от подстилающей поверхности. К тому же вблизи гражданских построек необходимо соблюдать экологические нормы по электромагнитному излучению [1]. Один из возможных путей, которым можно повысить вероятность обнаружения беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) это совмещение РЛС с системами детектирования на ином физическом или техническом принципе работы.

Одна из альтернативных возможностей обнаружить БПЛА заключается в измерении скорости изменения электростатического поля в нескольких точках на земной поверхности. Принципиальная возможность этого и связь параметров электростатических сигналов с движением БПЛА подробно рассматривалась в [2]. Кроме того, методика уточнения параметров полета БПЛА при наблюдении за ним с нескольких локационных систем проработана в работах [3] и [4].

В настоящей работе акцент сделан на уменьшении возможной погрешности, связанной с неточностью помехоустойчивых методов определения параметров электростатического сигнала. В англоязычной литературе исследования в области

технологии электростатического мониторинга проводятся главным образом применительно к поиску неисправностей в газотурбинном авиадвигателе [5], в шарикоподшипниках [6] или иных похожих технических объектов, где неисправность можно обнаружить по интенсивности движения заряженных частиц в потоке газа или жидкости. В некоторых работах [7] и [8] исследователями так же ставится задача по воссозданию траектории и скорости движения частиц, однако само расположение датчиков и методы несколько отличаются от условий, при которых будет происходить обнаружение БПЛА.

Следует отметить, что существует отдельное исследование [9] по обнаружению БПЛА при помощи электростатических зондов, однако в нем цель ставилась в определении геометрии электродов и не затрагивались вопросы обработки электростатических сигналов.

Обработка электростатического сигнала осуществляется методами анализа время-частотной области данных сигналов, получаемых их свертками с анализирующими функциями. В качестве анализирующих функций отмечается неприменимость функций Фурье, в данной области исследователи отдают предпочтение вейвлет функциям Морле.

В работах [10-14] описываются возможные стратегии упрощения частотно-временной диаграммы электростатического сигнала путем подбора иной анализирующей функции. Обычно в качестве такой функции выступает чирплет, который в частном случае может совпасть с одним из вейвлетов, но в общем случае может быть адаптирован под конкретный сигнал. В работе [15] описан случай

применения полиномиального чирплета для извлечения признаков из многокомпонентных сигналов.

Указанная стратегия была выбрана для обработки электростатического сигнала. Т.е. в настоящей работе описана процедура поиска специальной анализирующей функции, обеспечивающей наиболее простой алгоритм по извлечению признаков из идеального электростатического сигнала, получаемого при полете БПЛА над плоской поверхностью Земли. Однозначно вид электростатического сигнала может меняться в зависимости от местности, над которым летит БПЛА ввиду редукции электростатического поля. Поэтому метод разработки анализирующей функции в будущем может лечь в основу адаптивного спектрального анализа сигналов для системы электростатической локации БПЛА над конкретной местностью.

Целью настоящей работы является создание алгоритма спектральной обработки электростатического сигнала, обладающей высокой точностью извлечения признаков электростатического сигнала, при этом обладающего простотой использования и возможностью адаптирования под близкие по форме сигналы.

Первой задачей работы является синтез комплексной анализирующей функции, дающей более простое частотно-временное распределение амплитуды и (или) фазы для идеального электростатического сигнала получаемого при пролете точечного заряда над бесконечной плоскостью.

Второй задачей работы является создание алгоритма с использованием выведенной анализирующей функции по точному определению параметров электростатического сигнала.

### Стратегия синтеза анализирующей функции

Анализирующая функция выводится из принципа подобия теоретическому электростатическому сигналу  $I_{sm}$ , зависимость которого от времени  $t$  выглядит следующим образом [2]:

$$I_{sm}(t) = -C \cdot \frac{t - tp}{((t - tp)^2 + ht^2)^{5/2}}, \quad (1)$$

где  $C$  – константа;

$tp$  и  $ht$  – параметры электростатического сигнала (рис. 1).

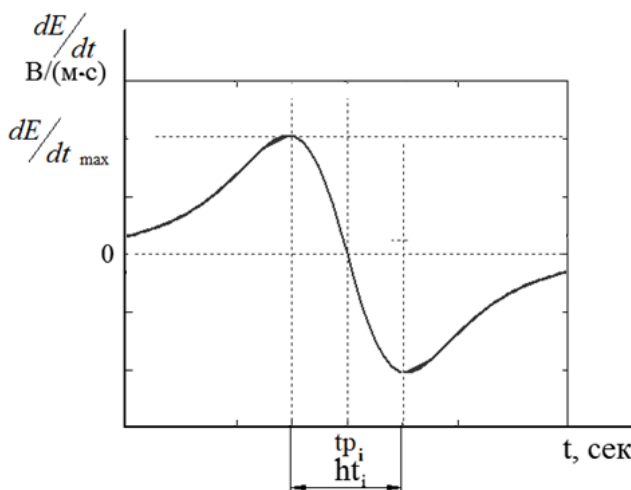


Рис. 1 Теоретический электростатический сигнал

Исходя из уравнения (1), было решено воспользоваться не периодическими функциями, а рациональными. Это связано с тем, что функция (1) ближе к рациональной дроби, а значит более просто раскладывается именно в степенной ряд (преобразуемый в рациональную дробь), а не в ряд периодических функций. Кроме того, извлечение параметров  $ht$  и  $tp$  будет проводиться путем свертки анализирующей функции с электростатическим сигналом, свертки рациональных дробей можно

рассчитать аналитически, избавившись на этапе синтеза от ошибок численного интегрирования [16].

При этом анализирующая функция должна обладать необходимыми свойствами вейвлет функций [17], которые обеспечивают эффективность спектрального анализа

Анализирующая функция выбирается комплексной:

$$F_c(t) = F_{cre}(t) + i \cdot F_{cim}(t), \quad (2)$$

где  $i$  – мнимая единица

$F_{cre}$  и  $F_{cim}$  – Действительная и мнимая часть функции свертки

Расчет амплитуды конкретной составляющей измерительного сигнала и фазы этой амплитуды должны осуществляться по следующим формулам [18]:

$$CR(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_{sm}(t - \frac{\tau}{2}) \cdot F_{cre}(t + \frac{\tau}{2}) dt; \quad (3)$$

$$CI(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_{sm}(t - \frac{\tau}{2}) \cdot F_{cim}(t + \frac{\tau}{2}) dt; \quad (4)$$

$$Amp = \sqrt{CR(\tau)^2 + CI(\tau)^2}; \quad (5)$$

$$Ph = \text{Arctg}(CI(\tau) / CR(\tau)) \quad (6)$$

где  $\tau$  – положение окна свертки;

$I_{sm}(t)$  – измерительный сигнал.

В выражениях (3) и (4) переменная интегрирования  $t$  выбирается так чтобы аргументы функций были  $t + \tau/2$  и  $t - \tau/2$  специально для сохранения симметрии подынтегрального выражения и упрощения конечной расчетной формулы.

Для соблюдения формул (5) и (6) необходимо чтобы  $F_{cre}$  и  $F_{cim}$  были ортогональны. Это условие обеспечивается в случае четной и нечетной функции.

В настоящей работе было принято, что функция  $F_{cre}$  должна совпасть с функцией (1) в пределах  $[-5 \cdot ht; ht]$  при параметрах  $ht = 2$ ,  $tp = 0$  и  $I_{sm}(-1) = 1$  (точка максимума). Таким образом функция  $F_{cre}$  должна быть нечетной и степень знаменателя должна быть больше степени числителя примерно на 4. В результате для синтеза реальной части была выбрана следующая нечетная дробь.

$$F_{cre}(t) = \frac{K_c(t)}{(t^2 + A^2) \cdot (t^2 + B^2)^2 \cdot (t^2 + C^2)^2}; \quad (7)$$

где  $K_c(t) = K_2 \cdot t^5 + K_1 \cdot t^3 + K_0 \cdot t$

$K_i, A^2, B^2, C^2$  – параметры функции свертки.

При  $\tau = 0$  реальная часть свертки CR будет максимальна в силу совпадения функций  $I_{sm}$  и  $F_{cre}$  с точностью до постоянного множителя. Чтобы это произошло, необходимо подобрать параметры  $K_i, A, B, C$ , чтобы функции  $F_{cre}$  и  $I_{sm}$  совпали. Это легко реализуется классическим методом градиентного спуска [19], в котором целевой функции является сумма квадратов отклонений в интервале  $[0, 10]$ :

$$O_{re} = \sum_{i=1}^N \left( I_{sm}\left(\frac{i}{N} \cdot 5 \cdot ht\right) - F_{cre}\left(\frac{i}{N} \cdot 5 \cdot ht\right) \right)^2. \quad (8)$$

Для реализации градиентного спуска необходимо задать исходные параметры  $A, B, C, K_i$  и нормировать эти параметры. Строго говоря, целевая функция (8) не является подходящей для градиентного спуска, так как содержит множество локальных минимумов в 6-мерном пространстве заданных параметров. Ввиду этого необходимо сделать необходимые умозаключения для успешности получения

решения, каковых может быть множество. Ниже приведены умозаключения, которые использовались при осуществлении градиентного спуска.

Начальные значения и пропорциональный ему шаг параметров  $K_i$  подбирается таким образом, что каждое слагаемое числителя (7) было преобладающим на разных интервалах. Все слагаемые при этом обладают одинаковым знаком. Например,  $K_0 = 9 \cdot K_1 = 9 \cdot 25 \cdot K_2$  при которых смежные члены многочлена  $K_s$  оказываются равны при  $t = 3$  ( $K_0 \cdot t = K_1 \cdot t^3$ ) и  $5$  ( $K_1 \cdot t^3 = K_2 \cdot t^5$ ). Нормировка шагов градиентного спуска по этим параметрам происходит пропорционально. Убывание модуля функции  $F_{cre}(t)$  при  $t > 1$  обеспечивается знаменателем. Скорость убывания может быть задана при помощи параметров  $A, B, C$ , которые следует задать различными в пределах от [3, 8]. Возможный шаг по этим параметрам следует выбрать минимальным ( $10^{-4}$ ).

После подбора действительной части, необходимо подобрать функцию для мнимой части  $F_{cim}$ . Мнимая часть должна удовлетворять уравнению (4) в некотором интервале значений  $\tau$ . Следовательно, при  $\tau = 0$  свертка (3) так же должна быть равна нулю, что может быть естественно достигнуто за счет выбора для мнимой части  $F_{cim}$  четной функции:

$$F_{cim}(t) = \frac{P_c(t)}{(t^2 + A^2) \cdot (t^2 + B^2)^2 \cdot (t^2 + C^2)^2}, \quad (9)$$

где  $P_c(t) = P_3 \cdot t^6 + P_2 \cdot t^4 + P_1 \cdot t^2 + P_0$

$P_i, A^2, B^2, C^2$  – параметры функции свертки.

Для упрощения вычислений знаменатели дробей  $F_{cim}$  и  $F_{cre}$  идентичны. Определенные на этапе синтеза реальной части параметры  $A, B, C$  зафиксированы.



Параметры  $P_i$  позволяют получить 1, 3 или 5 экстремумов у функции (9) если  $A$ ,  $B$ ,  $C$  достаточно велики.

При синтезе функции (9) следует иметь в виду, что средне интегральное значение у функции  $F_{cim}$  должно быть приблизительно равно нулю, чтобы она не реагировала на постоянную составляющую в сигнале. В виду этого один экстремум в функции  $F_{cim}$  будет неприемлем, так как не позволит выполнить поставленную задачу. Пять экстремумов будет много, так как это повлечет усложнение амплитудно-частотной диаграммы при спектральном анализе. Поэтому  $P_i$  выбираются знакопеременными образом, чтобы добиться наличия трех экстремумов.

Выбор  $P_i$  осуществляется методом градиентного спуска, исходя из требований соответствия выражению (4). Таким образом целевая функция задается следующим образом:

$$O_{im} = \sum_{i=1}^N \left( CR^2 \left( \frac{i}{N} \cdot 0,3 \cdot ht \right) + CI^2 \left( \frac{i}{N} \cdot 0,3 \cdot ht \right) - CR^2(0) \right)^2. \quad (10)$$

Целевая функция (10) является суммой квадратов отклонений реальной и мнимой части свертки от основного тригонометрического тождества в пределах  $\tau \in [0; 0,3 \cdot ht]$ . Целевая функция является четной, т.е. интервал распространяется и на отрицательные значения. Данный интервал был выбран потому как при его увеличении градиентный спуск уже не находил решения с достаточно малым значением целевой функции.

Градиентный спуск чувствителен к точности расчета функции (10), кроме того, желательно, чтобы расчет не требовал высоких вычислительных ресурсов, так как

целевую функцию требуется считать несколько раз на каждой итерации. Использование рациональных дробей позволяет упростить расчет CR и CI путем замены интегралов в (2) и (3) на сумму вычетов в верхней комплексной полуплоскости:

$$CR(\tau) = 2 \cdot \pi \cdot i \cdot \sum_{j=1(\operatorname{Im} z > 0)}^6 \left[ \operatorname{Res}_j \left( \frac{Kc(z - \tau/2) \cdot Kc(z + \tau/2)}{\sum_{i=1}^2 (z^2 - z_i^2) \cdot \sum_{i=3}^6 (z^2 - z_i^2)^2} \right) \right]; \quad (11)$$

$$CI(\tau) = 2 \cdot \pi \cdot i \cdot \sum_{j=1(\operatorname{Im} z > 0)}^6 \left[ \operatorname{Res}_j \left( \frac{Pc(z - \tau/2) \cdot Kc(z + \tau/2)}{\sum_{i=1}^2 (z^2 - z_i^2) \cdot \sum_{i=3}^6 (z^2 - z_i^2)^2} \right) \right], \quad (12)$$

где  $z_1$  и  $z_2$  – особые точки функции 1-ого порядка;

$z_3, z_4, z_5$  и  $z_6$  – особые точки функции 2-ого порядка.

Выражение (11) и (12) можно перевести в алгебраическую форму при помощи символьных вычислений в системе компьютерной алгебры MathCAD.

В результате градиентного спуска по целевым функциям (8) и (10) были получены необходимые параметры анализирующей функции. Вид анализирующей функции  $F_c(t)$  и её сверток  $CI(\tau)$  и  $CR(\tau)$  представлены на рис. 2.

Как видно из рис. 2а мнимая часть функции свертки  $F_{cim}$  представляет собой «испанскую шляпку», для минимизации целевой функции (10) боковые экстремумы которой должны находиться при  $t > 2$ . Удовлетворить целевой функции (10) возможно было только с достаточно большими величинами параметров  $P_2$  и (или)  $P_3$  имеющими знак противоположный параметру  $P_0$ . В результате нормировка параметров при градиентном спуске опирается на следующие положения:

- Параметр  $P_0$  задает величину центрального максимума  $F_{sim}$  и его начальным приближением является значение при котором  $F_{sim}(0) = F_{cre}(1)$ .
- Параметр  $P_1$  изменяет характер функции при малых  $t$  для достижения минимума целевой функции (10). Успешность градиентного спуска непритязательна к начальному приближения и шагу изменения данного параметра. Можно положить, что начальное приближение  $P_1 = P_0 / 10$ .
- Параметр  $P_2$  необходим для образования отрицательных минимумов функции  $F_{sim}$ . Ввиду этого его значение оказывается значительно выше, чем параметра  $K_2$  так как  $|P_2 \cdot t^4| = |P_0|$  при  $t \approx 2$ . Начальное приближение можно выбрать  $P_2 = -1 \cdot P_0 / 16$ .
- Параметр  $P_3$  при градиентном спуске так же стремится к высоким значениям, однако эти значения чреватые медленным убываниям функции  $F_{sim}$ . Поэтому градиентный спуск не изменяет значение параметр  $P_3$ . Этот параметр устанавливается вручную для более быстрого убывания функции  $F_{sim}$ , при этом его значение оставляется малым. Например:  $P_3 \cdot t^6 = -1 \cdot P_2 \cdot t^4$  при  $t = 12$ . Таким образом этот параметр практически не влияет на целевую функцию (10).

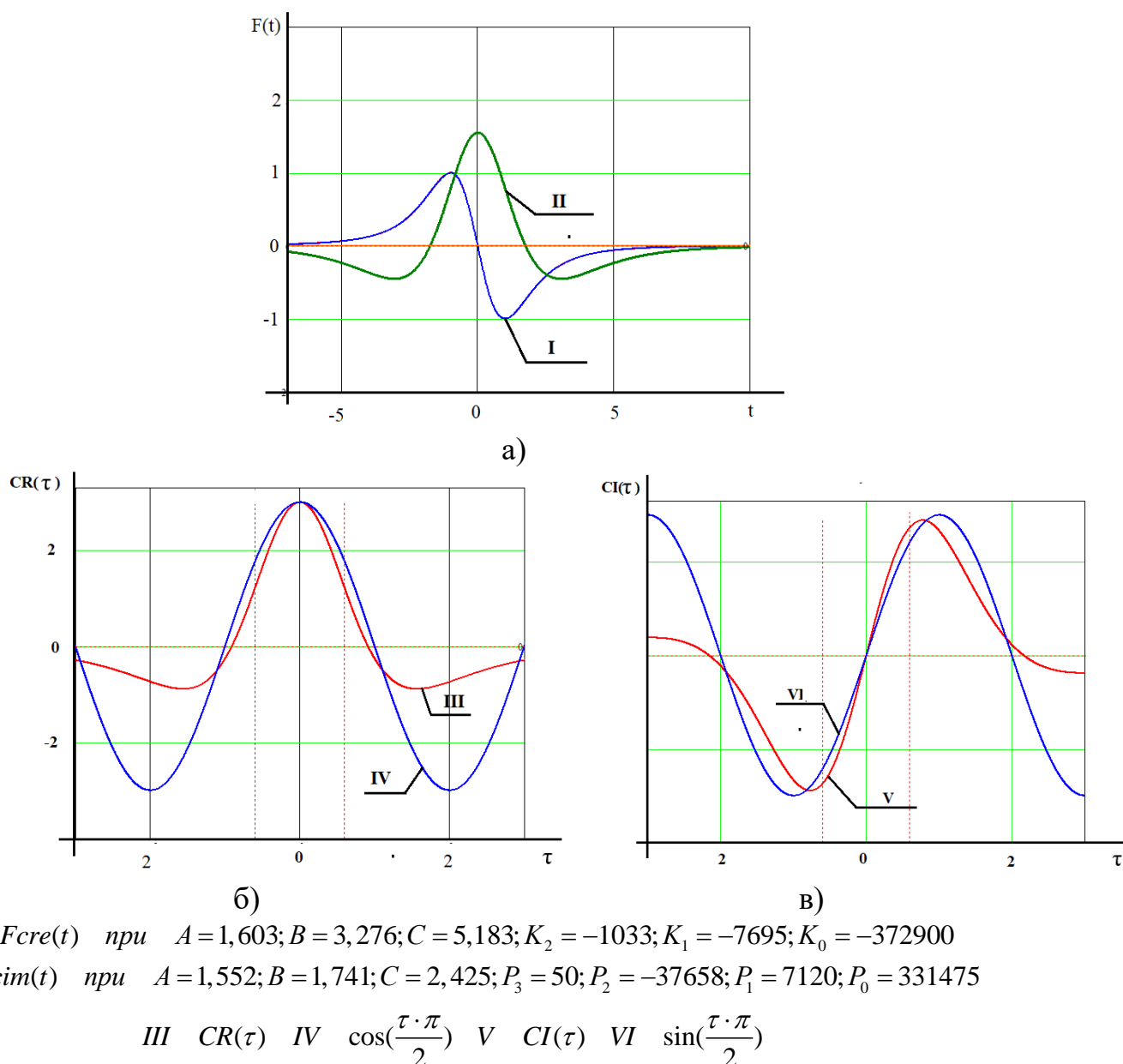


Рис. 2 Анализирующая функция а) График реальной и мнимой части б)

Свертка реальной части в) свертка мнимой части

Ввод в целевую функцию (10) учета среднеинтегрального значения не приводил к положительным результатам. Для того, чтобы среднеинтегральное значение было приблизительно равно нулю, можно поступить следующим образом. Сначала осуществляется градиентный спуск по определению параметров  $P_0$ ,  $P_1$  и  $P_2$  только по минимизации целевой функции (10), затем искусственно изменяют

параметр  $P_0$  таким образом, чтобы среднеинтегральное значение оказалось ближе к нулю. После этого минимизируют целевую функцию (10) градиентным спуском только по параметрам  $P_1$  и  $P_2$ . При необходимости процедуру повторяют до тех пор, пока средне интегральное значение не окажется немного меньше нуля (примерно -  $1 \cdot 10^{-4}$ ). Точное равенство нулю достигается уже на этапе дискретизации функции  $F_{\text{сиг}}$  для цифровой обработки сигналов.

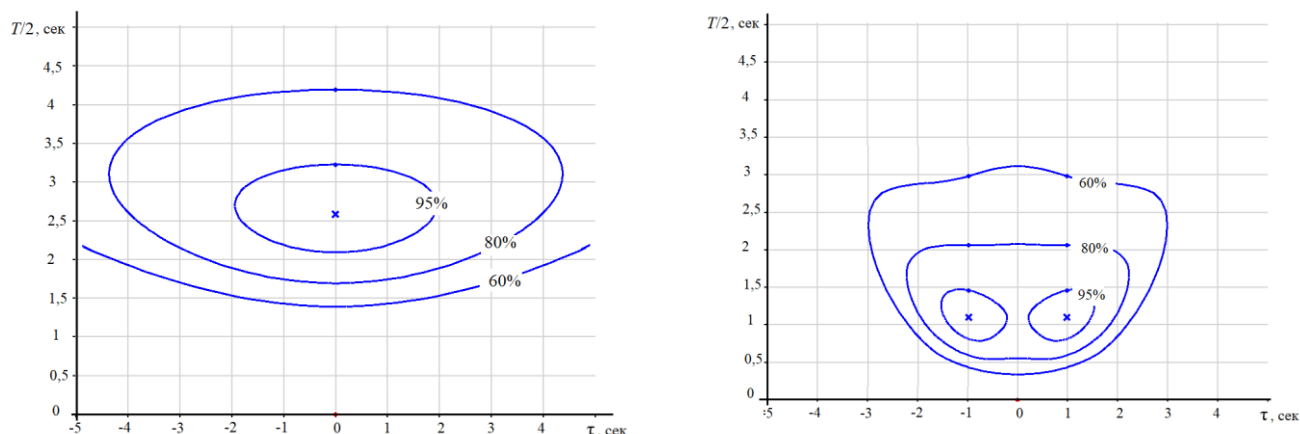
### Частотно-временное распределение электростатического сигнала

Так как параметры анализирующей функции были определены для удовлетворения уравнение (4), то для расчета амплитуды его также можно использовать. Для расчета фазы уравнение (5) подходит хуже, так как CR и CI немного отличаются от косинуса и синуса соответственно (рис 2б и рис2в). Поэтому для учета фазы можно использовать измененное уравнение, найденное методом наименьших квадратов:

$$Ph = \text{Arctg}\left(\frac{0,78 \cdot CI(\tau)}{CR(\tau) + 0,12 \cdot CI(\tau)}\right) \quad (13)$$

Для того, чтобы найти алгоритм нахождения параметров электростатического сигнала  $ht$  и  $tp$  необходимо изучить амплитудно-частотную и фазо-частотную зависимость в случае, когда сигнал равен нулю. При этом обратим внимание, что при анализе частотной зависимости нам интересен скорее полупериод ( $T/2 = ht$ ). Поэтому для сопоставления синтезированной функции и вейвлет функцией Морле будем оперировать не частотой функции, а полупериодом или  $ht$ .

Изограмма амплитудно-частотной характеристики обработки вейвлет-функцией и вейвлет функцией Морле представлена на рис. 3 для уровней в 60,80 и 95 процентов относительно максимума на АЧХ зависимости.



а)

б)

Рис. 3 Изограмма АЧХ идеального сигнала ( $ht = 2$ ) а) построена с использованием вейвлет функции Морле б) построена с использованием рациональной функции

Фаза сигналов позволяет определить положение электростатического сигнала  $tp$  относительно центра окна свертки:

$$tp = \tau + 2 \cdot ht \cdot Ph / \pi. \quad (13)$$

На рис. 4. представлены рассчитанные по формуле (13) значения  $tp$  (при истинной  $tp = 0$ ) на основе полученной фазы при положении окон свертки относительно центра сигнала на расстоянии в процентах от  $ht$  анализирующей функции ( $T/2$  для вейвлет функции Морле).

Исходя из рис. 3 и рис. 4 можно прийти к следующим заключениям. Определение  $ht$  и  $tp$  при помощи вейвлет функции Морле возможно при использовании пика на амплитудно-частотной зависимости. Пик имеет верную координату  $tp$  и координата  $ht$  пропорциональна параметру  $ht$  электростатического

сигнала. Так как скорее всего для каждого отдельного электростатического зонда спектральный анализ будет делаться с некоторым шагом между периодами и центрами окон анализирующих функций, то при анализе будут известны амплитуды в редкой сетке точек АЧХ зависимости (рис. 3). Предсказание положение вершины в этом случае делается методом восстановления гребня, согласно обзорной статье [13]. Пик обозначен крестом на рис. 3а.

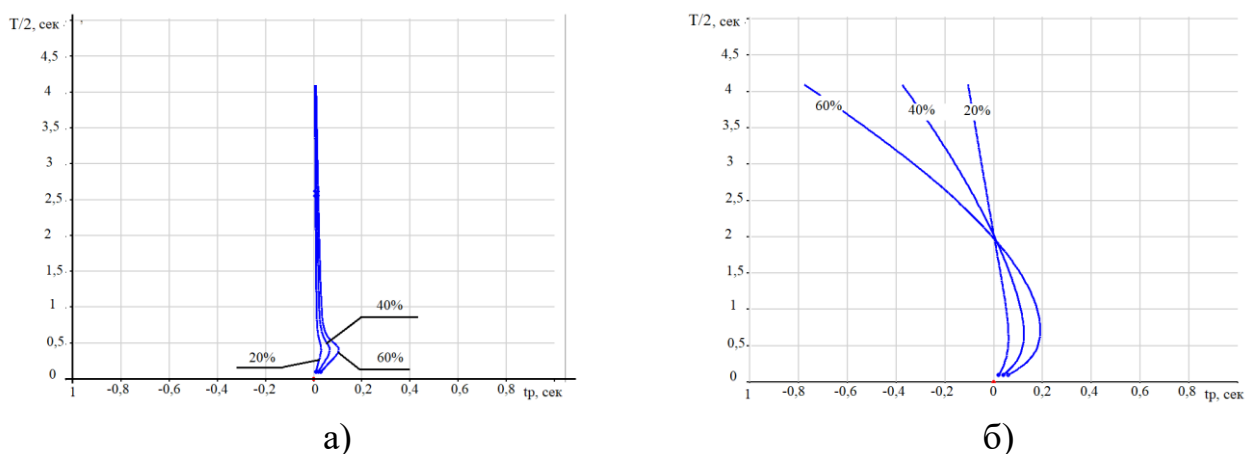


Рис. 4 Расчет  $t_p$  на основе фазы сигнала а) построено с использованием вейвлет функции Морле б) построено с использованием рациональной функции

При использовании вейвлет функции исследователи полагаются на АЧХ картину. Фаза определяется с малой погрешностью для широкого диапазона периодов функции и не обнаружено работ по её использованию.

Для рациональной функции использовать АЧХ более затруднительно, так как появляются две вершины в области более низких периодов (рис. 3а). В то же время использование фазы более удобно, так как положение электростатической функции верно рассчитывается только для нужного  $ht$ . Стоит обратить внимание, что для отрицательных  $\tau$  рис 4б является симметричным. Определение  $t_p$  и  $ht$  происходит путем определения по формуле (13) параметра  $t_p$  и в случае, когда соседние окна

свертки дадут одинаковый результат, можно считать, что  $tp$  определено верно и соответствующий данным сверткам параметр  $ht$  соответствует  $ht$  электростатического сигнала. В случае, если спектральный анализ делается со значительным шагом по  $ht$  и верное решение оказалось между шагами, то требуется сделать восстановление линий как на рис. 4б. Восстановление одномерных линий представляется более простой задачей, чем восстановления двумерного гребня АЧХ картине при вейвлет анализе.

### **Алгоритм использования анализирующих функций**

Для извлечения признаков  $ht$  и  $tp$  электростатического сигнала проводится его свертки с анализирующими функциями различного периода в режиме реального времени. Периоды анализирующих функций отстоят друг от друга с некоторым шагом  $Th$ . Анализирующая функция записана в памяти в виде ряда своих значений. Различные периоды анализирующей функции задается путем присвоения этим значениям аргумента  $t$  с различным шагом между соседними значениями.

Для каждого отдельно взятого периода анализирующей функции каждая новая свертка начинается через некоторую часть своего периода, например через  $T/4$ . Т.е. центры окон свертки будут отстоять друг от друга на данном расстоянии. Результатом каждой свертки будет амплитуда и фаза, рассчитанные по одной из формул, представленных выше. В результате спектрального анализа получаем сеточную двумерную функцию амплитуды  $A_s$  и фазы  $Ph_s$  узловых значения которых имеют различный шаг по времени для каждого периода. Этим функциям можно сопоставить



соответствующие узловые функции периода  $T$  и времени центра окна свертки  $t$ . Блок-схема алгоритм выделения из данных сеточных функций изолиний  $tr(T)$  (рис. 4б) представлен на рис. 5.

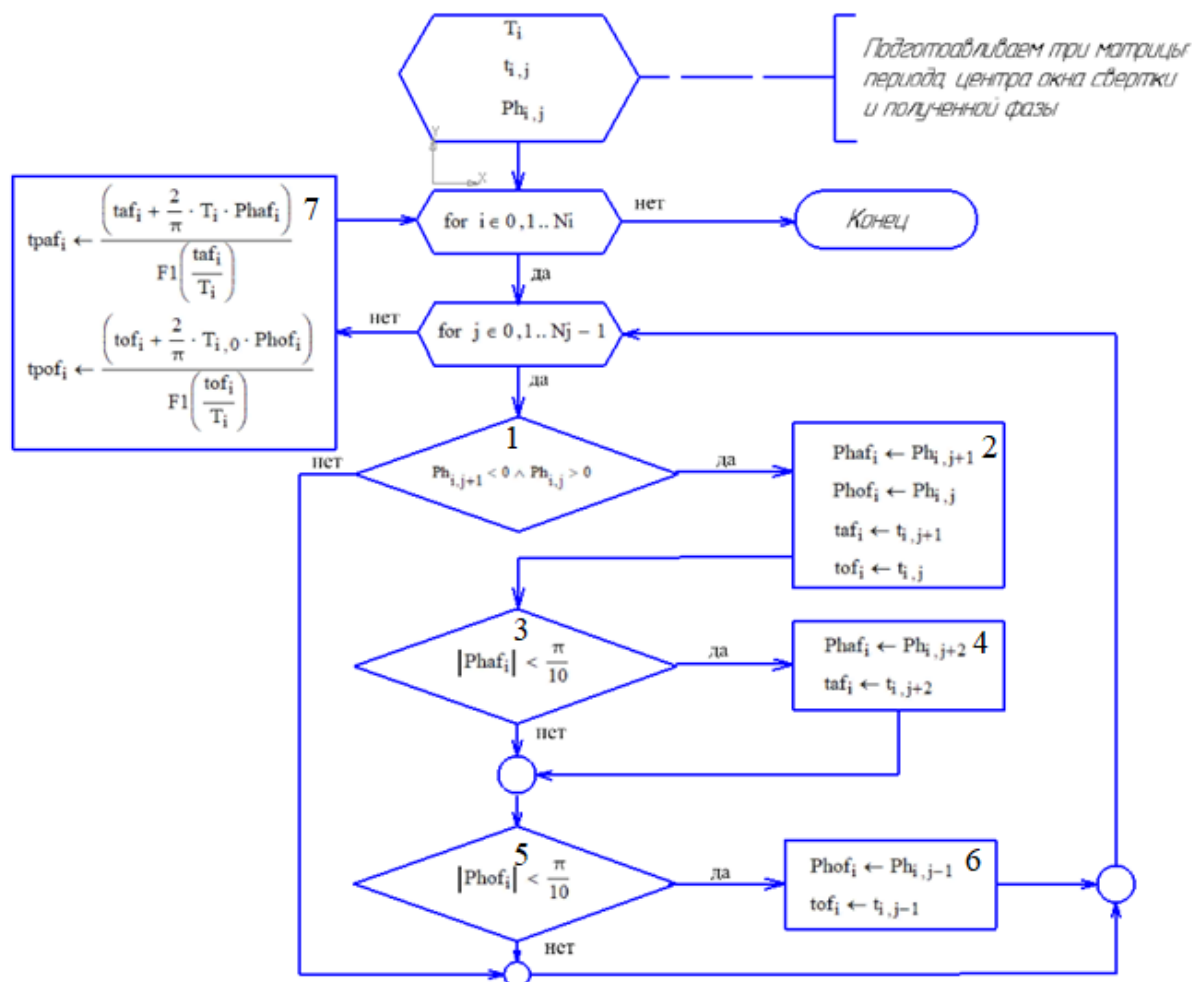


Рис. 5 блок-схема алгоритма нахождения параметров сигнала

Суть алгоритма выделения функций  $tr(T)$  следующая. Необходимо выбрать фазы соседних окон  $Ph_s$  в каждом периоде, которые находятся по разные стороны от центра электростатического сигнала (условие 1 рис. 5). В случае если фаза оказалась слишком мала (т.е. центр окна свертки близок к центру сигнала) для увеличения точности берется соседняя ей фаза в той же стороне от центра сигнала (условие 3 и 5

рис. 5). В идеале должны получиться функции  $traf$  (соответствующие рис. 4б), полученные от фаз, лежащих после сигнала, и функции  $trof$  от фаз, лежащих до сигнала. Данные функции симметричны относительно центра сигнала. Точка пересечения этих функций и даст верные параметры электростатического сигнала  $tr = traf(T/2) = tpof(T/2)$ ;  $ht = T/2$ .

Но существует практическая сложность получения данной точки пересечения. Данная точка в общем случае будет лежать между промежуточными узлами сеточной функции  $T$ . И точно определить точку пересечения можно было бы при помощи интерполяции. Однако гладкая функция, изображенная на рис. 4б получена из линии равной фазы, тогда как в реальности  $traf$  и  $trof$  будет получаться из разных фаз. В результате при прямом получении данных функций они будут представлять собой ломаные линии рис. 6а. Поэтому при расчете функции  $traf$  и  $trof$  в знаменатель добавлена компенсирующая функция  $F1$  (7 блок на рис. 5). Вид данной компенсирующей функции найден из численного эксперимента, её введение должно преобразовать получаемую ломаную в одну из кривых, изображенных на рис. 4б. Компенсирующая функция, полученная методом наименьших квадратов из численного эксперимента, выглядит следующим образом:

$$F1(x) = 0.216 \cdot x^3 + 0.0185 \cdot x^2 + 0.0448 \cdot x, \quad (14)$$

где  $x = \frac{2 \cdot (taf - tp)}{T}$  или  $x = \frac{2 \cdot (tp - tof)}{T}$ .

Для нахождения аргумента функции (14)  $tr$  рассчитывается грубо на основе линейной интерполяции. Более точно оно рассчитывается на основе функций  $trof$  и

траf рассчитанных без учета компенсирующей функции F1. Изменение графиков функций траf и трof представлено на рис. 6. При помощи метода наименьших квадратов можно найти пересечение графиков трof и траf для нахождения параметров электростатического сигналов. В МНК данные функции предполагаются линейными и рассматривается их участок в интервале  $[1.5 \cdot ht; 2.5 \cdot ht]$ , где параметр электростатического сигнала ht можно определить грубо.

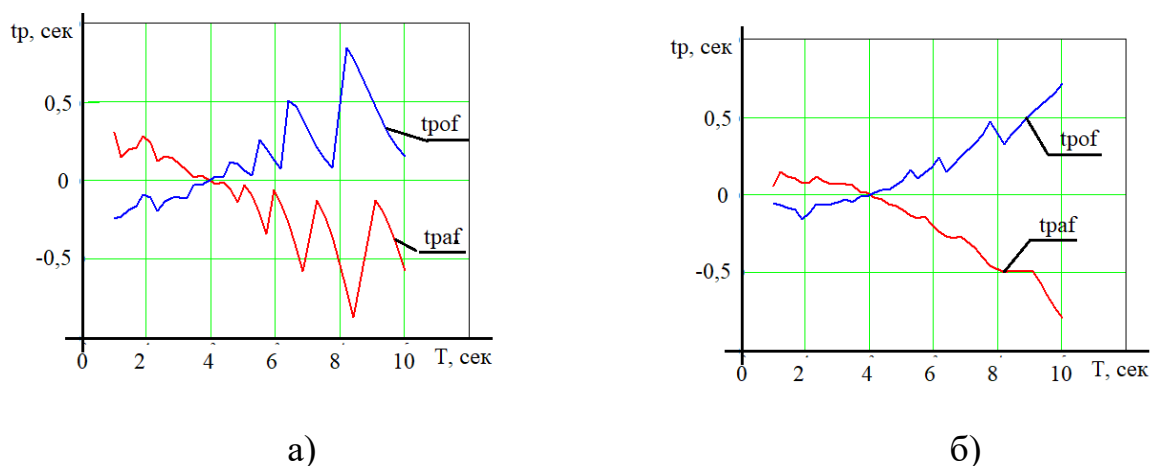


Рис. 6. Расчетные кривые положения центра сигнала а) без компенсирующей функции б) с компенсирующей функцией

### Сравнение анализирующих функций

Помехоустойчивость методов проверялось по белому шуму, аддитивно добавленному к измерительному сигналу. Белый шум создавался на основе криптографического сопроцессора AMD, входящего в процессоры серии Ryzen. Нормальное распределение случайных чисел было получено по следующей формуле:

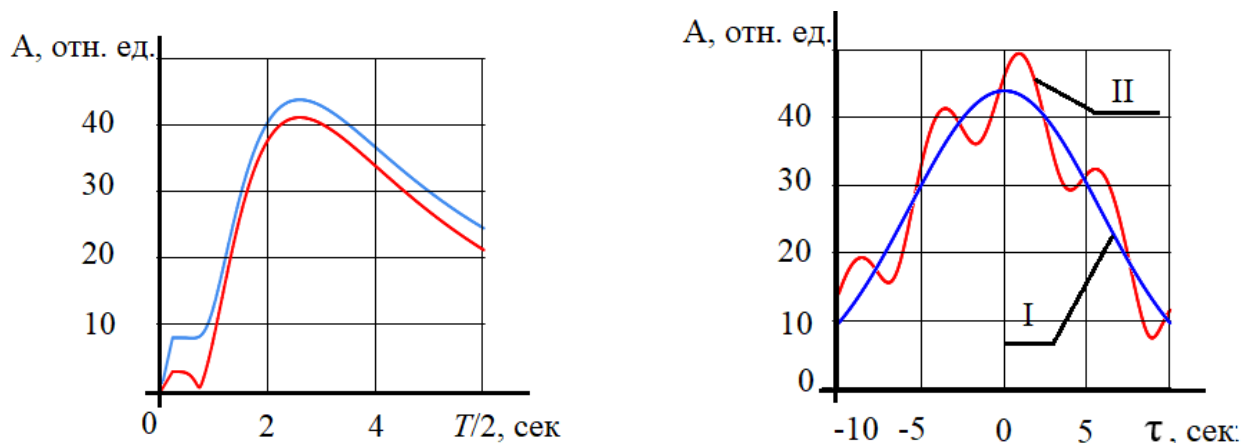
$$\text{Sig}(t_i) = \text{Ism}(t_i) + \sigma \cdot \sqrt{\ln(-2 \cdot \text{Rnd}(1)) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot (\text{Rnd}(2) - 1))}, \quad (15)$$

где  $\text{Rnd}(x)$  – функция, выдающая случайное значение от 0 до 1 с равномерным распределением.

$\sigma$  – среднеквадратичное отклонение для гауссова распределения.

Сравнение методов производилось многократными численными экспериментами по 10 для выбранных значениях  $\sigma$  (от 0 до 2) белого шума при одинаковых идеальных измерительных сигналах ( $ht = 2$ ,  $tp = 0$ ,  $I_{sm}(-1) = 1$  – амплитуда сигнала). Отношение сигнал/шум (ОСШ) получалось обратным. При анализе вейвлета изучалась подробное частотно-временное распределение амплитуды, методика восстановления гребня [13] не воспроизводилась (погрешность методики не учитывалась), параметры электростатического сигнала определялись через координаты пика на АЧХ (Рис. 3а). При анализе рациональной функции изучались подробные фазовые линии (рис. 4б) и воспроизводился алгоритм нахождения параметров сигнала (рис. 5). Погрешность нахождения параметров электростатического сигнала производилась с использованием критерия Стьюдента для надежности доверительного интервала 0.9. Относительная погрешность  $\varepsilon_{tp}$  и  $\varepsilon_{ht}$  рассчитывалась по отношению к действительной  $ht$ .

Итогом сравнения данных функций следующее: частотно-временное распределение при вейвлет анализе при ОСШ  $< 2$  претерпело волнение вдоль оси времени. Т.е. каждый отдельный срез данного распределения при фиксированном  $\tau$  мог изменять среднюю амплитуду от опыта к опыту, но максимум амплитуды по которому можно определить параметр  $ht$  электростатического сигнала оставался неизменным (рис. 7а). Но срез этого распределения при фиксированном периоде  $T$  имеет пологий максимум, влияние помех влияет на погрешность определения  $tp$ .



а)

б)

Рис. 7 Варианты АЧХ зашумленного сигнала при вейвлет-обработке а) срез при постоянном  $\tau$  б) срез при постоянной  $T/2$ : I – график без шума II – один из вариантов АЧХ с шумом (ОСШ = 0.5).

При добавлении белого шума погрешность определения параметров электростатического сигнала при помощи рациональной функции по приведенному в статье алгоритму проявила себя при  $\sigma > 0,3$ . Следует отметить, что это сказывалось в том, что при сохранении качественной картины фазовых линий (рис. 4б) изменялась их общая точка пересечения. Значения погрешностей при различных  $\sigma$  белого шума обратных отношению сигнал/шум представлены в таблице 1.

Таблица 1

Относительные погрешности определения  $ht$  и  $tp$ .

		ОСШ = 3	ОСШ = 2	ОСШ = 1,5	ОСШ = 1
Вейвлет Морле	$\varepsilon_{ht}$	0%	0%	0%	0%
	$\varepsilon_{tp}$	2%	4%	>5%	>5%
Рациональная функция	$\varepsilon_{ht}$	0.1%	1.1%	7%	12%
	$\varepsilon_{tp}$	0.1%	1%	6%	10%

## Выводы

Выведенная рациональная функция (7), (9) подходит для извлечения признаков из электростатического сигнала при соотношении сигнал/шум не менее 2. При меньших соотношениях сигнал/шум относительная погрешность начинает резко расти и вейвлет функция Морле становится более точной при определении расстояния между экстремума сигнал  $ht$ . Определение положения сигнала во времени  $tp$  при ОСШ  $> 2$  более точно производится при спектральном анализе с использованием рациональной функции, при меньшем отношении обе рассматриваемые функции дают ощутимую погрешность.

Неточность определения  $tp$  в иных работах или не имела значения [5], или исправлялась предварительной фильтрацией сигнала или модификациями методов спектрального анализа [8, 13].

Использование предложенного алгоритма по синтезу специальной функции может дать более ощутимый результат по сравнению с общепринятыми функциями в тех случаях, когда измерительный сигнал не окажется схож ни с одной из вейвлет функций. Сигнал электростатического зонда напоминает участок синусоиды в центральной своей части. Сигнал же электростатического флюксметра, который так же можно использовать для электростатической локации БПЛА [2], схож с вейвлетом Рикера (эрмитов вейвлет). Использование адаптированной под сигнал электростатического флюксметра рациональной функции так же может оказаться в некоторых аспектах эффективнее, чем вейвлеты Эрмита.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-37-90028*

### **Библиографический список**

1. Ананенков А.Е., Марин Д.В., Нуждин В.М., Расторгуев В.В. К вопросу о наблюдении малоразмерных летательных аппаратов // Труды МАИ. 2016. № 91. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=75662>
2. Скрябин Ю.М., Потехин Д.С. Определение траектории горизонтального пролета беспилотного летательного аппарата через линию электростатических датчиков // Труды МАИ. 2019. № 106. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=105747>
3. Закота А.А., Ефанов В.В., Гунькина А.С. Методика оценки точности определения параметров движения воздушной цели в условиях скрытного наблюдения за ней // Труды МАИ. 2020. № 115. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=119951>. DOI: [10.34759/trd-2020-112-15](https://doi.org/10.34759/trd-2020-112-15).
4. Ефанов В.В., Закота А.А., Гунькина А.С. Методика оценки точности определения параметров движения воздушной цели в условиях скрытного наблюдения за ней на основе применения метода итерации // Труды МАИ. 2021. № 117. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=156321>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-18](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-18).
5. Zhenhua Wen., Junxing Hoa S.U. Jason Atkin A review of electrostatic monitoring technology: The state of the art and future research directions // Progress in Aerospace Sciences, 2017, vol. 2, issue 1, pp. 1 -11. DOI:[10.1016/j.paerosci.2017.07.003](https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2017.07.003)

6. Harvey T.J., Wood R.J.K., Powrie H.E.G. Electrostatic wear monitoring of rolling element bearings // *Wear: An International Journal on the Science and Technology of Friction, Lubrication and Wear*, 2007, vol. 263, pp. 1492 - 1501. DOI: [10.1016/j.wear.2006.12.073](https://doi.org/10.1016/j.wear.2006.12.073)
7. Zhang W., Yan Y., Yang Y. & Wang. J. Measurement of flow characteristics in a bubbling fluidized bed using electrostatic sensor arrays // *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2016, no. 65, pp. 703 – 712.
8. Addabbo T., Fort A., Mugnaini M., Panzardi E., Vignoli V. Measurement System Based on Electrostatic Sensors to Detect Moving Charged Debris With Planar-Isotropic Accuracy // *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2019, vol. 68, issue 3. DOI: [10.1109/TIM.2018.2853938](https://doi.org/10.1109/TIM.2018.2853938)
9. Ластовецкий А.Е., Клепка С.П., Рябоконь М.С. Дистанционное измерение электрических зарядов воздушных объектов // *Вестник Концерна ВКО Алмаз-Антей*. 2015. № 3. С. 59 - 69.
10. Yan Y., Hu Y., Wang L. et al. Electrostatic sensors –Their principles and applications // *Measurement*, 2021, vol. 169. DOI: [10.1016/j.measurement.2020.108506](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.108506)
11. Chang C.S., Jin J., Kumar S., Su Q., Hoshino T., Hanai M. et al., Denoising of partial discharge signals in wavelet packets domain // *IEE Proceedings - Science Measurement and Technology*, 2005, no. 152 (3), pp. 129 – 140. DOI: [10.1049/ip-smt:20041315](https://doi.org/10.1049/ip-smt:20041315)
12. Sucic N., Boashash B. An approach for selecting a real-life signal best-performing time-frequency distribution // *7th International Symposium on Signal Processing and Its*



Applications, Seventh International Symposium on Signal Processing and Its Applications, Proceedings, 2003, vol. 1, pp. 125 - 128. DOI:[10.1109/ISSPA.2003.1224656](https://doi.org/10.1109/ISSPA.2003.1224656)

13. Iatsenko D., McClintock P., Stefanovska A. Linear and synchrosqueezed time–frequency representations revisited: Overview, standards of use, resolution, reconstruction, concentration, and algorithms // Digital Signal Processing, 2015, vol. 42, pp. 1 – 26. DOI:[10.1016/j.dsp.2015.03.004](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2015.03.004)

14. Sejdić E., Djurović I., Jiang J. Time–frequency feature representation using energy concentration: an overview of recent advances // Signal Processing, 2009, no. 19 (1), pp. 153 - 183. DOI:[10.1016/j.dsp.2007.12.004](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2007.12.004)

15. Kun Yu, Terri Lin., Hui Ma. et al. A combined polynomial chirplet transform and synchroextracting technique for analyzing nonstationary signals of rotating machinery // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, vol. 69, issue 4, pp. 1505 – 1518. DOI:[10.1109/TIM.2019.2913058](https://doi.org/10.1109/TIM.2019.2913058)

16. Бахвалов И.С., Жидков Н.Н., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2003. - 636 с.

17. Потехин Д.С. Влияние белого шума на точность определения амплитуды и фазы гармонических сигналов с использованием вейвлет-преобразования функцией Морле // Системы управления и информационные технологии. 2009. № 4-1 (38). С. 180 - 183.

18. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: Основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. 1996. Т. 166. № 11. С. 1145 - 1170.

19. Косарев В.П., Андриющенко Т.Т. Численные методы линейной алгебры. – СПб.: Лань П, 2016. – 496 с.
20. Тарасов И.Е., Потехин Д.С. Синтез сверточных функций в реальном времени в системах программно-зависимого радио и фазо-частотных измерительных устройствах // Российский технологический журнал. 2018. № 6 (6). С. 41 - 54. DOI: [10.32362/2500-316X-2018-6-6-41-54](https://doi.org/10.32362/2500-316X-2018-6-6-41-54).

## **Rational analyzing function for precise feature extraction from an electrostatic signal**

**Scriabin U.M.\*, Potechin D.S.\*\***

*Russian Technological University MIREA,  
78, Vernadsky Avenue, Moscow, 119454, Россия*

*\*e-mail: [meh-record@yandex.ru](mailto:meh-record@yandex.ru)*

*\*\*e-mail: [msyst@msyst.ru](mailto:msyst@msyst.ru)*

### **Abstract**

The article is devoted to the problem of extracting features from an electrostatic signal. This problem becomes relevant when using an electrostatic monitoring system to detect unmanned aerial vehicles. The law of variation of the electrostatic field tenseness at a particular point on the earth's surface depends on the landscape. In addition, the process

of determining the parameters of the UAV flight requires the precise of determining the signs of an electrostatic signal.

In the works of other researchers, the wavelet transform based on the Morlet function is usually used to extract the features of an electrostatic signal. The exact definition of the features is carried out from the analysis of the resulting three-dimensional time-frequency distribution.

In this paper, we consider another type of transformation of an electrostatic signal based on convolution with a complex rational function. We select a function that can provide a simpler time-frequency distribution. The simplicity of this distribution lies in the fact that the parameters of the electrostatic signal are extracted based on determining the intersection point of two two-dimensional functions, instead of determining the peak on the three-dimensional distribution in the case of the wavelet transform.

The method under consideration has comparable noise immunity compared to the wavelet transform, in addition, it allows you to adapt the transformation to a specific electrostatic signal.

**Keywords:** UAVs detection, electrostatic monitoring technology, electrostatic signal, time-frequency representations.

## References

1. Ananenkov A.E., Marin D.V., Nuzhdin V.M., Rastorguev V.V. *Trudy MAI*, 2016, no. 91.

URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=75662>

2. Skryabin Yu.M., Potekhin D.S. *Trudy MAI*, 2019, no. 106. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=105747>
3. Zakota A.A., Efanov V.V., Gun'kina A.S. *Trudy MAI*, 2020, no. 115. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=119951>. DOI: [10.34759/trd-2020-112-15](https://doi.org/10.34759/trd-2020-112-15).
4. Efanov V.V., Zakota A.A., Gun'kina A.S. *Trudy MAI*, 2021, no. 117. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=156321>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-18](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-18).
5. Zhenhua Wen., Junxing Hoa S.U. Jason Atkin A review of electrostatic monitoring technology: The state of the art and future research directions, *Progress in Aerospace Sciences*, 2017, vol. 2, issue 1, pp. 1 -11. DOI:[10.1016/j.paerosci.2017.07.003](https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2017.07.003)
6. Harvey T.J., Wood R.J.K., Powrie H.E.G. Electrostatic wear monitoring of rolling element bearings, *Wear: An International Journal on the Science and Technology of Friction, Lubrication and Wear*, 2007, vol. 263, pp. 1492 - 1501. DOI: [10.1016/j.wear.2006.12.073](https://doi.org/10.1016/j.wear.2006.12.073)
7. Zhang W., Yan Y., Yang Y. & Wang J. Measurement of flow characteristics in a bubbling fluidized bed using electrostatic sensor arrays, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2016, no. 65, pp. 703 – 712.
8. Addabbo T., Fort A., Mugnaini M., Panzardi E., Vignoli V. Measurement System Based on Electrostatic Sensors to Detect Moving Charged Debris With Planar-Isotropic Accuracy, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2019, vol. 68, issue 3. DOI:[10.1109/TIM.2018.2853938](https://doi.org/10.1109/TIM.2018.2853938)
9. Lastovetskii A.E., Klepka S.P., Ryabokon' M.S. *Vestnik Kontserna VKO Almaz-Antei*, 2015, no. 3, pp. 59 - 69.

10. Yan Y., Hu Y., Wang L. et al. Electrostatic sensors –Their principles and applications, *Measurement*, 2021, vol. 169. DOI:[10.1016/j.measurement.2020.108506](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.108506)
11. Chang C.S., Jin J., Kumar S., Su Q., Hoshino T., Hanai M. et al., Denoising of partial discharge signals in wavelet packets domain, *IEE Proceedings - Science Measurement and Technology*, 2005, no. 152 (3), pp. 129 – 140. DOI:[10.1049/ip-smt:20041315](https://doi.org/10.1049/ip-smt:20041315)
12. Sucic N., Boashash B. An approach for selecting a real-life signal best-performing time-frequency distribution, *7th International Symposium on Signal Processing and Its Applications, Seventh International Symposium on Signal Processing and Its Applications, Proceedings*, 2003, vol. 1, pp. 125 - 128. DOI:[10.1109/ISSPA.2003.1224656](https://doi.org/10.1109/ISSPA.2003.1224656)
13. Iatsenko D., McClintock P., Stefanovska A. Linear and synchrosqueezed time–frequency representations revisited: Overview, standards of use, resolution, reconstruction, concentration, and algorithms, *Digital Signal Processing*, 2015, vol. 42, pp. 1 – 26. DOI:[10.1016/j.dsp.2015.03.004](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2015.03.004)
14. Sejdić E., Djurović I., Jiang J. Time–frequency feature representation using energy concentration: an overview of recent advances, *Signal Processing*, 2009, no. 19 (1), pp. 153 - 183. DOI:[10.1016/j.dsp.2007.12.004](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2007.12.004)
15. Kun Yu, Terri Lin., Hui Ma. et al. A combined polynomial chirplet transform and synchroextracting technique for analyzing nonstationary signals of rotating machinery, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, vol. 69, issue 4, pp. 1505 – 1518. DOI:[10.1109/TIM.2019.2913058](https://doi.org/10.1109/TIM.2019.2913058)
16. Bakhvalov I.S., Zhidkov N.N., Kobel'kov G.M. *Chislennyye metody* (Numerical methods), Moscow, BINOM. Laboratoriya znanii, 2003, 636 p.

17. Potekhin D.S. *Sistemy upravleniya i informatsionnye tekhnologii*, 2009, no. 4-1 (38), pp. 180 - 183.
18. Astaf'eva N.M. *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 1996, vol. 166, no. 11, pp. 1145 - 1170.
19. Kosarev V.P., Andryushchenko T.T. *Chislennye metody lineinoi algebry* (Numerical methods of linear algebra), Saint Petersburg, Lan' P, 2016, 496 p.
20. Tarasov I.E., Potekhin D.S. *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal*, 2018, no. 6 (6), pp. 41 - 54. DOI: [10.32362/2500-316X-2018-6-6-41-54](https://doi.org/10.32362/2500-316X-2018-6-6-41-54).