

Труды МАИ. 2022. № 122  
Trudy MAI, 2022, no. 122

Научная статья

УДК 539.3:534.1

DOI: [10.34759/trd-2022-122-05](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-05)

## КОЛЕБАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РАЗОМКНУТЫХ ОБОЛОЧЕК

Артем Юрьевич Добрышкин<sup>1</sup>✉, Екатерина Викторовна Журавлева<sup>2</sup>,  
Евгений Олегович Сысоев<sup>3</sup>, Олег Евгеньевич Сысоев<sup>4</sup>.

<sup>1,2,3,4</sup>Комсомольский-на-Амуре государственный университет, КНАГУ,  
Комсомольск-на-Амуре, Россия

<sup>1</sup>[wwwartem21@mail.ru](mailto:wwwartem21@mail.ru)✉

**Аннотация:** Сооружения с тонкостенными разомкнутыми оболочками имеют оптимальное соотношение внутреннего объёма к площади ограждающей поверхности. Вместе с тем у использования таких оболочек имеются недостатки – тонкостенные разомкнутые оболочки очень чувствительны к вынужденным колебаниям, возникающим от воздействия внешних сил (ветровые и снеговые нагрузки, работа оборудования и т.п.). В статье показана необходимость расчета оболочечных конструкций на динамические процессы от воздействия вынужденных колебаний. Получена модель расчета круговой частоты колебаний тонкостенной цилиндрической композитной разомкнутой оболочки при шарнирном опирании. Для сравнения результатов и определения погрешности между полученной

расчетной моделью и апробированным–компьютерным расчётом, выполненным в программе «Лира – САПР», был проведен численный эксперимент. Определено влияние количества продольных полуволн на круговую частоту колебаний композитной разомкнутой оболочки.

**Ключевые слова:** вынужденные колебания, тонкостенная разомкнутая оболочка, усредненный модуль упругости

**Финансирование:** исследование выполнено в рамках научного проекта, финансируемого за счет средств КнАГУ № ВН004/2020.

**Для цитирования:** Добрышкин А.Ю., Журавлева Е.В., Сысоев Е.О. Сысоев О.Е. Колебания композитных тонкостенных цилиндрических разомкнутых оболочек // Труды МАИ. 2022. № 122. DOI: [10.34759/trd-2022-122-05](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-05)

## VIBRATIONS OF COMPOSITE THIN-WALLED CYLINDRICAL OPEN SHELLS

Artem Yu. Dobryshkin<sup>1✉</sup>, Ekaterina V. Zhuravlyova<sup>2</sup>, Evgeniy O. Sysoev<sup>3</sup>, Oleg E. Sysoev<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup> Komsomolsk-na-Amure State University, KnAGU,  
Komsomolsk-na-Amure, Russia

<sup>1</sup>[wwwartem21@mail.ru](mailto:wwwartem21@mail.ru)✉

**Abstract:** Structures with thin-walled open shells bear an optimal ratio of the internal volume to the area of the enclosing surface. Such shells application therewith has disadvantages, namely, they are very sensitive to the forced vibrations originating from the external forces, such as wind and snow loads, equipment operation, etc. The article shows

the necessity to shell structures calculating on dynamic processes caused by the forced vibrations impact. A model for the circular vibration frequency computing of a thin-walled cylindrical composite open shell with hinged support was obtained. A numerical experiment was conducted to compare the results and determine the error between the obtained computational model and the proven computer aided calculation performed with the Lira-CAD program. The effect of the number of longitudinal half-waves on the circular vibration frequency of the composite open shell was determined. The numerical characteristics of the vibration frequency of thin-walled shells may as well change due to the extra inclusions on the shells, such as an orifice, reinforcing rib, an attached plate, etc. Experimental data testify that these changes are of non-proportional character, which does not correspond to the generally known results of theoretical studies. Thus, the structures analysis on the dynamic vibrations requires refined mathematical models development. The authors propose a new approach to the finite-dimensional model creation - a form of solving the problems of vibrations of a shell, carrying a small attached mass. The mathematical model refinement led to better quantitative and qualitative results compared to the known analytical solutions. In their earlier works, the authors analytically and numerically showed that the frequency reducing effect does not depend only on the magnitude of the shape initial irregularities, as is commonly believed at present, but on the geometric and wave parameters of the shell as well. The proposed approach is generalized for the case of vibrations of shells of finite length.

**Keywords:** forced vibrations, thin-walled open shell, averaged modulus of elasticity

Vibrations of composite thin-walled cylindrical open shells

**Funding:** the study was carried out within the framework of a scientific project funded by funds of Komsomolsk-na-Amure State University № BH004 / 2020.

**For citation:** Dobryshkin A.Yu., Zhuravlyova E.V., Sysoev E.O., Sysoev O.E. Vibrations of composite thin-walled cylindrical open shells. *Trudy MAI*, 2022, no. 122. DOI: [10.34759/trd-2022-122-05](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-05)

## Введение

Самолетостроительная отрасль предполагает комплекс мер по обеспечению прочности деталей и элементов летательных аппаратов. Конструкционные решения предполагают существенно более высокую надежность деталей, при производстве самолетов и другой техники воздушной и безвоздушной доставки. Непрерывное изменение конструктивных схем самолетов, модернизация технологических процессов и необходимость учета большого числа разнообразных факторов – чрезвычайно затрудняют выработку фундаментальных положений, описывающих механизм работы деталей и механизмов, используемых в самолето и ракетостроении. Исключительно велика роль в развитии авиационной науки отца русской авиации Н.Е. Жуковского и С.А. Чаплыгина. Приоритет идеи создания межпланетного реактивного корабля и теоретическое обоснование полета в безвоздушном пространстве с помощью ракетного двигателя принадлежит знаменитому деятелю науки К.Э. Циолковскому. Межпланетные корабли требуют очень точных расчетов прогнозирования поведения элементов. Приближение к этому может быть основано только на научных исследованиях, одно из которых представлено в этой работе.

Сооружения с тонкостенными разомкнутыми оболочками имеют оптимальное соотношение внутреннего объёма к площади ограждающей поверхности. Вместе с тем у использования таких оболочек имеются недостатки – тонкостенные разомкнутые оболочки очень чувствительны к вынужденным колебаниям, возникающим от воздействия внешних сил (ветровые и снеговые нагрузки, работа оборудования и т.п.). Также численные характеристики частоты колебаний тонкостенных оболочек могут меняться из-за дополнительных включений на оболочки, таких как отверстие, ребро жесткости, присоединенная пластина и др. Экспериментальные данные показывают, что эти изменения носят не пропорциональный характер, что не соответствует общеизвестным результатам теоретических исследований [1-4], поэтому для расчета конструкций на динамические колебания требуется создать уточненные математические модели.

Подход к построению математической модели, основанный на том, что начальные неправильности формы тонкостенной цилиндрической оболочки запускают внутреннее взаимодействие низкочастотных изгибных колебаний с высокочастотными радиальными, предложил Г.С. Лейзерович [5-8].

Авторы предлагают новый подход к построению конечномерной модели – формы решения задач колебаний оболочки, несущей малую присоединенную массу [4]. Уточнение математической модели привело к количественно и качественно лучшим результатам, чем известные аналитические решения. В своих более ранних работах авторы аналитически и численно показали, что эффект снижения частоты зависит не только от величины присоединенной массы, как это принято считать в настоящее время, но и от геометрических и волновых параметров оболочки.

Предложенный подход обобщен для случая колебаний оболочек уже конечной длины [9-12].

Современные тонкостенные цилиндрические оболочки выполняются из изотропных и ортотропных материалов. В качестве композиционного материала часто используется ортотропный материал, которые можно рассматривать как многослойную конструкцию [13-17].

Исследуя численные характеристики колебаний тонкостенных цилиндрических разомкнутых оболочек, воспользуемся теорией пологих оболочек. Необходимо опираться на ведущие теоретические исследования [18-19] для определения частоты колебаний тонкостенных разомкнутых цилиндрических оболочек.

Исследования численных колебаний тонкостенных цилиндрических оболочек редко учитывают тонкостенную цилиндрическую оболочку как многослойную конструкцию, где можно выявить значимость усреднённого модуля упругости на процесс колебания оболочки и определить характер колебаний продольных полуволн, принимаемых в расчет, и характер круговой частоты колебаний оболочки [20-22].

### **Теоретические исследования колебаний композиционных тонкостенных цилиндрических разомкнутых оболочек**

Рассмотрим элементарный объём, вырезанный из тонкостенной разомкнутой композитной оболочки (рис. 1). Принимаем за начальную точку систему координат  $(x, y, z)$  и среднюю поверхность оболочки, а также ведем дугу круга по поперечному сечению  $(x, s)$ . Разрез по толщине оболочки состоит из бетона, в срединной

поверхности расположена арматурная сетка, тем самым создается трехслойная композиция.

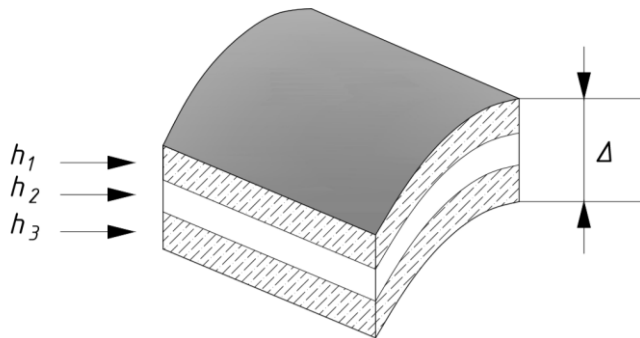


Рисунок 1 - Фрагмент разомкнутой оболочки:

$h_{1,3}$  – толщина бетонного слоя,  $h_2$  – толщина связующей конструкции (арматура)

Для учета усредненного модуля упругости используем:

$$E = \frac{1 - \nu^2}{\Delta} \sum_{k=1}^3 \frac{E_k h_k}{1 - \nu_k^2}.$$

Исследование проведено вариационным методом, получены деформационные и колебательные уравнения, а также использована гипотеза Киргоффа-Лява и основные закономерности теории упругости.

Если отсутствует воздействие внешних факторов, то уравнения поперечных колебаний тонкостенных цилиндрических разомкнутых оболочек примут следующий вид:

$$\nabla^2 \nabla^2 F = \frac{E\delta}{R} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( 1 - \frac{h^2}{\beta} \nabla^2 \right) \chi, \quad (1)$$

$$D \left( 1 - \frac{\Theta \delta^2}{\beta} \nabla^2 \right) \nabla^2 \nabla^2 \chi + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( 1 - \frac{\delta^2}{\beta} \nabla^2 \right) \chi = 0. \quad (2)$$

В уравнении (2) третье слагаемое представляет собой приходящую нагрузку на поверхность. Третье слагаемое  $\rho h$  подразумевается суммированием:

$$\rho h = \sum_{k=1}^3 \rho_k \delta_k$$

Оператор Лапласа  $\nabla^2 = \frac{\delta^2}{\partial x^2} + \frac{\delta^2}{\partial s^2}$ , а также связь между  $\chi$  и  $\omega$  осуществляется по следующей формуле:

$$\omega = \left( 1 - \frac{\delta^2}{\beta} \nabla^2 \right) \chi.$$

Коэффициент  $\beta$  учитывает модуль поперечного сдвига материала,  $D$  – жесткость оболочки, состоит из суммы всех слоев оболочки и коэффициента  $\Theta$ , определяются по следующим уравнениям:

$$D = \frac{E \delta^3}{12(1 - \nu^2)} \Theta, \quad \Theta = \frac{\Theta_1 \Theta_3 - \Theta_2^2}{\Theta_1 \Theta}, \quad (3)$$

Коэффициент Пуассона для многослойной конструкции определяется по следующему уравнению:

$$\nu = \sum_{i=3}^3 \frac{E_k h_k \nu_k}{1 - \nu_k^2} \left( \sum_{i=3}^3 \frac{E_k h_k}{1 - \nu_k^2} \right)^{-1};$$

а также:

$$\Theta_1 = t_3^2 [1 + 2(\gamma_1 + \gamma_2) - 3(\gamma_1 + \gamma_2)^2],$$

$$\Theta_2 = 3t_3 \gamma_3 (\gamma_1 t_1 + \gamma_2 t_2) + 6\gamma_1 \gamma_2 t_3 (t_1 + t_2),$$

$$\Theta_3 = 4(\gamma_1 t_1^2 + \gamma_2 t_2^2 - 3(\gamma_1 + \gamma_2)^2),$$

$$\Theta = t_3^2 + 4\gamma_1 (t_3^2 + 3t_1 t_3 + 2t_1^2).$$



При шарнирном опирании цилиндрической оболочки граничные условия примут следующий вид:

$$F = \nabla^2 F = \chi = \nabla^2 \chi = \nabla^2 \nabla^2 \chi = 0 \quad \text{при } x = 0 \text{ и } x = l. \quad (4)$$

Систему уравнений (1), (2) решим с помощью разрешающей функции  $\chi_1$ , которую можно свести к одному уравнению [12–14]:

$$\chi = \nabla^2 \nabla^2 \chi_1, \quad F = \frac{Eh}{R} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( 1 - \frac{\delta^2}{\beta} \nabla^2 \right) \chi_1. \quad (5)$$

$$\begin{aligned} D \left( 1 - \frac{\theta \delta^2}{\beta} \nabla^2 \right) \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \chi_1 + \frac{Eh}{R^2} \frac{\partial^4}{\partial x^4} \left( 1 - \frac{\delta^2}{\beta} \nabla^2 \right) \chi_1 = \\ = \rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( 1 - \frac{\delta^2}{\beta} \nabla^2 \right) \nabla^2 \nabla^2 \chi_1. \end{aligned} \quad (6)$$

Далее граничные условия уравнения (4) относительно функции  $\chi_1$  приобретают следующий вид:

$$\chi_1 = \nabla^2 \chi_1 = \nabla^2 \nabla^2 \chi_1 = \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \chi_1 = \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \chi_1 = 0 \quad \text{при } x = 0 \text{ и } x = l. \quad (7)$$

Решение уравнения (6) может меняться в случае изменения опоры на свободно опёртую, и тогда определяется по формуле:

$$\chi_1 = \chi_0 e^{i\omega t} \sin \frac{m\pi x}{l} \cos \frac{n\pi}{R}, \quad (8)$$

где  $m$  – число волн по образующей по продольному направлению тонкостенной цилиндрической оболочки,  $n$  – число волн по поперечному направлению,  $\omega$  – круговая частота поперечных колебаний,  $\chi_0$  – const.

Подставляя уравнения (8) в (6), получим уравнение для определения круговой частоты колебания тонкостенных цилиндрических разомкнутых оболочек [17,18]:

$$\omega^2 = \left[ DB \left( 1 - \frac{\theta h^2}{\beta} B \right) + \frac{Eh}{R^2} \left( \frac{m\pi}{l} \right)^4 \left( 1 - \frac{h^2}{\beta} B \right) \right] \cdot \left[ \rho h \left( 1 - \frac{h^2}{\beta} B \right) \right]^{-1}; \quad (9)$$

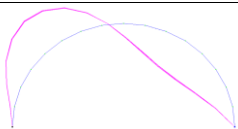
$$\text{где } B = - \left( \left( \frac{m\pi}{l} \right)^2 + \left( \frac{n}{R} \right)^2 \right).$$

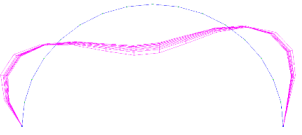
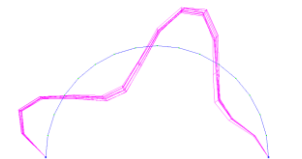
## Результаты

Для сравнения результатов и определения погрешности между полученной расчетной моделью и апробированным компьютерным расчётом, выполненном в программе «Лира – САПР», была рассмотрена тонкостенная железобетонная разомкнутая оболочка, из бетона класса В20 с модулем упругости (Юнга)  $E = 2.75 \times 10^4$  МПа, плотностью  $\rho = 2100 \text{ кг/м}^3$ , коэффициентом Пуассона  $\nu = 0.2$ , длиной  $l = 4$  м и радиусом  $R = 2$  м толщиной  $\delta = 12$  см. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица

Зависимость круговой частоты колебаний железобетонной разомкнутой оболочки от количества полуволн

Эскиз	Кол-во волн, n	Частота колебаний, $\omega$ , Гц	Частота колебаний, Лира, Гц	Относительная погрешность, %
	2	68,22	62,48	8,4

	3	204,54	197,41	3,48
	4	380,33	374,2	1,6

При определении частот колебаний методом конечных элементов (МКЭ) в ПО семейства «Ли́ра – САПР» исследуемая оболочка была разбита на 50 конечных элементов по длине и 25 по ширине.

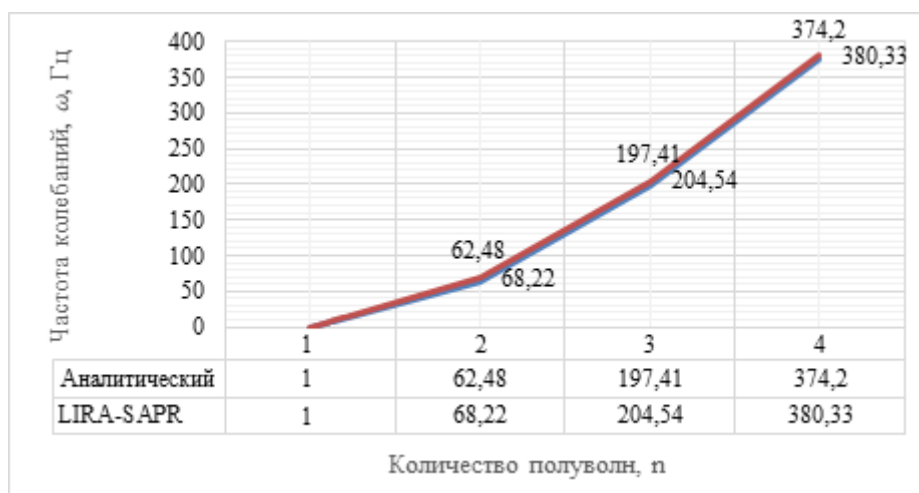


Рисунок 2 - Зависимость частоты колебания от количества полуволн оболочки из бетона класса В20

Результаты расчётов приведены в таблице и по результатам выявлена погрешность от 8,44 до 1,6%.

## Заключение

В процессе численного эксперимента определено влияние количества продольных полуволн на круговую частоту колебаний тонкостенной железобетонной разомкнутой оболочки. С увеличением полуволн частота колебаний оболочки увеличивается, а начальные расхождения в 8,4% между полученной расчетной моделью и апробированным компьютерным расчётом, выполненном в программе «Ли́ра – САПР», стремятся к нулю. Для определения, какая модель расчета отвечает реальной работе конструкции, необходимо провести натурный эксперимент.

## Список источников

1. Кубенко В.Д., Ковальчук П.С., Краснопольская Т.С. Нелинейное взаимодействие форм изгибных колебаний цилиндрических оболочек. - Киев: Наукова думка, 1984. – 220 с.
2. Антуфьев Б.А. Колебания неоднородных тонкостенных конструкций: монография. - М.: Изд-во МАИ, 2011. – 176 с.
3. Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Нейн Сит Наинг. Аналитическое и экспериментальное исследование свободных колебаний разомкнутых оболочек из сплава Д19, несущих систему присоединенных масс // Труды МАИ. 2018. № 98.  
URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=90079>
4. Гусева Ж.И. Особенности планирования производства на авиационном предприятии // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного

технического университета. 2021. № 4 (52). С. 99-104. DOI: [10.17084/20764359-2021-52-99](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-52-99)

5. Z. Wang, Q. Han, D. H. Nash, P. Liu. Investigation on inconsistency of theoretical solution of thermal buckling critical temperature rise for cylindrical shell // Thin-Walled Structures, 2017, no. 119, pp. 438-446. DOI:[10.1016/j.tws.2017.07.002](https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.07.002)

6. Sysoev O.E., Dobryshkin A.Y., Nyein Sitt Naing et al. Investigation to the location influence of the unified mass on the formed vibrations of a thin containing extended shell // Materials Science Forum, 2019, vol. 945, pp. 885-892. DOI:[10.4028/www.scientific.net/MSF.945.885](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.945.885)

7. Sysoev O.E., Dobrychkin A.Yu. Natural vibration of a thin desing with an added mass as the vibrations of a cylindrical shell and curved batten. ISSN 2095-7262 CODEN HKDXH2 // Journal of Heilongjiang university of science and technology, 2018, vol. 28, no. 1, pp.75–78.

8. Y. Qu, Y. Chen, X. Long, H. Hua, and G. Meng. Free and forced vibration analysis of uniform and stepped circular cylindrical shells using a domain decomposition method // Applied Acoustics, 2013, vol. 74, no. 3, pp. 425-439.

9. Foster N., Fernández-Galiano L. Norman Foster: in the 21st Century, AV, Monografías, Artes Gráficas Palermo, 2013, pp. 163–164.

10. Eliseev V.V., Moskalets A.A., Oborin E.A. One-dimensional models in turbine blades dynamics // Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2016, vol. 9, pp. 93-104. DOI:[10.1007/978-3-319-29579-4\\_10](https://doi.org/10.1007/978-3-319-29579-4_10)

11. Белосточный Г.Н., Мыльцина О.А. Статическое и динамическое поведение пологих оболочек под действием быстропеременных температурно-силовых

воздействий // Труды МАИ. 2015. № 82. URL:  
<http://trudymai.ru/published.php?ID=58524>

12. Кузнецова Е.Л., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В., Медведский А.Л. Воздействие нестационарной распределенной нагрузки на поверхность упругого слоя // Труды МАИ. 2013. № 71. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=46621>

13. Феоктистов С.И. Определение растягивающих усилий вдоль образующей пуансона с учётом трения при изгибе с растяжением // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2021. № 1 (49). С. 76-82. DOI: [10.17084/20764359\\_2021\\_49\\_76](https://doi.org/10.17084/20764359_2021_49_76)

14. Канашин И.В., Григорьева А.Л., Хромов А.И., Григорьев Ян.Ю., Машевский В.А. Растяжение сжимаемой полосы с непрерывным полем скоростей перемещений в условиях плоской деформации // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2021. № 3 (51). С. 39-41. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-39](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-39)

15. Demin A.A., Golubeva T.N., Demina A.S. The program complex for research of fluctuations' ranges of plates and shells in magnetic field // 11th Students' Science Conference «Future Information technology solutions», Bedlewo, 3-6 October 2013, pp. 61-66.

16. Нуштаев Д.В., Жаворонок С.И., Клышников К.Ю., Овчаренко Е.А. Численно-экспериментальное исследование деформирования и устойчивости цилиндрической оболочки ячеистой структуры при осевом сжатии // Труды МАИ. 2015. № 82. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=58589>

17. Грушенкова Е.Д., Могилевич Л.И., Попов В.С., Попова А.А. Продольные и изгибные колебания трехслойной пластины со сжимаемым наполнителем, контактирующей со слоем вязкой жидкости // Труды МАИ. 2019. № 106. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=105618>
18. Hautsch N., Okhrin O., Ristig A. Efficient iterative maximum likelihood estimation of highparameterized time series models, Berlin, Humboldt University, 2014, 34 p.
19. Саблин П.А., Щетинин В.С. Повышение точности механообработки с помощью использования бесконтактных опор // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2021. № 3 (51). С. 104-106. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-104](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-104)
20. Андрианов И.К. Численная модель многокритериальной оптимизации тепловой защиты оболочечных элементов в условиях теплового и силового нагружения // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2021. № 3 (51). С. 14-20. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-14](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-14)
21. Иванкова Е.П. Моделирование и оптимизация выбора свойств материалов и структуры многослойных оболочковых форм по выплавляемым моделям // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2021. № 3 (51). С. 85-89. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-85](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-85)
22. Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Одинокоев В.И., Иванкова Е.П., Усанов Г.И., Петров В.В. Разработка новых структур многослойных оболочковых форм по выплавляемым моделям // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2020. № 7 (47). С. 104-107.

## References

1. Kubenko V.D., Koval'chuk P.S., Krasnopol'skaya T.S. *Nelineinoe vzaimodeistvie form izgibnykh kolebaniy tsilindricheskikh obolochek* (Nonlinear interaction of shapes of cylindrical shells bending vibrations), Kiev, Naukova dumka, 1984, 220 p.
2. Antuf'ev B.A. *Kolebaniya neodnorodnykh tonkostennykh konstruktsii* (Oscillations of inhomogeneous thin-walled structures), Moscow, Izd-vo MAI, 2011, 176 p.
3. Sysoev O.E., Dobryshkin A.Yu., Nein Sit Naing. *Trudy MAI*, 2018, no. 98. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=90079>
4. Guseva Zh.I. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 4 (52), pp. 99-104. DOI: [10.17084/20764359-2021-52-99](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-52-99)
5. Z. Wang, Q. Han, D. H. Nash, P. Liu. Investigation on inconsistency of theoretical solution of thermal buckling critical temperature rise for cylindrical shell, *Thin-Walled Structures*, 2017, no. 119, pp. 438-446. DOI: [10.1016/j.tws.2017.07.002](https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.07.002)
6. Sysoev O.E., Dobryshkin A.Y., Nyein Sitt Naing et al. Investigation to the location influence of the unified mass on the formed vibrations of a thin containing extended shell, *Materials Science Forum*, 2019, vol. 945, pp. 885-892. DOI: [10.4028/www.scientific.net/MSF.945.885](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.945.885)
7. Sysoev O.E., Dobryshkin A.Yu. Natural vibration of a thin desing with an added mass as the vibrations of a cylindrical shell and curved batten. ISSN 2095-7262 CODEN



HKDXH2, *Journal of Heilongjiang university of science and technology*, 2018, vol. 28, no. 1, pp.75–78.

8. Y. Qu, Y. Chen, X. Long, H. Hua, and G. Meng. Free and forced vibration analysis of uniform and stepped circular cylindrical shells using a domain decomposition method, *Applied Acoustics*, 2013, vol. 74, no. 3, pp. 425-439.

9. Foster N., Fernández-Galiano L. *Norman Foster: in the 21st Century*, AV, Monografias, Artes Gráficas Palermo, 2013, pp. 163 – 164.

10. Eliseev V.V., Moskalets A.A., Oborin E.A. One-dimensional models in turbine blades dynamics, *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2016, vol. 9, pp. 93-104.

DOI:[10.1007/978-3-319-29579-4\\_10](https://doi.org/10.1007/978-3-319-29579-4_10)

11. Belostochnyi G.N., Myl'tsina O.A. *Trudy MAI*, 2015, no. 82. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=58524>

12. Kuznetsova E.L., Tarlakovskii D.V., Fedotenkov G.V., Medvedskii A.L. *Trudy MAI*, 2013, no. 71. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=46621>

13. Feoktistov S.I. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 1 (49), pp. 76-82. DOI: [10.17084/20764359\\_2021\\_49\\_76](https://doi.org/10.17084/20764359_2021_49_76)

14. Kanashin I.V., Grigor'eva A.L., Khromov A.I., Grigor'ev Yan.Yu., Mashevskii V.A. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 3 (51), pp. 39-41. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-39](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-39)

15. Demin A.A., Golubeva T.N., Demina A.S. The program complex for research of fluctuations' ranges of plates and shells in magnetic field, *11th Students' Science*

Conference «Future Information technology solutions», Bedlewo, 3-6 October 2013, pp. 61-66.

16. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I., Klyshnikov K.Yu., Ovcharenko E.A. *Trudy MAI*, 2015, no. 82, URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=58589>

17. Grushenkova E.D., Mogilevich L.I., Popov V.S., Popova A.A. *Trudy MAI*, 2019, no. 106. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=105618>

18. Hautsch N., Okhrin O., Ristig A. *Efficient iterative maximum likelihood estimation of highparameterized time series models*, Berlin, Humboldt University, 2014, 34 p.

19. Sablin P.A., Shchetinin V.S. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 3 (51), pp. 104-106. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-104](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-104)

20. Andrianov I.K. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 3 (51), pp. 14-20. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-14](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-14)

21. Ivankova E.P. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2021, no. 3 (51), pp. 85-89. DOI: [10.17084/20764359-2021-51-85](https://doi.org/10.17084/20764359-2021-51-85)

22. Evstigneev A.I., Dmitriev E.A., Odinokov V.I., Ivankova E.P., Usanov G.I., Petrov V.V. *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2020, no. 7 (47), pp. 104-107.

Статья поступила в редакцию 11.12.2021; одобрена после рецензирования

30.12.2021; принята к публикации 21.02.2022.

The article was submitted on 11.12.2021; approved after reviewing on 30.12.2021; accepted for publication on 21.02.2022.