УДК 539.376 © Р.Л. САЛГАНИК, А.А. МИЩЕНКО, А.А. ФЕДОТОВ, 2009

ЭЛЕКТРОТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В МАТЕРИАЛЕ С ТРЕЩИНАМИ И ШЕРОХОВАТЫМ ПОКРЫТИЕМ, ИСПЫТЫВАЮЩИМ ИЗГИБНОЕ ОТСЛОЕНИЕ

Рафаил Львович САЛГАНИК родился в 1934 г. в городе Одессе. Ведущий научный сотрудник Учреждения РАН «Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского». Доктор физико-математических наук, профессор. Основные научные интересы — в области теории упругости, теории пластичности, разрушения деформируемых тел, контактной механики. Автор 127 научных работ. E-mail: salganik@ipmnet.ru

Rafael L. SALGANIK, D.Sci., was born in 1934, in Odessa. He is a Principal Research Associate at the Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences. His research interests include theory of plasticity, elasticity theory, fracture of deformable bodies, contact mechanics. He has published 127 technical papers. E-mail: salganik@ipmnet.ru

Анна Андреевна МИЩЕНКО родилась в городе Москве. Ассистент ГОУ ВПО «МАТИ» — РГТУ им. К.Э. Циолковского. Основные научные интересы — в области механики твердого деформируемого тела, физики твердого тела. Автор более 5 научных работ. E-mail: a_misch@mail.ru

Anna A. MISHCHENKO, was born in Moscow. She is an Assistant Professor at the Moscow State Aviation Technological University. Her research interests are in mechanics of elastic solids and physics of rigid bodies. She has published more than 5 technical papers. E-mail: a_misch@mail.ru

Александр Александрович ФЕДОТОВ родился в 1983 г. в городе Москве. Ассистент ГОУ ВПО «МАТИ» — РГТУ им. К.Э. Циолковского. Основные научные интересы — в области теории упругости. Автор 5 научных работ. E-mail:true-ten@yandex.ru

Alexander A. FEDOTOV, was born in 1983, in Moscow. He is an Assistant Professor at the Moscow State Aviation Technological University, he is also working toward Ph.D degree. His research interests include elasticity theory. He has published 5 technical papers. E-mail: true-ten@yandex.ru

Анализируются модели электротермомеханических эффектов, порождаемых тепловыделением вследствие электрических потерь в материале с покрытием, трещинами и шероховатой границей при действии достаточно быстропеременного электромагнитного поля, проникающего в указанный материал относительно неглубоко; рассматривается явление отслоения тонкого слоя материала (в частности, покрытия), связанное с потерей им устойчивости при его работе на изгиб, и последующее поведение этого слоя.

Models of electro-thermo-mechanical effects caused by a heat release due to electrical losses in a material with coating and rough boundary are analyzed. These effects occur under the electromagnetic field which changing rapidly enough and penetrate into the material rather superficially. Also a detachment phenomenon is studied for a thin layer of a material which can be the coating. The phenomenon caused with a bending instability of the layer is considered as well as the layer subsequent behavior.

Ключевые слова: термоупругость, шероховатость, трещина, покрытие, отслоение тонкого слоя, потеря устойчивости, изгиб.

Key words: thermoelasticity, roughness, crack, coating, thin layer detachment, instability, bending.

1. Введение

Рассматриваемые в работе эффекты, которые порождаются тепловыделением вследствие электрических потерь сравнительно большой величины в материале с покрытием при действии достаточно быстропеременного электромагнитного поля, проникающего в такой объект относительно неглубоко, могут использоваться двояко: а) при пониженной интенсивности воздействия — для неразрушающей физической диагностики трещин; б) при повышенной интенсивности воздействия — для разработки методов улучшения эксплуатационных характеристик материала с покрытием при существенной роли шероховатости и возможности отслоения тонкого слоя или покрытия вследствие происходящей под действием продольных сжимающих термонапряжений потери им устойчивости от изгиба.

Предполагается, что: 1) изменение во времени электромагнитного поля, происходящее в результате наложения гармонических колебаний и определяемое диссипацией электромагнитной энергии тепловыделение [1], допустимо усреднить по времени, достаточно большому по сравнению с характерным периодом колебаний поля и вместе с тем достаточно малому по сравнению с характерной длительностью электромагнитного воздействия; 2) характерная глубина δ проникновения этого поля (толщина скин-слоя) достаточно мала для того, чтобы материал с покрытием можно было считать занимающим полупространство, и вместе с тем, так же как и глубина существенного прогрева материала, достаточно велика по сравнению с характерной амплитудой шероховатости. В связи с этим в нулевом приближении эффекты, связанные с наличием как шероховатости, так и трещин, игнорируются как пренебрежимо малые и учитываются затем в первом (и только в первом) приближении.

Изучается возможность потери устойчивости тонким слоем материала (в частности, покрытием) под действием возникающих под границей термоупругих напряжений сжатия вдоль неё и закритическое поведение этого слоя (покрытия).

2. Деформирование материала с покрытием в отсутствие шероховатости и трещин (нулевое приближение)

Для описания указанного деформирования применяется модель линейной несвязанной термоупругости. При этом поле температуры находится отдельно [2].

2.1. Динамическая задача для полупространства

В литературе она рассматривается при помощи преобразования Лапласа по времени [3,4]. Ниже для этого применяется более удобный метод.

Одномерный случай. Полагаем, что:

а) поле возмущения температуры (по отношению к постоянной начальной температуре) $T(t,z)$, где t — время; z — координата, нормальная к границе $z=0$ рассматриваемого полупространства $z>0$, известно и исчезает на бесконечности; б) характерная глубина прогрева материала настолько превышает толщину покрытия, что последнее можно считать сосредоточенным на поверхности $z=0$ материала, однородного, изотропного (как принимается также и далее) и свободного от действия на него приложенных объёмных сил.

Зададим: а) условие при $t=0$, состоящее в исчезновении поля смещений и их скоростей; б) некоторое условие при $z=0$, наложенное на термоупругое нормальное к границе напряжение, и смещение; в) условие, требующее исчезновения любых возмущений при $z\to\infty$.

Эта исходная задача термоупругости решается в два этапа.

Этап I. Решаем уравнение термоупругости при $-\infty<z<+\infty$, удовлетворяющее требованиям исчезновения: а) смещений и их скоростей при $t=0$ и б) всех полей при $|z|\to\infty$. Для этого рассматриваем указанное уравнение как уравнение теории упругости с плотностью объёмной силы $f_z=-3K\alpha\partial T/\partial z$, где K — модуль объёмного сжатия материала; α — линейный коэффициент температурного расширения. Далее, считая поле T известным и продолженным чётным образом в область $z<0$, воспользовавшись известным решением (см. [2], гл. 10, формула (51)), находим решение задачи этапа I:

$$u_{zI}(t,z)=$$

$$=-\frac{3K\alpha}{2c_l\rho}\int_{-\infty}^{+\infty}dz'\int_0^t H\left(t-t'-\frac{|z-z'|}{c_l}\right)\frac{\partial}{\partial z'}T(t',z')dt', \quad (2.1)$$

где $u_{zI}(t,z)$ — единственная ненулевая компонента вектора смещения; H — функция Хевисайда.

Этап II. Предположим сначала, что в исходной задаче при $z=0$ задано напряжение $\sigma_{zB}(t)$ (здесь и ниже индекс B означает, что значение величины берётся при $z=0$). Тогда можно записать, что при $z=0$ задано напряжение $\sigma_{zBII}=\sigma_{zB}(t)-\sigma_{zBI}(t)$, где вычитаемое получается подстановкой правой части (2.1) в соответствующее соотношение термоупругости. Искомое решение получается методом Д'Аламбера и для поля напряжений имеет вид

$$\sigma_{zII}(t,z)=\sigma_{zB}\left(t-\frac{z}{c_l}\right)-\sigma_{zBI}\left(t-\frac{z}{c_l}\right), \quad (2.2)$$

где c_l — скорость продольных волн.

Следовательно, решение исходной задачи для поля напряжений имеет вид

$$\sigma_z(t,z)=\sigma_{zBI}\left(t-\frac{z}{c_l}\right)+\sigma_{zBII}\left(t-\frac{z}{c_l}\right). \quad (2.3)$$

Поле смещений $u_z(t,z)$ находится при помощи (2.3).

Предположим теперь, что упомянутое выше некоторое условие при $z=0$ задано в виде соотношения, включающего $\sigma_{zB}(t,z)$, $u_{zB}(t,z)$ и t. Тогда, подставив в это соотношение вместо $u_{zB}(t)$ величину, получающуюся из $u_z(t,z)$ при $z=0$, получим уравнение для $u_{zB}(t)$, решив которое (с соответствующим условием при $t=0$) найдём $\sigma_{zB}(t)$ и тем самым найдём решение исходной задачи.

Нормальные напряжения, действующие вдоль осей *x, y*, таковы (ср. [3, 4]):

$$\sigma_x=\sigma_y=\frac{\nu}{1-\nu}\sigma_z-E\alpha T, \qquad (2.4)$$

где постоянные E и ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала соответственно.

Рассмотрим пример. Считая теплоотдачу в среду, откуда падает излучение, нулевой, а тепловыделение сосредоточенным на поверхности $z=0$ и описываемым П-образным импульсом продолжительности t_1: $Q=Q_0(H(t)-H(t-t_1))$, причём Q_0 = = const — заданная интенсивность тепловыделения, находим T с помощью известного результата [5, (52.10)] :

$$T(z,t)=\frac{Q_0}{\lambda}\left(2\sqrt{\frac{at}{\pi}}e^{-\frac{z^2}{4at}}-z\left(1-\operatorname{erf}\frac{z}{2\sqrt{at}}\right)\right),\ t<t_1; \qquad (2.5)$$

$$T(z,t)=\frac{Q_0}{\lambda}\left(2\sqrt{\frac{a}{\pi}}\left(\sqrt{t}e^{-\frac{z^2}{4at}}-\sqrt{t-t_1}e^{-\frac{z^2}{4a(t-t_1)}}\right)-\right.$$
$$\left.-z\left(\operatorname{erf}\frac{z}{2\sqrt{a(t-t_1)}}-\operatorname{erf}\frac{z}{2\sqrt{at}}\right)\right),\ t>t_1. \qquad (2.6)$$

Здесь λ — коэффициент теплопроводности; a — коэффициент температуропроводности; $\operatorname{erf}(x)$ — функция ошибок.

Решение для напряжений получается путём: а) подстановки (2.5), (2.6) в (2.3), с учётом выражения для $\sigma_{zBI}(t)$, получаемого подстановкой правой части выражения (2.1) в известное выражение термоупругости для z-компоненты нормального напряжения; б) подстановки полученного для этой компоненты результата, а также (2.5), (2.6) в (2.4).

Неодномерный случай. Рассмотренная выше схема решения задачи очевидным образом обобщается и на данный случай. Теперь объемная сила, пропорциональная градиенту температуры, будет иметь, вообще говоря, три компоненты. На этапе I понадобится воспользоваться, в наиболее общем случае, известным трёхмерным решением соответствующей задачи. На этапе II понадобится учесть наличие касательных напряжений, всех компонент вектора смещения при $z=0$ и воспользоваться известными решениями соответствующих задач, в наиболее общем случае — трёхмерной задачи для полупространства.

2.2. Квазистатическое приближение

Задача для полупространства. Постановка этой задачи, как в одномерном, так и неодномерном случае, остаётся в данном приближении той же, что и выше, за исключением того, что теперь отбрасываются начальные условия. Решения динамических задач заменяются решениями соответствующих статических задач. При этом остаются применимыми соотношения (2.4), где $\sigma_z(t,z)=\sigma_{zB}(t)$.

В частности, для случая свободной от напряжений границы $z=0$ имеем $\sigma_z=0$ при $z\geq 0$. При этом действующие вдоль неё напряжения получаются сжимающими (поскольку $T>0$) на любой глубине z. Объясняется это тем, что после принятия с самого начала предположения о бесконечной протяжённости границы $z=0$, вдоль которой никакие зависимые переменные не изменяются, любая глубина z должна рассматриваться как пренебрежимо малая по сравнению с характерной протяжённостью области рассматриваемого воздействия на эту границу.

Рассмотрим теперь условия применимости полученного решения. Равенство $\sigma_z(t,z)=\sigma_{zB}(t)$ формально справедливо на любой глубине z, а фактически — лишь до глубин под поверхностью материала с покрытием, гораздо меньших глубины, начиная с которой становятся существенными динамические эффекты и которая определяется (по порядку величины) характерной длиной упругой волны Λ, выражаемой произведением характерной длительности воздействия на c_l. При этом рассматриваемые характерные длительности воздействия ограничиваются снизу.

В случае исчезновения напряжений на границе $z=0$, указанное условие применимости квазистатического решения выполняется в области, где напряжение σ_z пренебрежимо мало.

3. Эффекты, порождаемые шероховатостью и изолированными трещинами (первое приближение)

Очевидно, в первом приближении все указанные эффекты суммируются и поэтому могут быть рассмотрены по отдельности.

Поскольку выше, при рассмотрении нулевого приближения, указанные эффекты предполагались пренебрежимо малыми, что, в частности, означает возможность пренебречь амплитудой шероховатости по сравнению с характерными толщиной скин-слоя и глубиной прогрева материала, распределение температуры в данном случае остаётся таким же, как и при рассмотрении нулевого приближения. Поэтому задача отыскания, в первом приближении, возмущения напряжённо-деформированного состояния представляет собой задачу теории упругости в отсутствие объёмных сил.

3.1. Эффекты, порождаемые шероховатостью

Квазистатика. Искомое возмущение напряжённо-деформированного состояния найдём, как и в [6], в предположении о достаточной малости амплитуды шероховатости и наклона её рельефа к границе $z = 0$, которую считаем здесь свободной от напряжений. Тогда можно применить подход [7]. Соответственно, эффект шероховатости, задаваемой функцией $\zeta = f(x, y)$, сводится к эффекту, вызываемому приложенными на границе $z = 0$ следующими касательными напряжениями ([7, (9.6.6)]:

$$\tau_{xz}^{(1)} = \sigma_1 \frac{\partial f}{\partial x}\left(\sigma_1 = \sigma_x^{(0)}\Big|_{z=0}\right);$$
$$\tau_{yz}^{(1)} = \sigma_2 \frac{\partial f}{\partial y}\left(\sigma_2 = \sigma_y^{(0)}\Big|_{z=0}\right); \quad \sigma_z^{(1)} = 0, \tag{3.1}$$

где верхний индекс (1) означает первое приближение; верхний индекс (0) — нулевое приближение, определяемое формулой (2.4), принять $\sigma_z = 0$.

Отличие рассматриваемой здесь задачи первого приближения от соответствующей задачи в [7] состоит лишь в том, что в [7] основные напряжения предполагаются растягивающими, а здесь они сжимающие. Поэтому соответствующие результаты [7] непосредственно переносятся на рассматриваемый здесь случай. Изучение усталости в рассматриваемом здесь случае сжимающих напряжений важно, например, для зеркал, предназначенных для отражения достаточно интенсивного излучения, поскольку в местах концентрации напряжений на шероховатой поверхности при многократных действиях на неё излучения будет нарастать повреждённость, приводящая к ухудшению работы объекта и, в конечном счёте, к его выходу из строя.

Используемое здесь решение задачи термоупругости применимо также в случае изменяющейся вдоль границы материала интенсивности излучения при условии, что характерное расстояние, на котором эта интенсивность существенно изменяется, значительно превосходит характерную глубину прогрева материала. Важно, что последняя оказывается макроскопически малой во многих реально встречающихся случаях. Для тех из них, в которых рассматривается случайно шероховатая граница материала, необходимо, в частности, использование спектра мощности (спектральной плотности) шероховатости, являющегося важной характеристикой, активно внедряемой в последние годы в прикладные исследования.

Динамика. Обобщение полученных выше результатов на этот случай (при условии, что характерная длительность рассматриваемого воздействия значительно превышает время распространения упругой волны на расстояния порядка шага шероховатости) получается путём перехода к соответствующей задаче динамической теории упругости с условиями (3.1) и условиями исчезновения смещений и их скоростей при $t = 0$, а также всех возмущений при $z \to +\infty$ и использования известного решения этой задачи.

3.2. Эффекты, порождаемые изолированными трещинами

Речь пойдёт только о механических эффектах. Трещины будем считать пустыми, понимая под этим, что сопротивлением деформированию находящейся в них среды можно пренебречь

Эффекты пониженной интенсивности. Они возникают при относительно слабых воздействиях, которые не могут вызвать рост трещин, и применяются для неразрушающей диагностики трещин, осуществляемой, в том числе, на основе связанных с ними механических эффектов. Сравнительно просто она осуществляется на основе результатов измерений возмущений упругого поля в случае, когда диагностируемая трещина достаточно удалена от места проведения этих измерений (например, границы тела), так что изучаемое возмущение от трещины можно находить в дипольном приближении. Этот случай здесь и рассмотрим, опираясь в основном на работу [6].

Трещину будем считать плоской, расположенной на достаточно большой по сравнению с её характерной протяжённостью глубине z, значительно превышающей толщину скин-слоя, и испытывающей воздействие импульсного возмущения поля напряжений, рассмотренного в нулевом приближении в разд. 2, предполагая интенсивность этого воздействия пониженной (в вышеупомянутом смысле).

Эту задачу удобно рассмотреть, предположив сначала, что тело бесконечно и на месте трещины в нём имеется замкнутая дислокационная петля с центром в центре трещины, определяемым радиус-вектором $\vec{r}_0$ с координатами $\{x_0,\ y_0,\ z_0\}$, и использовав выражение для поля смещений на расстояниях от этой петли, намного превышающих её характерный размер.

Квазистатика. Указанное выражение таково [8, (27.11), (27.12)]:

$$u_i\left(\vec{r},\vec{r}_0\right) = -\lambda_{jklm} d_{lm} \frac{\partial G_{ij}\left(\vec{r}-\vec{r}_0\right)}{\partial x_k}, \qquad (3.2)$$

где u_i — декартовы компоненты вектора малых смещений; λ_{jklm} — компоненты тензора упругих жёсткостей (модулей) в обобщённом законе Гука; d_{lm} — тензор дислокационного момента; $G_{ij}\left(\vec{r}-\vec{r}_0\right)$ — компоненты тензора Грина в безграничном материале, причём компонентами вектора $\vec{r}$ являются текущие координаты x_i, индексы $i,\ldots,m$ принимают значения 1, 2, 3 (или $x,\ y,\ z$ соответственно) и по повторяющимся индексам подразумевается суммирование в пределах от 1 до 3. Компоненты тензора дислокационного момента таковы:

$$d_{ik} = S_i b_k, \qquad (3.3)$$

где b_k — компоненты вектора Бюргерса; S_i — площади проекций дислокационной петли на плоскости, перпендикулярные соответствующим осям координат.

Предположим теперь, что на месте указанной дислокационной петли находится трещина. Представим последнюю как площадку, при переходе через которую вектор смещения изменяется распределённым по ней скачком, вызванным найденным в нулевом приближении в разд. 2.2 полем напряжений, которое, в отсутствие этой трещины, создало бы на её месте рассматриваемое импульсное воздействие. Вследствие предполагаемой сравнительной малости протяжённости трещины это поле напряжений можно считать однородным в пределах указанной площадки. Далее, распределение по ней вышеупомянутого скачка вектора смещения можно представить как результат распределения по ней непрерывной совокупности дислокационных петель рассмотренного выше типа. Поэтому возмущение упругого поля, вызываемое такой трещиной в бесконечном теле на расстояниях от трещины, намного превышающих её собственную протяжённость, будет определяться выражением (3.2), в котором теперь правая часть (3.3) должна быть соответствующим образом заменена.

Чтобы сделать это, рассмотрим сначала указанную трещину в её собственной системе декартовых координат $x_{i'}$, в которой плоскость трещины перпендикулярна оси $x_{3'}$. Тогда,

$$d_{3'k'} = V_{k'}, \qquad (3.4)$$

где $V_{3'}$ — объём, получающийся в результате интегрирования распределённого по трещине скачка нормальной компоненты смещения, по площади трещины в пределах её контура, т.е. объём, который можно считать объёмом трещины, рассматриваемой изначально как математический, т. е. лишённый толщины, разрез; $V_{1'}, V_{2'}$ — имеющие размерность объёма величины, находимые аналогичным образом для скачков соответствующих касательных к трещине скачков смещений на ней; остальные компоненты $d_{i'k'} = 0$.

Противоположные берега трещины будем считать свободными от напряжений. Тогда, вследствие линейности задачи, $V_{i'}$ пропорциональны приложенным «на бесконечности» напряжениям $\sigma_{i'3'}$ в системе координат $x_{i'}$, находимым при помощи (2.4). Для эллиптической в плане трещины выражения для $V_{i'}$ найдены в [9].

Напряжения $\sigma_{i'3'}$ могут быть сжимающими (см. (2.4) при $\sigma_z = 0$). Поэтому раскрытие трещины (предполагаем её достаточно удалённой от границы $z = 0$) может быть полностью предотвращено, вследствие чего (когда это имеет место) в (3.4) необходимо приравнять $V_{3'}$ нулю. Что касается $V_{1'}, V_{2'}$, то изменять их в таком случае не потребуется, если можно пренебречь трением при взаимном сдвиге пришедших в контакт противоположных берегов трещины.

В проведенном рассуждении начальное раскрытие трещины h_c принималось равным нулю. Фактически же оно должно рассматриваться как малая, но конечная величина, связанная с толщиной того слоя материала, который разрушился в процессе формирования и роста в нём рассматриваемой трещины. При этом, во всём, что относится к возмущению напряжённо-деформированного состояния трещиной, можно по-прежнему рассматривать её как математический разрез всюду, за исключением малой приконтурной области трещины с диаметром поперечного сечения порядка h_c. В таком случае, для того чтобы закрыть трещину с характерной протяжённостью a_c, понадобится создать в прилегающем к ней материале деформации порядка h_c/a_c и, соответственно, сжимающие (в направлении нормали к трещине) напряжения порядка Eh_c/a_c, которые, даже при весьма малых значениях h_c/a_c, могут оказаться нереализуемо большими во многих практически важных случаях. Тогда возможностью закрытия трещины, находящейся в поле сжимающих напряжений, можно пренебречь и, следовательно, считать соотношения (3.4) применимыми при любых видах воздействующего на неё поля напряжений вдали от неё.

Остаётся получить соответствующий (3.4) результат для отвечающего трещине $d_{ik}^{(c)}(t)$, где аргумент t появился, поскольку от него, через напряжения (2.4), зависят $V_{i'}$ в лабораторной системе координат. Этот результат получается применением соответствующих тензорных преобразований. Таким образом, искомый результат даётся выражением (3.2), в которое вместо d_{ik} надо подставить $d_{ik}^{(c)}(t)$.

Предположим теперь, что данная трещина с центром при $z = z_0$ находится в полупространстве $z > 0$ со свободной от напряжений границей $z = 0$. При этом предполагается, что $a_c << z_0$, где a_c — характерная протяжённость трещины. При значениях z таких, что $a_c << z << z_0$, допустимо применение асимптотики (3.2), в которую вместо d_{ik} надо подставить $d_{ik}^{(c)}(t)$. Тогда решение рассматриваемой задачи можно найти в три этапа.

Этап I. Для асимптотики поля смещений (3.2), в которую вместо тензора d_{ik} подставлен тензор $d_{ik}^{(c)}(t)$, находим напряжения на границе $z = 0$: $\sigma_{i3(B)}^{(I)}$.

Этап II. Воспользовавшись известным статическим решением задачи теории упругости в отсутствие объёмных сил и трещины для полупространства $z > 0$, на границе которого $z = 0$ заданы напряжения $-\sigma_{i3(B)}^{(I)}$, находим поле вектора смещений в этом полупространстве.

Этап III. Искомое решение задачи находим путём суперпозиции полей вектора смещений, соответствующих этапам I и II.

Если также имеются трещины типа рассмотренной выше с центрами в точках $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots$, причём расстояния $|\vec{r}_1 - \vec{r}_0|, |\vec{r}_2 - \vec{r}_0|, |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|, \ldots$ достаточно велики по сравнению с протяжённостями этих трещин, то поле вектора смещений для этой задачи получается суперпозицией найденных, как было только что объяснено, полей вектора смещений для всех трещин.

Динамика. Предположим дополнительно, что характерная длина упругой волны, соответствующая рассматриваемому воздействию, достаточно велика по сравнению с характерной протяжённостью каждой трещины. Тогда для случая одной трещины в бесконечном теле поле вектора смещений можно, очевидно, получить путём обобщения выражения, получающегося из (3.2) после подстановки вместо d_{ik} тензора $d_{ik}^{(c)}(t)$ и учёта того, что, очевидно, $u_i(\vec{r}, \vec{r}_0, t) = (\partial u_{ik}(\vec{r}, \vec{r}_0, t)/\partial x_k)$, где $u_{ik}(\vec{r}, \vec{r}_0, t)$ находится как i-я компонента вектора смещения, создаваемого каждой из трёх сосредоточенных сил, приложенных в точке $\vec{r}_0$, направленных противоположно j-й оси и имеющих значения $\lambda_{jklm} d_{lm}^{(c)}(t)$ ($k = 1,\ 2,\ 3$). Выражения для указанных трёх полей i-х компонент вектора смещения получаются из выражения, приведённого в [2, гл.10, (32)], путём очевидных переобозначений. После этого находится, как объяснено выше, поле $u_i(\vec{r}, \vec{r}_0, t)$, дающее решение задачи об одной трещине в бесконечном теле.

Случаи полупространства с одной трещиной и многими трещинами рассматриваются аналогично тому, как объяснено выше для квазистатических условий, с использованием решений соответствующих динамических задач. Подчеркнём, что никакое влияние на $d_{ik}^{(c)}(t)$ данной трещины со стороны других трещин или границы $z = 0$ учитываться не должно, поскольку оно выражается эффектами более высокого порядка малости, чем первый, только и принимаемый здесь во внимание.

Эффекты повышенной интенсивности. Под ними понимаются эффекты, которые приводят к росту трещин. Будем считать трещины находящимися в полупространстве $z > 0$, граница которого $z = 0$ свободна от напряжений.

Квазистатика. В этом случае в (2.4) $\sigma_z = 0$ и поэтому всюду имеет место двухосное равнокомпонентное сжатие вдоль границы. В такой ситуации в подходящих условиях происходит развитие начальных трещин, приводящее к расслоению образца, реализующемуся посредством роста трещин отрыва преимущественно параллельно свободной от напряжений поверхности $z = 0$, которые ответвились от наклонных к ней начальных трещин вследствие взаимного сдвига их противоположных берегов, аналогично тому, как это происходит в случае одноосного сжатия (см. [10] и цитированную в ней литературу). Указанный сдвиг вызывается касательными напряжениями, порождаемыми в плоскости наклонных трещин действующими в материале сжимающими его напряжениями. Для начальных наклонных трещин с контурами, в достаточной мере вытянутыми вдоль границы $z = 0$, допустимо применение условий плоской деформации, для которых элементарный акт вышеупомянутого расслоения образца, состоящий в росте трещины отрыва от концов указанной наклонной трещины, можно рассмотреть при помощи соответствующих выражений для коэффициента интенсивности напряжений в концах этой трещины отрыва [10].

Действие механизма, аналогичного только что рассмотренному механизму расслоения, в том числе и применительно к усталостному разрушению при многократных сравнительно слабых импульсных нагружениях рассматриваемого здесь типа, может приводить к прорастанию достаточно протяжённой трещины по тонкой зоне повреждённости, которая может образоваться вблизи шероховатой границы материала [11], т.е. номинально плоской границы $z = 0$. Схожим образом такого вида трещина может прорасти и по границе соединения покрытия с субстратом.

Вызвав указанным способом подрастание или рост трещин, можно затем использовать воздействие пониженной интенсивности, оставляющее контуры трещин на месте, для диагностики, как указано выше, нового состояния материала с трещинами, представляющими собой, например, изолированные места отслоений покрытия от субстрата. В последнем случае можно, на основе полученной таким образом информации оценить трещиностойкость границы соединения покрытия с субстратом.

4. Отслоение материала или покрытия посредством изгиба, вызванного потерей устойчивости

Предположим, что имеется параллельная границе материала не слишком удалённая от неё достаточно протяжённая трещина в нём самом или на границе соединения покрытия с ним (см. п. 3.2). Возможна вызываемая действием термонапряжений сжатия потеря устойчивости слоем материала, находящимся между этой трещиной и границей материала (или границей покрытия) с последующим закритическим деформированием этого слоя (или покрытия), которое может привести к его дальнейшему отслоению. Отслоение покрытия под действием сжимающих его продольных напряжений, вызванных внешним нагревом, рассмотрено в [12]. Проводимый ниже анализ существенно отличается от анализа, проведённого в [12].

Рассмотрим случай, когда контур трещины, отделяющей от материала тонкий приграничный слой, достаточно вытянут в одном направлении, так что дальнейший анализ допустимо проводить, предполагая выполненными условия плоской деформации.

Предположим, что указанный слой, нагреваемый за счёт диссипации в нём энергии рассматриваемого электромагнитного воздействия, обладает достаточно высокой теплопроводностью для того, чтобы можно было пренебречь отдачей им тепла в среду, откуда на него падает импульс электромагнитного излучения. Предположим также, что пренебрежимо мала и теплоотдача в материал, находящийся вне рассматриваемого тонкого слоя. Последнее пренебрежение заведомо допустимо в случаях, когда характерная глубина прогрева рассматриваемого слоя гораздо меньше его толщины. Рассмотрением этого простого случая в предположении о применимости квазистатического приближения здесь и ограничимся. Тогда сжимающие напряжения в слое будут определяться (2.4), где, считая границу $z = 0$ незагруженной, положим $\sigma_z = 0$, и (2.5). Потерю устойчивости слоем и его последующее поведение исследуем упрощённо, заменив сжимающие слой термонапряжения их средними по его толщине значениями, что означает замену такими средними значениями всех переменных в (2.4).

Будем считать слой жёстко заделанным по его краям, а размер концевых (краевых) зон отслоения, где оно, собственно, и происходит (процессных зон), пренебрежимо малым, что соответствует обычно принимаемому в таких ситуациях допущению [8, параграф 12, задача 6].

Решение задачи о потере устойчивости в таких условиях получается из приведенного в [13] решения соответствующей задачи для стержня, шарнирно опёртого в его концах [13, параграф 91] с помощью приёма, позволяющего трактовать точки перегиба изогнутой оси стержня (или пластины), появляющиеся на ней в случае рассматриваемых здесь условий жёсткой заделки, как шарнирные опоры [13, параграф 92, рис. 494]. При этом необходимо: а) перейти от изгибной жёсткости стержня к изгибной жёсткости пластины; б) выразить приложенную продольно сжимающую стержень силу через вышеупомянутые продольно сжимающие термонапряжения, усреднённые по толщине теряющего устойчивость слоя.

Прогнозировать рост отслоения можно так же, как рассмотрено выше для роста трещины под действием сжимающих продольных напряжений, в том числе и в случаях, когда отслоение происходит от иного, чем отслаивающийся материал (покрытие), сравнительно не слишком податливого (для того чтобы заделку слоя на его краях можно было считать жёсткой) материала, в частности от материала, который можно считать абсолютно жёстким. Связано это со следующим. Хотя в указанном случае (при различии упругих свойств материала и отслаивающегося от него слоя) формально и возникают быстро осциллирующие сингулярные напряжения вблизи границы отслоения, если представлять, как обычно, последнее в виде математического разреза, фактически они оказываются не имеющими отношения к действительности при учёте даже весьма небольшой толщины скрепляющего оба материала достаточно тонкого слоя, разрушающегося в процессе роста по нему трещины отслоения.

Таким образом, для осуществления указанного прогнозирования необходимо знать выражение для коэффициента интенсивности напряжений при нормальном отрыве K_I. Его можно найти, воспользовавшись:

а) выражением для поверхностной энергии (поверхностного натяжения) в рассматриваемом случае отслоения $\gamma = (D/4)\left(\partial^2\zeta/\partial x^2\right)_e^2$, где функция $\zeta(x)$ описывает изогнутую линию слоя (пластины) и находится как объяснено выше; индекс e означает, что отмеченная им величина берётся при значении x, соответствующем жёстко заделанному краю пластины, $D = Eh^3/12\left(1-\nu^2\right)$, h — толщина слоя [8, параграф 12, задача 6]);

б) выражением для γ через K_I. Для получения последнего выражения удобно представить рассматриваемую ситуацию как получающуюся посредством её зеркального отражения относительно плоскости отслоения, что, с учётом сделанных выше замечаний, приводит к схеме отслоения, эквивалентной исходной [14]. Тогда [15, (5.12)] $\gamma \equiv G_I = \left(1-\nu^2\right)K_I^2/E$. Приравнивая друг другу правые части обоих приведённых выше выражений для γ, находим

$$K_I = \frac{Eh^{3/2}}{4\sqrt{3}\left(1-\nu^2\right)}\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\right)_e,$$

где выражение в скобках положительно. Данная формула для K_I применима на обоих концах (краях) рассматриваемого слоя.

Очевидно эта формула справедлива независимо от того, каков механизм отслоения рассматриваемого слоя, поскольку она получена путём приравнивания друг другу выражений разного вида для одного и того же изменения упругой энергии, вызванного бесконечно малым продвижением фронта (края) отслоения. Отметим, что проведённое рассмотрение не обязательно предполагает сохранение симметрии в условиях продвижения обоих краёв отслоения.

Растягивающие напряжения от изгиба, порождаемые изгибающим моментом в заделке у стороны слоя, ближайшей к поверхности отслоения, могут привести здесь к росту поперечной трещины (из некоторой начальной), прогнозировать который можно, используя соответствующее известное выражение для коэффициента интенсивности напряжений. В результате может возникнуть конкуренция между ростом такой трещины и дальнейшим развитием отслоения. В частности, при сравнительно быстром росте указанной трещины процесс продвижения отслоения может вообще прекратиться, и в результате условие жёсткой заделки может смениться условием, близким к условию шарнирного соединения, что приведёт к радикальному изменению характера закритического деформирования.

Выводы

1. Для задач несвязанной термоупругости в полупространстве, динамических и квазистатических, дан метод решения, привлекательный тем, что он полностью основан на использовании известных аналитических, удобных для проведения расчётов, решений соответствующих задач классической теории упругости.

2. Разработана схема решения задач для полупространства (и полуплоскости) с полого шероховатой границей, под которой действуют вдоль неё вызванные нагревом вследствие тепловыделения в материале и просто находимые сжимающие напряжения; схема применима и в условиях, когда эти напряжения изменяются вдоль границы на расстояниях, значительно превосходящих характерную глубину прогрева материала, являющуюся во мно-

гих практически интересных случаях макроскопически малой величиной.

3. Для изолированых трещин получены асимптотики решения задачи теории упругости, как в квазистатическом, так и в динамическом случае, на расстояниях от каждой трещины, значительно превышающих её собственную характерную протяжённость, и даны: схема применения этих результатов для физической (неразрушающей) диагностики трещин и схема расслоения материала трещинами, растущими вдоль его границы, и в частности по границе покрытие-субстрат, под действием продольных сжимающих напряжений.

4. Развита схема расчёта отслоения тонкого слоя материала, в частности покрытия, посредством его изгиба, порождённого: потерей этим слоем устойчивости (в условиях, когда он отделён от материала трещиной, которая может, в частности, оказаться проросшей, как упомянуто в п. 3 выводов, под действием сжимающих напряжений, упомянутых в п. 2, и последующим закритическим деформированием этого слоя.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 09-08-01148 и 08-01-00860).

Библиографический список

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика: Учебное пособие. —Т. 8. Электродинамика сплошных сред. — 4-е изд. — М.: Физматлит, 2003.

2. *Новацкий В.* Теория упругости. — М.: Мир, 1975.

3. *Даниловская В.И.* Об одной динамической задаче термоупругости// ПММ, 1952. Т. XVI. С. 341—344.

4. *Паркус Г.* Неустановившиеся температурные напряжения. — М.: Физматгиз, 1963.

5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. Теоретическая физика. — Т. VI. — М.: Наука, 1986.

6. *R.L. Salganik, V.G. Markov, A.A. Mischenko, A.N. Mokhe*l. Electro-thermo-mechanical phenomena affecting near-surface cracks in highly conductive with some prospects of its applications, preprint IPM RAS N841, Moscow, 2007, 22 p.

7. *Хусу А.П., Виттенберг Ю.Р., Пальмов В.А.* Шероховатость поверхностей — теоретико-вероятностный подход. — М.: Наука, 1975.

8. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. Теоретическая физика. — Т. VII. — Изд. 4-е, исправленное и дополненное. — М.: Наука, 1987.

9. *Салганик Р.Л.* Механика тел с большим числом трещин // Изв. АН СССР. МТТ. 1973. №4. С. 149-158.

10. *Lehner, F.K., M.L. Kachanov*. On modelling “winged” cracks forming under compression. Int. J. Fracture. 1996. 77. P.69—75.

11. Whitehouse D.J. Surface Characterization and Roughness Measurement in Engineering // Photomechanics. Topics Appl. Phys. 2000. V. 77. 413-461.

12. *Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М.* Моделирование отслоений покрытий при термомеханическом нагружении в балочном приближении // Изв. РАН. МТТ. 2007. №5. С.75-90.

13. *Феодосьев В.И.* Сопротивление материалов. — М.: Наука, 1970.

14. *Ентов В.М., Салганик Р.Л.* О балочном приближении в теории трещин // Изв. АН СССР. ОТН. Механика. 1965. №5. С. 95-102.

15. *Броек Д.* Основы механики разрушения. — М.: Высшая школа,1980.

ГОУ ВПО «МАТИ» — РГТУ им. К.Э. Циолковского
Статья поступила в редакцию 18.05.2008