

## ОТЗЫВ

официального оппонента  
о диссертации Сухова Егора Аркадьевича

### **«ИССЛЕДОВАНИЕ ОРБИТАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ И БИФУРКАЦИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ СИММЕТРИЧНОГО СПУТНИКА НА КРУГОВОЙ ОРБИТЕ»**,

представленной на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.02.01 – Теоретическая механика

Диссертационная работа Е.А. Сухова посвящена исследованию режимов движения динамически симметричного спутника относительно центра масс в ньютоновом гравитационном поле. Ось динамической симметрии спутника в случае движения по круговой орбите имеет три типа положений равновесия в орбитальной системе координат, равномерно вращающейся вокруг нормали к плоскости орбиты. В инерциальном пространстве эти положения равновесия, очевидно, соответствуют регулярным прецессиям. В зависимости от того, как выглядит заметаемая осью динамической симметрии поверхность, прецессия именуется конической, цилиндрической или гиперболоидальной. Диссертант исследует вопрос о существовании, орбитальной устойчивости и бифуркации семейств периодических движений, рождающихся из трёх указанных классов прецессий. Движения с малыми амплитудами могут быть построены методом нормальных форм. После этого автор продолжает решения численно, по трём параметрам, и восстанавливает имеющиеся семейства короткопериодических и долгопериодических движений во всей области их существования. Получив периодические решения, диссертант исследует их орбитальную устойчивость аналитически с помощью вычисления мультипликаторов (собственных чисел матрицы монодромии) и затем верифицирует выводы численно, построением двумерных сечений Пуанкаре при различных значениях параметров системы. Для найденных семейств приведены бифуркационные диаграммы.

Диссертация состоит из 4 содержательных глав, введения и заключения, а также 2 приложений.

В Главе 1 диссертации описан метод численного продолжения семейств периодических движений автономных гамильтоновых систем, первоначально разработанный А. Депри и Ж. Анраром. Впоследствии этот метод был развит и обобщён А.Г. Сокольским и С.Р. Каримовым. В диссертации Е.А. Суховым

ОБЩИЙ ОТДЕЛ МАИ  
Вх. № 03 / 12 2019

предлагается модификация метода, которая позволила существенно повысить скорость построения периодических движений по сравнению с его исходным вариантом. В частности, была разработана методика выбора величины шага — приращений параметров задачи, а также найден явный вид матрицы перехода к локальным координатам в случае системы с двумя степенями свободы. Был подготовлен программный комплекс, который реализует модифицированный вариант метода продолжения периодических решений гамильтоновых систем по одному или нескольким параметрам.

Главы 2 и 3 описывают аналитическое и численное построение семейств периодических движений, рождающихся из трёх разновидностей регулярных прецессий спутника. В Главе 2 при значениях параметров системы, близких к тем, что отвечают регулярным прецессиям, автор приводит асимптотические выражения для семейств коротко- и долгопериодических движений, которые рождаются из регулярных прецессий в нерезонансном случае. Также впервые Е.А. Суховым были получены семейства долгопериодических движений, порождающиеся гиперболоидальной прецессией в случае резонансов третьего и четвёртого порядков. В Главе 3 методом численного продолжения построены трёхмерные области существования рассмотренных в исследовании семейств коротко- и долгопериодических движений. За опорное движение в алгоритме численного продолжения брались те периодические движения, которые были сконструированы аналитически в Главе 2.

В Главе 4 диссертантом был изучен вопрос орбитальной устойчивости и бифуркации найденных семейств периодических движений. В данной главе в пространстве параметров задачи были идентифицированы зоны орбитальной устойчивости всех семейств. Автором были отслежены бифуркации семейств коротко- и долгопериодических движений; результаты анализа представлены в виде бифуркационных диаграмм. С целью более наглядного подтверждения качественных выводов о характере орбитальной устойчивости и бифуркации семейств периодических движений был применён метод сечений Пуанкаре.

В этом исследовании соискатель демонстрирует высокую квалификацию в области как аналитических, так и численных методов теории динамических систем и гамильтоновой механики: классическими техниками нерезонансной и резонансной теорий возмущений с привлечением программных инструментов символической алгебры Е.А. Сухов получил очень громоздкие асимптотические разложения для периодических движений с малой энергией, которые он сумел продолжить в область 3D-пространства параметров, соответствующую колебаниям оси динамической симметрии с большой энергией (амплитудой).

Оригинальность и новизна диссертации состоит не только в открытии новых классов периодических движений симметричного спутника, но и в отдельных математических методах (типа модификации метода продолжения по набору параметров), которые могут быть использованы в самых разных прикладных проблемах, сводящихся к решению семейства краевых задач. Кроме того, при подготовке диссертации соискателем разработано достаточно универсальное программное обеспечение, применимое для решения широкого спектра задач гамильтоновой механики, в том числе не связанных с небесномеханическими и астродинамическими приложениями.

Что касается той прикладной задачи, которой посвящалась диссертация, необходимо отметить, что полученные автором результаты значительно обогащают теорию вращательного движения близких к симметричным небесных тел, как искусственных, так и естественных. Открытые семейства периодических движений, вписанные в общую бифуркационную картину динамической системы, позволяют глубже понять закономерности и качественные эффекты в эволюции положения оси динамической симметрии небесного тела.

Основные результаты диссертационной работы опубликованы автором в 4 научных статьях в журналах, входящих в перечень ВАК. Они неоднократно докладывались на конференциях и семинарах и в целом правильно отражены в автореферате.

По содержанию и оформлению диссертации можно высказать несколько замечаний:

1. В своей диссертации соискатель амбициозно «погнался за двумя зайцами» и попытался совместить «теорию» – разработку математических методов и техник для численного продолжения семейств решений по параметрам – и «практику» – применение этих численных методов вкупе с классическими приёмами теории возмущений для глубокого, всестороннего исследования традиционной прикладной задачи о вращательном движении динамически симметричного спутника на околокруговой орбите. Пройти весь этот путь и достаточно полно изложить в диссертации полученные результаты – это непросто. Скажем, в Главе 1 описание ключевого математического приёма – модифицированного метода численного продолжения семейств решений по набору параметров – сделано немного поверхностно. Во многих местах соискатель ограничился ссылкой на свои статьи или даже на не доступные для ознакомления тезисы докладов. В формуле (1.25), выражающей смысл предложенной диссертантом модификации метода, введены векторы  $s$  и  $R$ , определение которых в тексте нигде не даётся. Что касается практической

значимости полученных результатов, её увеличению поспособствовало бы включение в работу главы с анализом чувствительности основных свойств найденных семейств периодических решений (орбитальной устойчивости, поведения бифуркационных кривых) при наличии имеющихся на практике возмущений – неточного равенства двух моментов инерции, моментов сил светового давления и атмосферного торможения, эллиптичности орбиты.

2. Некоторые графические материалы в диссертации непонятны для читателя и требуют улучшения/уточнения.

- Ни в тексте диссертации, ни в подписи к рисункам 5 и 7 не объясняется, что обозначают пунктирные линии. Вероятно, по аналогии с рис. 9, так отмечены резонансные кривые.
- На рисунке 15с (затем повторяется как рис. 23е) область существования периодических решений имеет «дырки». Из подписи к рисунку следует, что решений там нет. В то же время на стр. 80, в описании рисунка 23е, сказано, что семейство периодических решений не удалось продолжить внутрь «дырок» с помощью предложенного автором метода. Возможно ли, что периодические решения для этих значений параметров всё-таки существуют?
- В подписи к рис. 24b следовало бы явно указать, что штриховой линией показаны те участки бифуркационных кривых, где решение становится орбитально неустойчивым.
- Качество практически всех приведённых в Главе 4 сечений Пуанкаре не позволяет читателю верифицировать в полном объёме сделанные ранее выводы о поведении системы: многие из островов стабильности – мест, где сечение Пуанкаре протыкают инвариантные торы из периодических и квазипериодических движений, – не просматриваются. Потенциально улучшение здесь может быть достигнуто добавлением дополнительных пробных точек в интересующей нас области фазового пространства или другим выбором сечения Пуанкаре.

3. Имеется ряд опечаток и неаккуратностей в тексте диссертации.

- В названии диссертации и нескольких её глав употребляется жаргонное словосочетание «симметричного спутника» с неоднозначным смыслом. Под симметричностью читатель может понять как геометрическую, так и динамическую симметрию (причём в последнем случае – как осевую, так и сферическую). Было бы лучше не опускать слово «динамически», как это делается в остальном тексте диссертации.

- Во Введении трижды встречается не вполне аккуратный термин «динамика космических аппаратов» в смысле динамики космического полёта (в частности, динамики вращательного движения спутников). Ещё одно значение этого термина, не имеющее отношения к диссертации, связано с динамическими явлениями в конструкции самих аппаратов.
- В заглавии раздела 2.2 пропущен предлог «из» (регулярных прецессий).
- В названии Главы 3 допущена опечатка: должно быть «прецессий», а не «прецессии».
- На стр. 76 сделана отсылка к Приложению 3, в котором, как заявляется, приведены описания основных процедур в программном комплексе для построения сечений Пуанкаре и бифуркационных диаграмм, но в тексте диссертации нет никакого Приложения 3. Скорее всего, автор забыл его добавить на финальном этапе компоновки диссертации.
- Наименования кривых на рис. 28 при упоминании в тексте диссертации не соответствуют обозначениям на самом рисунке.

Несмотря на ряд указанных замечаний, диссертация носит завершённый характер, выполнена на высоком научном уровне и полностью удовлетворяет критериям п.п. 9 и 10 «Положения о порядке присуждения учёных степеней», утверждённого Постановлением Правительства Российской Федерации №842 от 24.09.2013, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата наук, а её автор, Сухов Егор Аркадьевич, вполне заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 – «Теоретическая механика».

Научный сотрудник  
федерального государственного учреждения  
«Федеральный исследовательский центр  
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша  
Российской академии наук»,  
кандидат физико-математических наук

**Трофимов Сергей Павлович**



Подпись С.П. Трофимова удостоверяю

Учёный секретарь ИПМ им. М.В. Келдыша РАН



А.И. Маслов