

МЕХАНИКА

Научная статья

УДК: 62-762.445:677.017.442

DOI: [10.34759/trd-2021-120-05](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-05)

К расчёту нагрузок разгерметизации фланцевого соединения трубопроводов с Z-образным металлическим уплотнением

Андрей Александрович Бойков

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

a.boickov@yandex.ru

Аннотация. Рассматривается соединение трубопроводов с не контактирующими фланцами, которое герметизируется за счёт установки в узел Z-образного металлического уплотнения. Ставится вопрос о необходимости оценки соединения на предмет отрыва кромок уплотнения от поверхностей фланцев. Данную проверку следует проводить перед расчётом на герметичность, поскольку может оказаться, что под действием внутреннего давления в магистрали или внешней осевой силы клиновидная кромка уплотнения отрывается от поверхности фланца, что приводит к невозможности выполнения соединением герметизирующих функций.

Ключевые слова: Z-образное уплотнение, нагрузки разгерметизации, расчёт на герметичность

Для цитирования: Бойков А.А. К расчёту нагрузок разгерметизации фланцевого соединения трубопроводов с Z-образным металлическим уплотнением // Труды МАИ. 2021. № 120. DOI: [10.34759/trd-2021-120-05](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-05)

MECHANICS

Original article

Depressurization loads analysis method for flange connection of pipes with metal Z-shape seal

Andrey A. Boikov

Moscow Aviation Institute (National Research University), MAI, Moscow, Russia

a.boickov@yandex.ru

Abstract. The article considers coupling of the pipelines by the non-contacting flanges, which is being pressurized by installing a Z-shaped metal seal into the connecting block. The issue of the coupling assessment necessity with a view to the seal edges breakaway from the flanges' surfaces is being put forward. This checkup should be performed prior to the tightness computing, since it may appear that the wedge-like seal edge breaks away from the seal surface under the impact of the internal pressure or axial external force, which leads to the impossibility of performing sealing functions by the assembly. Computational models applied by the author in the previous articles while obtaining expressions describing the pipelines flange coupling behavior with the Z-shape metal seal at the stage of both loading by the internal pressure and axial force were used. Derivation of expressions for the depressurizing loads is being based on introduction of other initial

data concerning values of the force factors acting on the parts of the coupling. The reverse problem is being solved. Previously, the contact load was being defined through the known internal pressure and external axial force. In the present case, it is necessary to find the internal pressure of the external axial force, which will be the possible depressurizing load, by the known contact load on the detached edge. In the case of both with the internal pressure and external axial force, two possible values of the pressure and depressurizing force will take place, namely in the case of the upper or lower edge detachment. Minimum of the two possible values is being selected as the depressurizing force. As the result, the possibility will arise to define which edge will be the first to detach.

Keywords: Z-shape seal, depressurization loads, tightness analysis

For citation: Boikov A.A. Depressurization loads analysis method for flange connection of pipes with metal Z-shape seal. *Trudy MAI*, 2021, no. 120. DOI: [10.34759/trd-2021-120-05](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-05)

Введение

Надёжность и эксплуатационная безопасность бортовых систем летательных аппаратов во многом обусловлена герметичностью соединений. В гидравлических и пневматических системах трубопроводов авиационной и космической техники часто используются фланцевые соединения трубопроводов с Z-образными металлическими деформируемыми уплотнениями (рис. 1).

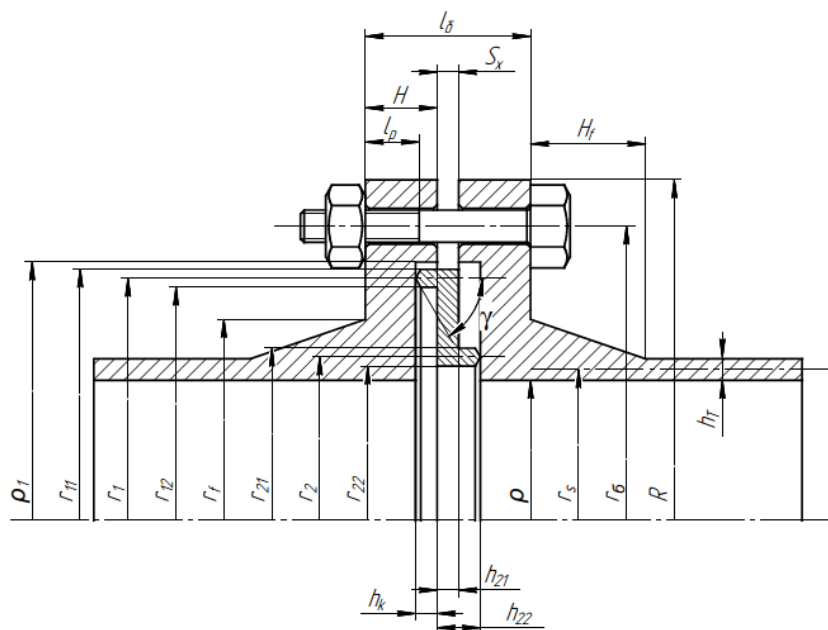


Рис. 1. Фланцевое соединение с Z-образным уплотнением

Привлекательность данных соединений заключается в высокой плотности получаемого контакта между кромкой уплотнения и фланцем [1, 2, 3, 4]. Их необходимо рассчитывать на прочность и герметичность, чтобы обеспечить минимальное значение утечки герметизируемой среды и при этом избежать неоправданного увеличения массы и, как следствие, инерционных нагрузок на конструкцию летательного аппарата.

Постановка задачи

При проектировании соединения может оказаться, что под действием внутреннего давления в магистрали или внешней осевой силы происходит отрыв кромки уплотнения от поверхности фланца. Это означает, что соединение не способно выполнять герметизирующие функции при заданных нагрузках, и утечка герметизируемой среды гарантированно превысит предельно допустимое значение. Необходимо получить зависимости, позволяющие оценить значение нагрузок,

вызывающих разгерметизацию соединения за счёт отрыва кромок уплотнения от поверхности фланцев. Это позволит на начальном этапе проектирования соединения быстро исключить заведомо неработоспособные варианты конструкции, что сэкономит время выполнения инженерной задачи и повысит надёжность спроектированных узлов и агрегатов.

Расчётная модель и основные допущения

Воспользуемся расчётными моделями, применёнными в работах [5, 6] при выводе зависимостей, описывающих поведение соединения трубопроводов с Z-образным уплотнением на этапах нагружения внутренним давлением и внешней осевой силой. В результате упругой разгрузки фланцевые болты дополнительно подвергаются нагружению за счёт усилий N_6 – на этапе подачи давления в магистраль, N_6^+ – на этапе нагружения осевой силой. При приложении как внутреннего давления, так и внешней осевой силы податливость болтов λ_6 служит причиной кинематического расхождения фланцев Δ_x^+ – на этапе подачи давления в магистраль, Δ_x^+ – на этапе нагружения внешней осевой силой. Профили фланцев получают приращения углов поворота $\delta\varphi_i$. Как и в работах [5, 6], будем решать задачу в приращениях.

Методология исследования. Давление разгерметизации соединения.

Целесообразным является подход, согласно которому отдельно рассматриваются два возможных сценария разгерметизации соединения. Согласно первому разгерметизация происходит за счёт отрыва верхней кромки уплотнения

(расположена на окружности r_1), согласно второму – за счёт отрыва нижней кромки (расположена на окружности r_2).

Рассмотрим случай разгерметизации соединения, при котором происходит отрыв верхней кромки уплотнения. Силовые факторы, действующие на детали соединения при отрыве верхней кромки уплотнения, изображены на рис. 2.

Краевые условия задачи в данном случае можно записать так:

$$\delta P_{1x} = P_{1x}$$

$$\delta N_{1r} = 0$$

при этом:

$$P_{1x} = \frac{nP_6}{2\pi r_1}$$

где: δP_{ix} , δN_{ir} – компоненты приращений контактных усилий на кромках Z-образного уплотнения, равномерно распределённых по окружностям с радиусами r_i в осевом и радиальном направлении соответственно; P_6 – сила затяжки болта; n – количество болтов в соединении.

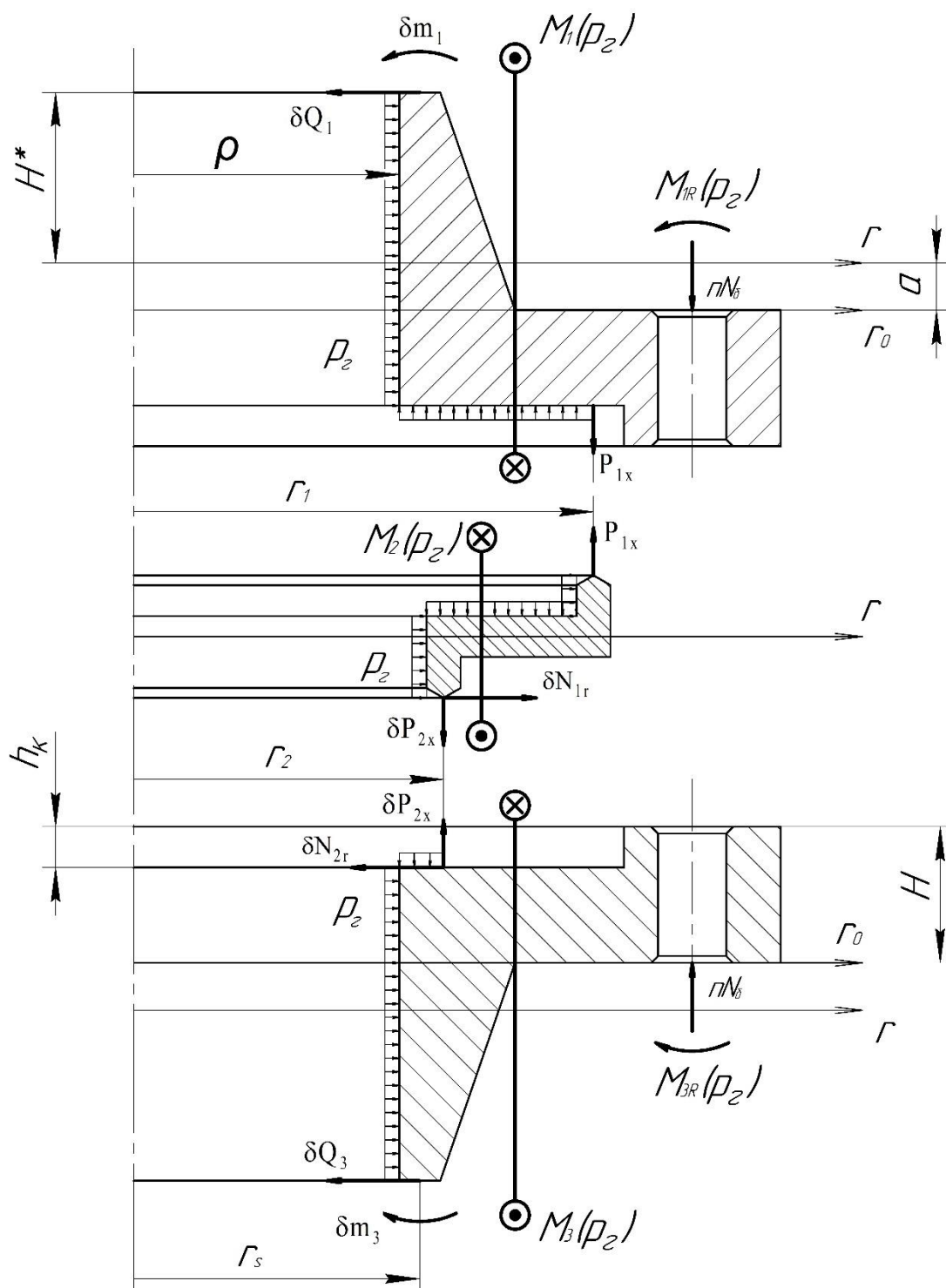


Рис. 2. Силовые факторы, действующие на детали соединения, при отрыве верхней кромки уплотнения.

Данные выражения записаны по модулю, направления векторов уже учтены в приведённых соотношениях.

Таким образом, уравнение равновесия 1-го фланца вдоль оси запишется следующим образом:

$$2\pi r_1 \times \delta P_{1x} + nN_6 = 2\pi p_\Gamma \times S_{1p}$$

$$2\pi r_1 \times \frac{nP_6}{2\pi r_1} + nN_6 = 2\pi p_\Gamma \times S_{1p}$$

при этом:

$$S_{1p} = \frac{1}{2}(r_1^2 - \rho^2)$$

где: p_Γ – давление разгерметизации соединения за счёт отрыва верхней кромки уплотнения от поверхности фланца.

Уравнение равновесия 3-го фланца вдоль продольной оси останется неизменным по сравнению с расчётной моделью, использованной в работе [5]

в итоге имеем:

$$\begin{cases} nP_6 + nN_6 = 2\pi p_\Gamma \times S_{1p} \\ 2\pi r_2 \times \delta P_{2x} + nN_6 = 2\pi p_\Gamma \times S_{3p} \end{cases} \quad (1)$$

где:

$$S_{3p} = \frac{1}{2}(r_2^2 - \rho^2)$$

Вычитая из первого выражения системы (1) второе, получаем:

$$nP_6 + nN_6 - 2\pi r_2 \times \delta P_{2x} - nN_6 = 2\pi p_r(S_{1p} - S_{3p})$$

$$-2\pi r_2 \times \delta P_{2x} = 2\pi p_r(S_{1p} - S_{3p}) - nP_6$$

$$2\pi r_2 \times \delta P_{2x} = nP_6 - 2\pi p_r(S_{1p} - S_{3p})$$

Для последующих преобразований запишем выражения:

$$r_2 \times \delta P_{2x} = \frac{nP_6}{2\pi} - p_r(S_{1p} - S_{3p})$$

$$r_1 \times \delta P_{1x} = r_1 \times P_{1x} = r_1 \times \frac{nP_6}{2\pi r_1} = \frac{nP_6}{2\pi}$$

Как и в работе [5], после записи системы уравнений равновесия фланцев в осевом направлении, имеем количество неизвестных на 1 больше, чем уравнений. Замыкаем систему при помощи уравнения совместности перемещений точек контакта уплотнения и фланцев [7, 8, 9]. Поскольку схема деформирования соединения остаётся неизменной по сравнению с той, что рассмотрена в работе [5], уравнение совместности перемещений будет выглядеть аналогично:

$$\frac{M_2(p_r)}{I_{32}(\varepsilon)}(r_1 - r_2) - \frac{1}{EI_3}(M_3(p_r)(r_6 - r_2) + M_1(p_r)(r_6 - r_1)) = \lambda_6 N_6 \quad (2)$$

где: $M_1(p_r)$, $M_2(p_r)$, $M_3(p_r)$ – приращение осесимметричного изгибающего момента при приложении давления разгерметизации p_r , действующего на левый фланец, уплотнение и правый фланец соответственно; E – модуль упругости материала

фланца; I_3 – 3-я геометрическая характеристика фланца (согласно теории осесимметричной деформации колец К.Б. Бицено); $I_{32}(\varepsilon)$ – жёсткость уплотнения, рассчитанная по методике, изложенной в работе [10].

Аналогично выкладкам работы [5] теперь необходимо выразить изгибающие моменты через силовые факторы, использованные при записи системы уравнений равновесия (1).

Выражение для изгибающего момента, действующего на уплотнение, при условии, что $\delta N_{1r} \neq \delta N_{2r}$:

$$M_2(p) = \delta P_{1x} r_1^2 - \delta P_{2x} r_2^2 + \delta N_{1r} \left(h_{22} - \frac{h_{21}}{2} \right) r_1 + \delta N_{2r} \left(h_{22} - \frac{h_{21}}{2} \right) r_2 - p S_{2M}$$

где:

$$S_{2M} = \frac{1}{3} (r_{12}^3 - r_{22}^3) - \frac{1}{2} h_{22} (r_{22} - r_{12}) (h_{22} - h_{21})$$

при $\delta N_{1r} = 0$; $\delta P_{1x} = P_{1x}$ получим выражение для $M_2(p_r)$, которое будет выглядеть так:

$$M_2(p_r) = \frac{n P_6}{2\pi} \times r_1 - \frac{n P_6}{2\pi} \times r_2 + p_r r_2 (S_{1p} - S_{3p}) + \delta N_{2r} \left(h_{22} - \frac{h_{21}}{2} \right) r_2 - p_r S_{2M}$$

Запишем приведённые в работе [5] выражения для изгибающих моментов, действующих на фланцы, с учётом того, что для 1-го фланца: $\delta P_{1x} = P_{1x}$, $\delta N_r = 0$; для 3-го: $\delta N_r = \delta N_{2r}$. Таким образом, получим выражения для изгибающих моментов $M_1(p_r)$ и $M_3(p_r)$:

$$M_1(p_r) = \frac{n}{2\pi} (N_6 r_6 + P_6 r_1) - \delta m_1 r_s - \delta Q_1 r_s H^* - M_{1R}(p_r) + p_r S_{1M}$$

$$M_3(p_r) = \delta P_{2x} r_2^2 + \frac{n N_6}{2\pi} r_6 + \delta N_{2r} r_2 (H - h_k + a) - \delta m_3 r_s - \delta Q_3 r_s H^* - M_{3R}(p_r) + p_r S_{3M}$$

при этом:

$$S_{1M} = \frac{\rho}{2} \left(H^{*2} - (H - h_k + a)^2 \right) - \frac{1}{3} (r_1^3 - \rho^3);$$

$$S_{3M} = \frac{\rho}{2} \left(H^{*2} - (H - h_k + a)^2 \right) - \frac{1}{3} (r_2^3 - \rho^3),$$

где: δm_i и δQ_i – приращения изгибающего момента и поперечной силы, действующих со стороны трубы на фланец; H^* – геометрическая характеристика фланца: расстояние от места сопряжения фланца с трубой до главной оси r ; $M_{iR}(p_r)$ – приращение момента, действующего на i -й фланец со стороны болтов в результате их изгиба, возникающее вследствие воздействия внутреннего давления p_r . Вычисляется $M_{iR}(p_r)$ аналогично величине $M_{1R}(p)$. Вывод приведён в работе [11] и адаптирован под случаи нагружения внутренним давлением и внешней осевой силой в работах [5,6].

Выведем выражения для δm_i и δQ_i при отрыве кромки уплотнения, контактирующей с 1-м фланцем. Воспользуемся результатами работы [5], в которой выражения для данных величин были выведены путём решения системы уравнений совместности перемещений сечения сопряжения фланца и трубы. Перемещения трубы записывались с помощью соотношений моментной теории осесимметричных

цилиндрических оболочек [12, 13, 14, 15, 16]. Перемещения фланца – с помощью соотношений теории осесимметричной деформации колец К.Б. Бицено [13].

Согласно выводам работы [5] выражения для δm_i и δQ_i имеют вид:

$$\delta Q_i = \Phi M(p) + A_i;$$

$$\delta m_i = X M(p) + \Gamma_i,$$

при этом:

$$\Phi = \frac{2\beta^2 \chi D}{EI_3};$$

$$X = \frac{\beta(1+\chi)D}{EI_3};$$

$$A_1 = \frac{p}{\beta(1+\omega_1)} \left(\frac{2h_m \left(\rho H_\Phi + \frac{S_{2p} r_1}{r_1 - r_2} \right)}{I_1 r_s^2} - 1 \right);$$

$$A_3 = \frac{p}{\beta(1+\omega_1)} \left(\frac{2h_m \left(\rho H_\Phi - \frac{S_{2p} r_2}{r_1 - r_2} \right)}{I_1 r_s^2} - 1 \right);$$

$$\Gamma_1 = \frac{p}{2\beta^2(1+\omega_1)} \left(\frac{2h_m \left(\rho H_\Phi + \frac{S_{2p} r_1}{r_1 - r_2} \right)}{I_1 r_s^2} - 1 \right);$$

$$\Gamma_3 = \frac{p}{2\beta^2(1+\omega_1)} \left(\frac{2h_m \left(\rho H_\Phi - \frac{S_{2p} r_2}{r_1 - r_2} \right)}{I_1 r_s^2} - 1 \right);$$

$$\chi = \frac{1+2\beta H^*}{1+\omega_1};$$

$$\omega_1 = \frac{2h_T}{\beta r_s I_1};$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{r_s^2 h_T^2}};$$

$$D = \frac{E_T h_T^3}{12(1-\mu^2)};$$

$$S_{2p} = (h_{22} - h_{21})r_{12} + h_{22}r_{22};$$

$$H_\Phi = H_f + H - h_k;$$

где: p – давление в магистрали; I_1 – 1-я геометрическая характеристика фланца.

Для случая с нагружением соединения давлением p_r изменения коснутся только той части выражений, которые определяются δN_r . Поскольку $\delta N_{1r} = 0$, для первого фланца вместо слагаемого « $+\frac{S_{2p}r_1}{r_1-r_2}$ » будем иметь «0». Поэтому, выражения для коэффициентов Φ и X для 1-го фланца останутся неизменными, а Λ и Γ примут вид:

$$\Lambda_1 = \Lambda_{r1} p_r$$

$$\Gamma_1 = \Gamma_{r1} p_r$$

при этом:

$$\Lambda_{r1} = \frac{1}{\beta(1+\omega_1)} \left(\frac{2h_T \rho H_\Phi}{I_1 r_s^2} - 1 \right)$$

$$\Gamma_{r1} = \frac{1}{2\beta^2(1 + \omega_1)} \left(\frac{2h_T \rho H_\Phi}{I_1 r_s^2} - 1 \right) = \frac{\Lambda_{r1}}{2\beta}$$

Вывод выражений для Λ_3 и Γ_3 в случае с отрывом верхней кромки также будет идентичен предыдущим выводам выражений для данных величин. Отличие будет заключаться только в том, что, вместо слагаемого « $-\frac{S_{2p}r_2}{r_1-r_2}$ » будем иметь « $+S_{2p}$ ». Таким образом, выражения для Φ и X также останутся неизменными, а Λ_3 и Γ_3 примет вид:

$$\Lambda_3 = \Lambda_{r3} p_r$$

$$\Gamma_3 = \Gamma_{r3} p_r$$

при этом:

$$\Lambda_{r3} = \frac{1}{\beta(1 + \omega_1)} \left(\frac{2h_T(\rho H_\Phi + S_{2p})}{I_1 r_s^2} - 1 \right)$$

$$\Gamma_{r3} = \frac{1}{2\beta^2(1 + \omega_1)} \left(\frac{2h_T(\rho H_\Phi + S_{2p})}{I_1 r_s^2} - 1 \right) = \frac{\Lambda_{r3}}{2\beta}$$

Исходя из вышесказанного, выражения для силовых факторов, действующих со стороны трубы на фланец, запишутся в виде:

$$\delta Q_i = \Phi M_i(p_r) + \Lambda_{ri} p_r$$

$$\delta m_i = X M_i(p_r) + \Gamma_{ri} p_r$$

Подставим выражения для δQ_i и δm_i в выражения для $M_1(p_r)$ и $M_3(p_r)$.

$$M_1(p_r) = \frac{nN_6}{2\pi} r_6 + \frac{nP_6}{2\pi} r_1 - (XM_1(p_r) + \Gamma_{r1} p_r) r_s - (\Phi M_1(p_r) + \Lambda_{r1} p_r) r_s H^* - \vartheta_{6p} M_1(p_r) + p_r S_{1M}$$

$$M_1(p_r) \left(1 + Xr_s + \Phi r_s H^* + \vartheta_{6p}\right) = \frac{nr_6}{2\pi} N_6 + \frac{nr_1}{2\pi} P_6 - \Gamma_{r1} r_s p_r - \Lambda_{r1} r_s H^* p_r + S_{1M} p_r$$

$$M_1(p_r) = \frac{nr_6}{2\pi \left(1 + Xr_s + \Phi r_s H^* + \vartheta_{6p}\right)} N_6 + \frac{S_{1M} - \Lambda_{r1} r_s H^* - \Gamma_{r1} r_s}{1 + Xr_s + \Phi r_s H^* + \vartheta_{6p}} p_r + \frac{nP_6 r_1}{2\pi \left(1 + Xr_s + \Phi r_s H^* + \vartheta_{6p}\right)}$$

где ϑ_{6p} – коэффициент, описывающий соотношение между $M_{iR}(p_r)$ и $M_i(p_r)$.

Выражение для данного коэффициента выведено в работе [11], затем адаптировано под случай с нагружением внутренним давлением и внешней осевой силой в работах [5,6].

Сократим запись для удобства последующих выводов:

$$M_1(p_r) = \Theta_r N_6 + \Omega_{1r} p_r + \Omega_{P1}$$

где:

$$\Theta_r = \frac{nr_6}{2\pi \left(1 + Xr_s + \Phi r_s H^* + \vartheta_{6p}\right)}$$

$$\Omega_{1r} = \frac{S_{1M} - \Lambda_{r1} r_s H^* - \Gamma_{r1} r_s}{1 + Xr_s + \Phi r_s H^* + \vartheta_{6p}}$$

$$\Omega_{P1} = \frac{nP_6 r_1}{2\pi \left(1 + Xr_s + \Phi r_s H^* + \vartheta_{6p}\right)}$$

Произведём аналогичные преобразования с выражением для $M_3(p_r)$ с учётом выражения для δN_{2r} при отрыве верхней кромки. Получим:

$$M_3(p_r) = \Theta_r N_6 + \Omega_{3r} p_r + \Omega_{P3}$$

где:

$$\Omega_{3r} = \frac{r_2(S_{3p} - S_{1p}) - S_{2p}(H - h_k + a) - \Gamma_{r3} r_s - \Lambda_{r3} r_s H^* + S_{3M}}{1 + Xr_s + \Phi r_s H^* + \vartheta_{6p}}$$

$$\Omega_{P3} = \frac{nP_6 r_2}{2\pi (1 + Xr_s + \Phi r_s H^* + \vartheta_{6p})}$$

Таким же образом преобразуем выражение для $M_2(p_r)$:

$$M_2(p_r) = \Omega_{2r} p_r + \Omega_{P2}$$

где:

$$\Omega_{2r} = r_2(S_{1p} - S_{3p}) - S_{2p} \left(h_{22} - \frac{h_{21}}{2} \right) - S_{2M}$$

$$\Omega_{P2} = \frac{nP_6}{2\pi} (r_1 - r_2)$$

Подставляем выражения для $M_1(p_r)$, $M_2(p_r)$, $M_3(p_r)$ в уравнение совместности перемещений (2) и выразим N_6 . Получим:

$$N_6 = Y p_r + Y_P$$

где:

$$Y = \frac{\frac{EI_3}{I_{32}(\varepsilon)} \Omega_{2r} (r_1 - r_2) - \Omega_{3r} (r_6 - r_2) - \Omega_{1r} (r_6 - r_1)}{\lambda_6 EI_3 + \Theta_r (2r_6 - r_1 - r_2)}$$

$$Y_p = \frac{\frac{EI_3}{I_{32}(\varepsilon)} \Omega_{P2}(r_1 - r_2) - \Omega_{P3}(r_6 - r_2) - \Omega_{P1}(r_6 - r_1)}{\lambda_6 EI_3 + \Theta_\Gamma(2r_6 - r_1 - r_2)}$$

Подставляем полученное выражение для N_6 в уравнение равновесия 1-го фланца. Окончательно получаем выражение для давления разгерметизации p_Γ , вызывающего отрыв верхней кромки:

$$p_\Gamma = \frac{n(P_6 + Y_p)}{2\pi S_{1p} - nY}$$

Рассмотрим второй возможный случай – отрыв нижней кромки уплотнения. Силовые факторы, действующие на детали соединения при отрыве нижней кромки уплотнения, изображены на рис. 3.

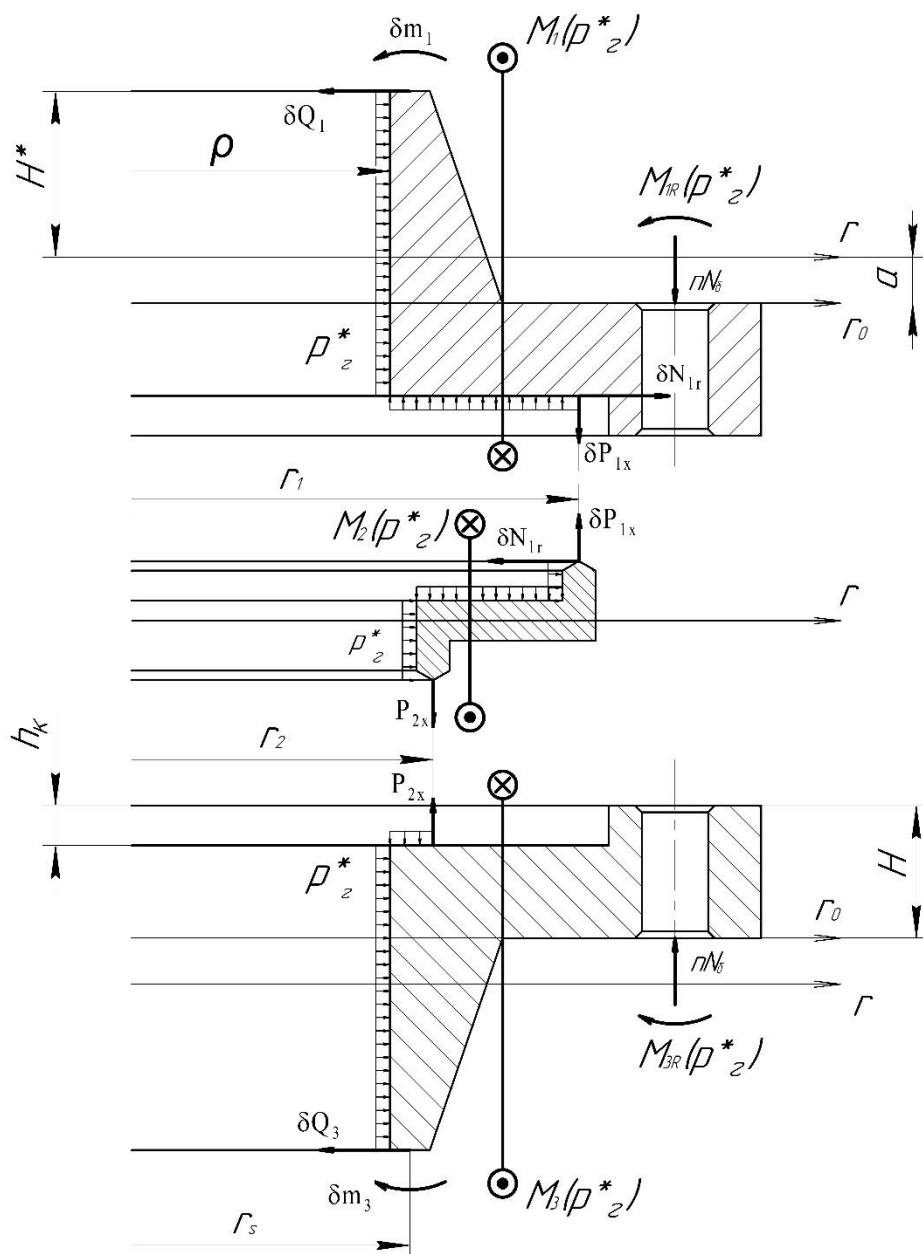


Рис. 3. Силовые факторы, действующие на детали соединения при отрыве нижней кромки уплотнения.

В случае потери контакта между нижней кромкой и 3-м фланцем в точке r_2 краевые условия задачи имеют вид:

$$\delta P_{2x} = P_{2x}$$

$$\delta N_{2r} = 0$$

при этом:

$$P_{2x} = \frac{nP_6}{2\pi r_2}$$

Преобразуем уравнение равновесия 3-го фланца вдоль продольной оси соединения с учётом приведённых краевых условий:

$$2\pi r_2 \times \delta P_{2x} + nN_6 = 2\pi p_\Gamma^* \times S_{3p}$$

$$2\pi r_2 \times \frac{nP_6}{2\pi r_2} + nN_6 = 2\pi p_\Gamma^* \times S_{3p}$$

В итоге, система уравнений равновесия фланцев примет вид:

$$\begin{cases} 2\pi r_1 \times \delta P_{1x} + nN_6 = 2\pi p_\Gamma^* \times S_{1p} \\ nP_6 + nN_6 = 2\pi p_\Gamma^* \times S_{3p} \end{cases} \quad (3)$$

В системе (3) вычтем из 1-го уравнения 2-е и преобразуем аналогично случаю с отрывом верхней кромки [17, 18, 19, 20, 21]:

$$2\pi r_1 \times \delta P_{1x} + nN_6 - nP_6 - nN_6 = 2\pi p_\Gamma^* (S_{1p} - S_{3p})$$

$$2\pi r_1 \times \delta P_{1x} = 2\pi p_\Gamma^* (S_{1p} - S_{3p}) + nP_6$$

Для удобства последующих преобразований запишем выражения:

$$r_1 \times \delta P_{1x} = \frac{nP_6}{2\pi} + p_\Gamma^* (S_{1p} - S_{3p})$$

$$r_2 \times \delta P_{2x} = r_2 \times P_{2x} = r_2 \times \frac{nP_6}{2\pi r_2} = \frac{nP_6}{2\pi}$$

Преобразуем уравнение равновесия уплотнения:

$$\delta N_{1r} \times r_1 - \delta N_{2r} \times r_2 = p_r^* S_{2p}$$

С учётом краевого условия $\delta N_{1r} = 0$:

$$\delta N_{1r} \times r_1 = p_r^* S_{2p}$$

$$\delta N_{1r} = \frac{S_{2p}}{r_1} p_r^*$$

Как и в случае с отрывом верхней кромки, пользуемся уже выведенным в работе [5] уравнением совместности осевых перемещений, после чего выражаем изгибающие моменты, действующие на детали соединения, через силовые факторы, записанные в системе уравнений равновесия фланцев.

Преобразуем выражение для изгибающего момента, действующего на уплотнение, с учётом имеющихся краевых условий аналогично предыдущим выводам. Получаем:

$$M_2(p_r^*) = \Omega_{2r}^* p_r^* + \Omega_{p2}$$

где:

$$\Omega_{2r}^* = r_1(S_{1p} - S_{3p}) + S_{2p} \left(h_{22} - \frac{h_{21}}{2} \right) - S_{2M}$$

Необходимо получить выражения для приращений силовых факторов, действующих со стороны трубы на фланец, при отрыве нижней кромки. Аналогично случаю с отрывом верхней кромки, воспользуемся уже имеющимся выводом выражений для данных величин. Изменения коснутся только той части выражений, которые определяются δN_r . Поэтому, для первого фланца вместо слагаемого « $+\frac{S_{2p}r_1}{r_1-r_2}$ » будем иметь « $+S_{2p}$ », а для 3-го фланца вместо « $-\frac{S_{2p}r_1}{r_1-r_2}$ » будем иметь «0». Коэффициенты Λ и Γ для разных фланцев преобразуются следующим образом.

Для 1-го фланца:

$$\Lambda_1 = \Lambda_{\Gamma 1}^* p_{\Gamma}^*$$

$$\Gamma_1 = \Gamma_{\Gamma 1}^* p_{\Gamma}^*$$

при этом:

$$\Lambda_{\Gamma 1}^* = \frac{1}{\beta(1 + \omega_1)} \left(\frac{2h_r(\rho H_{\Phi} + S_{2p})}{I_1 r_s^2} - 1 \right)$$

$$\Gamma_{\Gamma 1}^* = \frac{1}{2\beta^2(1 + \omega_1)} \left(\frac{2h_r(\rho H_{\Phi} + S_{2p})}{I_1 r_s^2} - 1 \right) = \frac{\Lambda_{\Gamma 1}^*}{2\beta}$$

Для 3-го фланца:

$$\Lambda_3 = \Lambda_{\Gamma 3}^* p_{\Gamma}^*$$

$$\Gamma_3 = \Gamma_{\Gamma 3}^* p_{\Gamma}^*$$

при этом:

$$\Lambda_{\Gamma 3}^* = \frac{1}{\beta(1 + \omega_1)} \left(\frac{2h_{\Gamma} \rho H_{\Phi}}{I_1 r_s^2} - 1 \right)$$

$$\Gamma_{\Gamma 3}^* = \frac{1}{2\beta^2(1 + \omega_1)} \left(\frac{2h_{\Gamma} \rho H_{\Phi}}{I_1 r_s^2} - 1 \right) = \frac{\Lambda_{\Gamma 3}^*}{2\beta}$$

Исходя из данных соотношений, выражения для δQ_i и δm_i запишутся в виде:

$$\delta Q_i = \Phi M_i(p_{\Gamma}^*) + \Lambda_{\Gamma i}^* p_{\Gamma}^*$$

$$\delta m_i = X M_i(p_{\Gamma}^*) + \Gamma_{\Gamma i}^* p_{\Gamma}^*$$

Преобразуем выражения для изгибающих моментов, действующих на фланцы, с учётом записанных соотношений. Получаем:

$$M_1(p_{\Gamma}^*) = \Theta_{\Gamma} N_{\delta} + \Omega_{1\Gamma}^* p_{\Gamma}^* + \Omega_{P1}$$

$$M_3(p_{\Gamma}^*) = \Theta_{\Gamma} N_{\delta} + \Omega_{3\Gamma}^* p_{\Gamma}^* + \Omega_{P3}$$

где:

$$\Omega_{1\Gamma}^* = \frac{r_1(S_{1p} - S_{3p}) - S_{2p}(H - h_k + a) - \Gamma_{\Gamma 1}^* r_s - \Lambda_{\Gamma 1}^* r_s H^* + S_{1M}}{1 + X r_s + \Phi r_s H^* + \vartheta_{\delta p}}$$

$$\Omega_{3\Gamma}^* = \frac{S_{3M} - \Lambda_{\Gamma 3}^* r_s H^* - \Gamma_{\Gamma 3}^* r_s}{1 + X r_s + \Phi r_s H^* + \vartheta_{\delta p}}$$

Аналогично случаю с отрывом верхней кромки уплотнения подставляем полученные выражения для изгибающих моментов в уравнение совместности перемещений и выражаем N_6 . Получаем:

$$N_6 = Y^* p_\Gamma^* + Y_P$$

где:

$$Y^* = \frac{\frac{EI_3}{I_{32}(\varepsilon)} \Omega_{2\Gamma}^* (r_1 - r_2) - \Omega_{3\Gamma}^* (r_6 - r_2) - \Omega_{1\Gamma}^* (r_6 - r_1)}{\lambda_6 EI_3 + \Theta_\Gamma (2r_6 - r_1 - r_2)}$$

Подставляем выражение для N_6 в уравнение равновесия 3-го фланца и выражаем p_Γ^* . Получаем:

$$p_\Gamma^* = \frac{n(P_6 + Y_P)}{2\pi S_{3p} - nY^*}$$

Из двух полученных значений давлением разгерметизации соединения следует считать наименьшее из двух полученных значений:

$$p_{\text{разгерметизации}} = \min(p_\Gamma, p_\Gamma^*).$$

Осевая нагрузка разгерметизации соединения

Разгерметизация соединения вследствие отрыва одной из кромок уплотнения может быть вызвана не только воздействием внутреннего давления в магистрали, но и осевой силой, действующей на соединение [22]. Силовые факторы, действующие на детали соединения на этапе нагружения соединения осевой силой, указаны на рис. 4. Из предыдущих этапов решения задачи (на этапе затяжки соединения и

подачи давления в магистраль) известны приращения осевых составляющих контактных усилий, вызванных действием внутреннего давления: δP_{1x} и δP_{2x} .

Найдём значение осевого усилия t_x , при котором наступает разгерметизация соединения. Отрыв одной из кромок уплотнения от поверхности фланца математически будет выражаться следующим образом:

$$P_{ix} - \delta P_{ix} - \delta \dot{P}_{1x} = 0$$

или:

$$\delta \dot{P}_{ix} = P_{ix} - \delta P_{ix}$$

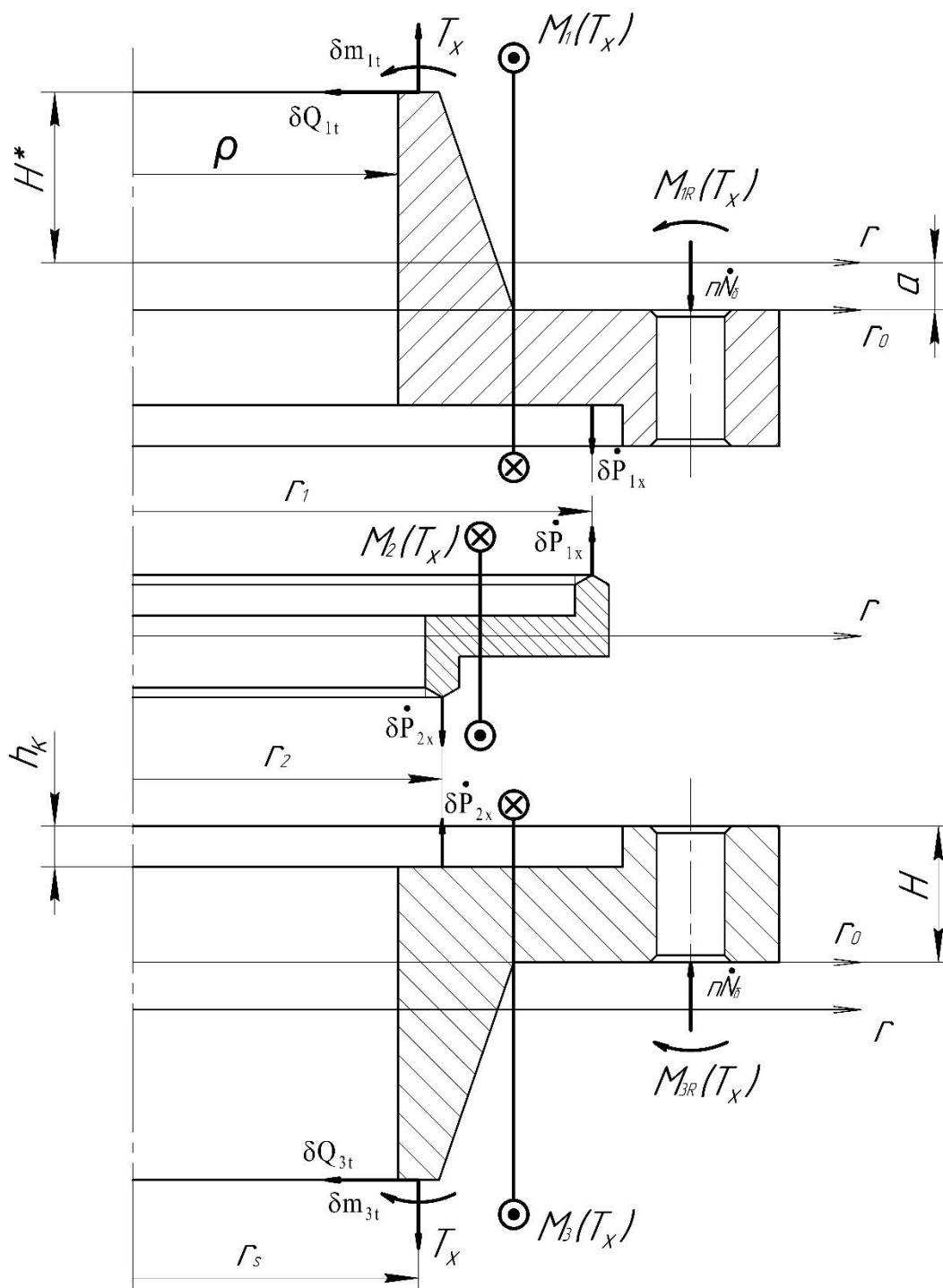


Рис. 4. Силовые факторы, действующие на детали соединения при его нагружении внешней осевой силой.

Поскольку, как было сказано выше, величины в правой части уравнения известны, очевидно, что известна и их разность. Поэтому, для сокращения записи при последующих выводах принимаем:

в случае отрыва верхней кромки уплотнения: $\delta \dot{P}_{1x} = P_{1x} - \delta P_{1x} = G_1$;

в случае отрыва нижней кромки уплотнения: $\delta \dot{P}_{2x} = P_{2x} - \delta P_{2x} = G_2$.

Как следует из преобразований выражений для изгибающих моментов, действующих на детали соединения, приведённых в работе [6], вне зависимости от значения $\delta \dot{P}_{ix}$ вместо произведения $\delta \dot{P}_{ix} r_i$ подставляется выражение $(r_s t_x - \frac{n}{2\pi} \dot{N}_\phi)$. Также вследствие идентичности расчётных схем вывода выражений для δQ_{it} и δm_{it} , выражения для данных силовых факторов будут иметь такой же вид, что и в преобразованиях, приведённых в работе [6]. Это происходит потому, что, в отличие от этапа нагружения соединения внутренним давлением, в расчётной схеме фланцевого соединения на этапе нагружения осевой силой отсутствует радиальная составляющая приращения нагрузки на контакте уплотнения и фланца δN_{ir} , наличие которой и вызывало различия в выводах выражений для δQ_{it} и δm_{it} при разных исходных данных в случае с нагружением соединения внутренним давлением. Вследствие всего вышеперечисленного выражения для изгибающих моментов после преобразований примут тот же вид, что и в выкладках, приведённых в работе [6], и подставляться они будут в то же уравнение совместности перемещений. Поэтому, соотношение между приращением силы, действующей на болты, и распределённой осевой силой, действующей на окружности r_s , останется неизменным по сравнению с предыдущими выкладками. Единственное различие: в выражении для отрыва верхней кромки вместо t_x будет иметь место $t_{x\Gamma}$ – осевая сила, вызывающая отрыв верхней кромки; в выражении для

отрыва нижней кромки будет иметь место $t_{xг}^*$ – осевая сила, вызывающая отрыв нижней кромки.

Таким образом, для будущих выводов можно записать соотношения при отрыве верхней кромки:

$$\dot{N}_6 = Y_t t_{xг}$$

При этом:

$$Y_t = \frac{\Omega_{1t}(r_6 - r_1) + \Omega_{3t}(r_6 - r_2) - \frac{EI_3}{I_{32}(\varepsilon)} \Omega_{2t}(r_1 - r_2)}{EI_3 \left(\frac{\Theta_{2t}}{I_{32}(\varepsilon)} (r_1 - r_2) - \lambda_6 \right) - \Theta_{1t}(r_6 - r_1) - \Theta_{3t}(r_6 - r_2)}$$

где: Ω_{it} , Θ_{it} – коэффициенты, выведенные в работе [6].

Аналогично при отрыве нижней кромки:

$$\dot{N}_6 = Y_t t_{xг}^*$$

Запишем систему уравнений равновесия фланцев при отрыве верхней кромки уплотнения с учётом вышеуказанных преобразований:

$$\begin{cases} r_1 G_1 = r_s t_{xг} - \frac{n}{2\pi} Y_t t_{xг} \\ r_2 \delta \dot{P}_{2x} = r_s t_{xг} - \frac{n}{2\pi} Y_t t_{xг} \end{cases}$$

Имеем 2 уравнения и 2 неизвестных: $t_{xг}$, $\delta \dot{P}_{2x}$. Выражаем из первого уравнения $t_{xг}$.

Получаем:

$$t_{xг} = \frac{r_1 G_1}{r_s - \frac{n Y_t}{2\pi}}$$

Пользуясь тем, что правые части обоих уравнений одинаковы, можно легко выразить $\delta\dot{P}_{2x}$:

$$\delta\dot{P}_{2x} = \frac{r_1}{r_2} G_1$$

Аналогично запишем систему уравнений равновесия фланцев при отрыве нижней кромки уплотнения:

$$\begin{cases} r_1 \delta\dot{P}_{1x} = r_s t_{xг}^* - \frac{n}{2\pi} Y_t t_{xг}^* \\ r_2 G_2 = r_s t_{xг}^* - \frac{n}{2\pi} Y_t t_{xг}^* \end{cases}$$

Выражаем $t_{xг}^*$ из первого уравнения системы:

$$t_{xг}^* = \frac{r_2 G_2}{r_s - \frac{n Y_t}{2\pi}}$$

Пользуясь одинаковостью правых частей уравнений, выражаем $\delta\dot{P}_{1x}$:

$$\delta\dot{P}_{1x} = \frac{r_2}{r_1} G_2$$

Как и в случае с давлением разгерметизации, осевой силой, приводящей к разгерметизации соединения, будем считать наименьшую из двух полученных сил:

$$t_{\text{разгерметизации}} = \min(t_{xг}, t_{xг}^*)$$

Выводы

Полученные выражения позволяют провести предварительную оценку герметичности фланцевого соединения, определив предельно возможные значения давления в магистрали и внешней осевой силы, при которых соединение сохраняет свои герметизирующие свойства. Удобство использования полученных выражений

заключается в том, что появляется возможность оценить герметизирующую способность соединения, не прибегая к использованию в расчётах тех или иных моделей массопереноса. Поэтому, расчёт соединения с использованием выражений, приведённых в статье, не позволит получить расход герметизируемой среды через уплотняемый стык, но при этом даст возможность на первоначальном этапе проектирования соединения быстро исключить заведомо неработоспособные варианты конструкции.

Список источников

1. Хилл Р. Математическая теория пластичности. – М.: Гостехиздат, 1956. – 407 с.
2. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
3. Давыдов Д.В., Мяснянкин Ю.М. О внедрении тел в жёсткопластическую среду // Вестник Воронежского государственного университета: Физика. Математика. 2009. № 1. С. 94–100.
4. Ивлев Д.Д., Максимова Л.А. О вдавлении индентора в идеальную жесткопластическую полосу // Известия РАН. Механика твердого тела. 2000. № 3. С. 131-136.
5. Бойков А.А., Шишкин С.В. К расчёту на герметичность фланцевого соединения трубопроводов с металлическим деформируемым Z-образным уплотнением // Космонавтика и ракетостроение. 2020. № 5 (116). С. 86–99.

6. Шишкин С.В., Бойков А.А. К расчёту на герметичность фланцевого соединения трубопроводов с Z-образным металлическим уплотнением при воздействии внешней осевой силы // Труды МАИ. 2021. № 116. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=121011>. DOI: [10.34759/trd-2021-116-04](https://doi.org/10.34759/trd-2021-116-04)
7. Пхон Х.К., Сысоев Е.О., Кузнецов Е.А., Сысоев О.Е. Прогнозирование длительной прочности фасонных деталей гидрогазовых систем по параметрам акустической эмиссии // Труды МАИ. 2020. № 110. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=112828>. DOI: [10.34759/trd-2020-110-4](https://doi.org/10.34759/trd-2020-110-4)
8. Аунг Ч.Т., Бабайцев А.В. Исследование влияния геометрических параметров цилиндрической оболочки под давлением зажатой между абсолютно жесткими пластинами на ширину зоны контакта // Труды МАИ. 2020. № 113. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=118135>. DOI: [10.34759/trd-2020-113-18](https://doi.org/10.34759/trd-2020-113-18)
9. Коровайцева Е.А. О некоторых особенностях решения задач статики мягких оболочек вращения при больших деформациях // Труды МАИ. 2020. № 114. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=118881>. DOI: [10.34759/trd-2020-114-04](https://doi.org/10.34759/trd-2020-114-04)
10. Шишкин С.В., Бойков А.А., Колпаков А.М. К расчёту на прочность Z-образного металлического уплотнения с врезающимися элементами, деформируемого упруго-пластически // Труды МАИ. 2019. № 109. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=111374>. DOI: [10.34759/trd-2019-109-9](https://doi.org/10.34759/trd-2019-109-9)
11. Бойков А.А., Шишкин С.В. К расчёту на прочность фланцевого соединения трубопроводов с металлическим деформируемым Z-образным уплотнением // Космонавтика и ракетостроение. 2020. № 4 (115). С. 45–56.

12. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1986. – 560 с.
13. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин. - М.: Машиностроение, 1973. - 456 с.
14. Sadd Martin H. Elasticity. Theory, Applications and Numerics. Burlington, USA, Elsevier Inc, 2009, 536 p.
15. Gerasimenko P.V., Khodakovskiy V.A. Numerical Algorithm for Investigating the Stress-Strain State of Cylindrical Shells of Railway Tanks // Vestnik of St.Petersburg University:Mathematics, 2019, vol. 52, no. 2, pp. 207–213. DOI: [10.1134/S1063454119020067](https://doi.org/10.1134/S1063454119020067)
16. Hudramovych V.S., Dzyuba A.P. Contact interactions and optimization of locally loaded shell structures // Journal of Mathematical Sciences, 2009, vol. 162, pp. 231–245. DOI: [10.1007/s10958-009-9634-5](https://doi.org/10.1007/s10958-009-9634-5)
17. Zhiber A.V., Yur'eva A.M. On a Certain Class of Hyperbolic Equations with Second-Order Integrals // Journal of Mathematical Sciences, 2021, vol. 252, pp. 168–174. DOI: [10.1007/s10958-020-05151-y](https://doi.org/10.1007/s10958-020-05151-y)
18. Bagderina Yu. Yu. Eigenfunctions of Ordinary Differential Euler Operators // Journal of Mathematical Sciences, 2021, vol. 252, pp. 125–134. DOI: [10.1007/s10958-020-05147-8](https://doi.org/10.1007/s10958-020-05147-8)
19. Chuiko S. M., Nesselova O.V. Nonlinear boundary-value problems for degenerate differential-algebraic systems // Journal of Mathematical Sciences, 2021, vol. 252, pp. 463–471. DOI: [10.1007/s10958-020-05174-5](https://doi.org/10.1007/s10958-020-05174-5)

20. Panov A.V. Optimal System of Subalgebras of the Direct Sum of Two Ideals // Journal of Mathematical Sciences, 2015, vol. 215, pp. 537–542. DOI: [10.1007/s10958-016-2858-2](https://doi.org/10.1007/s10958-016-2858-2)
21. Гражданцева Е.Ю. Интегральное исчисление функции одной переменной. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2012. – 114 с.
22. Волошин А.А., Григорьев Г.Т. Расчёт и конструирование фланцевых соединений: справочник. – Л.: Машиностроение, 1979. - 128 с.

References

1. Khill R. *Matematicheskaya teoriya plastichnosti* (The mathematical theory of plasticity), Moscow, Gostekhizdat, 1956, 407 p.
2. Malinin N.N. *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti* (Engineering theory of plasticity and creeping), Moscow, Mashinostroenie, 1975, 400 p.
3. Davydov D.V., Myasnyankin Yu.M. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta: Fizika. Matematika*, 2009, no. 1, pp. 94–100.
4. Ivlev D.D., Maksimova L.A. *Izvestiya RAN. Mekhanika tverdogo tela*, 2000, no. 3, pp. 131-136.
5. Boikov A.A., Shishkin S.V. *Kosmonavtika i raketostroenie*, 2020, no. 5 (116), pp. 86–99.
6. Shishkin S.V., Boikov A.A. *Trudy MAI*, 2021. No. 116. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=121011>. DOI: [10.34759/trd-2021-116-04](https://doi.org/10.34759/trd-2021-116-04)

7. Pkhon Kh.K., Sysoev E.O., Kuznetsov E.A., Sysoev O.E. *Trudy MAI*, 2020, no. 110. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=112828>. DOI: [10.34759/trd-2020-110-4](https://doi.org/10.34759/trd-2020-110-4)
8. Aung Ch.T., Babaitsev A.V. *Trudy MAI*, 2020, no. 113. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=118135>. DOI: [10.34759/trd-2020-113-18](https://doi.org/10.34759/trd-2020-113-18)
9. Korovaitseva E.A. *Trudy MAI*, 2020, no. 114. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=118881>. DOI: [10.34759/trd-2020-114-04](https://doi.org/10.34759/trd-2020-114-04)
10. Shishkin S.V., Boikov A.A., Kolpakov A.M. *Trudy MAI*, 2019, no. 109. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=111374>. DOI: [10.34759/trd-2019-109-9](https://doi.org/10.34759/trd-2019-109-9)
11. Boikov A.A., Shishkin S.V. *Kosmonavtika i raketostroenie*, 2020, no. 4 (115). pp. 45–56. DOI: [10.34759/trd-2019-109-9](https://doi.org/10.34759/trd-2019-109-9)
12. Birger I.A., Mavlyutov R.R. *Soprotivlenie materialov* (Strength of materials), Moscow, Nauka, 1986, 560 p.
13. Boyarshinov S.V. *Osnovy stroitel'noi mekhaniki mashin* (The basics of structure mechanics of machines), Moscow, Mashinostroenie, 1973, 456 p.
14. Sadd Martin H. *Elasticity. Theory, Applications and Numerics*. Burlington, USA, Elsevier Inc, 2009, 536 p.
15. Gerasimenko P.V., Khodakovskiy V.A. Numerical Algorithm for Investigating the Stress-Strain State of Cylindrical Shells of Railway Tanks, *Vestnik of St.Petersburg University:Mathematics*, 2019, vol. 52, no. 2, pp. 207–213. DOI: [10.1134/S1063454119020067](https://doi.org/10.1134/S1063454119020067)

16. Hudramovych V.S., Dzyuba A.P. Contact interactions and optimization of locally loaded shell structures, *Journal of Mathematical Sciences*, 2009, vol. 162, pp. 231–245.

DOI: [10.1007/s10958-009-9634-5](https://doi.org/10.1007/s10958-009-9634-5)

17. Zhiber A.V., Yur'eva A.M. On a Certain Class of Hyperbolic Equations with Second-Order Integrals, *Journal of Mathematical Sciences*, 2021, vol. 252, pp. 168–174. DOI:

[10.1007/s10958-020-05151-y](https://doi.org/10.1007/s10958-020-05151-y)

18. Bagderina Yu.Yu. Eigenfunctions of Ordinary Differential Euler Operators, *Journal of Mathematical Sciences*, 2021, vol. 252, pp. 125–134. DOI: [10.1007/s10958-020-05147-8](https://doi.org/10.1007/s10958-020-05147-8)

19. Chuiko S.M., Nesmelova O.V. Nonlinear boundary-value problems for degenerate differential-algebraic systems, *Journal of Mathematical Sciences*, 2021, vol. 252, pp. 463–

471. DOI: [10.1007/s10958-020-05174-5](https://doi.org/10.1007/s10958-020-05174-5)

20. Panov A.V. Optimal System of Subalgebras of the Direct Sum of Two Ideals, *Journal of Mathematical Sciences*, 2015, vol. 215, pp. 537–542. DOI: [10.1007/s10958-016-2858-2](https://doi.org/10.1007/s10958-016-2858-2)

21. Grazhdantseva E.Yu. *Integral'noe ischislenie funktsii odnoi peremennoi* (Integral analysis of one-variable functions), Irkutsk, Izd-vo IGU, 2012, 114 p.

22. Voloshin A.A., Grigor'ev G.T. *Raschet i konstruirovaniye flantsevykh soedinenii: spravochnik* (Analysis and design of flange connections. Reference book), Leningrad, Mashinostroenie, 1979, 128 p.

Статья поступила в редакцию 01.08.2021; одобрена после рецензирования 20.08.2021; принята к публикации 22.10.2021

Труды МАИ. 2021.Выпуск № 120

Trudy MAI. 2021.Issues no.120

The article was submitted 01.08.2021; approved after reviewing 20.08.2021; accepted for publication 22.10.2021