

## **Исследование устойчивости изделия ракетной техники на основе вейвлет-анализа**

**Точилова О.Л.**

*Военно-промышленная корпорация «НПО машиностроения»,  
ул. Гагарина, 33, Реутов, Московская область, 143966, Россия,  
e-mail: [forpoint@yandex.ru](mailto:forpoint@yandex.ru)*

### **Аннотация**

Работа посвящена разработке новых технологий обработки статистических данных, получаемых при моделировании движения изделия ракетной техники в соответствии с полной математической моделью для большого числа случайно реализовавшихся наборов допусков, каждому из которых соответствует свой переходный процесс. Описана новая методика, позволяющая автоматизировать процесс частотно-временного анализа большого числа нестационарных сигналов. Работа основана на использовании вейвлетного и вейвлет-пакетного преобразований одномерных сигналов для получения их частотно-временных представлений и их дальнейшем анализе с заданными параметрами. Приведён пример использования разработанной методики для выявления вариантов сочетания допусков, находящихся на границе устойчивости, при которых в соответствующих им переходных процессах присутствуют колебания с превышением заданных значений по частоте, амплитуде и длительности. Перечислены основные результаты

использования разработанной методики для корректировки параметров алгоритмов стабилизации.

**Ключевые слова:** статистическое моделирование, обработка данных, моделирование движения, переходный процесс, частотно-временной анализ, вейвлет-анализ, вейвлеты Добеши, алгоритм стабилизации.

## Введение

Широкое использование статистического моделирования, в том числе и для отладки работы сложных алгоритмов, привело к возникновению класса задач, связанных с необходимостью обработки большого количества получаемых статистических данных.

Одной из таких задач является задача частотно-временного анализа большого числа нестационарных сигналов, получаемых при статистическом моделировании движения изделия ракетной техники (ИРТ) в соответствии с полной математической моделью с использованием цифрового моделирующего комплекса (ЦМК) для большого числа (порядка 1000) случайно реализовавшихся наборов допусков, каждому из которых соответствует свой переходный процесс.

Необходимость проведения исследований возникла в рамках решения задачи оперативного определения параметров алгоритмов стабилизации, к которым относятся коэффициенты стабилизации и настройки корректирующих контуров (КК), для обеспечения функционирования ИРТ в широком диапазоне траекторий.

Существующие диагностики не позволяли выявлять те варианты сочетания допусков, при которых в соответствующих им переходных процессах присутствуют колебания с превышением заданных значений по частоте, амплитуде и длительности. Эти варианты могут не входить в число неудачных реализаций и не выявляться по каким-либо другим признакам при диагностике. Появление колебаний в переходном процессе (например, при отклонении органов управления) может практически не повлиять ни на среднее значение, ни на общий вид трубки для всех полученных при моделировании реализаций. При этом они находятся на границе устойчивости [1, 2], а в случае отклонений органов управления могут содержать участки с превышением по частоте, амплитуде и длительности колебаний ограничений по прочности, полученных при испытаниях. Поэтому их анализ необходим для последующей корректировки параметров алгоритмов стабилизации с условием повышения качества этих процессов. Поиск же критических вариантов в ручном режиме в случае большого числа переходных процессов (порядка 1000) является достаточно трудоёмким и неэффективным.

При этом в отличие от стационарных сигналов, в которых все спектральные компоненты присутствуют в течение всего времени, в данном случае интерес представляет не только информация о спектральном составе, но и о временной локализации спектральных компонент. Поэтому классическое преобразование Фурье (ПФ), позволяющее получить только частотное представление сигнала, не подходит для решения данной задачи.

В рамках решения данной проблемы была разработана новая методика обработки данных статистического моделирования, позволяющая автоматизировать процесс частотно-временного анализа сигнала за счёт использования вейвлетного и вейвлет-пакетного преобразований, которые как раз и относятся к типу преобразований, осуществляющих частотно-временное представление сигналов [3].

Существуют и другие преобразования, также выполняющие эту задачу, такие как оконное преобразование Фурье (ОПФ) и др.

При ОПФ сигнал делится на отрезки (окна), в пределах которых его можно считать стационарным. Для этого к сигналу применяется оконная функция, ширина которой равна ширине окна. Если функция имеет компактный носитель, то есть равна нулю за пределами некоторого отрезка, то под шириной функции понимается ширина её носителя (длина этого отрезка). Если функция локализована по времени, но её носитель не является компактным, то под шириной функции понимается эффективная ширина её носителя, то есть длина отрезка, за пределами которого функция стремится к нулю. Частотно-временное представление сигнала реализуется путём сдвига оконной функции и применения ПФ к каждому такому взвешенному отрезку сигнала. Проблема ОПФ связана с шириной используемой оконной функции. Чем уже окно, тем лучше временное разрешение, но хуже частотное и наоборот.

Вейвлет-преобразование (ВП) было разработано в некотором роде как альтернатива ОПФ [4]. При ВП сигнал перемножается с функцией преобразования, так же как и с оконной функцией при ОПФ, и преобразование выполняется

раздельно для разных участков времени. Однако есть два существенных различия. Во-первых, при ВП не выполняется ПФ сигнала, взвешенного с функцией преобразования. Во-вторых, при ВП функция преобразования  $\psi(t)$ , называемая материнским вейвлетом, за счёт непрерывных масштабных преобразований ( $a$ ) и сдвигов ( $b$ ) порождает семейство вейвлетов (функций вида  $|a|^{-1/2} \psi((t - b)/a)$ ) с различной шириной носителя, поэтому при вычислении ВП каждой спектральной компоненте соответствует своя ширина окна. Множитель  $|a|^{-1/2}$  обеспечивает независимость нормы этих функций от параметра  $a$ . Таким образом, в то время как ОПФ даёт фиксированное разрешение на всех частотах, при ВП разрешение меняется: на высоких частотах лучше разрешение по времени, а на низких – по частоте. Этот подход становится особенно эффективным, когда сигнал имеет высокочастотные компоненты короткой длительности и протяжённые низкочастотные компоненты. Именно такие сигналы чаще всего встречаются на практике.

Параметр масштаба  $a$  можно определить как величину, обратную частоте:  $a \sim 1/\omega$ . Крупный масштаб (низкие частоты) соответствует глобальной информации о сигнале, которая содержится на всей его протяжённости, а мелкий масштаб (высокие частоты) – детальной информации, скрытым особенностям, которые обычно имеют малую протяжённость. Параметр сдвига  $b$  используется здесь в том же смысле, что и при ОПФ: он относится к местоположению окна, движущегося вдоль сигнала. Преобразованный сигнал (вейвлет-спектр) является двумерным и определяет двумерную поверхность в пространстве параметров  $a$  и  $b$ .

Основными признаками вейвлетов являются нулевое среднее значение и локализация по времени [5]. В частотной области спектры вейвлетов имеют вид полосового фильтра с пиком на частоте  $\omega_0$  и полосой  $\Delta\omega$ , при этом  $\omega_0$  и  $\Delta\omega$  уменьшаются с ростом параметра  $a$ . В данном случае под  $\Delta\omega$  понимается эффективная ширина спектра функции, т.е. спектр функции сконцентрирован на отрезке  $\Delta\omega$  и стремится к нулю за его пределами. Следовательно, можно считать, что вейвлеты локализованы как во временной, так и в частотной областях.

Следует отметить, что определение вейвлета как функции преобразования несколько шире, чем понятие вейвлета как порождающей базис функции, так как нет никакой гарантии, что соответствующая система сдвигов и растяжений функции преобразования будет ортогональна или хотя бы линейно независима.

### **Кратномасштабный анализ**

Универсальным инструментом построения базисов вейвлетов является кратномасштабный анализ (КМА) функционального пространства [6].

Определение. КМА пространства  $L^2(R)$  – это последовательность вложенных друг в друга замкнутых подпространств

$$\dots \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \dots, \quad (1)$$

удовлетворяющих следующим условиям:

а)  $\overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L^2(R)$ , б)  $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\}$ , в)  $f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(2x) \in V_{j+1}$ , г) найдётся такая функция  $\varphi(x) \in V_0$ , которую называют масштабирующей, что множество её сдвигов  $\varphi(x - n)$  образует ортонормированный базис пространства  $V_0$ .

Выполнение последовательности вложений (1) необходимо для возможности определения понятия вейвлета, ради которого и появился КМА.

Свойство г) в совокупности с в) позволяет сделать вывод, что для любого  $j \in Z$  функции  $\varphi_{j,k}(x) \stackrel{\text{def}}{=} 2^{j/2} \varphi(2^j x - k), k \in Z$  образуют ортонормированный базис, а поскольку  $V_0 \subset V_1$ , то функция  $\varphi$  является линейной комбинацией функций  $\{\varphi_{1,n}\}$ . Следовательно, для некоторого набора коэффициентов  $\{h_n\}$  получим равенство

$$\varphi(x) = \sqrt{2} \sum_{n \in Z} h_n \varphi(2x - n), \quad (2)$$

называемое масштабирующим уравнением, а набор коэффициентов разложения  $\{h_n\}_{n \in Z}$  – масштабирующим фильтром.

Пусть пространства  $\{V_j\}$  образуют КМА пространства  $L^2(R)$ . Тогда пространством вейвлетов для любого  $j \in Z$  называется ортогональное дополнение  $W_j$  пространства  $V_j$  до пространства  $V_{j+1}$ .

Пространства вейвлетов обладают аналогичными свойствами, то есть существует такая функция  $\psi(x) \in W_0$ , называемая вейвлетом (или материнским вейвлетом), что множество её сдвигов  $\psi(x - n)$  образует ортонормированный базис пространства  $W_0$ , а функции  $\psi_{j,k}(x) \stackrel{\text{def}}{=} 2^{j/2} \psi(2^j x - k), k \in Z$ , образуют ортонормированный базис пространства  $W_j$  для любого  $j \in Z$ . Для их обозначения также используется термин «вейвлет». Функция  $\psi(x)$  может быть представлена в виде:

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_{n \in Z} g_n \varphi(2x - n), g_n = (-1)^n \overline{h_{1-n}}. \quad (3)$$

Формулу (3) так же, как и формулу (2) называют масштабирующим

уравнением, а набор коэффициентов разложения  $\{g_n\}_{n \in Z}$  в уравнении (4) – масштабирующим фильтром вейвлета  $\psi(x)$ .

Параметры масштаба и сдвига  $a, b$  в данном случае принимают дискретные значения:  $a = 2^{-j}, b = k \cdot 2^{-j}, j, k \in Z$ . Число  $j$  характеризует уровень разрешения. Чем больше  $j$ , тем более мелкие носители имеют функции  $\varphi_{j,k}(x)$  и  $\psi_{j,k}(x)$ .

В случае КМА существует быстрый алгоритм, позволяющий вычислять коэффициенты вейвлет-разложения без интегрирования, используя алгебраические операции на основе свёртки [7].

### Описание методики

Для реализации методики был разработан комплекс программ в среде MATLAB. Его работа основана на получении частотно-временных представлений входных сигналов и их дальнейшем анализе с заданными параметрами.

К основным параметрам анализа относятся: период дискретизации анализируемых сигналов, диапазон частот, в пределах которого проводится анализ, требуемое значение разрешения по частоте. На основе этих значений вычисляются соответствующие им параметры вейвлет-разложения.

Вейвлет-разложение сигнала производится с использованием быстрого алгоритма, при котором исходный сигнал, представляющий собой набор дискретных отсчётов, последовательно раскладывается на низкочастотную и высокочастотную составляющие с помощью специальных низкочастотных (НЧ) и высокочастотных (ВЧ) цифровых фильтров разложения  $\{h_n^*\}$  и  $\{g_n^*\}$  с

последующей децимацией в два раза. Восстановление сигнала происходит в обратном порядке с использованием соответствующих цифровых фильтров восстановления  $\{h_n\}$  и  $\{g_n\}$  с предварительной обратной диадической децимацией. Фильтры разложения и восстановления, используемые в методике, соответствуют фильтрам вейвлетов Добеши, для которых возможно дискретное вейвлет-преобразование с использованием быстрых алгоритмов.

В данном случае термин «быстрые» означает не только использование более быстрых алгебраических процедур, но и то, что при каждом преобразовании общее число отсчётов не увеличивается в два раза, а остаётся прежним.

В методике используются вейвлеты Добеши [8, 9] порядка  $N \geq 4$ , то есть функция  $\psi(x)$  имеет  $N \geq 4$  нулевых моментов:

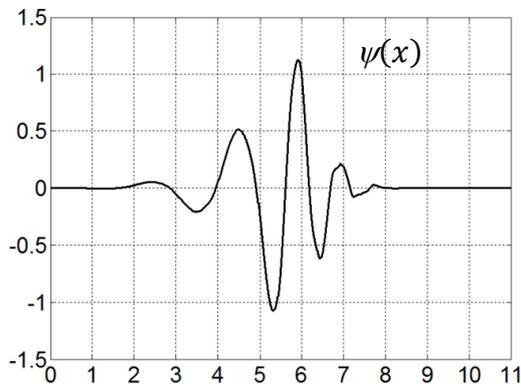
$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n \psi(x) dx = 0, \quad n = 0, 1, \dots, N - 1.$$

В этом случае коэффициенты разложения гладкой функции достаточно быстро убывают с ростом номера уровня  $j$  и для мелких масштабов будут преимущественно нулевыми.

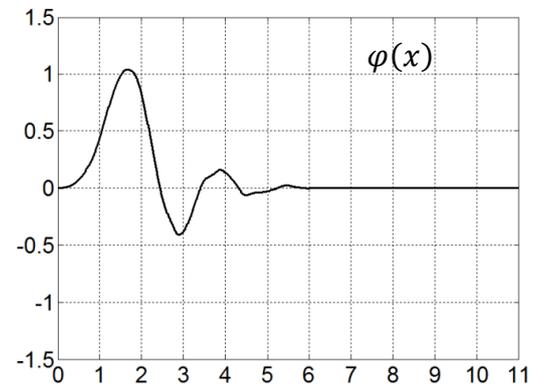
Для вейвлетов с компактным носителем нет аналитических выражений для функций  $\psi(x)$  и  $\varphi(x)$ . Поэтому для построения графиков этих функций используются их приближения на достаточно мелкой сетке.

На рисунке 1 представлены графики вейвлета Добеши шестого порядка и соответствующей ему масштабирующей функции, а также амплитудные частотные

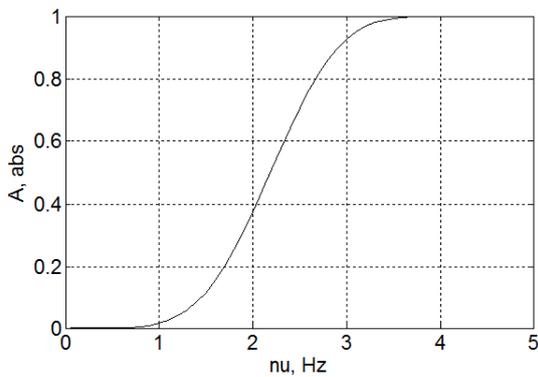
характеристики (АЧХ) соответствующих им цифровых фильтров  $\{g_n^*\}$  и  $\{h_n^*\}$  для периода дискретизации  $T_d = 0.1c$ .



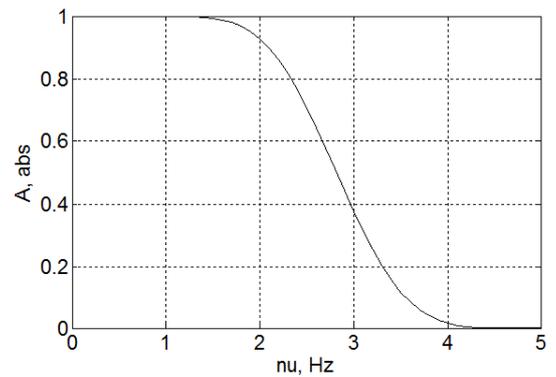
а)



б)



в)



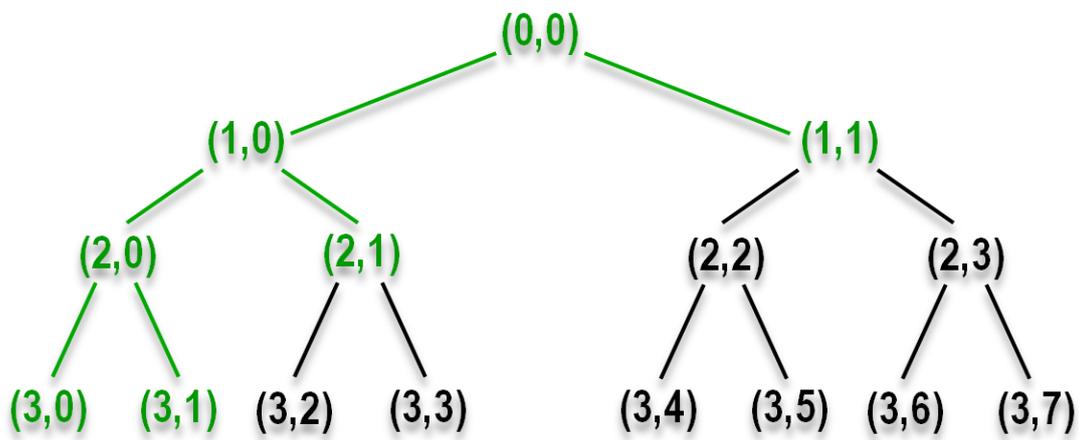
г)

**Рисунок 1** – а) график вейвлета Добеши,  $N = 6$ , б) график соответствующей масштабирующей функции, в) АЧХ фильтра  $\{g_n^*\}$ ,  $T_d = 0.1c$ , г) АЧХ фильтра  $\{h_n^*\}$ ,

$$T_d = 0.1c$$

При вейвлет-пакетном преобразовании (ВПП) высокочастотная часть сигнала также раскладывается на низкочастотную и высокочастотную части, что способствует лучшей частотной локализации сигналов. При этом ВПП не создаёт никаких дополнительных трудностей. Оно делается точно так же, как и ВП, свёрткой с фильтрами  $\{h_n^*\}$  и  $\{g_n^*\}$ . При этом коэффициенты разложения

изображаются в виде дерева, наверху которого находится анализируемый сигнал. Узлы, в которых находятся коэффициенты разложения, удобно нумеровать по глубине и положению на данном уровне так, как показано на рисунке 2. Вейвлет-пакетное дерево однозначно задаётся номерами своих конечных узлов, называемых терминальными. Зелёным на рисунке 2 выделены ветви и узлы, соответствующие обычному вейвлет-разложению.



**Рисунок 2** – Схема вейвлет-пакетного разложения сигнала

К дополнительным параметрам анализа относятся: пороговое значение амплитуды, диапазон времени, в пределах которого проводится анализ, параметры чувствительности алгоритма к локальным особенностям анализируемых сигналов, а также параметры считывания из файлов и записи в файл.

В состав комплекса входят следующие модули:

1. Определение параметров вейвлет-разложения одномерного сигнала на основе заданных параметров анализа.

2. Вейвлет-анализ одномерного сигнала с использованием полученных параметров вейвлет-разложения и заданных дополнительных параметров анализа.

Входными данными являются анализируемые сигналы, для каждого из которых в цикле осуществляется разложение в соответствии с вычисленными параметрами и восстановление полученных в результате этого разложения компонент.

В итоге исходный сигнал, представляющий собой последовательность дискретных отсчётов, разбивается на отдельные сигналы, каждый из которых содержит информацию только о своём частотном диапазоне. Далее для каждого из полученных сигналов в пределах заданного диапазона времени осуществляется поиск диапазонов с превышением заданного порогового значения амплитуды. Найденные диапазоны характеризуются следующими параметрами:

- начало диапазона;
- конец диапазона;
- максимальное значение амплитуды в диапазоне и время его достижения;
- значение частоты в диапазоне, определённое в окрестности точки с максимальным значением амплитуды (добавлено в последней версии программы).

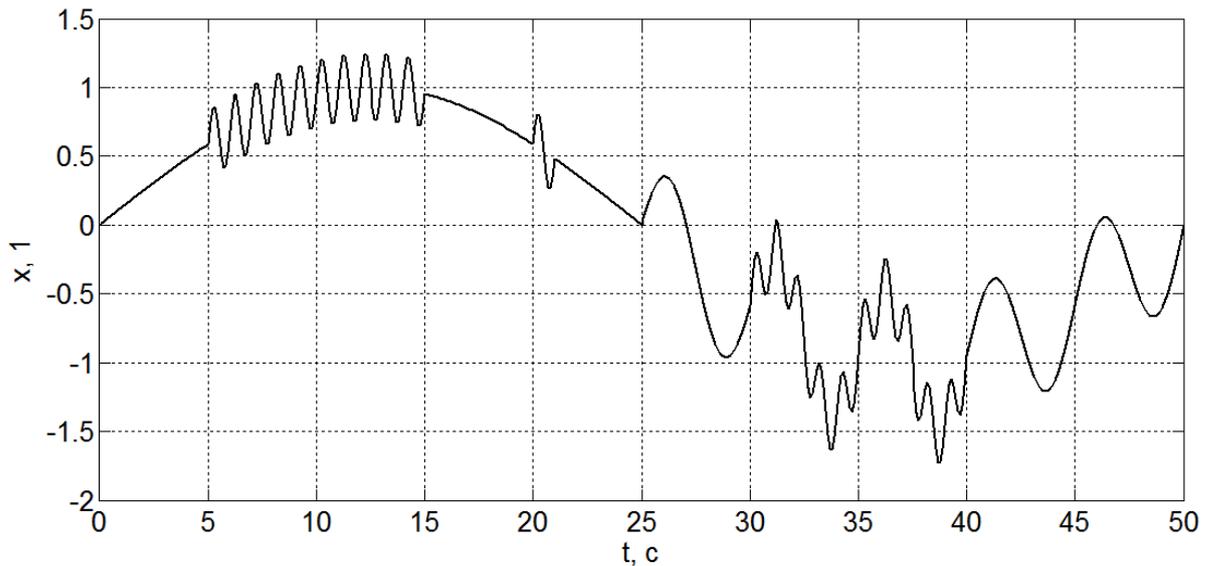
На выходе формируются текстовые файлы с полученной в результате обработки информацией о найденных спектральных компонентах.

Неидеальность используемых фильтров в случае вейвлет-разложений не приводит к потере информации, так как для них существует формула точного

восстановления сигнала. Однако при восстановлении отдельных компонент вейвлет-разложения могут появиться «ложные» частоты, время появления которых соответствует времени изменения частоты исходного сигнала. Но, в силу малости их амплитуды по сравнению с амплитудой полезного сигнала, «ложными» частотами можно пренебречь. Также следует учитывать возможность того, что некоторые частоты с большой амплитудой, находящиеся у границ рассматриваемого частотного диапазона, при разложении сигнала могут быть отнесены и к смежным с ним частотным диапазонам. Чтобы отсеять варианты с «ложными» частотами, можно либо увеличить при анализе пороговое значение амплитуды, либо, так как таких вариантов немного, проверить их вручную. Ещё одним способом является использование для анализа фильтров вейвлетов Добеши более высокого порядка. Однако это может привести к критическому снижению чувствительности алгоритма к локальным особенностям анализируемых сигналов. Поэтому правильный выбор параметров анализа является определяющим для всей работы алгоритма.

### **Пример использования методики**

Рассмотрим работу методики на примере анализа сигнала  $x(t)$ , график которого представлен на рисунке 3.



**Рисунок 3** – График сигнала  $x(t)$

Он представляет собой сумму нескольких синусоид, различающихся частотой, амплитудой и длительностью и, следовательно, является нестационарным. Всего в рассматриваемом сигнале присутствуют три различных частоты:

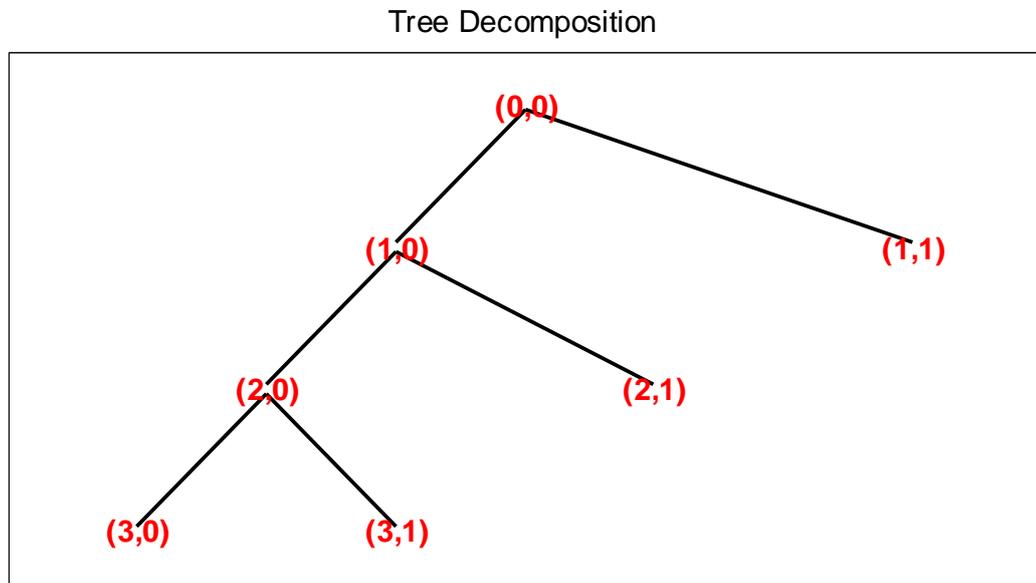
- синусоида с частотой  $\nu = 1\text{Гц}$  и амплитудой  $A = 0.25$  присутствует на интервалах времени от 5 до 15 секунд, от 20 до 21 секунды и от 30 до 40 секунд;
- синусоида с частотой  $\nu = 0.2\text{Гц}$  и амплитудой  $A = 0.5$  присутствует на интервале времени от 25 до 50 секунд;
- синусоида с частотой  $\nu = 0.02\text{Гц}$  и амплитудой  $A = 1$  присутствует на всём рассматриваемом интервале времени.

В данном примере сигнал задан с периодом дискретизации  $T_d = 0.1\text{с}$ , то есть с частотой дискретизации  $\nu_d = 10\text{Гц}$ . В этом случае частота Найквиста  $\nu_d/2 = 5\text{Гц}$  и в соответствии с теоремой отсчётов Котельникова - Шеннона рассматриваемый сигнал  $x(t)$  представлен в дискретной форме с пятикратным запасом, так как самая высокая частота, присутствующая в сигнале равна  $1\text{Гц}$ .

Определим значения параметров анализа. В качестве анализирующего вейвлета возьмём вейвлет Добеши шестого порядка (в MATLAB обозначается как 'db6'). Зададим поиск частот в диапазоне с граничными частотами  $\nu_{\min} = 0.5\text{Гц}$  и  $\nu_{\max} = 1.5\text{Гц}$  со значением разрешения по частоте  $\Delta\nu = 0.5\text{Гц}$ . Пороговое значение амплитуды  $A_p$  возьмём таким, чтобы его превышение выполнялось для всех рассмотренных синусоид, например,  $A_p = 0.1$ . Так как в выбранном частотном диапазоне в сигнале  $x(t)$  присутствует частота  $\nu = 1\text{Гц}$ , мы имеем возможность сравнить результат выполнения программы с заданными для этой частоты теоретическими значениями. Параметры локального выброса  $K_{\text{plos}}$  и объединения диапазонов  $K_{\text{next}}$  зададим равными 1 и 2 соответственно. В этом случае локальным выбросом будет считаться диапазон, длительность которого не превышает максимальное значение периода колебаний для данного узла и отстоящий от других диапазонов с той же частотой более чем на два таких значения. Параметр записи в файл настроим на печать всех найденных диапазонов. Анализ будем проводить на всём рассматриваемом интервале времени от 0 до 50 секунд.

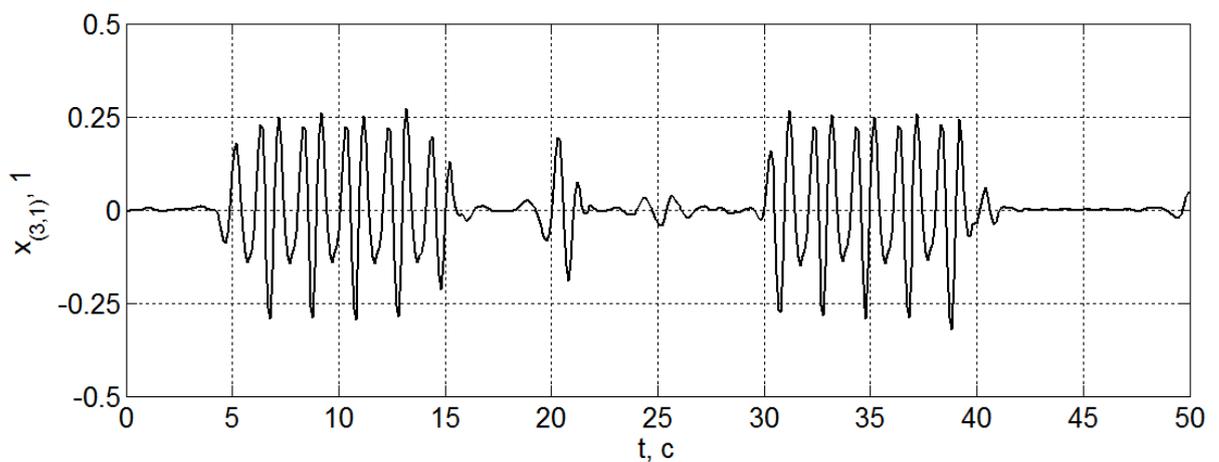
На основе выбранных параметров в модуле вейвлет-анализа для сигнала  $x(t)$  находится дерево коэффициентов вейвлет-разложения, соответствующее таблице номеров терминальных узлов, вычисленной в модуле определения параметров вейвлет-разложения. Полученная схема вейвлет-разложения представлена на рисунке 4. Таблица номеров терминальных узлов, участвующих в анализе, в данном случае состоит из одного узла (3,1) с граничными частотами  $\nu_{\min} = 0.625\text{Гц}$ ,

$\nu_{\max} = 1.25\text{Гц}$  и максимальным значением периода колебаний  $T_{\max} = 1.6\text{с}$ .  
Допустимое значение разрешения по частоте  $\Delta\nu = 0.625\text{Гц}$ .



**Рисунок 4** – Схема вейвлет-разложения сигнала

Далее по коэффициентам узла (3,1) при условии, что коэффициенты в других узлах равны нулю, осуществляется восстановление сигнала  $x_{(3,1)}(t)$ . График полученного сигнала представлен на рисунке 5.



**Рисунок 5** – График сигнала  $x_{(3,1)}(t)$ , восстановленного по коэффициентам узла

(3,1)

Видим, что в нём уже нет двух других частот, присутствующих в исходном сигнале, то есть он содержит информацию только о своём частотном диапазоне, который соответствует диапазону данного узла. Также из рисунка 5 видно, что в сигнале  $x_{(3,1)}(t)$  присутствуют небольшие «ложные» частоты, время появления которых соответствует времени изменения частоты исходного сигнала  $x(t)$ . Однако, в силу малости их амплитуды по сравнению с амплитудой полезного сигнала, «ложными» частотами можно пренебречь.

В результате обработки сигнала  $x_{(3,1)}(t)$  в модуле вейвлет-анализа формируется файл, содержащий следующую информацию:

**Таблица 1**

diap	loc	nu_min	nu_max	T_start	T_end	T_diap	Amax	T_Amax	nu_tek
1	0	0.625	1.25	5.0	15.3	10.3	0.2942	10.8	1.0438
2	1	0.625	1.25	20.2	20.9	0.7	0.1936	20.3	0.9259
3	0	0.625	1.25	30.2	39.3	9.1	0.3218	38.8	1.0438

Здесь:

diap – номер диапазона,

loc – признак того, является ли диапазон локальным выбросом (loc = 1 – является,

loc = 0 – не является),

nu\_min – минимальное значение частоты для данного узла,

nu\_max – максимальное значение частоты для данного узла,

T\_start – начало диапазона,

$T_{end}$  – конец диапазона,

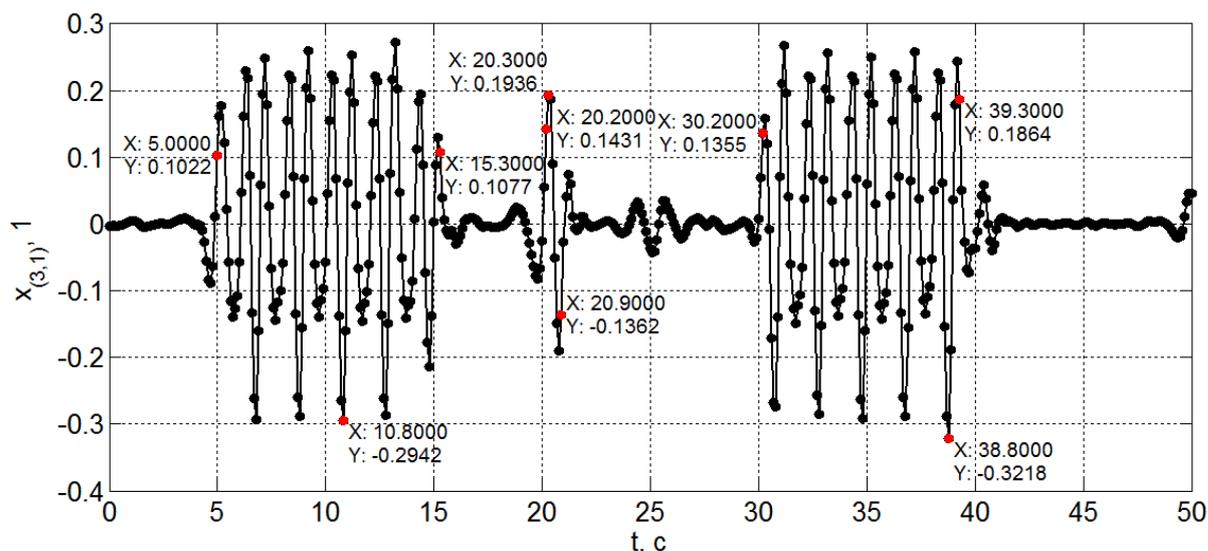
$T_{diar}$  – длина диапазона,

$A_{max}$  – максимальное значение амплитуды в диапазоне,

$T_{Amax}$  – время достижения максимального значения амплитуды в диапазоне,

$\nu_{tek}$  – значение частоты в диапазоне, определённое в окрестности точки с максимальным значением амплитуды.

Для наглядности на рисунке 6 представлен график сигнала  $x_{(3,1)}(t)$ , на котором чёрными точками отмечены все его отсчёты, а красными точками для каждого диапазона, приведённого в таблице 1, отмечены его начало и конец, а также время достижения максимального значения амплитуды.



**Рисунок 6** – График сигнала  $x_{(3,1)}(t)$  с обозначениями его отсчётов и параметров диапазонов

Следует отметить, что в программе за начало диапазона берётся точка первого превышения заданного порогового значения амплитуды, а за конец – последнего.

Таким образом, длина диапазона зависит от порогового значения амплитуды  $A_p$ .

В таблице 2 для сравнения приведены теоретические значения соответствующих параметров для каждого из трёх диапазонов с частотой  $\nu = 1$  Гц исходного сигнала  $x(t)$ . Время достижения максимального значения амплитуды не указано, так как для всех этих диапазонов амплитуда постоянна и равна 0.25.

**Таблица 2**

diap	loc	nu_min	nu_max	T_start	T_end	T_diap	Amax	T_Amax	nu_tek
1	0	-	-	5	15	10	0.25	-	1
2	1	-	-	20	21	1	0.25	-	1
3	0	-	-	30	40	10	0.25	-	1

Видим, что вычисленные параметры диапазонов для сигнала  $x(t)$ , приведённые в таблице 1, хорошо согласуются с соответствующими теоретическими значениями, приведёнными в таблице 2.

При этом автоматическое определение значения частоты в окрестности какой-либо точки, в данном случае в окрестности точки с максимальным значением амплитуды, становится возможным благодаря тому, что восстановленный сигнал является центрированным относительно нуля.

Аналогично можно провести анализ сигнала  $x(t)$  и для других частотных диапазонов. Так, если в рассмотренном примере задать  $\nu_{\min} = 1.5$  Гц и  $\nu_{\max} = 2$  Гц, поиск не даст результата, и программа выдаст сообщение о том, что не найдено ни одного диапазона с заданными параметрами.

Таким образом, использование разработанной методики позволяет выявлять критические варианты сочетания допусков, при которых в соответствующих им переходных процессах присутствуют колебания с превышением заданных значений по частоте, амплитуде и длительности, а также проверять приемлемость разработанных КК для подавления высокочастотных упругих колебаний. Для этого необходимо провести частотно-временной анализ переходных процессов, полученных при статистическом моделировании движения БПЛА, для диапазона частот, соответствующего тонам упругих колебаний и собственным частотам упругой проводки управления. Если в результате анализа не будут выявлены высокие частоты, амплитуда которых превышает заданное пороговое значение (например, 0.5 град), то выбранные настройки КК считаются приемлемыми. В противном случае необходимо провести корректировку настроек КК с целью усиления подавления амплитуды колебаний на выявленных частотах с превышением порогового значения амплитуды.

### **Выводы**

Использование разработанного программного комплекса позволило автоматизировать процесс частотно-временного анализа результатов статистического моделирования движения ИРТ и осуществить корректировку параметров алгоритмов стабилизации в соответствии с полученными результатами.

В частности, по результатам анализа были разработаны: структура КК, предназначенных для подавления упругих колебаний, алгоритм их переключения на различных участках траектории в зависимости от значения скоростного напора и

режима полёта, а также были скорректированы значения коэффициентов стабилизации для обеспечения возможности выполнения манёвров по крену на маршевом участке траектории.

Работа решает актуальную научно-техническую проблему. Получены новые результаты, которые расширяют возможности исследования устойчивости движения ИРТ и могут быть использованы при проектировании новых образцов ракетной техники.

### **Библиографический список**

1. Плавник Г.Г., Лошкарев А.Н., Точилова О.Л. Методика исследования устойчивости движения беспилотных летательных аппаратов // Труды секции 22 имени академика В.Н. Челомея XXXVIII Академических чтений по космонавтике. Реутов, ОАО «ВПК «НПО машиностроения», 2014, вып. 2. – С.57–64.
2. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – СПб: Профессия, 2003, - 752 с.
3. Точилова О.Л. Методика обработки данных статистического моделирования на основе вейвлет-анализа // Труды секции 22 имени академика В.Н. Челомея XXXIX Академических чтений по космонавтике. Реутов, АО «ВПК «НПО машиностроения», 2015, – С.202–217.
4. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. 1996. Т.166. №11. С.1145-1170.
5. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразования. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 104 с.

6. Петухов А.П. Введение в теорию базисов всплесков. – СПб: Изд-во СПбГТУ, 1999. – 132 с.
7. Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. – М.: ДМК Пресс, 2008. – 448 с.
8. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 464 с.
9. Дремин И.М., Иванов О.В., Нечитайло В.А. Вейвлеты и их использование // Успехи физических наук. 2001. Т.171. №5. С.465-501.