

Научная статья  
УДК 621.396.96

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=181883>

## ОЦЕНКА ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ТОЧНОСТЕЙ МНОГОПОЗИЦИОННЫХ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ БЛИЖНЕЙ НАВИГАЦИИ

Владимир Анатольевич Уфаев<sup>1</sup>, Павел Евгеньевич Кулешов<sup>2</sup>✉

<sup>1,2</sup>Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж)

Воронеж, Россия

<sup>1</sup>[andreyuff@mail.ru](mailto:andreyuff@mail.ru)

<sup>2</sup>[pekulesh@yandex.ru](mailto:pekulesh@yandex.ru) ✉

**Аннотация.** Приведены оценки максимального правдоподобия для 12 вариантов многопозиционных авиационных систем ближней навигации запросного и беззапросного типа с измерением дальностей, азимутов, псевдодальностей, псевдорадальных скоростей, амплитуды напряженности электрического поля радиомаяков. На основе метода Крамера получены аналитические соотношения для расчета потенциальных точностей. Разработана методика численных расчетов с обоснованием погрешностей измерений навигационных параметров. Даны примеры расчетов потенциальной точности и сравнительная оценка эффективности систем.

**Ключевые слова:** многопозиционные авиационные системы ближней навигации, радиомаяк, навигационные параметры, потенциальные точности

*Для цитирования:* Уфаев В.А., Кулешов П.Е. Оценка потенциальных точностей многопозиционных авиационных систем ближней навигации // Труды МАИ. 2024. № 137. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=181883>

Original article

## EVALUATION OF THE POTENTIAL ACCURACY OF MULTIPOSITION AIRCRAFT SHORT-RANGE NAVIGATION SYSTEMS

**Ufaev Vladimir A.<sup>1</sup>, Kuleshov Pavel E.<sup>2</sup>**

<sup>1,2</sup>Air force academy named after professor N.E. Zhukovskii and Y.A. Gagarin (Voronezh), Voronezh, Russia

<sup>1</sup>[andreyuff@mail.ru](mailto:andreyuff@mail.ru)

<sup>2</sup>[pekulesh@yandex.ru](mailto:pekulesh@yandex.ru)✉

**Abstract.** A possible direction for improving short-range navigation systems is the spatial separation of its radio navigation points, the transition to the principle of multi-position. The problem of estimating the coordinates of aircraft and the potential accuracy of estimates based on the results of receiving radio signals from interconnected ground-based spatially separated radio navigation points and one-time measurements of navigation parameters on an aircraft at a known altitude of its flight has been solved. For the studied 12 variants of multi-position systems of the request-response and non-request type with measurement of ranges, azimuth positions, pseudo-ranges, pseudoradial velocities, amplitude of the electric field strength of radio beacons, the likelihood functions of simultaneous measurements are described by multidimensional normal distribution laws,

and coordinate estimates are the position of the maximum of these functions. In accordance with the Cramer's rule, estimates of potential accuracy are determined by means of the Fisher information matrix, for the problem to be solved in the form of combinations of the first derivatives of likelihood functions according to navigation parameters. When calculating the potential accuracy of systems from the components of azimuthal rangefinder beacons, as initial ones, it is proposed to use known limits of measurement of imprecision. When setting the imprecision of other measurements, it is advisable to proceed from the achieved accuracy of measuring the range in satellite radio navigation systems such as GLONASS, followed by determining the required signal-to-noise ratio, through it the mean-square error of measuring frequency, radial velocity, amplitude of the electromagnetic field strength. The condition for ensuring multi-position is the presence of radio visibility to a minimum number of radio navigation points of the system. In order to ensure the isotropy of navigation definitions, the central symmetry of the system is necessary. The maximum accuracy of navigation definitions is achieved near the center of multi-position systems, in the near zone, at a distance up to the radius of the system of 20 km. Based on this, it is advisable to determine the center of the system near the airfield runway for navigation support of landing approach maneuver and landing of aircraft. The results obtained can be used to select rational options for building short-range radio navigation systems.

**Keywords:** multi-position aircraft short-range navigation systems, radio beacon, navigation parameters, potential accuracy

**For citation:** Ufaev V.A., Kuleshov P.E. Evaluation of the potential accuracy of multiposition aircraft short-range navigation systems. *Trudy MAI*, 2024, no. 137. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=181883>

## **Введение**

Радиотехнические системы ближней навигации (РСБН) предназначены [1,2] для определения навигационных параметров (НП), характеризующих положение летательного аппарата (ЛА) в пространстве относительно радионавигационной точки, положение которой на местности известно.

В современных системах типа РСБН-4, функционирующих в диапазоне частот порядка 1000 МГц, реализуется угломерно-дальномерный метод, позволяющий определять на борту ЛА текущие значения азимута и наклонной дальности до радиомаяка. Высота полета определяется бортовыми измерителями.

Определение азимута выполняют беззапросным методом путем облучения пространства с помощью вращающейся двухлучевой антенны, частота вращения 100 оборотов/мин, мощность излучения 80 Вт, приема радиосигналов (РС) и регистрации на борту ЛА момента облучения с равносигнального направления. Привязка к опорному северному направлению осуществляется с помощью импульсных радиоканалов, опорные РС в которых передают синхронно с вращением антенны с периодичностью  $1/36$  и  $1/35$  от периода вращения антенны.

Для определения дальности используют запросно-ответный метод. Запросные РС передают бортовым передатчиком, частота следования импульсов 30 Гц, длительность импульса 1,5 мкс, ответные РС – ретранслятором радиомаяка, мощность 30 кВт, пропускная способность 100 ЛА в зоне действия.

В системе обеспечиваются достаточно высокие точности [1,2], погрешности измерения в пределах дальности действия 370 км составляют: по азимуту  $\pm 0,25^\circ$ , по дальности  $\pm 200$  м. Тем не менее, указанная система не лишена и определенных недостатков. Над радиомаяком в секторе  $\pm 45^\circ$  образуется нерабочая зона, что обусловлено тем, что в вертикальной плоскости азимутальная вращающаяся антенна имеет диаграмму направленности, близкую к косекансной. Азимутальный канал характеризуется относительно низким быстродействием, обусловленным инерционностью процесса вращения антенны. Канал измерения дальности, запросно-ответного типа, имеет ограниченную пропускную способность, а излучение запросного РС с борта ЛА, когда он находится в районе выполнения боевой задачи, чревато угрозой его обнаружения и уничтожения. Часть наземного оборудования, радиомаяки: глиссидный, курсовой, дальнего и ближнего привода, ретранслятор-дальномер, соответствующие бортовые приемники, передатчики и измерители, используется только для посадки ЛА. Привлекается значительный энергетический и частотный ресурс.

Возможный вариант совершенствования систем ближней навигации состоит в пространственном разнесении ее пунктов, переходе к принципу многопозиционности [2–5] с реализацией известных методов навигационных определений, например, угломерного, дальномерного, доплеровского. Условием обеспечения многопозиционности является наличие радиовидимости до минимального количества позиций (пунктов) системы, что предполагает небольшое их удаление от центра, реконфигурацию эффективного состава системы для различных положений ЛА.

При выборе вариантов построения многопозиционных систем возникает необходимость оценки их потенциальной точности (ПТ). Известные результаты общетеоретических исследований, например [5–11], нуждаются в конкретизации, адаптации к конкретным условиям и ограничениям.

**Цель статьи** – оценка ПТ многопозиционных авиационных систем ближней навигации.

Будем рассматривать навигационную систему взаимосвязанных наземных пространственно разнесенных радионавигационных пунктов-радиомаяков (РНП), формирующих радионавигационное поле в окружающем пространстве [6,7]. По результатам приема РС и измерения НП на ЛА необходимо оценить его координаты и определить ПТ таких оценок. Высоту и скорость полета ЛА определяют с помощью бортовых средств.

### **Оценки координат и потенциальной точности**

Определим местную прямоугольную систему координат  $(x, y, h)$  с началом в центре навигационной системы, осью аппликат  $h$  вверх, перпендикулярно горизонтальной земной поверхности, осью абсцисс  $x$  в восточном направлении и осью ординат  $y$  в опорном северном направлении.

Координаты РНП заданы и известны:  $(X_n, Y_n, H_n)^T$ , где  $n = \overline{0, N-1}$  – номер РНП при общем количестве  $N$ ,  $T$  – знак транспонирования.

Первоначально рассмотрим возможные решения на основе принятых в РСБН-4 угломерных и дальномерных методов в различных их комбинациях.

1. Многопозиционная угломерно-дальномерная система полного состава

(УДС). Система представляет собой совокупность наземных пространственно-разнесенных азимутально-дальномерных радиомаяков и соответствующего бортового оборудования. Измеряемые НП: наклонные дальности до РНП системы  $\hat{r}_n$  и пеленги на них  $\hat{\theta}_n$ , истинные значения которых равны

$$r_n(x, y) = \sqrt{(X_n - x)^2 + (Y_n - y)^2 + (H_n - h)^2}, \quad \theta_n(x, y) = \arctg \frac{X_n - x}{Y_n - y}. \quad (1)$$

Неявно подразумевается, что все величины в (1) и далее должны быть взяты в один и тот же, или достаточно близкий, момент времени. Для синхронизации и управления навигационной системой необходима соответствующая система связи [12,13].

Полагаем, что ошибки измерений независимые, распределены по нормальному закону. В этом случае функция правдоподобия [14] описывается многомерным нормальным законом распределения с плотностью вероятности вида

$$P(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\boldsymbol{\theta}} | x, y) = k e^{-\gamma(x, y)}, \quad (2)$$

где  $k$  – нормировочный множитель.

Показатель экспоненты (с обратным знаком) есть решающая статистика в виде

$$\gamma(x, y) = \gamma_1(x, y) + \gamma_2(x, y), \quad (3)$$

слагаемые которой равны

$$\gamma_1(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(\hat{r}_n - r_n(x, y))^2}{\sigma_r^2}, \quad \gamma_2(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(\hat{\theta}_n - \theta_n(x, y))^2}{\sigma_\theta^2}, \quad (4)$$

где  $\sigma_r^2$ ,  $\sigma_\theta^2$  – дисперсия измерения дальности и пеленга.

При неравноточных измерениях дисперсии указываются для каждого РНП.

Оценка максимального правдоподобия координат объекта определяется как положение максимума функции правдоподобия (2) или минимума решающей статистики. Поиск экстремума может выполняться одним из численных методов.

$$(\hat{x}, \hat{y}) = \arg \min_{x,y} \gamma(x, y). \quad (5)$$

Для расчета ПТ оценок координат (5) воспользуемся правилом Крамера [14], согласно которому теоретически предельные (потенциальные) точности определяются информационной матрицей Фишера, составленной из вторых производных логарифма функции правдоподобия, в нашем случае вида

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x \partial x} \gamma(x, y) & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \gamma(x, y) \\ \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \gamma(x, y) & \frac{\partial^2}{\partial y \partial y} \gamma(x, y) \\ \frac{\partial^2}{\partial R \partial x} \gamma(x, y) & \frac{\partial^2}{\partial R \partial y} \gamma(x, y) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Производные определяют в точке истинных значений параметров с предварительной заменой измеренных значений на истинные. С учетом этого после соответствующих преобразований применительно к (3), (4) получим:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2; \quad (7)$$

$$\mathbf{M}_1 = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sigma_r^2} \begin{pmatrix} px_n px_n & px_n py_n \\ py_n px_n & py_n py_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_2 = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sigma_\theta^2} \begin{pmatrix} \theta x_n \theta x_n & \theta x_n \theta y_n \\ \theta y_n \theta x_n & \theta y_n \theta y_n \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где  $px_n = \frac{x - X_n}{r_n(x, y)}$ ,  $py_n = \frac{y - Y_n}{r_n(x, y)}$ ,  $\theta x_n = -\frac{Y_n - y}{d_n^2(x, y)}$ ,  $\theta y_n = \frac{X_n - x}{d_n^2(x, y)}$  – производные

наклонной дальности и пеленга по координатным осям;

$d_n(x, y) = \sqrt{(x - X_n)^2 + (y - Y_n)^2}$  – горизонтальная дальность.



В соответствии с (8) информационная матрица Фишера определяется комбинациями первых производных НП. Корреляционная матрица ошибок оценок (5) максимального правдоподобия координат является обратной матрице Фишера

$$\mathbf{Q} = \mathbf{M}^{-1}. \quad (9)$$

В главной диагонали представлены дисперсии оценок координат. Формула расчета (9) применима и для однопозиционной  $N = 1$  системы.

С учетом изложенного рассмотрим другие основные возможные варианты многопозиционных систем с измерением дальностей и пеленгов.

2. Дальномерная многопозиционная система (ДС). Наземную часть системы образуют ретрансляторы радиомаяков. Измеряемые НП: наклонные дальности до РНП системы  $\hat{r}_n$ . Решающая статистика  $\gamma_2(x, y)$  и матрица  $\mathbf{M}_2$  равны нулю, с соответствующим учетом при оценивании координат (5) и ПТ (9).

3. Угломерная многопозиционная система (УС). Наземную часть системы составляют азимутально-опорные передатчики с вращающимися азимутальными антеннами. Измеряемые НП: пеленги на навигационные РНП  $\hat{\theta}_n$ . Равны нулю решающая статистика  $\gamma_1(x, y)$  и матрица  $\mathbf{M}_1$ .

4. Многопозиционная система из одного угломерного и дальномерных каналов (У1ДС). Измеряемые НП: наклонные дальности до РНП системы  $\hat{r}_n$ , пеленг на опорный РНП  $\hat{\theta}_0$ . В решающей статистике  $\gamma_2(x, y)$  и матрице  $\mathbf{M}_2$  верхний предел суммирования равен нулю.

5. Многопозиционная система из одного дальномерного и угломерных каналов (Д1УС). Измеряемые НП: пеленги на РНП  $\hat{\theta}_n$  и наклонная дальность до

опорного РНП  $\hat{r}_0$ . В решающей статистике  $\gamma_1(x, y)$  и матрице  $\mathbf{M}_1$  верхний предел суммирования равен нулю. В отсутствии высокоточной системы единого времени, принцип беззапросности навигационных определений реализуем только в угломерной навигационной системе.

Отметим, что определение азимута может выполняться как на основе принятого в РСБН-4 варианта с наземной вращающейся направленной антенной, так и по всенаправленному излучению радиомаяков бортовым радиопеленгатором.

Перейдем к анализу других возможных вариантов беззапросных систем.

6. Псевдо-дальномерно-доплеровская система (ПДДС). Радионавигационное поле в такой системе формируется [15] путем синхронного излучения широкополосных периодических РС с заданным дальномерным кодом, по меньшей мере, тремя пространственно разнесенными РНП. Принимают РС с помощью бортового навигационного приемника, по заданному дальномерному коду их разделяют, измеряют НП: моменты прихода и частоту. С учетом неопределенности этих параметров определяют НП: псевдодальности и псевдорadiaльные скорости.

Измеряемые НП: наклонные дальности до РНП системы  $\hat{r}'_n$  и скорости их изменения  $\dot{\hat{r}}'_n$  при общей для всех РНП неопределенности точек отсчета по дальности  $\tilde{r}$  и скорости  $\tilde{\dot{r}}$  (псевдодальности и псевдоскорости).

Истинные значения псевдодальности и псевдоскорости равны

$$r'_n(x, y, \tilde{r}) = r_n(x, y) + \tilde{r}, \quad \dot{r}'_n(x, y, V_x, V_y, \tilde{\dot{r}}) = V_x p x_n + V_y p y_n + V_h p h_n + \tilde{\dot{r}}, \quad (10)$$

где  $p h_n = \frac{h - H_n}{r_n(x, y)}$  – производные наклонной дальности по оси  $h$ ;  $V_x, V_y; V_h$  –

составляющие вектора скорости полета по осям координат.

Решающая статистика преобразуется к виду

$$\gamma(x, y, \tilde{r}, V_x, V_y, \tilde{r}) = \gamma_1(x, y, \tilde{r}) + \gamma_2(x, y, V_x, V_y, \tilde{r}), \quad (12)$$

слагаемые которой равны:

$$\gamma_1(x, y, \tilde{r}) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(r'_n(x, y, \tilde{r}) - \tilde{r}'_n)^2}{\sigma_r'^2}, \quad \gamma_2(x, y, V_x, V_y, \tilde{r}) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(\dot{r}'_n(x, y, V_x, V_y, \tilde{r}) - \hat{r}'_n)^2}{\sigma_V^2}, \quad (13)$$

где  $\sigma_r'^2$ ,  $\sigma_V^2$  – дисперсия измерений псевдодальности и радиальной скорости.

Дисперсии измерений дальности  $\sigma_r^2$  и псевдодальности  $\sigma_r'^2$  различаются в силу различия способов их измерения, по запросному и беззапросному принципу.

Применительно к решающим статистикам (13), в соответствии с числом неизвестных, размер информационной матрицы Фишера (6) увеличивается до 5x5, а ее составляющие определяются по формулам:

$$\mathbf{M}_1 = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sigma_r'^2} \begin{pmatrix} px_n px_n & px_n py_n & px_n & 0 & 0 & 0 \\ py_n px_n & py_n py_n & py_n & 0 & 0 & 0 \\ px_n & px_n & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (14)$$

$$\mathbf{M}_2 = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sigma_V^2} \begin{pmatrix} \dot{p}x_n \dot{p}x_n & \dot{p}x_n \dot{p}y_n & 0 & \dot{p}x_n px_n & \dot{p}x_n py_n & \dot{p}x_n \\ \dot{p}y_n \dot{p}x_n & \dot{p}y_n \dot{p}y_n & 0 & \dot{p}y_n px_n & \dot{p}y_n py_n & \dot{p}y_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ px_n \dot{p}x_n & px_n \dot{p}y_n & 0 & px_n px_n & px_n py_n & px_n \\ py_n \dot{p}x_n & py_n \dot{p}y_n & 0 & py_n px_n & py_n py_n & py_n \\ \dot{p}x_n & \dot{p}y_n & 0 & px_n & py_n & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} x \\ y \\ \tilde{r} \\ V_x \\ V_y \\ \tilde{r} \end{matrix}, \quad (15)$$

где  $\dot{p}x_n, \dot{p}y_n$  – производные радиальной скорости по осям координат  $x, y$ . Сверху и сбоку матрицы  $\mathbf{M}_2$  в (15) указан порядок дифференцирования.

7. Псевдо-дальномерная система (ПДС). Такая система является частным случаем псевдо-дальномерно-доплеровской в отсутствии измерений радиальной скорости. Составляющие вектора скорости полета не оцениваются. Информационная матрица Фишера формируется как частный вариант (14)

$$\mathbf{M} = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sigma_r'^2} \begin{pmatrix} px_n px_n & px_n py_n & px_n \\ py_n px_n & py_n py_n & py_n \\ px_n & px_n & 1 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

ПТ разностно-дальномерной системы с измерением разностей дальностей совпадают с аналогичными системы псевдо-дальномерного типа.

8. Угломерно-псевдо-дальномерная система (УПДС). Измеряемые НП: псевдодальности  $\tilde{r}'_n$  и пеленги на навигационные РНП  $\hat{\theta}_n$ . Для такой системы:

$$\gamma_1(x, y, \tilde{r}) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(r'_n(x, y, \tilde{r}) - \tilde{r}'_n)^2}{\sigma_r'^2}, \quad \gamma_2(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(\hat{\theta}_n - \theta_n(x, y))^2}{\sigma_\theta^2}; \quad (17)$$

$$\mathbf{M}_1 = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sigma_r'^2} \begin{pmatrix} px_n px_n & px_n py_n & px_n \\ py_n px_n & py_n py_n & py_n \\ px_n & px_n & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_2 = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sigma_\theta^2} \begin{pmatrix} \theta x_n \theta x_n & \theta x_n \theta y_n & 0 \\ \theta y_n \theta x_n & \theta y_n \theta y_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

9. Амплитудная система (АС). Система основана [16] на учете зависимости амплитуды напряженности электромагнитного поля от расстояния до РНП. Радионавигационное поле формируют путем излучения РС постоянной заданной мощности.

Измеряемый НП – амплитуда напряженности электрического поля радиомаяка в месте приема  $\hat{U}_n$ , определяется через амплитуду принятого РС [17]

$$U_n(x, y) = \frac{K}{r_n(x, y)} D(x, y), \quad (19)$$

где  $K = \sqrt{60P}$  – энергетический параметр;  $P$  – излучаемая мощность;  $D(x, y)$  – значение диаграммы направленности антенны РНП в направлении точки приема.

Точность измерений амплитуды ограничивается инструментальными и эксплуатационными факторами. Закон распределения логарифма измеренных амплитуд является нормальным с показателем степени при экспоненте равным

$$\gamma(x, y) = \frac{1}{2\sigma_u^2} \sum_{n=0}^{N-1} \left( \ln(U_n(x, y)) - \ln(\hat{U}_n) \right)^2, \quad (20)$$

где  $\sigma_u^2$  – дисперсия логарифма измеренных амплитуд (для равноточных измерений).

Соответствующая решающей статистике (20) информационная матрица Фишера в случае всенаправленных излучающих антенн, когда  $D(x, y) = 1$ , равна

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\sigma_u^2} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{r_n^2(x, y)} \begin{pmatrix} px_n px_n & px_n py_n \\ py_n px_n & py_n py_n \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Эта матрица почти соответствует матрице (8) дальномерной системы, с той лишь разницей, что дисперсия пропорциональна квадрату наклонной дальности  $r_n^2(x, y)$ . С учетом взаимосвязи амплитуды и дальности (19) амплитудная система по сути и есть дальномерная с измененным принципом дальнометрии, дальность определяется обратно пропорционально амплитуде:  $\hat{r}_n = k / \hat{U}_n$ .

10. Амплитудно-псевдо-дальномерная система (АПДС). В данной

комбинированной системе измеряемые НП: амплитуда напряженности электрического поля  $\hat{U}_n$  и наклонные дальности до РНП системы  $\hat{r}'_n$  при неопределенности точки отсчета дальности  $\tilde{r}$ .

Решающая статистика есть сумма со слагаемыми вида (13), (20), которой соответствует информационная матрица Фишера со слагаемыми (16) и (21).

Рассмотрим еще один вариант, на наш взгляд, перспективной комбинированной многопозиционной системы.

11. Комбинированная многопозиционная система из одного дальномерного и псевдо-дальномерных каналов (Д1ПДС). Изменяемые НП [3,4]: псевдодальности  $\hat{r}'_n$  (наклонные дальности до РНП системы при неопределенности точки отсчета дальности  $\tilde{r}$ ) и дальность  $\hat{r}_0$  до одного опорного РНП. Для такой системы:

$$\gamma_1(x, y, \tilde{r}) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(r'_n(x, y, \tilde{r}) - \hat{r}'_n)^2}{\sigma_r'^2}, \quad \gamma_2(x, y) = \frac{1}{2} \frac{(r_0(x, y) - \hat{r}_0)^2}{\sigma_r^2}; \quad (22)$$

$$\mathbf{M}_1 = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sigma_r'^2} \begin{pmatrix} px_n px_n & px_n py_n & px_n \\ py_n px_n & py_n py_n & py_n \\ px_n & px_n & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_2 = \frac{1}{\sigma_r^2} \begin{pmatrix} px_0 px_0 & px_0 py_0 & 0 \\ py_0 px_0 & py_0 py_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Такая система может быть альтернативой варианту 5 многопозиционной системы из одного дальномерного и угломерных каналов.

12. Комбинированная многопозиционная система из одного угломерно-дальномерного и псевдодальномерных каналов (УД1ПДС). Система представляет собой радиомаяк РБСН дополненный псевдодальномерной системой. Изменяемые НП [3,4]: псевдодальности  $\hat{r}'_n$  (наклонные дальности до РНП системы при

неопределенности точки отсчета дальности  $\tilde{r}$ ), дальность  $\hat{r}_0$  и пеленг  $\hat{\theta}_0$  до одного опорного РНП. Для такой системы соотношения (22), (23) дополняются приведенными ранее (17) и (18) с последующим суммированием соответствующих трех слагаемых.

### Методика численных расчетов

По полученным оценкам координат (5) и корреляционной матрице ошибок (9) заменой в соотношениях (1) координат РНП системы на координаты произвольной точки пространства  $(x_0, y_0, h_0)$  определяется наклонная дальность  $\hat{r}$  и пеленг  $\hat{\theta}$  на эту точку из местоположения ЛА  $(x, y, h)$ . Дисперсии ошибок таких оценок получим методом [18] линеаризации функций случайных аргументов:

$$\begin{aligned}\sigma_{\hat{r}}^2 &= Pr_x^2 s_x^2 + Pr_y^2 s_y^2 + 2Pr_x s_x Pr_y s_y r_{xy}; \\ \sigma_{\hat{\theta}}^2 &= P\theta_x^2 \sigma_x^2 + P\theta_y^2 \sigma_y^2 + 2P\theta_x \sigma_x P\theta_y \sigma_y \rho_{xy},\end{aligned}\tag{24}$$

где  $Pr_x, P\theta_x, Pr_y, P\theta_y$  – производные дальности и пеленга по осям координат;

$\sigma_x^2, \sigma_y^2, \rho_{xy}$  – дисперсии и коэффициент корреляции оценок координат ЛА.

Численные расчеты выполним применительно к системе из четырех РНП один из которых расположен в центре системы, а три других по вершинам равностороннего треугольника. Необходимый минимальный состав, три РНП, расширен до четырех для устранения возможной нерабочей зоны над РНП системы.

Радиус системы 20 км определен из условия обеспечения прямой видимости от периферийных РНП до ее центра. Например, при высоте поднятия антенн навигационных РНП 9 м и объекта 4 м (взлет-посадка) дальность прямой видимости

составит  $4,15(\sqrt{9} + \sqrt{4}) = 20,8$  км. Немало важно также, что на такой дистанции сравнительно просто обеспечиваются синхронизация и управление системой.

Принят вариант полета с постоянной скоростью 100 м/с, в горизонтальной плоскости – вдоль оси абсцисс по маршруту восток-запад, в вертикальной плоскости – со снижением до минимальной высоты 4 м в центре, а от центра с увеличением высоты при постоянном угле места  $\beta = 3^\circ$ . Такой профиль полета рис. 1 на дальности до 5-10 км примерно соответствует маневру захода на посадку и посадки ЛА.

Нижней линией на рис. 1 показано изменение высоты полета  $h$  (BD) от линии горизонта (приведенная высота), верхней – высоты  $h'$  (BC) от земной поверхности с учетом сферичности Земли, рис. 2.

Из рис. 2 следует, что при заданной горизонтальной дальности  $AD = d$  и приведенной высоте  $BD = h$  высота над земной поверхностью равна

$$h' = \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \cos\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)} - R \approx \frac{r}{2} \left( \frac{r}{R} + 2\beta \right), \quad (25)$$

где  $R \approx 6400$  км – радиус Земли;  $r = AB = \sqrt{d^2 + h^2}$  – наклонная дальность.

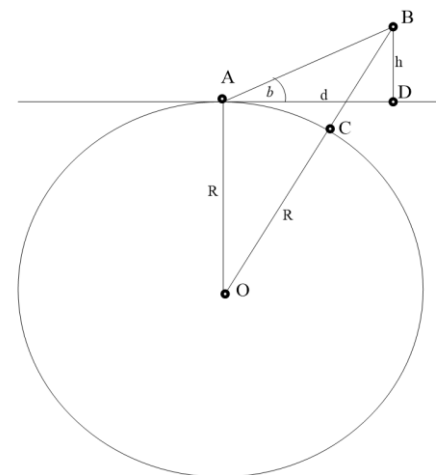
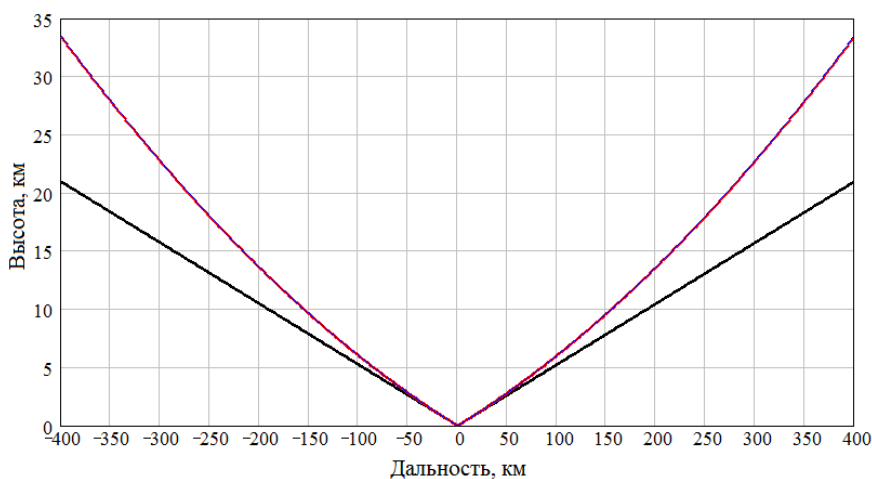




Рис.1. Профиль полета

Рис.2. Учет сферичности Земли

В соответствии с рис. 1 различие высот превышает 30% на удалении свыше 200 км. Оно снижается при распространении радиоволн в условиях нормальной рефракции на 6 %. В (25) следует заменить на эквивалентный радиус  $R \cdot 4/3$ .

Наклонная дальность при малых углах места превышает горизонтальную на относительно небольшую величину:  $0,5\beta^2 = 1,3710^{-3}$ . Из формулы (25) следует обратный переход от измеренной высоты над земной поверхностью  $h'$  к приведенной высоте  $h$

$$h(x, y) = R \left( \sqrt{1 + 2 \frac{h'}{R} + \frac{h'^2}{R^2} - \frac{x^2 + y^2}{R^2}} - 1 \right) \approx h' - 0,5 \frac{x^2 + y^2}{R}. \quad (26)$$

Соответствующие коррективы следует внести в исходное соотношение (1) с последующими изменениями далее. Для оценки верхней границы ПТ в настоящей статье будем считать заданной приведенную высоту.

Для систем из составных частей азимутально-дальномерных радиомаяков, как исходные, используем известные пределы изменения погрешностей. В предположении равномерного распределения ошибок, делением на  $\sqrt{3}$  соответствующих пределов, получим СКО измерений дальности и азимута:  $\sigma_r = 115,5$  м и  $\sigma_\theta = 0,14$  град.

При задании погрешностей других измерений будем исходить из достигнутого в спутниковых радионавигационных системах типа ГЛОНАСС [15], где используются широкополосные РС с фазовой манипуляцией при длительности

элементарного импульса дальномерного кода  $\tau_u = 2$  мкс с периодом повторения  $T_p = 1$  мс.

СКО измерения псевдодальности составляет  $\sigma_r' = 20$  м и определяется ПТ измерения момента времени прихода РС [19]

$$\sigma_\tau = \frac{1}{q} \frac{\tau_u}{\sqrt{2}}, \quad (27)$$

где  $q = \sqrt{2E / N_0}$  – отношение сигнал/шум.

Отношение  $q$  дано по амплитуде, как корень квадратный из отношения удвоенной энергии РС  $E$  за время приема (1 мс) к спектральной плотности шума  $N_0$ .

Для принятой ошибки измерения псевдодальности необходимое  $q = 21,1$ .

При заданном  $q$  СКО измерения частоты определяется [19] по формуле

$$\sigma_F = \frac{1}{q} \frac{\sqrt{3}}{\pi T_p}. \quad (28)$$

Тогда, исходя из взаимосвязи частоты Доплера  $F$  с радиальной скоростью  $V$  объекта:  $F = V / \lambda$ , где  $\lambda = 0,2$  м – длина волны излучения, для СКО определения радиальной скорости имеем  $\sigma_V = 5$  м/с.

СКО измерений амплитуды также определяется отношением  $q$

$$\sigma_u = \sqrt{\ln(1 + q^{-2})}. \quad (29)$$

### Результаты расчетов

Результаты расчетов в виде зависимостей СКО определения координат от

дальности до ЛА приведены на рис. 3–12: а) – СКО по оси абсцисс, б) – СКО по оси ординат (расчеты выполнены с MATHCAD 6.0 PLUS [20]). Красной сплошной линией показаны результаты для однопозиционной системы РСБН-4. Установлено, что по координатным осям ошибки не коррелированы. На рис. 8 в, г показаны аналогичные зависимости СКО определения составляющих вектора скорости.

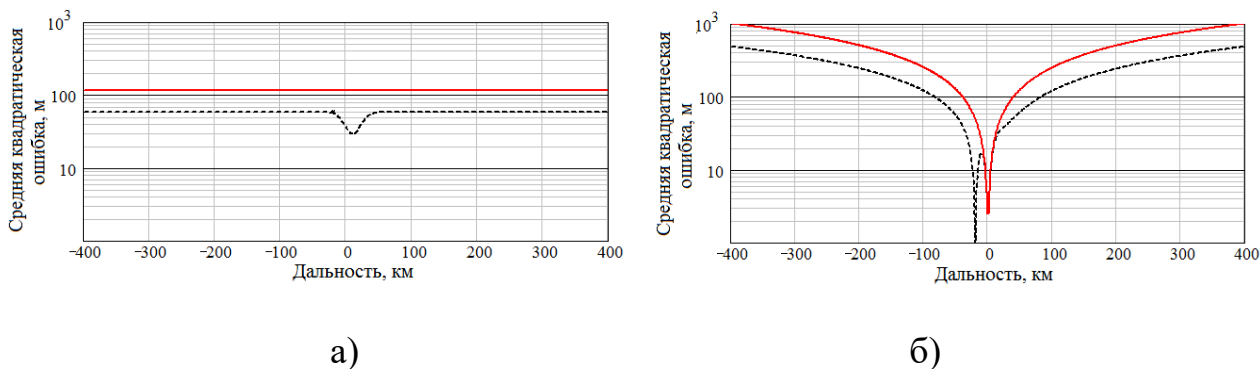


Рис. 3. ПТ УДС

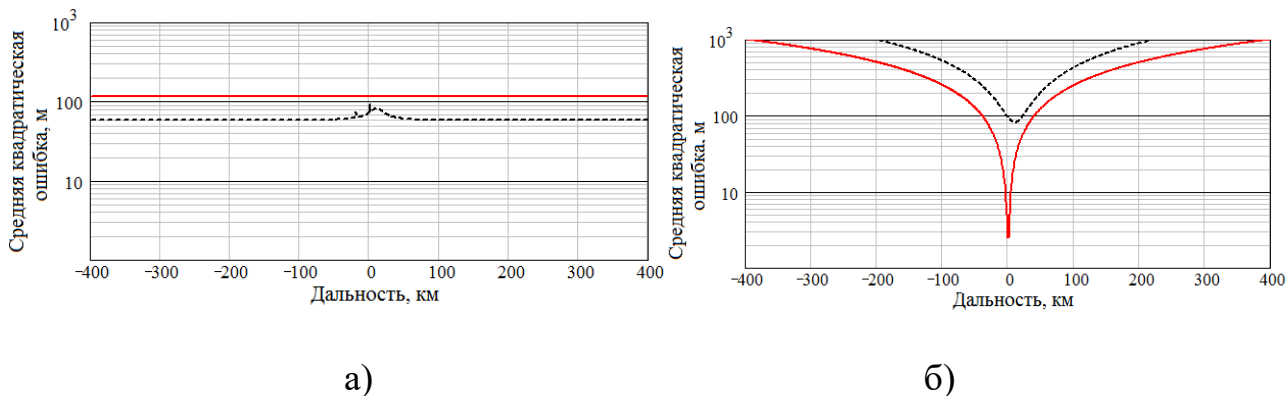


Рис. 4. ПТ ДС

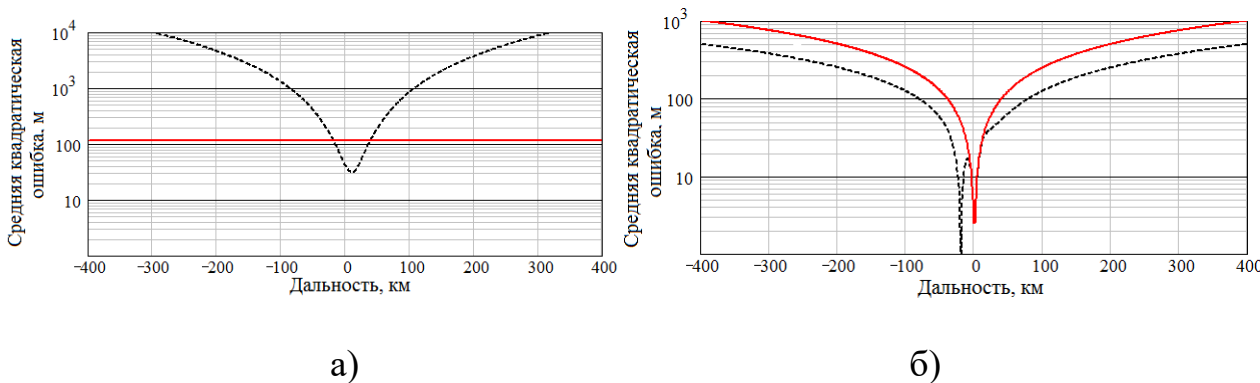
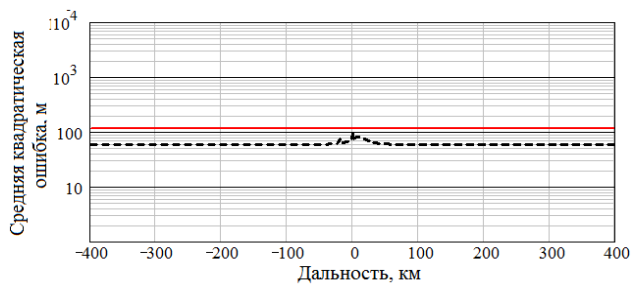
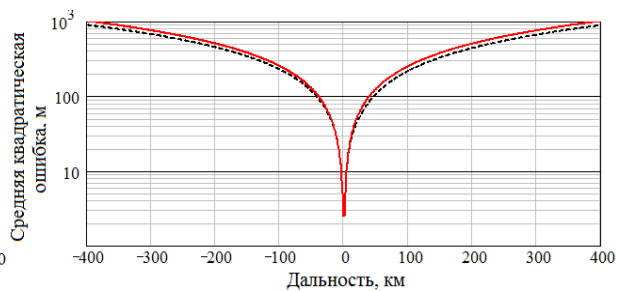


Рис. 5. ПТ УС

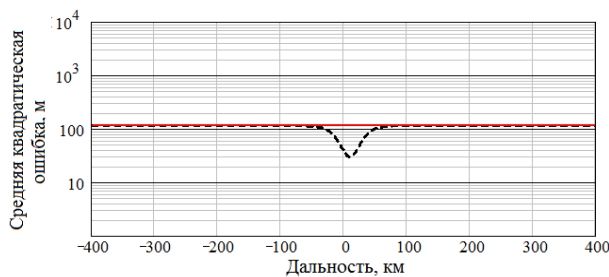


а)

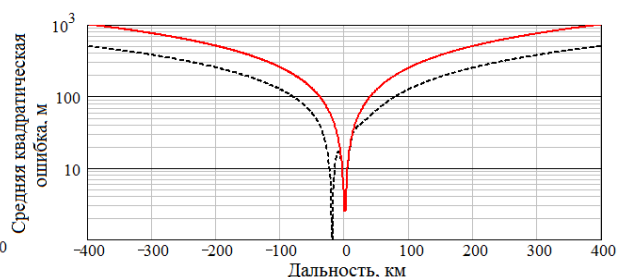


б)

Рис. 6. ПТ У1ДС

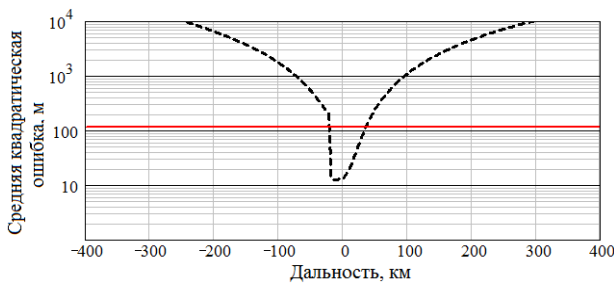


а)

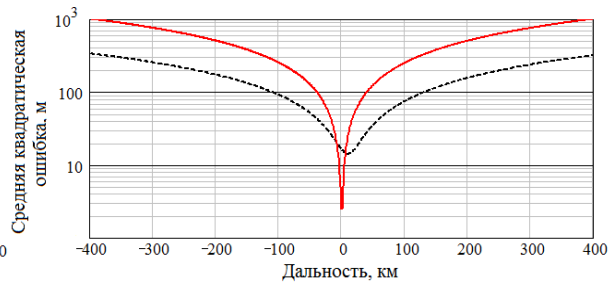


б)

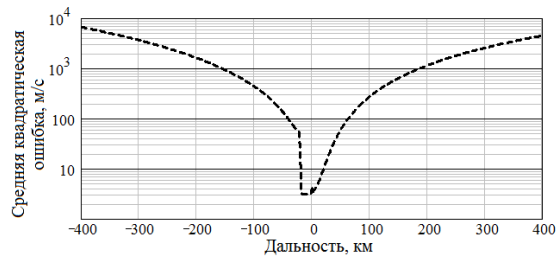
Рис. 7. ПТ Д1УС



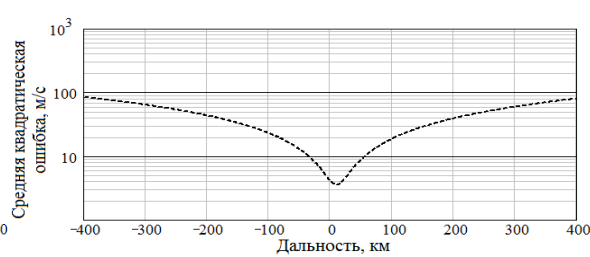
а)



б)



в)



г)

Рис. 8. ПТ ПДДС, ПДС

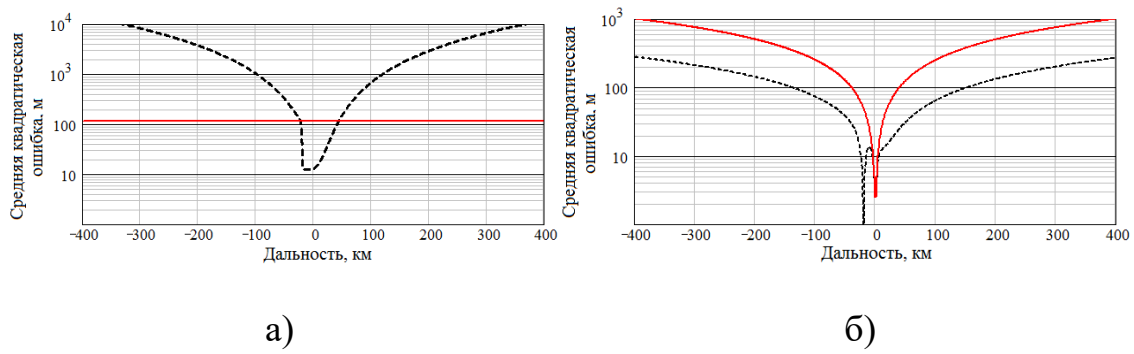


Рис. 9. ПТ УПДС

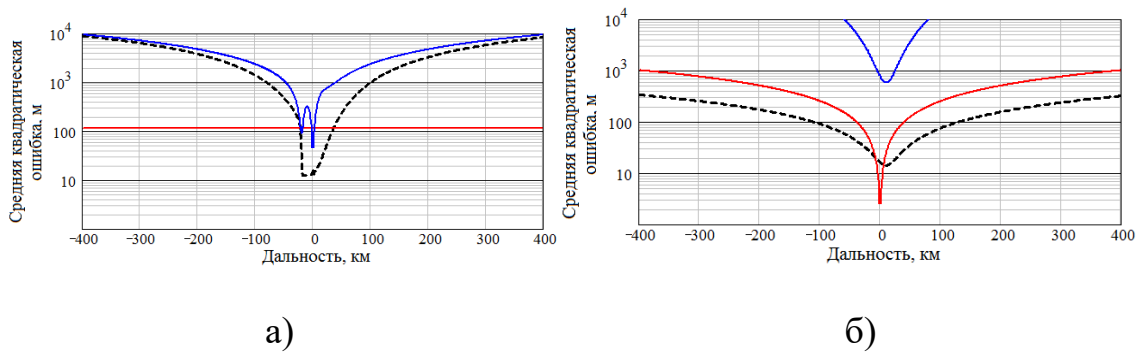


Рис. 10. ПТ АС (сплошная синяя линия), АПДС (пунктир).

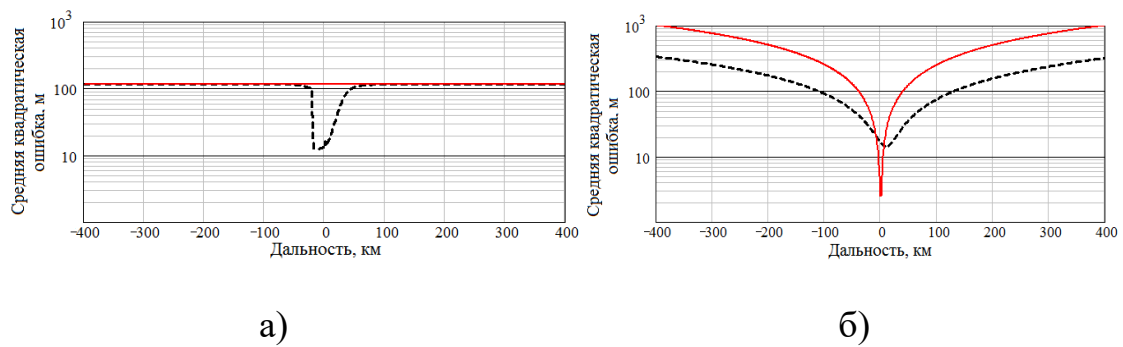


Рис. 11. ПТ Д1ПДС

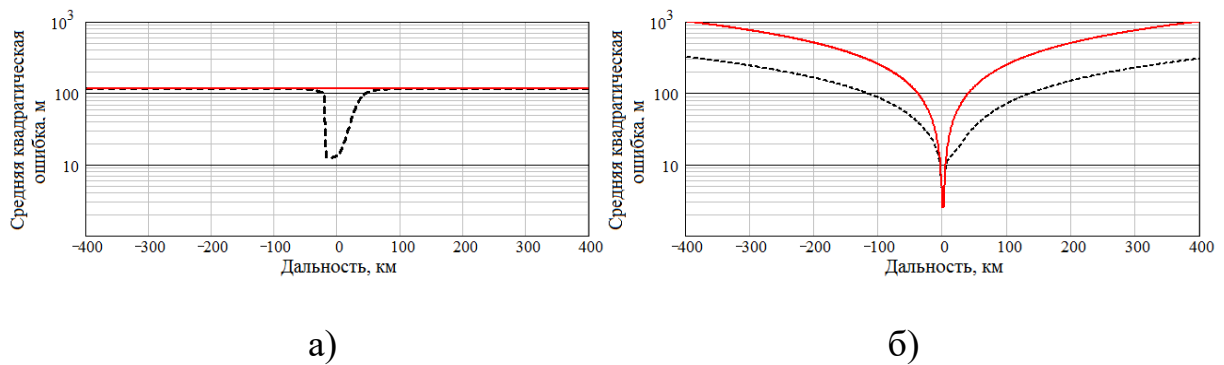


Рис. 12. ПТ УД1ПДС

## Анализ результатов расчетов

1. Максимальные точности навигационных параметров достигаются вблизи центра многопозиционных систем, в ближней зоне, на удалении до радиуса системы 20 км. Исходя из этого для навигационного обеспечения маневров захода на посадку и посадки ЛА центр системы целесообразно устанавливать вблизи взлетно-посадочной полосы аэродрома.

Увеличением размерности обеспечивается в дальней зоне в 2 раза снижение СКО определения координат, то есть в корень квадратный из числа РНП системы рис. 3. Преимущественно выполняется принцип изотропности измерений с некоторым отклонением в ближней зоне.

2. Удовлетворительное качество оценки составляющих вектора скорости достигается в ближней зоне псевдо-дальномерно-доплеровской системой рис. 8 в, г.

3. Среди систем беззапросного типа лучшие точности определения координат достигаются амплитудно-псевдо-дальномерным методом рис. 10. Угломерными рис. 5 и псевдодальномерными рис. 8 системами обеспечиваются примерно одинаковые точности определения координат. То есть системы псевдодальномерного типа эквивалентны варианту пространственно разнесенных высокоточных угломерных РНП.

Беззапросные системы в дальней зоне заметно уступают по точности местоопределения в направлении оси абсцисс системам запросно-ответного типа, лучшие из которых по показателю точности УДС, рис. 3, и Д1ПДС, рис. 11. Однако в последнем комбинированном варианте используется только один дальномерный канал и вовсе отсутствуют угломерные каналы.

ПТ УД1ПДС (комбинация маяка РСБН и ПДС) рис.14 и Д1ПДС (комбинация дальномера РСБН и ПДС) рис. 12 практически одинаковы. Отметим, что при этих комбинациях с псевдодальномерной системой при исключении из ее состава опорного РНП ПТ не изменяются. Контрольные расчеты применительно к системе Д1ПДС показали, что расчеты с учетом сферичности земной поверхности (25) отличаются от аналогичных без учета на относительную величину не более  $2 \cdot 10^{-3}$ .

Приведем еще один пример расчета, по формуле (24), ПТ оценок наклонной дальности и пеленга (азимута) до центра системы с применением системы Д1ПДС для ближней зоны, рис. 13.

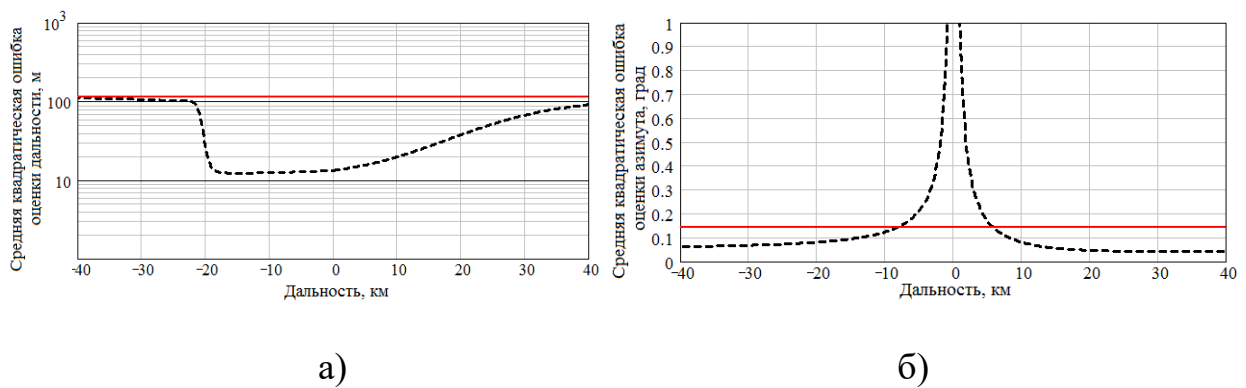


Рис. 13. ПТ оценок наклонной дальности и азимута.

В рассматриваемом примере  $x_0 = y_0 = h_0 = 0$ , объект находится на оси абсцисс,  $y = 0$ , на небольшой высоте  $h \ll x$ , оценки координат некоррелированные  $\rho_{xy} = 0$ , следовательно  $Pr_x = 1$ ,  $Pr_y = 0$ ,  $P\theta_x = 0$ ,  $P\theta_y = -1/x$ . Соответственно  $\sigma_r^2 = \sigma_x^2$ , что подтверждается сравнением рис. 13 а и 11 а. Для дисперсии пеленга имеем  $\sigma_\theta^2 = \sigma_y^2 / x^2$ . То есть по мере приближения к центру системы, и вообще к любой заданной точке, ошибки оценки азимута увеличиваются, вплоть до полной неопределенности, парадокс визирования.

## Выводы

Возможное направление совершенствования систем ближней навигации состоит в пространственном разнесении ее РНП, переходе к принципу многопозиционности. Решена задача оценки координат ЛА и ПТ оценок по результатам приема РС взаимосвязанных наземных пространственно разнесенных РНП и одномоментных измерений НП на ЛА при известной высоте его полета. Для исследованных 12 вариантов многопозиционных систем запросно-ответного и беззапросного типа с измерением дальностей, азимутов, псевдодальностей, псевдорадальных скоростей, амплитуды напряженности электрического поля радиомаяков функции правдоподобия одномоментных измерений описываются многомерными нормальными законами распределения, а оценки координат есть положение максимума этих функций. В соответствии с методом Крамера оценки ПТ определяются посредством информационной матрицы Фишера, для решаемой задачи в виде комбинаций первых производных функций правдоподобия по НП. При расчетах потенциальной точности систем из составных частей азимутально-дальномерных радиомаяков, как исходные, предлагается использовать известные пределы изменения погрешностей. При задании погрешностей других измерений целесообразно исходить из достигнутой точности измерения дальности в спутниковых радионавигационных системах типа ГЛОНАСС, с последующим определением потребного отношения сигнал/шум, через него СКО частоты, радиальной скорости, амплитуды напряженности электромагнитного поля. Условием обеспечения многопозиционности является наличие радиовидимости до



минимального количества РНП системы. В обеспечение изотропности навигационных определений необходима центральная симметрия системы. Максимальные точности навигационных определений достигаются вблизи центра многопозиционных систем, в ближней зоне, на удалении до радиуса системы 20 км. Исходя из этого для навигационного обеспечения маневров захода на посадку и посадки ЛА центр системы целесообразно определять вблизи взлетно-посадочной полосы аэродрома. Полученные результаты могут быть использованы для выбора рациональных вариантов построения систем ближней радионавигации.

### **Список источников**

1. Владимиров В.Л., Ковалев В.В., Хмуров Н.Н. Средства и системы радионавигационного обеспечения летательных аппаратов. – М.: Военное издательство, 1990. – 468 с.
2. Бабуров В.И., Колесников А.К., Столяров Г.В. Состояние и перспективы развития российской радиотехнической системы ближней навигации и посадки // Военно-космическая оборона. Проблемы ближней навигации. 2008. № 3. URL: <http://www.vko.ru/koncepcii/problemy-blizhney-navigacii-2>
3. Беляев М.П., Уфаев В.А. Принципы построения и алгоритмы функционирования многопозиционных авиационных систем ближней радионавигации // Военно-космические силы. Теория и практика. 2022. № 21. С. 18–31.
4. Уфаев В.А., Беляев М.П. Способ навигации объекта с использованием радиотехнической дальномерной системы. Патент 2778179, G08G 5/02, G01S 1/16, B64C 13/18. Бюл. № 23, 15.08.2022.

5. Шаповалов А.Б., Ажгиревич И.Л., Измайлов-Перкин А.В., Кветкин Г.А., Костюков В.В., Свиязов А.В., Шильдкрет А.Б., Щербинин В.В. Способ навигации объекта с использованием радиотехнической дальномерной системы. Патент 2770311 RU, G01C 23/00. Бюл. № 11, 15.04.2022.
6. Кондратьев А.Г., Котов А.Ф., Марков Л.Н. Многопозиционные радиотехнические системы. – М.: Радио и связь, 1986. – 264 с.
7. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. – М.: Радио и связь, 1993. – 416 с.
8. Маклашов В.А., Пиганов М.Н. Алгоритм для определения смещения оценок координат // Труды МАИ. 2022. № 122. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=164198>. DOI: [10.34759/trd-2022-122-10](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-10)
9. Лешко Н.А., Петроченков Д.М., Мозгонов М.Ю., Федотов А.В. Метод определения координат сканирующего источника радиоизлучения в многопозиционной радиолокационной системе с некооперируемым подсветом // Труды МАИ. 2019. № 108. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=109495>. DOI: [10.34759/trd-2019-108-9](https://doi.org/10.34759/trd-2019-108-9)
10. Серкин Ф.Б., Важенин Н.А., Вейцель А.В. Анализ характеристик прототипа локальной системы местоопределения // Труды МАИ. 2016. № 86. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=67824>
11. Уфаев В.А. Способы определения местоположения и пространственной идентификации источников радиоизлучений: Монография. – Воронеж: Изд-во «Цифровая полиграфия», 2019. – 430 с.

12. Богданов А.С., Шевцов В.А. Выбор способа синхронизации в имитационной модели адаптивных алгоритмов определения местоположения и управления // Труды МАИ. 2015. № 84. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=63136>
13. Кишко Д.В. Синхронизация передающих устройств распределенных радиотехнических систем навигации и посадки летательного аппарата // Труды МАИ. 2015. № 82. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=58803>
14. Фалькович С.Е. Оценка параметров сигнала. – М.: Советское радио, 1970. – 336 с.
15. Бакитько Р.В., Болденков Е.Н., Булавский Н.Т., Дворкин В.В., Ефименко В.С., Косенко В.Е., Нартов В.Я., Петров А.И., Перьков А.Е., Тюбалин В.В., Урличич Ю.М., Харисов В.Н., Чеботарев В.Е., Шатилов А.Ю. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. – М.: Радиотехника, 2010. – 800 с.
16. Уфаев В.А., Беляев М.П. Способ многопозиционной ближней радионавигации. Патент 2792013 RU, G01S3/46, G01C21/04. Бюл. № 8, 15.03.2023.
17. Уфаев В.А., Беляев М.П. Алгебраические решения при определении координат излучателя в разностно-дальномерной системе с неравноточными измерениями // Новости навигации. 2023. № 1. С. 21–26.
18. Долуханов М.П. Распространение радиоволн. – М.: Связь, 1972. – 336 с.
19. Ширман Я.Д., Голиков В.Н., Бусыгин Т.Н., Костин Г.А., Манжос В.Н., Миневрин Н.Н., Найденов Б.В., Поляков В.И., Челпанов А.С. Теоретические основы радиолокации. – М.: Советское радио, 1970. – 560 с.
20. MATHCAD 6.0 PLUS. Финансовые, инженерные и научные расчеты в среде Windows 95. – М.: Информационно-издательский дом «Филинь», 1996. – 712 с.

## References

1. Vladimirov V.L., Kovalev V.V., Khmurov N.N. *Sredstva i sistemy radionavigatsionnogo obespecheniya letatel'nykh apparatov* (Means and systems of radio navigation support for aircraft), Moscow, Voennoe izdatel'stvo, 1990, 468 p.
2. Baburov V.I., Kolesnikov A.K., Stolyarov G.V. *Voenno-kosmicheskaya oborona. Problemy blizhnei navigatsii*, 2008, no. 3. URL: <http://www.vko.ru/koncepcii/problemy-blizhney-navigacii-2>
3. Belyaev M.P., Ufaev V.A. *Voenno-kosmicheskie sily. Teoriya i praktika*, 2022, no. 21, pp. 18–31.
4. Ufaev V.A., Belyaev M.P. *Patent 2778179, G08G 5/02, G01S 1/16, B64C 13/18*. Byul. no. 23, 15.08.2022.
5. Shapovalov A.B., Azhgirevich I.L., Izmailov-Perkin A.V., Kvetkin G.A., Kostyukov V.V., Sviyazov A.V., Shil'dkret A.B., Shcherbinin V.V. *Patent 2770311 RU, G01C 23/00*. Byul. no. 11, 15.04.2022.
6. Kondrat'ev A.G., Kotov A.F., Markov L.N. *Mnogopozitsionnye radiotekhnicheskie sistemy* (Multiposition radio technical systems), Moscow, Radio i svyaz', 1986, 264 p.
7. Chernyak V.S. *Mnogopozitsionnaya radiolokatsiya* (Multiposition radar), Moscow, Radio i svyaz', 1993, 416 p.
8. Maklashov V.A., Piganov M.N. *Trudy MAI*, 2022, no. 122. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=164198>. DOI: [10.34759/trd-2022-122-10](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-10)
9. Leshko N.A., Petrochenkov D.M., Mozgonov M.Yu., Fedotov A.V. *Trudy MAI*, 2019, no. 108. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=109495>. DOI: [10.34759/trd-2019-108-9](https://doi.org/10.34759/trd-2019-108-9)

10. Serkin F.B., Vazhenin N.A., Veitsel' A.V. *Trudy MAI*, 2016, no. 86. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=67824>
- 11 Ufaev V.A. *Sposoby opredeleniya mestopolozheniya i prostranstvennoi identifikatsii istochnikov radioizlucheniya: Monografiya*. (Methods for determining the location and spatial identification of radio sources: Monograph), Voronezh, Izd-vo «Tsifrovaya poligrafija», 2019, 430 p.
12. Bogdanov A.S., Shevtsov V.A. *Trudy MAI*, 2015, no. 84. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=63136>
13. Kishko D.V. *Trudy MAI*, 2015, no. 82. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=58803>
14. Fal'kovich S.E. *Otsenka parametrov signala* (Estimation of signal parameters), Moscow, Sovetskoe radio, 1970, 336 p.
15. Bakit'ko R.V., Boldenkov E.N., Bulavskii N.T., Dvorkin V.V., Efimenko V.S., Kosenko V.E., Nartov V.Ya., Petrov A.I., Per'kov A.E., Tyubalin V.V., Urlichich Yu.M., Kharisov V.N., Chebotarev V.E., Shatilov A.Yu. *GLONASS. Printsipy postroeniya i funktsionirovaniya* (Principles of construction and functioning), Moscow, Radiotekhnika, 2010, 800 p.
16. Ufaev V.A., Belyaev M.P. *Patent 2792013 RU, G01S3/46, G01C21/04*. Byul. № 8, 15.03.2023.
17. Ufaev V.A., Belyaev M.P. *Novosti navigatsii*, 2023, no. 1, pp 21–26.
18. Dolukhanov M.P. *Rasprostraneniye radiovoln* (Propagation of radio waves), Moscow, Svyaz', 1972, 336 p.

19. Shirman Ya.D., Golikov V.N., Busygin T.N., Kostin G.A., Manzhos V.N., Minevrin N.N., Naidenov B.V., Polyakov V.I., Chelpanov A.S. *Teoreticheskie osnovy radiolokatsii* (Theoretical foundations of radar), Moscow, Sovetskoe radio, 1970, 560 p.

20. *MATHCAD 6.0 PLUS. Finansovye, inzhenernye i nauchnye raschety v srede Windows 95.* (Mathcad Plus 6.0. Financial, engineering and scientific calculations in Windows 95 environment), Moscow, Informatsionno-izdatel'skii dom «Filin"», 1996, 712 p.

Статья поступила в редакцию 30.04.2024

Одобрена после рецензирования 13.05.2024

Принята к публикации 28.08.2024

The article was submitted on 30.04.2024; approved after reviewing on 13.05.2024; accepted for publication on 28.08.2024