

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ С УЧЕТОМ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Батури́н О.В.^{*}, Никола́лдэ П.^{**}, Попов Г.М.^{***},
Корне́ева А.И.^{****}, Кудря́шов И.А.^{*****}

*Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
(Самарский университет),*

Московское шоссе, 34, Самара, 443086, Россия

** e-mail: oleg.v.baturin@gmail.com*

*** e-mail: nikopaul_15@hotmail.com*

**** e-mail: popov@ssau.ru*

***** e-mail: akorneeva94@mail.ru*

****** e-mail: ivan.kudryash1337@gmail.com*

Статья поступила в редакцию 24.05.2021

Приводится описание разработанного авторами метода, который позволяет по известным вероятностным распределениям неопределенных исходных данных с помощью математической модели двигателя определять стохастическое распределение выходных параметров. Было установлено, что количество обращений к математической модели таково, что расчет с учетом семи-восьми неопределенных переменных даже при использовании простых математических моделей занимает огромное время. По этой причине был разработан способ получения достоверных стохастических результатов с уменьшенным числом учитываемых неопределенных исходных данных на основе анализа чувствительности. Полученные в расчете стохастические результаты были сопоставлены с данными эксперимента. Было показано, что разница между стохастическими результатами расчета и эксперимента представляет собой колокол рассеивания (бивариантное распределение) и может быть описана четырьмя числовыми критериями.

Ключевые слова: неопределенность вычислений, неопределенность исходных данных, погрешность расчета, валидация, термодинамический расчет, погрешность эксперимента, анализ чувствительности, газотурбинный двигатель.

Введение

Используемые сегодня методы проектирования тепловых машин позволили создать высокоэффективные изделия. Для дальнейшего значимого улучшения их характеристик необходимо искать нетрадиционные решения как в конструкции самих двигателей и узлов, так и в методах их проектирования. В частности, ряд ученых отмечает факт, что используемые сегодня расчетные модели требуют задания однозначных (детерминистических) значений исходных данных для получения решения [1–3]. В результате вычислений математическая модель дает однозначный ответ, чему равно значение интересующего расчетчика параметра при принятых исходных данных.

На самом деле исследователь часто не знает точного значения задаваемой в качестве исходных данных величины. Ему известно не дискретное значение, а предельные значения данной величины и вероятность ее распределения между ними. При таких исходных данных реальным результатом вычисления с помощью математической модели является вероятностное распределение интересующего расчетчика параметра. Другими словами, в реальности вместо точки, описывающей параметр на графике, мы имеем «пятно» — область возможных значений.

Осознание неопределенной природы исходных данных для расчета позволит по-новому взглянуть на процесс расчетного исследования,

валидации математических моделей, проектирования. Направление, связанное с проведением расчетов с учетом неопределенности исходных данных, получило название uncertainty quantification (UQ) [1].

Для расчета параметров с учетом неопределенности исходных данных используется несколько подходов: анализ чувствительности [4], метод сопряженного градиента [5], постобработка с применением статистических методов и выборки на решетке Монте-Карло (МСМ) [6], обобщенный полиномиальный хаос [7].

Следует отметить, что учет неопределенности исходных данных является глобальным методом, который может быть применен во всех отраслях техники и даже выйти за рамки точных наук. Поскольку современное газотурбинное двигателестроение является одной из наиболее передовых отраслей, к тому же стоящей перед тем, что применяемые сегодня типы двигателей близки к пределу развития (что требует поиска новых инструментов развития), оно является отличным полигоном UQ-методов и их ограниченного практического применения при исследованиях.

В частности, в работе Wheeler [16] продемонстрировано, что изменение формы входных кромок от дуги окружности до эллипса, несмотря на формально незначительные отличия, приводит к разнице в величине потерь 38%. В работе [17] показано, что изменение радиусов галтелей в проточной части может привести к изменениям размера области отрыва и величины потерь. В статье [18] показано, что технологические погрешности в 10% в диаметре охлаждающих отверстий ТВД могут на 33% уменьшить ресурс лопаток. Goodhand [19] проводил исследования, чтобы понять, что влияет сильнее на характеристики компрессора – технологические погрешности или эксплуатационная деградация. Было выявлено, что для большинства компрессоров высокого давления (КВД) превалируют технологические погрешности, а область влияния эксплуатационной деградации сосредоточена на периферии. Исследования Elmstrom [20] для трансзвуковых и суперзвуковых компрессоров показали, что изменение радиусов компрессорных лопаток из-за неравномерного напыления покрытия изменяет потери полного давления на 2%.

К сожалению, в России применение UQ-методов не получило широкого распространения, и существует лишь несколько работ, посвященных их применению. Например, в работе [13]

рассматривается задача выбора проектных решений при проектировании системы беспилотных летательных аппаратов в условиях неопределенности, объясняющейся воздействием неконтролируемых факторов как природного, так и искусственного происхождения. В статье [14] приводится постановка задачи оптимизации (оценки) параметров модификации космических аппаратов в составе космической системы дистанционного зондирования Земли при модернизации к заданному моменту времени с учетом неопределенностей и случайных факторов.

В работе [15] исследуются вопросы построения и модификации аэродинамической модели беспилотного летательного аппарата по результатам летных испытаний с использованием статистического подхода к структурно-параметрическому синтезу летательного аппарата.

Обзор доступных литературных источников показал, что сегодня не сформировался общепринятый метод UQ-расчёта. Многие исследователи [1, 4–7] отмечают тот факт, что для получения результата необходимо большое число обращений к расчетной модели. При этом, если применяется «тяжелая» модель, требующая больших вычислительных ресурсов и времени счета, время получения стохастического решения, особенно при большом числе исходных данных, оказывается неприемлемым. Данное обстоятельство существенно затрудняет развитие UQ-методов.

Главной целью данной работы авторы считают разработку и апробацию метода определения вероятностного распределения выходных параметров математической модели двигателя с учетом неопределенности исходных данных.

В основу разрабатываемых методов и алгоритмов было решено положить простую математическую модель – термодинамическую модель двигателя [8]. Она базируется на простейших законах сохранения, легко алгоритмируется и многократно реализована на практике. Ее применение, по замыслу авторов, обещает в разумное время провести десятки и сотни тысяч обращений, что даст большой объем информации для статистической обработки. По этой причине такой выбор выглядит перспективным для UQ-анализа.

Объект исследования и результаты эксперимента

В качестве объекта для отработки технологий UQ-расчета был выбран двухвальтный ТРДД АИ-25. Двигатель был разработан в 1966 году на Запо-

рожском машиностроительном конструкторском бюро «Прогресс» (СССР, сегодня Украина) [10]. Основные параметры двигателя приведены в табл. 1 [10, 11].

ные были нанесены на графики зависимости основных параметров двигателя от его тяги в виде точек. На рис. 1 для примера приведены графики изменения удельного расхода топлива в зави-

Таблица 1

Основные технические данные ТРДД АИ-25 на взлетном режиме (при $H=0$, $M_n=0$)

P , кН	14.7	G_{Σ} , кг/с	44.25
$C_{уд}$, кг/(кН·ч)	56.8	Температура на входе в турбину T_{405}^* , К	1185
Суммарная степень повышения давления π_{Σ}	8	Масса, кг	350
Степень повышения давления вентилятора π_B	1.71	Длина/Диаметр, мм	3358/985
Степень двухконтурности	2.27	Ресурс, часы	3000

Один такой двигатель установлен на испытательном стенде Самарского университета и много лет используется в учебных лабораторных работах при изучении курсов «Испытания ГТД» и «Теория газотурбинных двигателей» [9]. За время работы лаборатории был накоплен большой архив результатов испытаний одного двигателя в различных условиях. Эти результаты были приведены к стандартным атмосферным условиям ($p_H = 101325$ Па, $T_H = 288$ К) [8]. Полученные дан-

ности от тяги двигателя. Другие графики имеют аналогичный вид.

На основе имеющихся экспериментальных данных были найдены интерполяционные кривые, которые описывают изменение параметров двигателя при изменении режима его работы в эксперименте. С их помощью были определены ожидаемые значения основных параметров ГТД при максимальной тяге двигателя, которая была достигнута в испытаниях ($P = 8.75$ кН) (рис. 1)).

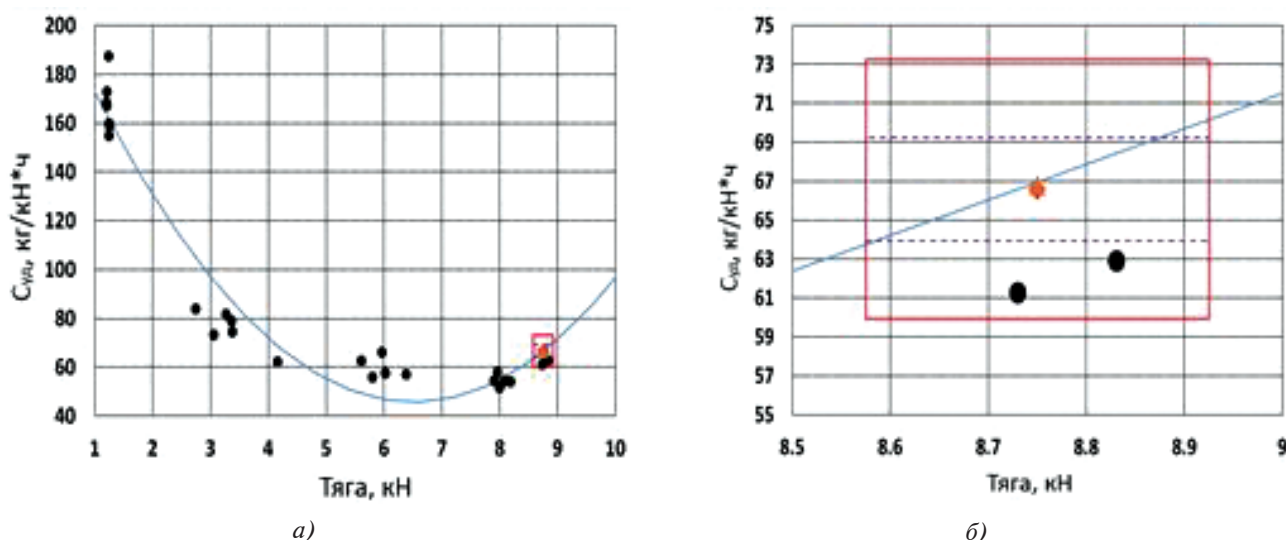


Рис. 1. Пример экспериментальной характеристики двигателя АИ-25, полученной на стенде Самарского университета, с нанесенными на них результатами расчета термодинамической модели ($P = 8.75$ кН): *a* — изменение удельного расхода топлива во всем диапазоне работы двигателя; *b* — изменение удельного расхода топлива вблизи рассматриваемого режима работы

Как отмечалось ранее, в реальности исследователь не знает точного значения экспериментальной величины, а знает лишь предполагаемый диапазон его изменения, определяемый в основном погрешностью измерения. Границы данных диапазонов нанесены на рис. 1 в виде фиолетовых пунктирных линий. Анализируя положение экспериментальных точек на графике, можно прийти к выводу, что реальная погрешность определения параметров потока в проточной части АИ-25 на стенде Самарского университета существенно больше «паспортной». Причинами несовпадения, по мнению авторов, являются существенная неравномерность потока в проточной части ГТД, работа двигателя на режимах, отличающихся от реальных эксплуатационных (максимальный режим работы двигателя, достигнутый на стенде, $P = 8.75$, в то время как реальный взлетный режим двигателя $P = 14.7$ кН), что приводит к нерасчетному нестационарному характеру течения газа, а также погрешность, накопленная при приведении и интерполяции результатов.

Анализ имеющихся данных позволяет найти уточненную погрешность определения основных

параметров двигателя, соответствующих выбранному режиму работы ($P = 8.75$ кН), на экспериментальных характеристиках. Они обозначены красными линиями на рис. 1. Полагая, что вероятность нахождения реальной точки в уточненном диапазоне подчиняется нормальному закону распределения, можно дать количественную оценку измеряемых в эксперименте стохастических параметров (табл. 2).

Используемая математическая модель

На основе экспериментальных данных была создана термодинамическая модель рабочего процесса двигателя АИ-25 на режиме работы $P = 8.75$ кН. Она была создана в программе АС-ГРА, разработанной на кафедре теории двигателей летательных аппаратов Самарского университета доцентом А.Ю. Ткаченко [12]. Термодинамическая модель базируется на законе сохранения энергии и массы и содержит в себе простые математические выражения. Она не требует для вычислений существенных компьютерных ресурсов. Время расчета одного сочетания (детерминированных) исходных параметров на обычном офисном компьютере составляет 0.2 с.

Таблица 2

Параметры, характеризующие экспериментальные данные, вблизи режима $P = 8.75$ кН

Параметр	Минимальное значение, $\mu - \Delta\mu$	Среднее значение, μ	Максимальное значение, $\mu + \Delta\mu$	Относительная абсолютная погрешность Δ , %
$\pi_{\text{КНД}}^*$	1.57	1.755	1.93	10
π_{Σ}^*	5.30	5.58	5.85	5
$G_{\text{в}\Sigma}$, кг/с	37.93	39.93	41.92	5
G_m , кг/с	462.31	486.64	510.97	5
$T_{\text{КНД}}^*$, К	325.59	332.24	338.885	2
$T_{\text{КВД}}^*$, К	488.50	493.44	498.37	1
T_c , К	745.69	768.76	791.82	3
$C_{\text{уд}}$, кг/(кН·ч)	59.922	66.58	73.238	10

Часть исходных данных, необходимых для создания модели, была принята по данным эксперимента (степень повышения давления компрессоров, расход воздуха, тяга и др.). Другие неизвестные параметры (КПД и коэффициенты потерь) были подобраны в ходе серии итерационных расчетов таким образом, чтобы все получаемые результаты были максимально приближены к средним значениям полученных в эксперименте параметров ГТД на указанном режиме. Разница между экспериментальными и расчетными данными не превышает 1%. Большая погрешность была получена только для расхода воздуха через двигатель и массового расхода топлива. Отличие в оценке расхода воздуха может быть связано с выбором линии интерполяции экспериментальных данных. Отличие в оценке расхода топлива, по-видимому, связано с несовершенством расчетной модели. Полученные результаты в виде оранжевых треугольников нанесены на рис. 1.

Особенностью термодинамической модели ГТД является то, что площади его основных проходных сечений (горла сопловых аппаратов турбин и сопел) определяются во время расчета и меняются с изменением исходных данных. Очевидно, что площади проходных сечений двигателя, установленного на стенде, не меняются существенно в процессе испытания. По указанной причине созданная и валидированная термодинамическая модель двигателя АИ-25 была трансформирована в модель для расчета характеристик ГТД (off design model) в программе АСТРА. Она использует те же уравнения, что и исходная, однако расчет в ней проводится на основе закономерностей совместной работы узлов существующего ГТД. Они однозначно определяют параметры рабочего процесса существующего двигателя при заданном режиме работы [8]. Именно эта модель легла в основу последующих исследований.

Для оценки разброса значения выходных параметров математической модели двигателя (параметров ГТД) необходимо задать неопределенные исходные данные, недостаток знания о которых приводит к вычислительной погрешности. В используемой для расчета математической модели рабочий процесс двигателя определяется только одной независимой переменной (параметр режима работы: тяга, частота вращения, расход топлива и т.п.). Другие параметры рабочего процесса двигателя при этом однозначно

определяются выбранным режимом работы двигателя и условиями совместной работы узлов [8]. Однако для проведения такого расчета необходимо знать характеристики основных узлов, которые неизвестны. Поэтому именно недостаток информации, связанной с ними (в первую очередь КПД), будет вносить основной вклад в погрешность (неопределенность) результатов расчета. Наиболее вероятные значения КПД и коэффициентов потерь были приняты по результатам валидации термодинамической модели. Они, а также ожидаемые значения погрешности нахождения КПД узлов и коэффициентов потерь приведены в табл. 3.

Вычисление погрешности расчетных данных

На следующем этапе авторами был разработан алгоритм, который позволяет трансформировать созданную (детерминистическую) математическую модель рабочего процесса двигателя АИ-25 на выбранном режиме работы в стохастическую, т.е. модель, позволяющую, зная разброс нескольких входных параметров, определить разброс значений выходного параметра. Ее блок-схема изображена на рис. 2.

Исходными данными для вычислений является вероятностный разброс каждого входного параметра (одного или нескольких k переменных из приведенных в табл. 3), описанный непрерывной функцией, заданной величиной математического ожидания μ_i и среднеквадратичным отклонением σ_i . Диапазон возможных значений каждой исходной величины дискредитируется (разбивается) на n_i участков. Числа участков могут быть как одинаковыми, так и различными. Для каждого участка находится среднее значение переменной x_{ij} и вероятность его появления $P(x_{ij})$. Таким образом, непрерывное распределение вероятности исходных данных заменяется дискретным двумерным массивом, в котором каждому диапазону переменной ставятся в соответствие две величины: среднее значение переменной и вероятность его появления $\{x_{ij}, P(x_{ij})\}$. Число таких массивов соответствует числу рассматриваемых независимых переменных k .

Затем берутся все возможные сочетания исходных данных $\{x_{1i}, x_{2j}, x_{3l}, \dots, x_{kp}\}$ и для них, с помощью описанной ранее математической модели двигателя, рассчитываются значения выходных параметров $y_{ijl\dots p}$. Параллельно для выбранных значений переменных вычисляется вероят-

Таблица 3

Значения переменных математической модели двигателя, найденные при создании термодинамической модели, и их погрешности

№	Параметр	Значение μ	Погрешность (абс.)	Среднеквадратическое отклонение σ
1	$TPR_{\text{вх}}$	0.99	± 0.005	0.522827
2	$\eta_{\text{КНД}}$	0.85	± 0.01	0.452469
3	η_B	0.85	± 0.01	0.449818
4	$\eta_{\text{КВД}}$	0.86	± 0.01	0.455110
5	$\eta_{\text{КС}}$	0.97	± 0.01	0.513322
6	$TPR_{\text{КС}}$	0.95	± 0.01	0.502738
7	$\eta_{\text{ТВД}}$	0.87	± 0.01	0.460402
8	$\eta_{\text{ТНД}}$	0.86	± 0.01	0.4551107
9	TPR_{II}	0.97	± 0.01	0.512260
10	F_{405}	0.01695	2.0%	0.008935
11	F_{455}	0.03153	2.0%	0.166210
12	F_9	0.19265	2.0%	0.101555
13	F_{19}	0.06776	2.0%	0.035719
14	P	8.75	2.0%	4.612577

Примечание. В табл. 3 и далее по тексту TPR — коэффициент восстановления полного давления.

ность ее появления как произведение вероятностей исходных данных:

$$P_{ijl...p} = P(x_{1i})P(x_{2j})P(x_{3l})\dots P(x_{kp})$$

(поскольку появление конкретных значений исходных данных — независимое событие). Таким образом для всех возможных сочетаний исходных данных рассчитываются значения выходных параметров $y_{ijl...p}$ и вероятности их появления $P_{ijl...p}$. Полученный массив преобразуется в вероятностное распределение выходного параметра. На основе анализа данных находятся числовые значения, характеризующие его: математическое ожидание μ_y и среднеквадратическое отклонение σ_y .

Время расчета

Время расчета одного сочетания исходных данных с помощью программы АСТРА составляет 0.2 с. Простой подсчет показывает, что если каждый диапазон варьирования неопределенной исходной переменной разделить на n отрезков, то число обращений к расчетной модели составит n^m (m — число уникальных переменных). Время расчета с увеличением числа уникальных исходных данных также растет в геометрической прогрессии и уже при восьми переменных приближается к суткам. Для того чтобы просчитать все сочетания 14 исходных переменных в рассматриваемой задаче, потребуется 38.7 лет. На практике расчет с семью уникальными переменными

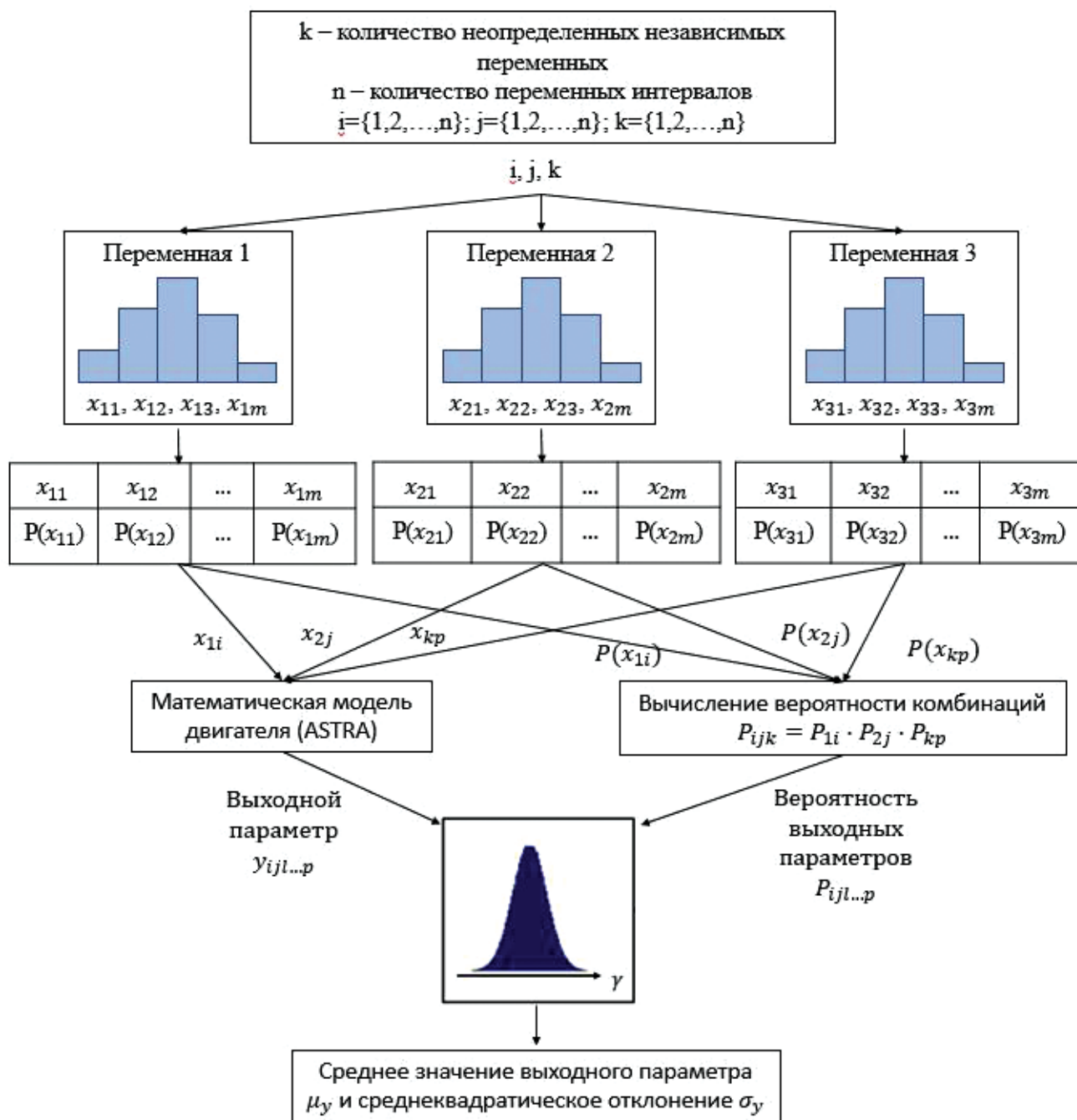


Рис. 2. Блок-схема стохастической модели расчета двигателя АИ-25 на заданном режиме работы

ными привел к переполнению оперативной памяти компьютера и невозможности записать результат.

Таким образом, несмотря на то что в основе проводимого исследования лежит простая модель, требующая незначительных компьютерных ресурсов и времени счета, найти рассеивание параметров ГТД при варьировании всех 14 неопределенных исходных данных (для того чтобы получить максимально точный результат) с по-

мощью разработанного алгоритма не представляется возможным. Реальное число неопределенных переменных, которое может быть учтено с помощью созданной математической модели в разумные сроки, не превышает 8. Сокращения времени расчета до разумных пределов можно добиться двумя путями: за счет уменьшения числа рассчитываемых переменных и за счет сокращения числа обращений к расчетной модели.

Влияние выбора учитываемых переменных

На следующем этапе работы было проведено исследование, направленное на то, чтобы найти минимальное число переменных для получения результата, максимально приближенного к «идеальному» (при варьировании всех возможных неопределенных переменных).

Для того чтобы изучить влияние выбора неопределенных исходных данных и их числа на разброс значения интересующей нас величины, было проведено исследование, в ходе которого из параметров, указанных в табл. 3, были сформированы три случайные последовательности (табл. 4) из шести переменных.

Затем для каждой из них рассчитывался разброс удельного расхода топлива с помощью созданной стохастической модели рабочего процесса двигателя с учетом 2, 3, 4, 5, и 6 первых переменных из последовательности. Полученные результаты для последовательностей 1 и 3 приведены на рис. 3. Аналогичным образом может быть получено вероятностное распределение любого другого вычисляемого параметра двигателя с любой последовательностью исходных данных.

Из приведенных результатов видно, что добавление в расчет дополнительной переменной меняет как математическое ожидание вычисляемого параметра, так и его среднеквадратическое отклонения σ .

Как видно из полученных данных, выбор переменных и их место в последовательности оказывают существенное влияние на результаты определения параметров вероятностного распределения интересующей нас величины. Это важный вывод, поскольку созданная математическая модель не может учесть все переменные. С ростом числа учитываемых переменных разница между результатами, получаемыми с помощью различных последовательностей, снижается. Причина, очевидно, заключается в том, что изменения неопределенных исходных данных в разной степени влияют на конечный результат. Изменение некоторых параметров оказывает существенное влияние на выходные параметры, а варьирование других почти не сказывается на конечном параметре. С учетом данного факта, было высказано предположение, что если в качестве исходных данных взять только те параметры, которые оказывают наибольшее влияние на выходной параметр, то в результате финальное распределение будет максимально приближено к тому, которое было бы получено, если бы рассматривались все переменные.

Выбор последовательности учета переменных с помощью анализа чувствительности

На основе полученного опыта был разработан алгоритм UQ расчета, включающий в себя анализ чувствительности для отбора наиболее

Таблица 4

Выбранные для расчета случайные последовательности неопределенных исходных данных

Порядковый номер параметра	1	2	3	4	5	6
Последовательность №1	$\eta_{\text{КВД}}$	F_{405}	η_b	F_{19}	η_B	$TPR_{\text{ВХ}}$
Последовательность № 2	$TPR_{\text{ВХ}}$	η_{Γ}	TPR_{II}	F_{405}	TPR_{Γ}	$\eta_{\text{ТНД}}$
Последовательность № 3	F_9	TPR_{Γ}	$\eta_{\text{ТВД}}$	F_{19}	$TPR_{\text{ВХ}}$	η_{Γ}
Количество итераций с математической моделью	5	25	125	625	3125	15625
Время расчета, с	6	6	21	91	344	3780

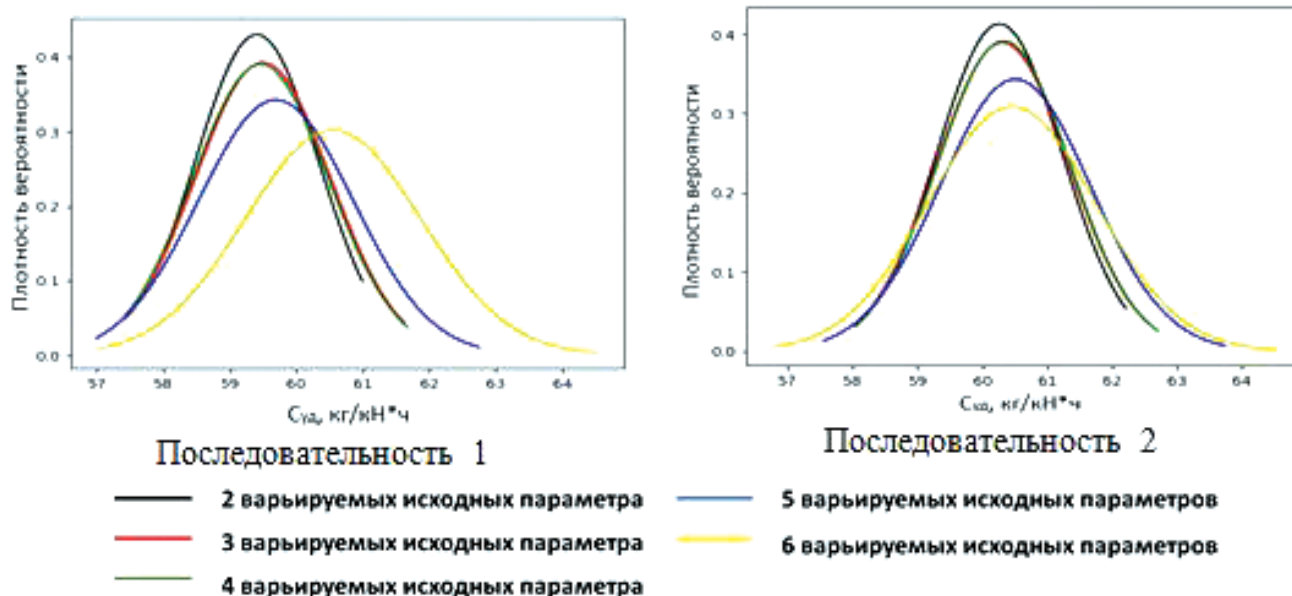


Рис. 3. Влияние числа и порядка выбора переменных на результаты стохастического вычисления удельного расхода и топлива

влияющих на выходной параметр исходных данных.

В ходе анализа чувствительности брались семь значений исходного параметра из диапазона его варьирования (см. табл. 3). Остальные переменные не менялись и принимались равными их математическому ожиданию μ . В результате определялись изменения значения выходных параметров (максимальное и минимальное отклонение). Данное исследование было проведено для всех переменных, указанных в табл. 3. Полученные результаты были отсортированы по степени изменения выходных параметров и представлены в виде торнадо-диаграммы для удельного расхода топлива. Аналогичные графики могут быть получены и для любых других выходных параметров (рис. 4).

В результате была найдена последовательность исходных данных по степени влияния на конечный результат. Она была построена на базе осредненного анализа чувствительности трех выходных параметров. Наибольшим образом влияли на выходные параметры (в порядке убывания значимости):

$$\eta_{\text{КВД}}, TPR_{\text{вх}}, \eta_{\text{ТНД}}, \eta_{\text{ТВД}}, TPR_{\text{т}}, \eta_{\text{вП}}.$$

Для этой последовательности было проведено исследование, в котором последовательно проводился расчет разброса удельного расхода топлива с помощью созданной стохастической

модели рабочего процесса двигателя для 2, 3, 4, 5, и 6 первых переменных упорядоченного ряда. Полученные результаты приведены на рис. 5.

Как видно из рис. 5, разброс значений SFC мало меняется после учета более пяти наиболее влияющих на результат переменных, и далее степень изменения финального результата становится все меньше. Очевидно, что учет последних переменных в силу их малого влияния на конечный результат не изменит его существенно.

Сравнение стохастических результатов эксперимента и расчета

В результате проведенного стохастического расчета с сортировкой неопределенных данных по степени влияния был получен вероятностный разброс значения удельного расхода топлива и других важных выходных параметров на режиме работы двигателя при тяге $P = 8.75$ кН. Эти данные были трансформированы в колокол бивариантного распределения на графике зависимости выходного параметра от режимного параметра (суммарный расход воздуха) (рис. 6). На том же графике нанесен аналогичный колокол, полученный по экспериментальным данным.

При традиционном детерминистическом подходе результаты расчета и эксперимента на графиках задаются точками. Их несовпадение представляется в виде двух разностей – отклонений вдоль двух координатных осей. Поскольку погрешности определения сравниваемых точек при

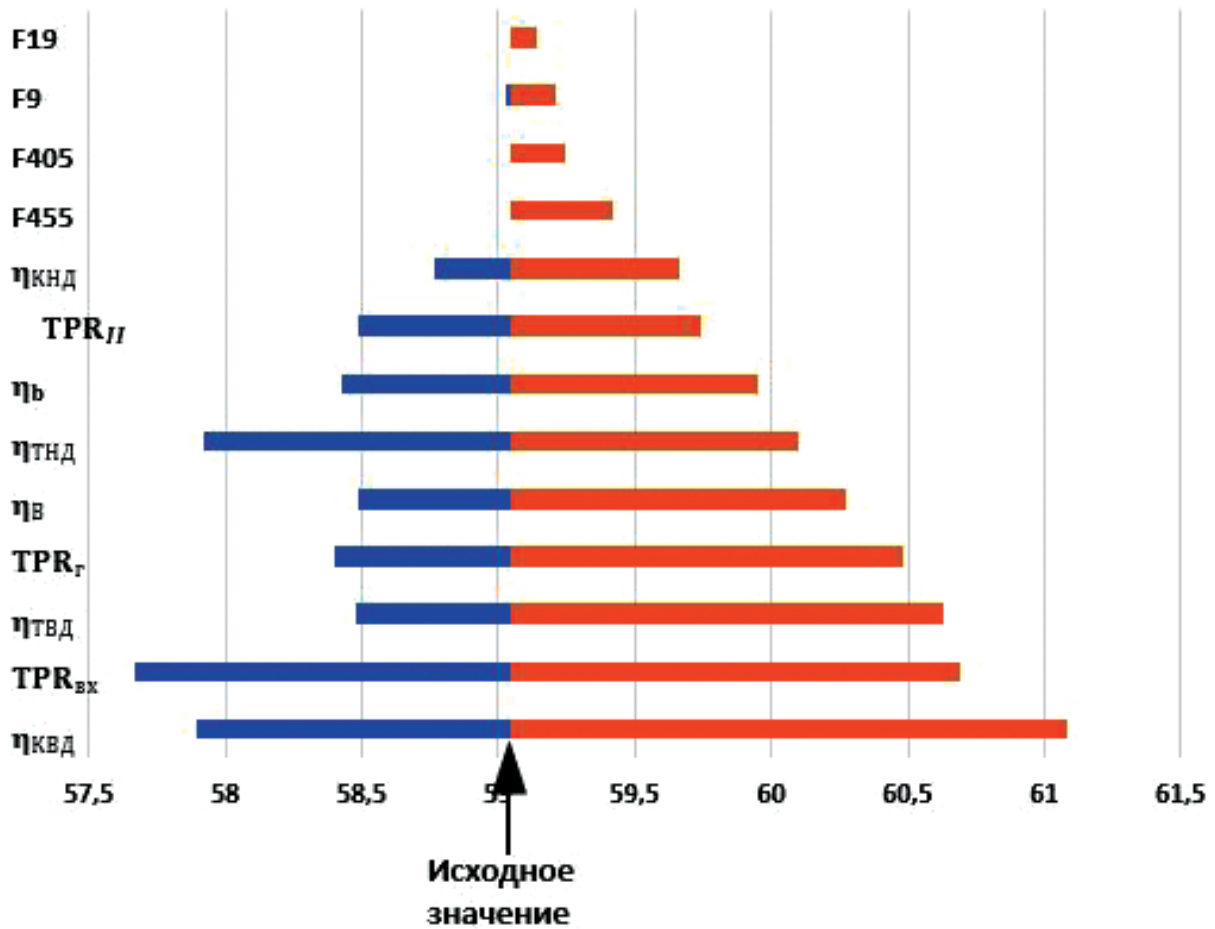
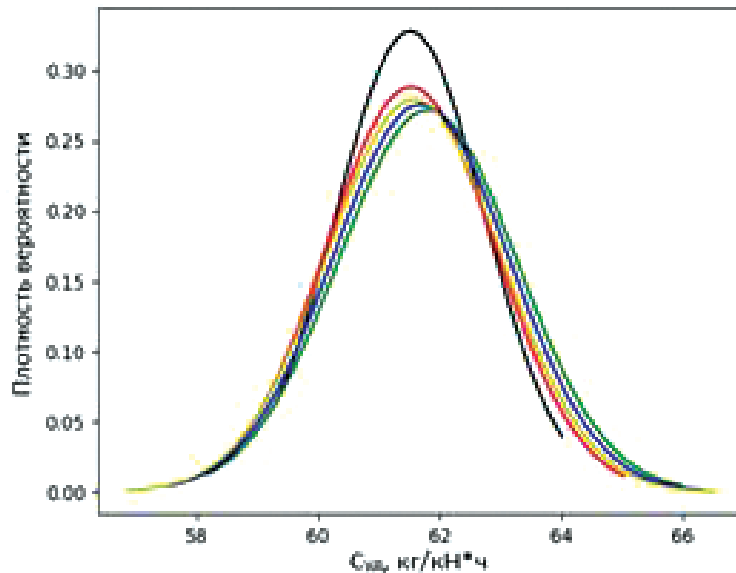


Рис. 4. Торнадо-график — результат анализа чувствительности для удельного расхода топлива



- 2 варьируемых исходных параметра
- 3 варьируемых исходных параметра
- 4 варьируемых исходных параметра
- 5 варьируемых исходных параметров
- 6 варьируемых исходных параметров

Рис. 5. Влияние числа учитываемых переменных упорядоченной по значимости последовательности исходных данных на результаты вычисления стохастического значения $C_{уд}$

этом не учитываются, то найденное несовпадение обладает погрешностью, значение которой не известно. Стохастический подход позволяет дать точное описание возможного рассеивания несовпадения.

- математическое ожидание разницы удельных расходов топлива $\mu_{C_{уд}} = -5.1907 \text{ кг}/(\text{кН}\cdot\text{ч})$;
- среднеквадратическое отклонение разницы расходов воздуха $\sigma_G = 0.2365$;

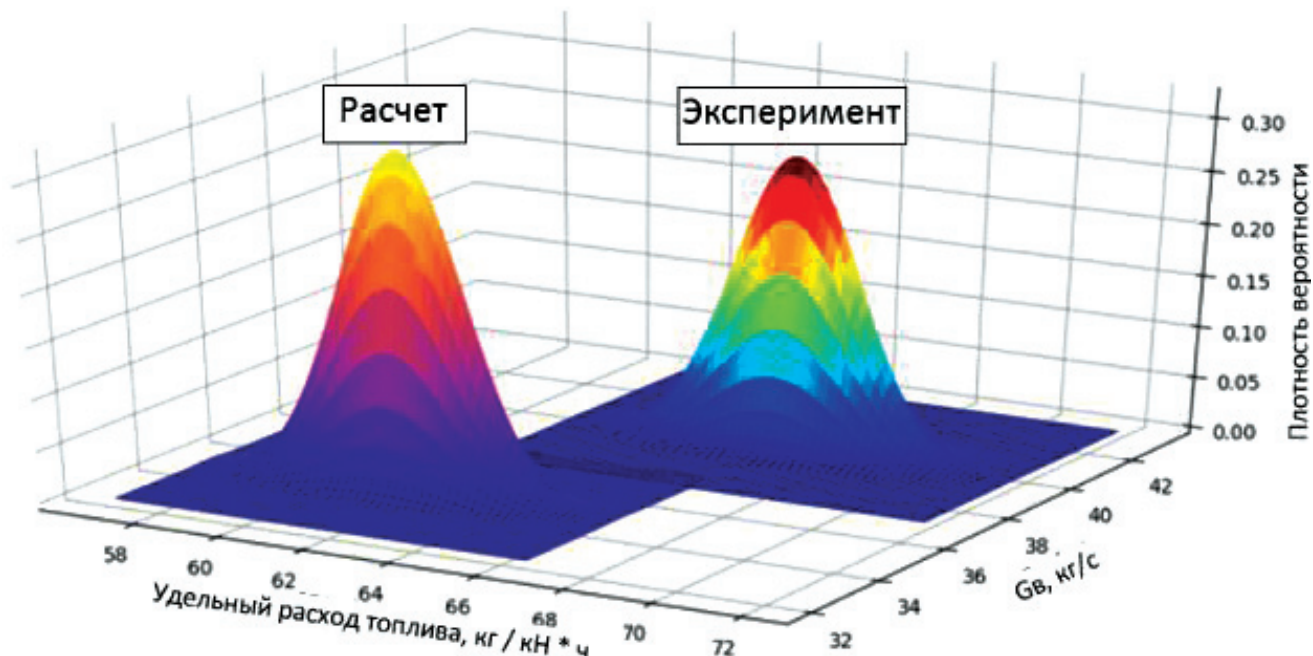


Рис. 6. Сравнение бивариантных распределений для $C_{уд}$ в зависимости от суммарного расхода воздуха через двигатель при $P = 8,75 \text{ кН}$, полученных в расчете и эксперименте

Как видно из рис. 6, при стохастическом подходе расчетные и экспериментальные данные описываются в виде колокола вероятностного распределения. Для нахождения несовпадения при стохастическом подходе следует найти разницу между всеми точками с учетом вероятности события. В результате несовпадение данных расчета и эксперимента представляет собой колокол бивариантного распределения, который описывается двумя параметрами: математическим ожиданием разницы и среднеквадратическим отклонением для двух координатных осей.

Результат сравнения расчетных и экспериментальной точек для режима $P = 8.75 \text{ кН}$, полученный с помощью созданной стохастической модели, приведен на рис. 7.

Данное распределение характеризуется следующими числовыми значениями:

- математическое ожидание разницы расходов воздуха $\mu\sigma_{C_{уд}} = -5.02825 \text{ кг}/\text{с}$;

- среднеквадратическое отклонение разницы удельных расходов топлива $\sigma_{C_{уд}} = 0.220061$.

При этом следует помнить, что реальное значение разницы может находиться в любом месте колокола. Полученные цифры показывают вероятность получения разницы. Очевидно, что чем ближе результаты расчета к экспериментальным значениям, тем ближе значения математического ожидания и сигма к 0.

Выводы

В ходе проведенного исследования были получены следующие результаты:

Был разработан и опробован стохастический метод определения вероятностного распределения выходных параметров математической модели двигателя с учетом неопределенности исходных данных.

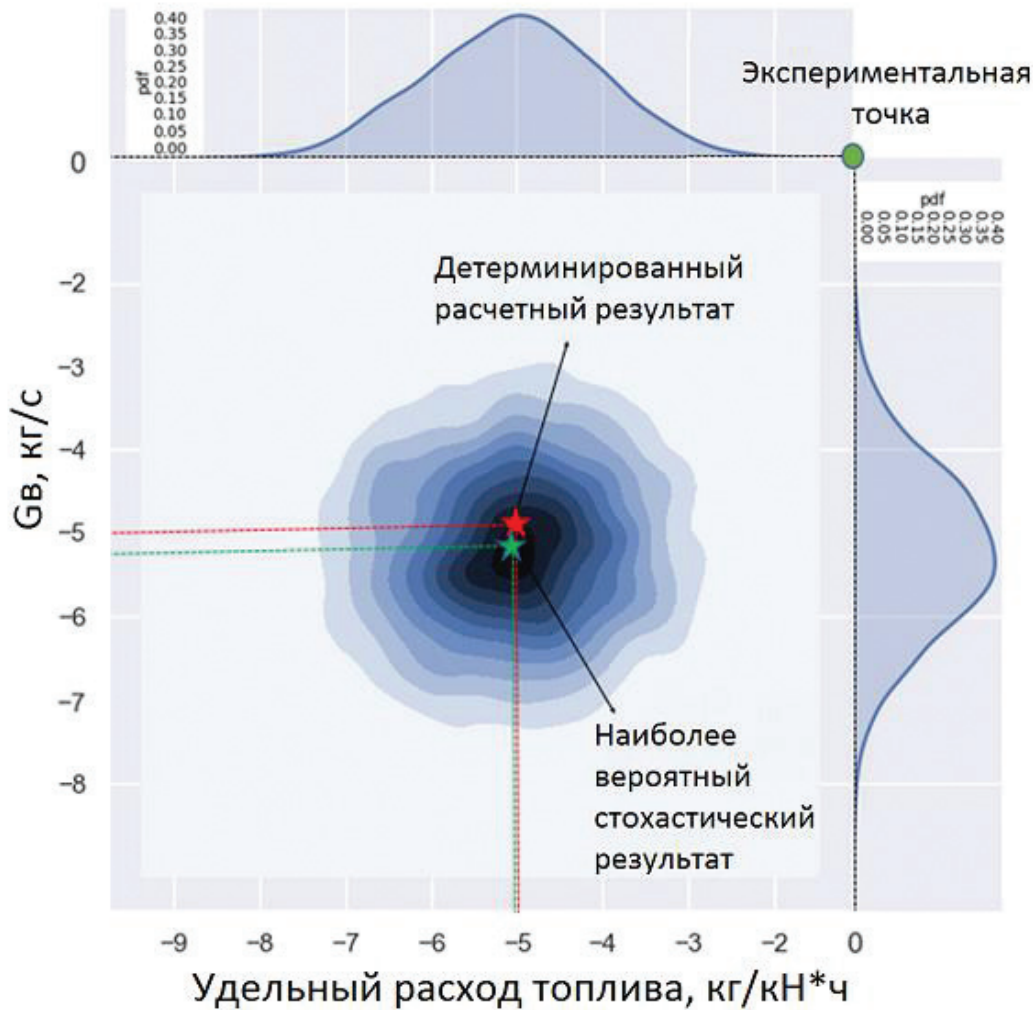


Рис. 7. Бивариантное распределение разницы экспериментального и расчетного значений величины $C_{уд}$ для двигателя АИ-25 при работе на режиме $P = 8,75$ кН

Установлено, что особенностью стохастической модели является огромное число обращений к расчетной модели. По этой причине при современном уровне развития компьютерной техники с помощью созданной математической модели невозможно исследовать влияние более семи-восьми параметров на вероятностное распределение выходных параметров даже с использованием простых математических моделей.

Было показано, что разница между стохастическими результатами расчета и эксперимента может быть представлена в виде колокола рассеивания и описана четырьмя числовыми критериями, характеризующими бивариантное распределение вероятности.

Были найдены числовые критерии сравнения экспериментальных и расчетных данных с уче-

том неопределенности исходных данных и погрешности эксперимента.

Был разработан способ сокращения числа обращений к расчетной модели в стохастическом методе определения вероятностного распределения выходных параметров за счет исключения из рассмотрения наименее влияющих на результат исходных данных.

Следует отметить, что полученные результаты, хотя они и были получены на примере математической модели ГТД, носят универсальный характер и могут быть применены с другими математическими моделями в различных отраслях промышленности.

Библиографический список

1. *Montomoli F., Carnevale M., D'Ammaro A., Massini M., Salvadori S.* Uncertainty Quantification in Computational Fluid Dynamics and Aircraft Engines. — *SpringersBriefs in Applied Sciences and Technology*, 2015. — 208 p. DOI: 10.1007/978-3-319-92943-9
2. *Khustochka O., Chernysh S., Yepifanov S., Ugryumov M., Przysowa R.* Estimation of performance parameters of turbine engine components using experimental data in parametric uncertainty conditions // 9th EASN International Conference «Innovation in Aviation & Space». 2019. Vol. 304. Article Number 03003. DOI: 10.1051/mateconf/201930403003
3. *Bai J., Liu S., Wang W., Chen Y.* WITHDRAWN: Study on identification method for parameter uncertain model of aero gas turbine // *Propulsion and Power Research*. 2019. DOI: 10.1016/j.jprr.2019.11.004
4. *Helton J.C., Johnson J.D., Sallaberry C.J., Storlie C.B.* Survey of sampling-based methods for uncertainty and sensitivity analysis // *Reliability Engineering and System Safety*. 2006. Vol. 91. No. 10-11, pp. 1175-1209. DOI: 10.1016/j.res.2005.11.017
5. *Nazareth J.L.* Conjugate gradient method. — *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*. 2009. Vol. 1. No. 3, pp. 348-353. DOI: 10.1002/wics.13
6. *Lange A., Voigt M., Vogeler K., Johann E.* Principal component analysis on 3D scanned compressor blades for probabilistic CFD simulation // 53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference (23-26 April 2012; Honolulu, Hawaii). Vol. 53. DOI: 10.2514/6.2012-1762
7. *Ghisu T., Parks G.T., Jarrett J.P., Clarkson P.J.* Adaptive polynomial chaos for gas turbine compression systems performance analysis // *AIAA Journal*. 2010. Vol. 48. No. 6, pp. 1156-1170. DOI: 10.2514/1.J050012
8. *Кулагин В.В.* Теория, расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок: Учебник в 2 кн. — М.: Машиностроение, 2003. — 616 с.
9. *Григорьев В.А.* Экспериментальное определение дроссельной характеристики и нормальных значений параметров ТРДД: Методические указания. — Самара: Изд-во Самарского государственного аэрокосмического университета им. С.П. Королева, 2003. — 35 с.
10. JSC Motor Sich, <http://www.motorsich.com/eng/>
11. Ivchenko AI-25. From Wikipedia, the free encyclopedia. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Ivchenko_AI-25
12. *Kuz'michev V.S., Ostapyuk Y.A., Tkachenko A.Y.* et al. Comparative Analysis of the Computer-Aided Systems of Gas Turbine Engine Designing // *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*. 2017. Vol. 6. No. 1, pp. 28-35. DOI: 10.18178/ijmerr.6.1.28-35
13. *Маленков А.А.* Выбор проектных решений при проектировании системы беспилотных летательных аппаратов в условиях многоцелевой неопределенности // *Вестник Московского авиационного института*. 2018. Т. 25. № 2. С. 7-15.
14. *Ламзин В.В.* Исследование влияния неопределенностей условий реализации проекта космической системы на разброс показателей эффективности // *Вестник Московского авиационного института*. 2013. Т. 20. № 5. С. 53-65.
15. *Балык В.М., Кулакова Р.Д., Хесин Л.Б.* Модификация проектных решений при статистическом синтезе обликковых характеристик беспилотного летательного аппарата // *Вестник Московского авиационного института*. 2011. Т. 18. № 2. С. 31-40.
16. *Wheeler A.P.S., Sofia A., Miller R.J.* The effect of leading-edge geometry on wake interactions in compressors // *Journal of Turbomachinery*. 2009. Vol. 131. No. 4. DOI: 10.1115/1.3104617
17. *Curlett B.P.* The aerodynamic effect of fillet radius in a low speed compressor cascade. NASA Technical Memorandum TM — 105347, 1991. — 48 p.
18. *Bunker R.S.* The effects of manufacturing tolerances on gas turbine cooling // *Journal of Turbomachinery*. 2009. Vol. 131. No. 4. DOI: 10.1115/1.3072494
19. *Goodhand M.N., Miller R.J., Lung H.W.* The sensitivity of 2D compressor incidence range to in-service geometric variation // *ASME Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition (11–15 June 2012; Copenhagen, Denmark)*. 2012. Vol. 8, pp. 159–170. DOI: 10.1115/GT2012-68633
20. *Elmstrom M.E., Millsaps K.T., Hobson G.V., Patterson J.S.* Impact of nonuniform leading edge coatings on the aerodynamic performance of compressor airfoils // *Journal of Turbomachinery*. 2011. Vol. 133. No. 4. DOI: 10.1115/1.3213550

MATHEMATICAL MODEL IDENTIFICATION OF GAS TURBINE ENGINE WITH ACCOUNT FOR INITIAL DATA UNCERTAINTY

Baturin O.V.* , Nikolalde P. , Popov G.M.*** ,
Korneeva A.I.**** , Kudryashov I.A.*******

*Samara National Research University named after academician S.P. Korolev
(Samara University),*

34, Moskovskoe shosse, Samara, 443086, Russia

** e-mail: oleg.v.baturin@gmail.com*

*** e-mail: nikopaul_15@hotmail.com*

**** e-mail: popov@ssau.ru*

***** e-mail: akorneeva94@mail.ru*

****** e-mail: ivan.kudryash1337@gmail.com*

Abstract

The computational models used today require unambiguous (deterministic) values of the initial data in order to obtain a solution. In reality, however, the researcher often does not know the exact value of a given quantity. He knows the results of their direct or indirect measurement, which has a margin of error. Awareness of the fact of the initial data uncertainty may lead to a complete rethinking of the computational study process and the interpretation of its results.

In the conducted study, the authors created a stochastic thermodynamic model of the AI-25 gas turbine engine that accounts for the initial data uncertainty.

As the result of the available set of experimental results generalization the most probable values of the measured engine parameters have been found. Based on these, a deterministic thermodynamic model of the AI-25 engine operating process for the selected operating mode was created. Further, an algorithm was developed and implemented, which transformed a deterministic mathematical model of the AI-25 engine operating process at the operating mode of interest into a stochastic one. It allows determining the scatter of outlet parameter values, knowing the scatter of several inlet parameters. The stochastic model has been built on the assumption that the scatter of uncertain inlet data complied with a normal distribution law. Notwithstanding that the thermodynamic model is relatively simple and fast, it requires a huge number of calls to the initial deterministic computational model, which does not allow obtaining stochastic results for all variables of interest in a reasonable time frame.

For this reason, a stochastic solution was being searched for in two stages. At the first stage, a

sensitivity analysis was being performed. As the result, the initial data was ranked according to the degree of the end result affecting. A study, in which computation of specific fuel consumption scattering for 2, 3, 4, 5 and 6 first variables of the series was being performed sequentially, was conducted for the sequence obtaining. The scatter of specific fuel consumption values and other important parameters at the selected engine operation mode was changing insignificantly after accounting for more than five affecting variables. The obtained data was transformed into the bell-shaped bivariant distribution on the graph of the parameter of interest dependence on the air consumption. The obtained data herewith was compared with the similar bell-shaped graph, obtained by the experimental data.

With the conventional deterministic approach, computational and experimental results obtained for the same mode are the points of the graph. Their mismatch is being computed in the form of the two differences (deviations) along the two coordinate axes. Given that the errors of the two points being compared determining are not accounted for herewith, the obtained mismatch has an error, which value is unknown. The stochastic approach allows giving a quantitative description of the mismatch. It represents a bell-shaped bivariant distribution, described by the two parameters: the expectation of the difference and the mean-square deviation for the two coordinate axes.

Keywords: computations uncertainty, initial data uncertainty, computation error, validation, thermodynamic calculation, experiment error, sensitivity analysis, gas-turbine engine.

References

1. Montomoli F., Carnevale M., D'Ammaro A., Massini M., Salvadori S. *Uncertainty Quantification in Computational Fluid Dynamics and Aircraft Engines*. SpringerBriefs in Applied Sciences and Technology, 2015, 208 p. DOI: 10.1007/978-3-319-92943-9
2. Khustochka O., Chernysh S., Yepifanov S., Ugryumov M., Przynsowa R. Estimation of performance parameters of turbine engine components using experimental data in parametric uncertainty conditions. *9th EASN International Conference "Innovation in Aviation & Space"*, 2019, vol. 304. Article Number 03003. DOI: 10.1051/mateconf/201930403003
3. Bai J., Liu S., Wang W., Chen Y. WITHDRAWN: Study on identification method for parameter uncertain model of aero gas turbine. *Propulsion and Power Research*, 2019. DOI: 10.1016/j.jprr.2019.11.004
4. Helton J.C., Johnson J.D., Sallaberry C.J., Storlie C.B. Survey of sampling-based methods for uncertainty and sensitivity analysis. *Reliability Engineering and System Safety*, 2006, vol. 91, no. 10-11, pp. 1175-1209. DOI: 10.1016/j.res.2005.11.017
5. Nazareth J.L. *Conjugate gradient method*. Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics, 2009, vol. 1, no. 3, pp. 348-353. DOI: 10.1002/wics.13
6. Lange A., Voigt M., Vogeler K., Johann E. Principal component analysis on 3D scanned compressor blades for probabilistic CFD simulation. *53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference (23-26 April 2012; Honolulu, Hawaii)*, vol. 53. DOI: 10.2514/6.2012-1762
7. Ghisu T., Parks G.T., Jarrett J.P., Clarkson P.J. Adaptive polynomial chaos for gas turbine compression systems performance analysis. *AIAA Journal*, 2010, vol. 48, no. 6, pp. 1156-1170. DOI: 10.2514/1.J050012
8. Kulagin V.V. *Teoriya, raschet i proektirovanie aviatsionnykh dvigatelei i energeticheskikh ustanovok. V 2 knigakh* (Theory, calculation and design of aircraft engines and power plants: Textbook. In 2 books). Moscow, Mashinostroenie, 2003, 616 p.
9. Grigor'ev V.A. *Eksperimental'noe opredelenie drossel'noi kharakteristiki i normal'nykh znachenii parametrov TRDD* (Experimental determination of throttle characteristics and normal values of turbojet parameters). Samara, Samarskii gosudarstvennyi aerokosmicheskii universitet im. S.P. Koroleva, 2003, 35 p.
10. *JSC Motor Sich*, <http://www.motorsich.com/eng/>
11. *Ivchenko AI-25*. From Wikipedia, the free encyclopedia. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Ivchenko_AI-25
12. Kuz'michev V.S., Ostapyuk Y.A., Tkachenko A.Y. et al. Comparative Analysis of the Computer-Aided Systems of Gas Turbine Engine Designing. *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*, 2017, vol. 6, no. 1, pp. 28-35. DOI: 10.18178/ijmerr.6.1.28-35
13. Malenkov A.A. Design solutions selection while developing a system of unmanned flying vehicles in conditions of multi-target uncertainty. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 2, pp. 7-15.
14. Lamzin V.V. Research on space system realization condition indeterminations influence on performance factors dispersion. *Aerospace MAI Journal*, 2013, vol. 20, no. 5, pp. 53-65.
15. Balyk V.M., Kulakova R.D., Khesin L.B. Modification of the design decisions in the statistical synthesis of the external characteristics of the aircraft. *Aerospace MAI Journal*, 2011, vol. 18, no. 2, pp. 31-40.
16. Wheeler A.P.S., Sofia A., Miller R.J. The effect of leading-edge geometry on wake interactions in compressors. *Journal of Turbomachinery*, 2009, vol. 131, no. 4. DOI: 10.1115/1.3104617
17. Curlett B.P. *The aerodynamic effect of fillet radius in a low speed compressor cascade*. NASA Technical Memorandum TM -105347, 1991, 48 p.
18. Bunker R.S. The effects of manufacturing tolerances on gas turbine cooling. *Journal of Turbomachinery*, 2009, vol. 131, no. 4. DOI: 10.1115/1.3072494
19. Goodhand M.N., Miller R.J., Lung H.W. The sensitivity of 2D compressor incidence range to in-service geometric variation. *ASME Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition (11-15 June 2012; Copenhagen, Denmark)*, 2012, vol. 8, pp. 159-170. DOI: 10.1115/GT2012-68633
20. Elmstrom M.E., Millsaps K.T., Hobson G.V., Patterson J.S. Impact of nonuniform leading edge coatings on the aerodynamic performance of compressor airfoils. *Journal of Turbomachinery*, 2011, vol. 133, no. 4. DOI: 10.1115/1.3213550