УДК 62-50

Программное управление поступательно-вращательными перемещениями одноосного колёсного модуля

Черноморский А.И.*, Курис Э.Д., Мельников В.Е.*****

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

**e-mail: chernomorscky@yandex.ru*

***e-mail: ekuris@mail.ru*

****e-mail: ve_melnik@mail.ru*

Аннотация

В работе рассмотрено аналитическое решение задачи формирования управляющих моментов приводных двигателей колёс одноосного колесного модуля (ОКМ). Предложены простые алгоритмы формирования этих моментов, которые обеспечивают квазиоптимальное по времени программное управление перемещениями ОКМ из начальной точки горизонтальной подстилающей поверхности в конечную при заданных в этих точках его стационарных положениях. Использована неголономная модель модуля, адекватность которой подтверждена результатами экспериментальных исследований. Проведена сравнительная оценка времён перемещения модуля по двум характерным траекториям.

Ключевые слова: одноосный колесный модуль, стационарные положения, аналитическое решение, программное управление, моменты.

Введение

Одним из перспективных вариантов автономных наземных носителей аппаратуры мониторинга окружающей среды, в частности аэродромной, является одноосный колесный модуль (ОКМ), осуществляющий как собственно транспортировку установленной на платформе модуля аппаратуры, так и управление её угловой ориентацией. В работах [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13] изложены вопросы построения и применения ОКМ и решён ряд задач управления его движением по подстилающей поверхности. В работах [14,15,16] рассмотрены задачи навигации ОКМ и особенности исполнения чувствительных элементов его навигационной системы. Работы [17,18] посвящены управлению угловой ориентацией платформы ОКМ, обладающей верхней маятниковостью. В этих работах, в частности, решена задача управления ориентацией платформы с обеспечением условий невозмущаемости собственно платформы и инерциальных измерителей, установленных на ней, силами инерции, возникающими при ускоренных движениях ОКМ. Существенный интерес представляет решение задачи оптимального по времени управления перемещениями ОКМ по подстилающей поверхности из одной её точки в другую. В работе [19] применительно к решению этой задачи численно получены законы формирования напряжений на приводных двигателях колёс ОКМ, при этом граничные условия по курсовому углу, а также по угловой и линейной скоростям в начальной и конечной точках траектории ОКМ не регламентируются. В то же время при решении ряда практических задач мониторинга необходимо обеспечивать конкретные значения всей совокупности координат и скоростей ОКМ в начальной и конечной точках. В настоящей работе рассмотрено аналитическое решение задачи формирования управляющих моментов приводных двигателей колёс ОКМ, обеспечивающих простыми алгоритмами квазиоптимальное по времени программное управление перемещениями ОКМ из начальной точки в конечную при заданных в этих точках его стационарных положениях (курсовых углах и нулевых значений угловой и линейной скоростей ОКМ).

Одноосный колесный модуль

Разработанный и предназначенный для мониторинга аэродромной инфраструктуры (определения уклонов подстилающей поверхности, выполнения охранных функций на стоянке летательного аппарата) ОКМ (рис.1) включает: колёсную пару с центром $O_к$ её оси, колеёй $2b$ и радиусами колёс r; управляемые приводные двигатели первого и второго колёс; стабилизированную платформу с аппаратурой мониторинга (видео камера, сканирующий лазерный дальномер), а также системы управления движением и стабилизации. На рисунке обозначены системы координат (СК): O_{xyz} – стартовая инерциальная СК (оси O_x, O_y лежат в горизонтальной плоскости на подстилающей поверхности, ось O_z дополняет СК до правой тройки); $O_к x_c y_c z_c$ - сопровождающая СК (её оси параллельны соответствующим осям стартовой инерциальной СК); $O_к x_{тр} y_{тр} z_{тр}$ - траекторная, связанная с осью колёсной пары СК (ось $O_к x_{тр}$ - лежит в горизонтальной плоскости и перпендикулярна оси колёсной пары $O_к y_{тр}$, ось $O_к z_{тр}$ дополняет СК до правой тройки). На рисунке обозначены также: V – линейная скорость центра $O_к$; $\dot{\theta}$ - угловая скорость вращения ОКМ по углу курса θ – углу между осями $O_к x_c$ и $O_к x_{тр}$.

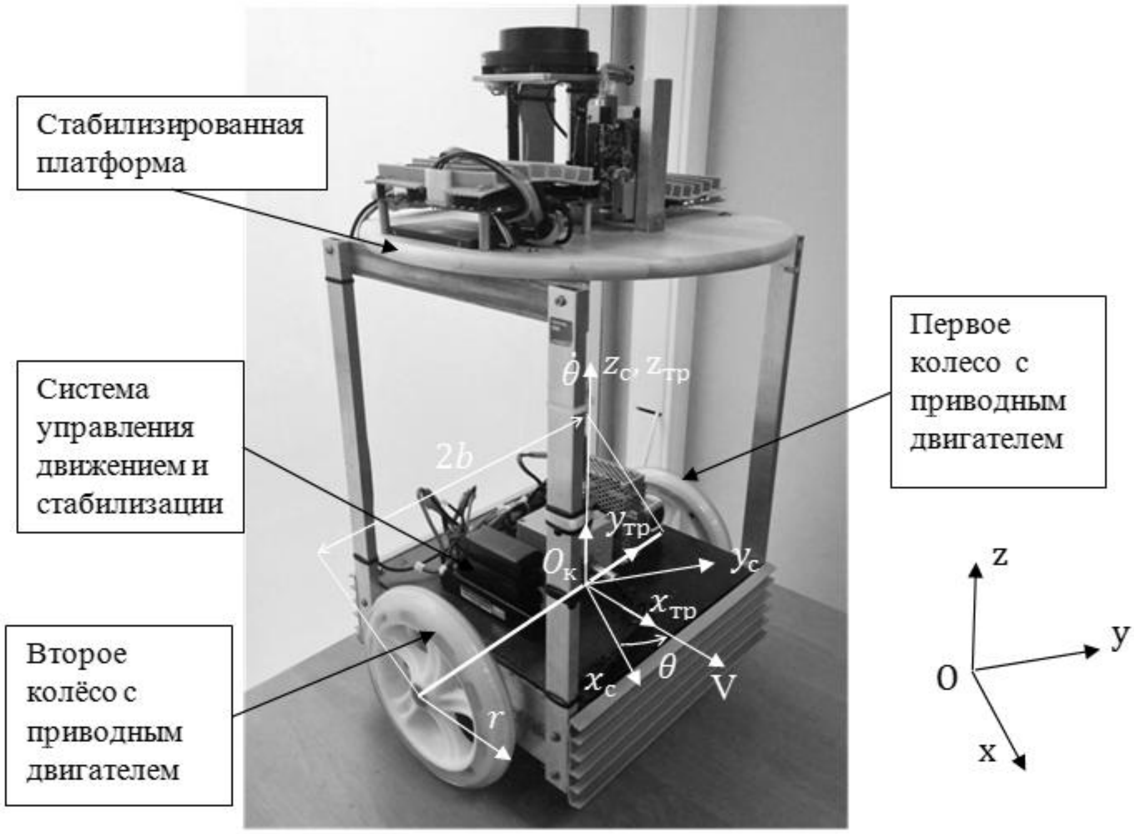

Рис. 1 Одноосный колёсный модуль

Постановка задачи

Анализ модели движения [17] и экспериментальные исследования ОКМ показывают, что при эффективной стабилизации платформы вокруг оси колёсной пары $O_к y_{тр}$ в плоскости горизонта влиянием углового движения платформы вокруг этой оси на перемещения ОКМ по подстилающей поверхности в первом приближении можно пренебречь. Тогда, применительно к разработанному образцу

ОКМ, пренебрегая моментами трения качения колёс по горизонтальной подстилающей поверхности и их проскальзыванием относительно неё, используя полученную в [17] математическую модель ОКМ (1.11), (1.12), обладающего неголономными связями с подстилающей поверхностью, уравнения его поступательно-вращательного движения можно представить в следующем виде:

$$\frac{r}{b}\left(J_z+2J_{zк}\right)\ddot{\theta}=j\left(M_{дв2}-M_{дв1}\right)$$

$$\left(\frac{2}{r}J_{yк}+rm_п\right)\dot{V}=j\left(M_{дв2}+M_{дв1}\right), \qquad (1)$$

где J_z - суммарный момент инерции платформы вместе с носимой аппаратурой вокруг оси $z_{тр}$; $J_{yк}, J_{zк}$ - главные центральные моменты инерции колеса соответственно вокруг оси $O_к y_{тр}$ и его экваториальной оси; $m_п$ - суммарная масса платформы с носимой аппаратурой; j – передаточное отношение редуктора приводного двигателя колеса; $M_{дв1}, M_{дв2}$ - моменты сил, развиваемые двигателями соответственно первого и второго колёс.

Эти моменты удовлетворяют неравенствам:

$$\left|M_{дв1}\right| \le M_{max} \; ; \left|M_{дв2}\right| \le M_{max}, \qquad (2)$$

где M_{max} – максимальное значение момента, развиваемого приводным двигателем.

Соотношения, определяющие компоненты $\dot{x}, \dot{y}$ скорости V в осях стартовой СК, таковы:

$$\dot{x}=V\cos\theta \, ; \dot{y}=V\sin\theta \, . \qquad (3)$$

Постановка задачи синтеза управления поступательно-вращательными перемещениями ОКМ по подстилающей поверхности заключается в отыскании на основе модели (1), (3) простых алгоритмов формирования моментов $M_{дв1}, M_{дв2}$, удовлетворяющих (2) и обеспечивающих квазиоптимальное по времени перемещение центра оси колёсной пары $O_к$ из начальной точки A_0 в конечную точку A_1 с координатами и скоростями ОКМ в них:

$$x_0, y_0, \theta_0, V_0=0, \dot{\theta}_0=0, \tag{4}$$

$$x_1, y_1, \theta_1, V_1=0, \dot{\theta}_1=0, \tag{5}$$

Алгоритмы формирования управляющих моментов приводных двигателей модуля

В процессе экспериментальных исследований разработанного ОКМ как носителя аппаратуры мониторинга выявлены простые по конфигурации и малые по времени реализации траектории его перемещения из точки A_0 в точку A_1. Первая из возможных рациональных траекторий перемещения ОКМ представлена на рис. 2 (γ – угол пеленга ОКМ в точке A_1). На первом этапе реализации траектории осуществляется движение ОКМ из точки A_0, в которой, не теряя общности, можно положить, что $x_0=y_0=0, \theta_0=0$ и $V_0=0; \dot{\theta}_0=0$, в точку A_1 с координатами x_1, y_1 и скоростями в ней $V_1=0, \theta_1=0$. При этом в конце первого этапа в точке A_1 курсовой угол $\theta=\theta_п$, и в общем случае он не совпадает с заданным углом θ_1 (на рис. 2 ось $x_{трп}$ - ось траекторной СК, ориентированной применительно к расположению ОКМ, достигнутому в конце первого этапа). На втором этапе для обеспечения $\theta=\theta_1$ реализуется доворот ОКМ по курсовому углу.

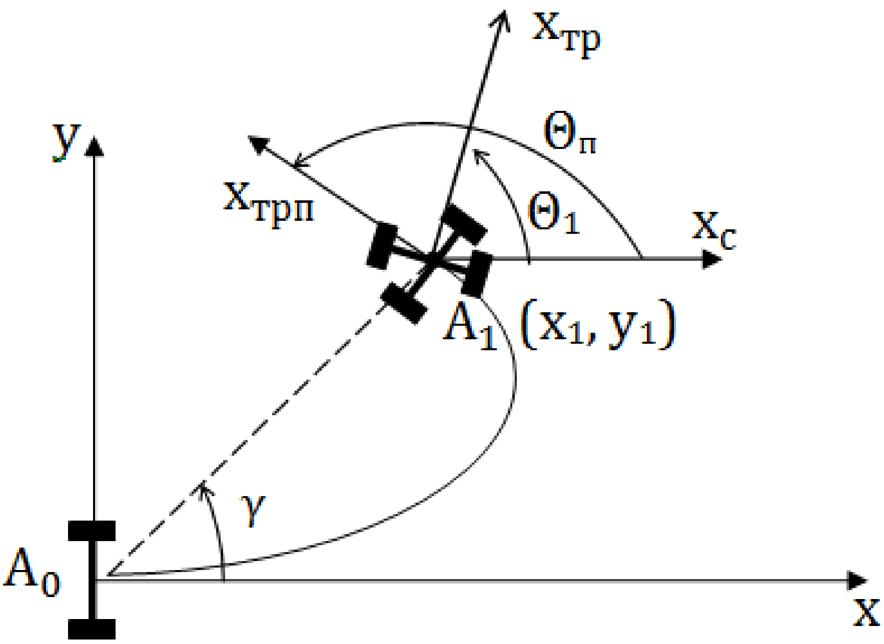

Рис. 2. Первая траектория перемещения ОКМ

Построим алгоритмы формирования $M_{дв1}, M_{дв2}$ применительно к движению ОКМ по этой траектории на первом и втором этапах. Будем формировать моменты $M_{дв1}, M_{дв2}$, как и при их формировании по принципу максимума Л.С. Понтрягина [20], в виде постоянных по модулю (на каждом этапе) максимально возможных величин, используя на этапах лишь одно единовременное переключение знаков этих моментов.

Введём обозначения:

$$n_1=j\left(M_{дв2}-M_{дв1}\right)/Q_1,\ n_2=j\left(M_{дв1}+M_{дв2}\right)/Q_2, \qquad (6)$$

где $Q_1=\frac{b}{r}\left(J_z+2J_{ук}\right), Q_2=\frac{2}{r}J_{ук}+rm_п$. Тогда уравнения (1) принимают вид:

$$\ddot{\theta}=n_1, \dot{V}=n_2. \tag{7}$$

Из физических соображений ясно, что для обеспечения граничных условий (5) по линейной и угловой скоростям ОКМ на первом этапе переключение знаков управлений n_1, n_2 следует осуществлять в момент времени $t=t_1/2$., где t_1 – время движения на этапе. Это переключение знаков управлений осуществляется переключением знаков моментов двигателей $M_{дв1}, M_{дв2}$. Определим максимально возможные потребные величины этих моментов и собственно величину t_1 на первом этапе. С этой целью найдём сначала координаты ОКМ в моменты времени $t=t_1/2$, t_1 в конце первого и второго интервалов первого этапа.

Из выражений (7) непосредственно получим:

$$V=n_2 t, \theta=n_1\frac{t^2}{2} \text{ при } 0\le t<\frac{t_1}{2}; \tag{8}$$

$$V=-n_2\left(t-t_1\right), \theta=-n_1\left(\frac{t^2}{2}-t_1 t+\frac{t_1^2}{4}\right) \text{ при } \frac{t_1}{2}\le t\le t_1. \tag{9}$$

Подставляя (8) и (9) в (3), после интегрирования будем иметь:

$$x=\frac{n_2}{n_1}\sin\left(n_1\frac{t^2}{2}\right), y=\frac{n_2}{n_1}\left(1-\cos\left(n_1\frac{t^2}{2}\right)\right) \text{ при } 0\le t<\frac{t_1}{2}; \tag{10}$$

$$x=\frac{n_2}{n_1}\sin\left(n_1\frac{t^2}{2}\right),\ y=\frac{n_2}{n_1}\left(\cos\left(\theta(t_1)\right)-\cos\left(\theta\right)\right) \text{ при } \frac{t_1}{2}\le t\le t_1, \tag{11}$$

где $\theta=-n_1\left(\frac{t^2}{2}-t_1t+\frac{t_1^2}{4}\right)$.

Тогда в точке A_1 в конце первого этапа при $t=t_1$ получим:

$$x_1=2\frac{n_2}{n_1}\sin\left(n_1\frac{t_1^2}{8}\right), y_1=2\frac{n_2}{n_1}\left(1-\cos\left(n_1\frac{t_1^2}{8}\right)\right), \theta_п=n_1\frac{t_1^2}{4}. \quad (12)$$

Из (12) следует:

$$\mathrm{tg}(\gamma)=\mathrm{tg}\left(\frac{\theta_п}{4}\right). \quad (13)$$

Соотношение (13) указывает на то обстоятельство, что при нулевых начальных и конечных условиях по линейной и угловой скоростям промежуточный курсовой угол $\theta_п$ определяется только значениями координат x_1, y_1 $\left(\mathrm{tg}(\gamma)=y_1/x_1\right)$ в конечной точке A_1 и, таким образом, в общем случае при использовании только одного переключения на первом этапе заданный курсовой угол θ_1 в конце первого этапа достигнут быть не может.

Введём обозначение $\alpha=x_1/2\sin\left(n_1\frac{t_1^2}{8}\right)$, тогда

$$n_2=n_1\alpha. \quad (14)$$

Из (6) и (14) следует:

$$M_{дв1}=n_1P_1(\alpha);\ M_{дв2}=n_1P_2(\alpha), \quad (15)$$

где $P_1(\alpha)=(\alpha Q_2-Q_1)/2j; P_2(\alpha)=(\alpha Q_2+Q_1)/2j$.

Используя соотношения (2), (12), (15), получим систему для отыскания моментов $M_{дв1}, M_{дв2}$ и времени движения ОКМ t_1 на первом этапе:

$$\left|M_{дв1}\right| \le M_{max}; \ \left|M_{дв2}\right| \le M_{max};$$

$$M_{дв1} = n_1 P_1(\alpha); \ M_{дв2} = n_1 P_2(\alpha); \qquad (16)$$

$$\theta_п = n_1 \frac{t_1^2}{4}$$

Полагая, что ОКМ может двигаться только «вперёд», на первом интервале первого этапа будем иметь $n_2 > 0$. При этом, если $\alpha > 0$, то из (14) -(16) следует, что $n_1 > 0, P_2(\alpha) > 0, \left|P_2\right| > \left|P_1\right|$. Тогда, из (16) при обеспечении максимально возможных управлений n_1, n_2 получим соотношения для максимально возможных моментов на двигателях колёс ОКМ:

$$M_{дв2} = M_{max}; \ M_{дв1} = M_{max} P_1(\alpha)/P_2(\alpha). \qquad (17)$$

Если на первом интервале первого этапа $\alpha > 0$, то аналогично будем иметь: $n_1 < 0, P_1(\alpha) < 0, \left|P_1\right| > \left|P_2\right|$; тогда:

$$M_{дв1} = M_{max}; \ M_{дв2} = M_{max} P_2(\alpha)/P_1(\alpha). \qquad (18)$$

На втором интервале первого этапа моменты (17), (18) изменяют знаки на противоположные. Время движения на первом этапе, как следует из (16), (17), (18):

$$t_1 = \begin{cases} \sqrt{\left|4\theta_п P_2(\alpha)/M_{max}\right|}, \text{ если } \alpha > 0 \\ \sqrt{\left|4\theta_п P_1(\alpha)/M_{max}\right|}, \text{ если } \alpha < 0 \end{cases}, \qquad (19)$$

Экспериментальные исследования перемещений разработанного ОКМ с параметрами J_z =0,915кгм^2, $J_{ук}$ =0,062 кгм^2, $J_{zк}$ =0,033 кгм^2, $m_п$ =12кг , b =0,4м , r = 0,25м, j=14 и M_{max} = 0,02 нм, оказали адекватность принятой неголономной модели (1) движения ОКМ. Так, например, на первом этапе перемещения из точки $A_0\left(x_0 = y_0 = 0,\ \theta_0 = 0\right)$ в точку $A_1\left(x_1 = 3.5м,\ y_1 = 2м,\ \theta_п = 119°,\ t_1 = 11.4с\right)$ по первой траектории с использованием алгоритмов формирования моментов (17), (18) экспериментально получаемые координаты конечной точки, промежуточный курсовой угол и время перемещения t_1 отличаются от их заданных (x_1, y_1) и расчётных $(\theta_п)$ значений не более, чем на 8%.

На втором этапе доворот ОКМ от курсового промежуточного угла $\theta_п$ до угла θ_1 осуществляется путём разворота на месте. При этом знаки моментов на двигателях колёс зависят от знака разности $\theta_1 - \theta_п$. Если этот знак, например, положителен, то на первом интервале второго этапа моменты составляют $M_{дв1} = M_{max}, M_{дв2} = -M_{max}$. Переключение знаков на противоположные осуществляется в момент времени $t_2/2$, где t_2 - полное время разворота на втором этапе. В соответствии с (7) и (16) оно таково:

$$t_2 = \sqrt{\left|8j(\theta_1 - \theta_п)M_{max}/Q_1\right|}. \qquad (20)$$

В целом время T_1 перемещения ОКМ по первой траектории определяется суммой времён t_1, t_2 из (19), (20).

Вторая возможная рациональная траектория перемещения ОКМ из точки A_0 в точку A_1 представлена на рис. 3.

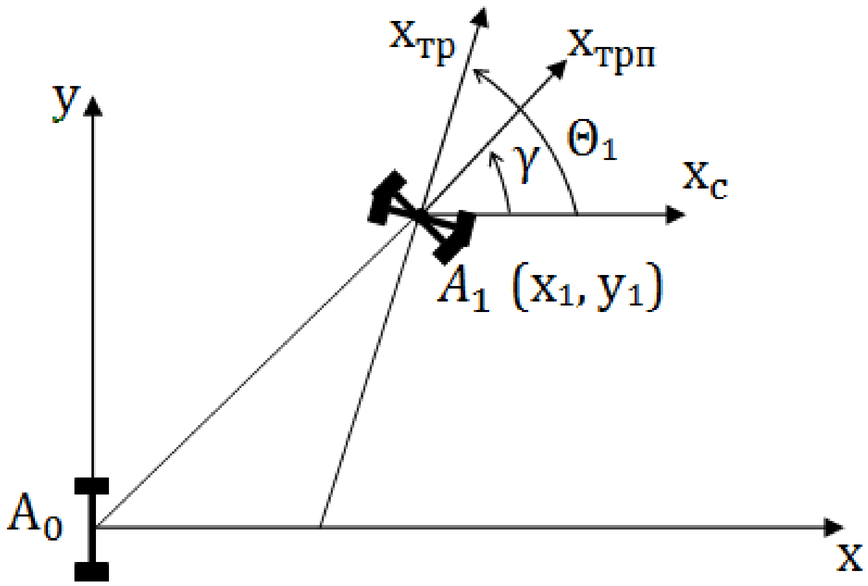

Рис. 3 Вторая траектория перемещения ОКМ

На первом этапе движения по этой траектории реализуется разворот ОКМ на месте в точке A_0 на угол пеленга γ. На втором этапе ОКМ перемещается по прямой с курсовым углом, равным γ, из точки A_0 в точку A_1. На третьем этапе доворот ОКМ от курсового промежуточного угла, равного γ, до угла θ_1 осуществляется путём разворота на месте. Все три этапа перемещения ОКМ в этом случае являются двухинтервальными с переключением знаков максимальных по модулю моментов на двигателях колёс по окончании каждого первого временного интервала, равного половине времени движения на соответствующем этапе. Такие управляющие моменты являются оптимальными для каждого из трёх этапов [20]. При этом величины моментов на первых интервалах первого и третьего этапов определяются соответственно соотношениями:

$$M_{дв1}=M_{max}\cdot sign(\gamma),\; M_{дв2}=-M_{дв1}; \tag{21}$$

$$M_{дв1}=M_{max}\cdot sign(\theta_1-\gamma),\; M_{дв2}=-M_{дв1}. \tag{22}$$

Величины моментов на первом интервале второго этапа очевидно таковы:

$$M_{дв1}=M_{max},\; M_{дв2}=M_{max}. \tag{23}$$

Времена перемещений ОКМ на каждом из трёх этапов, полученные на основе (6), (7) с учётом (21) - (23), составляют:

$$t_1=\sqrt{\left|8j\gamma M_{max}/Q_1\right|},\; t_2=\sqrt{\left|8j\cdot s\cdot M_{max}/Q_2\right|},\; s=\sqrt{x_1^2+y_1^2},$$

$$t_3=\sqrt{\left|8j(\theta_1-\gamma)M_{max}/Q_1\right|}. \tag{24}$$

В целом время T_2 перемещения ОКМ по второй траектории определяется суммой времён t_1, t_2, t_3 из (24).

Сравнение времён T_1, T_2 перемещений ОКМ по первой и второй траекториям показало, что их соотношение зависит от угла пеленга γ точки A_1 и заданного курсового угла θ_1 в этой точке. Для примера на рис. 4 представлены характерные зависимости разности времён T_1-T_2 от угла θ_1 при различных значениях γ и постоянстве расстояния s от A_0 до A_1.

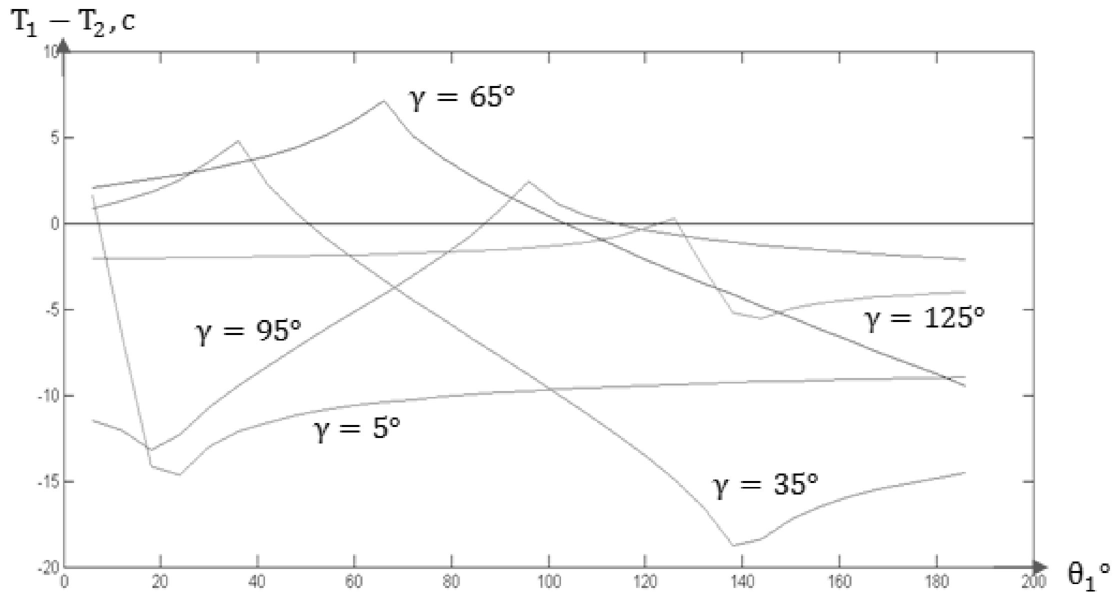

Рис.4 Разность времён движения ОКМ по первой и второй траекториям.

Зависимости, представленные на рис.4, демонстрируют целесообразность предварительного выбора траектории движения ОКМ при заданных значениях γ и θ_1 с целью минимизации времени перемещения модуля по подстилающей поверхности из начальной точки в конечную.

Заключение

Применительно к одноосному колёсному модулю как носителю аппаратуры мониторинга аэродромной инфраструктуры на основе результатов его экспериментальной отработки выявлены варианты рациональных траекторий перемещений модуля из одной точки горизонтальной подстилающей поверхности в другую при заданных его стационарных положениях в этих точках. Траектории имеют простую конфигурацию и предопределяют малость времени реализации перемещения модуля. На основе использования его неголономной модели, адекватность которой подтверждена результатами экспериментальных исследований, получены алгоритмы формирования моментов, развиваемых двигателями колёс. Полученные аналитические соотношения для времён перемещения модуля по двум характерным траекториям позволяют осуществлять выбор одной из них уже в начальной точке траектории перемещения модуля.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 17-08-00928\17

Библиографический список

1. Nguyen H.G., Morrell J., Mullens K., Burmeister A., Miles S., Farrington N., Thomas K., Gage D.W. Segway Robotic Mobility Platform // Mobile Robots XVII, Philadelphia, PA, October 27-28, 2004, pp. 207 - 220.
2. Белотелов В.Н., Мартыненко Ю.Г. Управление пространственным движением перевернутого маятника, установленного на колесной паре // Известия РАН. Механика твердого тела. 2006. № 6. С. 10 - 28.
3. Agrawal S., Franch J., Pathak K. Velocity control of a wheeled inverted pendulum by partial feedback linearization // 43rd IEEE Conf. on Decision and Control. Unevercity of Delaware. Newark. USA, 2004, pp. 3962 – 3967.
4. Castelnovi M., Arkin R., Collins T.R. Reactive Speed Control Based on Terrain Roughness Detection // DARPA MARS Segway Workshop, September 23, 2003, pp. 891 - 896.

5. Regmi A., Sandoval R., Byrne R., Tanner H., Abdallah C.T. Experimental Implementation of Flocking Algorithms in Wheeled Mobile Robots // American Control Conference, June 8-10, 2005. Portland, OR, USA, vol. 7, pp. 4917 - 4922.
6. Гришин А.А., Ленский А.В., Охоцимский Д.Е., Панин Д.А., Формальский А.М. О синтезе управления неустойчивым объектом. Перевёрнутый маятник // Известия РАН. Теория и системы управления. 2002. № 5. С. 14 - 24.
7. Pathak K., Franch J., Sunil K. Velocity Control of a Wheeled Inverted Pendulum by Partial Feedback Linearization // 43rd IEEE Conference on Decision and Control, 2004, vol. 4, pp. 3962 - 3967.
8. Martynenko Y. Motion control of mobile wheeled robots // Journal of Mathematical Sciences, 2007, vol. 147, no. 2, pp. 6569 – 6606.
9. Kim Y., Kim S.H., Kwak Y.K. Improving driving ability for a two-wheeled inverted-pendulum-type autonomous vehicle. Proc. IMechE. Vol. 220 Part D // J. Automobile Engineering, 2006, pp. 165 - 175.
10. Grepl R. Balancing Wheeled Robot: Effective Modelling, Sensory Processing And Simplified Control // Engineering MECHANICS, 2009, vol. 16, no. 2, pp. 141 - 154.
11. Кузнецов И.М., Пронькин А.Н., Веремеенко К.К. Навигационный комплекс аэропортового транспортного средства // Труды МАИ. 2011. № 47. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=26966
12. Алёшин Б.С., Черноморский А.И., Фещенко С.В. и др. Ориентация, навигация и стабилизация одноосных колесных модулей. - М.: Изд-во МАИ, 2012. - 271 с.

13. Сачков Г.П., Фещенко С.В., Черноморский А.И. Устойчивость и стабилизация движения одноосной колёсной транспортной платформы // Известия РАН. Механика твердого тела. 2008. № 4. С. 24 - 38.
14. Максимов В.Н., Черноморский А.И. Система управления неголономным одноосным колесным модулем для мониторинга геометрических параметров аэродромных покрытий // Известия РАН. Теория и системы управления. 2015. № 3. С. 156 - 167.
15. Алешин Б.С., Максимов В.Н., Черноморский А.И., Плеханов В.Е. Измерительная комплексная навигационная система одноосного колёсного модуля // Измерительная техника. 2012. № 19 (4). С. 120 – 128.
16. Черноморский А.И., Максимов В.Н., Плеханов В.Е. Микромеханическая курсовертикаль одноосного колёсного модуля // Вестник Московского авиационного института. 2013. Т. 18. № 3. С. 170 – 176.
17. Алешин Б.С., Курис Э.Д., Лельков К.С., Максимов В.Н., Черноморский А.И. Управление угловой ориентацией платформы одноосного колесного модуля при его произвольном движении по подстилающей поверхности // Известия РАН. Теория и системы управления. 2017. № 1. С. 150 - 160.
18. Алешин Б.С., Максимов В.Н., Михеев В.В., Черноморский А.И. Стабилизация в плоскости горизонта двухстепенной платформы одноосного колесного модуля, перемещающегося по заданной траектории на подстилающей поверхности // Известия РАН. Теория и системы управления. 2017. № 3. С. 119 - 135.

19. Белотелов В.Н., Голован А.А., Гришин А.А., Жихарев Д.Н., Ленский Л.В., Пахомов В.Б. Математические модели и алгоритмы управления движением мобильного робота. – М: МГУ им. М.В. Ломоносова, препринт № 63, 2001. - 48 с.
20. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. – М: Наука, 1969. - 408 с.