

МЕТОДИКА ПОСЛЕПОЛЕТНОГО АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ ЛЁГКОГО САМОЛЕТА

Вячеслав Николаевич БАРАНОВ родился в 1936 г. в городе Калинин. Профессор МАИ. Доктор технических наук, профессор. Основные научные интересы — в области динамики и управления летательными аппаратами. Автор 160 научных работ. E-mail: vnb36@mail.ru

Vyacheslav N. BARANOV, D.Sci, was born in 1936, in Kalinin. He is a professor at the MAI. His major research interests are in flight dynamics and control. He has published 160 technical paper. E-mail: vnb36@mail.ru

ЗО ЛИН У родился в 1982 г. в городе Янгоне (Союз Мьянмы). Аспирант МАИ. Основные научные интересы — в области системного анализа, обработки информации и управления летательными аппаратами. Автор одной научной работы. E-mail: zaw.lin@mail.ru

ZAW LIN OO, was born in 1982, in Yangon, Myanmar. He is a Postgraduate Student at the MAI. His major research interests are in system analysis, process information and control flying vehicles. He has published 1 technical paper. E-mail: zaw.lin@mail.ru

В настоящее время одной из актуальных научно-технических проблем является создание малогабаритных легких самолетов, предназначенных для мониторинга природных и техногенных катастроф. Важным этапом создания подобного самолета являются его летные испытания, в процессе которых уточняются аэродинамические и другие характеристики самолета, а также отрабатывается система управления [1]. Предлагается двухэтапная схема решения данной задачи на основе предварительной обработки переходных процессов и использования метода наименьших квадратов с последующей итоговой обработкой информации с помощью фильтра Калмана.

One of actual contemporary scientific and engineering problems is design of light airplanes intended for monitoring of natural and technogeneous disasters. Flight test is very important step in design process for any aircraft including light one. Aerodynamical and other characteristics are revealed and refined by means of flight test. Proposed two step scheme for solving the problem on the basis of preliminary processing of transients and the use of the method of least squares, follow by the final processing of information using the Kalman filter

Ключевые слова: легкий самолет, аэродинамические коэффициенты, переходный процесс, фильтр Калмана.

Key words: light airplane, aerodynamic coefficient, transient process, filter Kalman.

Математическая модель движения самолета

В качестве исходной математической модели рассматриваются дифференциальные уравнения возмущенного «плоского» движения самолета с учетом ветровых воздействий, наиболее существенно влияющих на малоразмерный самолет [4, 8]:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m} \left[P \cdot \cos \alpha - C_{x0} \cdot \frac{\rho \cdot V_w^2}{2} \cdot S - G \cdot \sin \Theta \right]; \\ \frac{d\Theta}{dt} &= \\ &= \frac{1}{m \cdot V} \left[P \cdot \sin \alpha + C_y^\alpha \cdot a_w \cdot \frac{\rho \cdot V_w^2}{2} \cdot S \right] \cdot \cos \gamma - \frac{g \cdot \cos \Theta}{V}; \\ \frac{dL}{dt} &= V \cos \Theta; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{dH}{dt} = V \sin \Theta;$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\beta}{V \sin \Theta} \cdot \rho;$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = \frac{M_z^\delta \delta + M_z^\alpha \alpha_w + M_z^{\omega_z} \omega_z}{I_z};$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega_z;$$

$$\alpha = \vartheta - \Theta,$$

где V — скорость самолета относительно Земли;
 V_w — воздушная скорость; Θ — угол наклона век-

тора скорости к горизонту; L — горизонтальная дальность полёта; H — высота полёта; ρ — плотность воздуха; ω_z — угловая скорость; ϑ — угол тангажа; α — угол атаки; α_W — воздушный угол атаки; $M_z^\delta, M_z^\alpha, M_z^{\omega_z}$ — производные продольного момента по углу отклонения руля, углу атаки и угловой скорости:

$$M_z^\delta = m_z^\delta \frac{\rho V^2}{2} S b_A; \quad M_z^\alpha = m_z^\alpha \frac{\rho V^2}{2} S b_A;$$

$$M_z^{\omega_z} = m_z^\omega \frac{\rho V^2}{2} S \frac{b_A^2}{V}.$$

Предварительное определение коэффициентов аэродинамических моментов статической

устойчивости и демпфирования $m_z^\alpha, m_z^{\omega_z}$ на основе анализа переходных процессов

Предварительное определение коэффициентов $m_z^\alpha, m_z^{\omega_z}$ осуществляется на основе исследования переходных процессов с использованием линеаризованного уравнения для угла атаки [2]

$$\ddot{\alpha} + a_{11}\dot{\alpha} + a_{12}\alpha = 0 \quad (2)$$

или в операторной форме

$$T^2 p^2 + 2\xi T p + 1 = 0, \quad (3)$$

где a_{11}, a_{12} — динамические коэффициенты, определяемые формулами

$$a_{11} = -\frac{M_z^{\omega_z}}{I_z} = -\frac{m_z^{\omega_z} q S b_A b_A}{I_z V};$$

$$a_{12} = -\frac{M_z^\alpha}{I_z} = -\frac{57,3 m_z^\alpha q S b_A}{I_z}. \quad (4)$$

При этом период колебаний T и логарифмический декремент затухания ξ связаны с динамическими коэффициентами соотношениями

$$T = \frac{1}{\sqrt{a_{12}}}; \quad \xi = \frac{a_{11}}{2\sqrt{a_{12}}} \quad (5)$$

и могут быть определены на основе анализа переходного процесса, причем период определяется непосредственно, а логарифмический коэффициент затухания — по формуле

$$\xi = \frac{1}{n} \ln \frac{\alpha(t_0)}{\alpha(t_n)}, \quad (6)$$

где n — число колебаний; $\alpha(t_0), \alpha(t_n)$ — значения угла атаки в моменты времени t_0, t_n .

Таким образом, $m_z^\alpha, m_z^{\omega_z}$ определяют в следующем порядке: на основе анализа переходного процесса определяют T и по формуле (6) — ξ . Далее с использованием выражений (5) находят динамические коэффициенты a_{11}, a_{12} и окончательно из соотношений (4) определяют $m_z^\alpha, m_z^{\omega_z}$.

В качестве иллюстрации были проведены расчеты применительно к гипотетическому малоразмерному самолету со следующими характеристиками:

$$m = 3,5 \text{ кг}; \quad S = 0,513 \text{ м}^2; \quad l = 2,093 \text{ м}; \quad b_A = 0,25 \text{ м};$$

$$C_y^\alpha = 0,084; \quad C_{x0} = 0,03; \quad I_{xx} = 0,261 \text{ кг}\cdot\text{м}^2;$$

$$I_{yy} = 0,333 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; \quad I_{zz} = 0,0764 \text{ кг}\cdot\text{м}^2;$$

$$m_z^\alpha = -0,48132; \quad m_z^{\omega_z} = -0,4; \quad m_z^{\delta B} = -0,72771;$$

$$V = 50 \text{ м/с}.$$

Горизонтальная скорость ветра рассматривалась в виде центрированной нормально распределенной случайной величины с дисперсией $4 \text{ м}^2/\text{с}^2$.

На рис. 1 показано изменение $\alpha(t)$ по времени при угле отклонения руля высоты $\delta = -10^\circ$. Анализ переходного процесса приводит к следующим результатам:

$$f \approx 6,4620 \text{ Гц};$$

$$\omega = 2\pi f = 40,6022 \text{ 1/с};$$

$$\omega = \sqrt{a_{12}} = \sqrt{-\frac{M_z^\alpha}{I_z}} = \sqrt{-\frac{m_z^\alpha q S b_A}{I_z}} = 40,6022;$$

$$a_{12} = \omega^2 = 1648,5 \text{ 1/с}^2;$$

$$m_z^\alpha = -\frac{1648,5 I_z}{q S b_A} = -0,4822;$$

$$V_{cp} = \frac{V(0) + V(4)}{2} = 57,0831;$$

$$\alpha_0 = 22,6551;$$

$$\alpha_4 = 15,9086;$$

$$\xi = \frac{1}{4} \ln \left(\frac{22,6551}{15,9086} \right) \approx 0,0884;$$

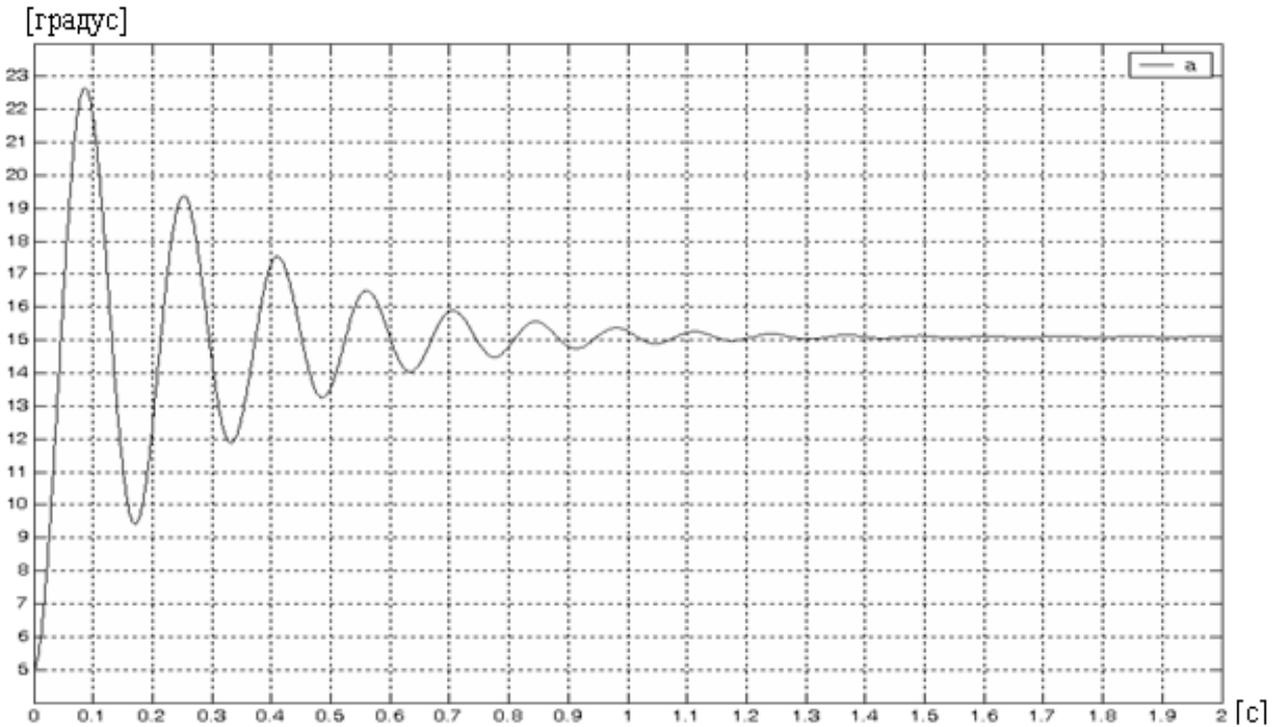


Рис. 1. График изменения $\alpha(t)$ при угле отклонения руля высоты $\delta = -10^\circ$

$$a_{11} = 2\xi\sqrt{a_{12}} = 7,1769;$$

$$m_z^{\omega z} = -\frac{a_{11}I_z V}{qSb_A^2} \approx -0,4793.$$

Дополнительно выполнялись расчеты коэффициентов m_z^α и $m_z^{\omega z}$ с учетом возмущающего воздействия ветра методом статистических испытаний. Обработка 100 реализаций дала следующие результаты:

$$\overline{m_z^\alpha} = \frac{1}{100} \cdot \sum_{i=1}^{100} m_z^\alpha(i) = -0,4820;$$

$$\overline{m_z^{\omega z}} = \frac{1}{100} \cdot \sum_{i=1}^{100} m_z^{\omega z}(i) = -0,4800;$$

$$\sigma_{m_z^\alpha} = \sqrt{\frac{1}{99} \sum_{i=1}^{100} (m_z^\alpha(i) - \overline{m_z^\alpha})^2} = 0,0022;$$

$$\sigma_{m_z^{\omega z}} = \sqrt{\frac{1}{99} \sum_{i=1}^{100} (m_z^{\omega z}(i) - \overline{m_z^{\omega z}})^2} = 0,0013.$$

Таким образом, предлагаемое предварительное определение коэффициентов m_z^α и $m_z^{\omega z}$ может быть выполнено с достаточной степенью точности.

Предварительное определение аэродинамических коэффициентов C_{x0} , C_y^α методом наименьших квадратов

С помощью метода наименьших квадратов осуществляется обработка показаний акселерометров с целью получения предварительных оценок

C_{x0} , C_y^α :

$$Y = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix}; \quad n_x = C_{x0}\alpha \frac{\rho V^2 S}{2G}; \quad n_y = C_y^\alpha \alpha \frac{\rho V^2 S}{2G}, \quad (7)$$

где Y — вектор измерений.

Далее осуществляется линеаризация уравнений измерений

$$\Delta Y = \Delta H \cdot \Delta X, \quad (8)$$

где

$$\Delta Y = \begin{bmatrix} \Delta n_x \\ \Delta n_y \end{bmatrix}; \quad \Delta H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix};$$

$$\Delta X = \begin{bmatrix} \Delta C_{x0} \\ \Delta C_y^\alpha \end{bmatrix}; \quad h_{11} = \frac{\partial n_x}{\partial C_{x0}} = \frac{\rho V^2 S}{2G}; \quad h_{12} = \frac{\partial n_x}{\partial C_y^\alpha} = 0;$$

$$h_{21} = \frac{\partial n_y}{\partial C_{x0}} = 0; \quad h_{22} = \frac{\partial n_y}{\partial C_y^\alpha} = \alpha \frac{\rho V^2 S}{2G}.$$

Оценки ΔC_{x0} и ΔC_y^α получаются в соответствии

где

$$\Delta X = (\Delta H^T \cdot \Delta H)^{-1} \Delta H^T \cdot \Delta Y. \quad (9)$$

$$F = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_5 \ f_6 \ f_7 \ f_8 \ f_9 \ f_{10} \ f_{11} \ f_{12}]^T;$$

$$f_1 = dV/dt; \ f_2 = d\theta/dt; \ f_3 = dL/dt; \ f_4 = dH/dt;$$

$$f_5 = d\rho/dt; \ f_6 = d\omega_z/dt; \ f_7 = d\vartheta/dt; \ f_8 = d\alpha/dt;$$

$$f_9 = dm_z^\alpha/dt; \ f_{10} = dm_z^{\omega_z}/dt; \ f_{11} = dC_{x0}/dt; \ f_{12} = dC_y^\alpha/dt.$$

Результаты расчетов $C_{x0} = C_{x0ном} + \Delta C_{x0}$,

$C_y^\alpha = C_{yном}^\alpha + \Delta C_y^\alpha$ с использованием соотношений (9) приведены на рис. 2.

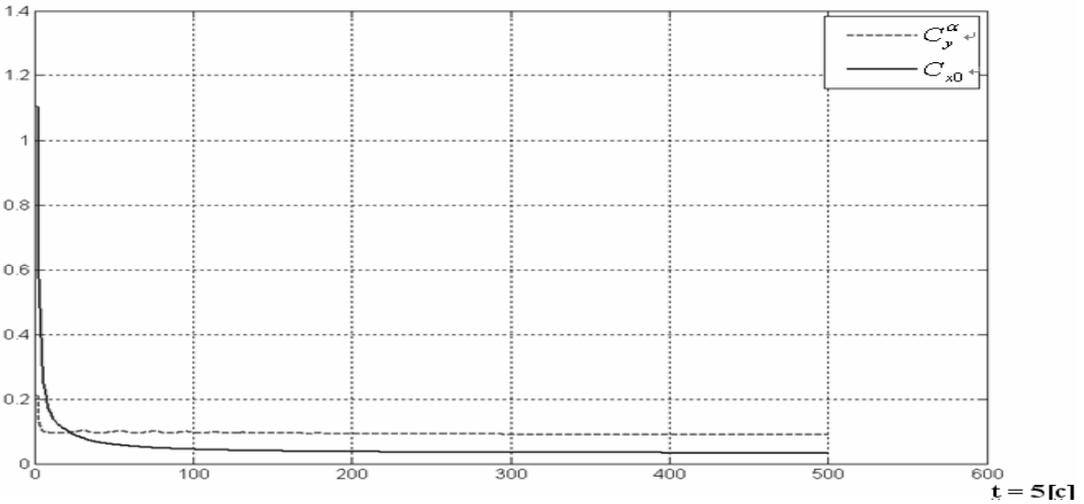


Рис. 2. Результаты предварительного определения аэродинамических коэффициентов C_{x0} , C_y^α методом наименьших квадратов

Итоговое уточнение оценок на основе фильтра Калмана

Итоговое уточнение оценок осуществляется с использованием фильтра Калмана [5]. С этой целью необходимо произвести линеаризацию системы уравнений движения (1), введя расширенный вектор состояния динамической системы следующего вида:

$$x =$$

$$= [\Delta V \ \Delta\theta \ \Delta L \ \Delta H \ \Delta\rho \ \Delta\omega_z \ \Delta\vartheta \ \Delta\alpha \ \Delta m_z^\alpha \ \Delta m_z^{\omega_z} \ \Delta C_{x0} \ \Delta C_y^\alpha]^T. \quad (10)$$

При этом для Δm_z^α , $\Delta m_z^{\omega_z}$, ΔC_{x0} , ΔC_y^α используются уравнения формальных формирующих фильтров

$$d\Delta m_z^\alpha/dt = 0; \quad d\Delta m_z^{\omega_z}/dt = 0; \quad d\Delta C_{x0}/dt = 0;$$

$$d\Delta C_y^\alpha/dt = 0. \quad (11) \quad \text{где}$$

В итоге получаем линеаризованную динамическую модель системы

$$\frac{dx}{dt} = F(t) \cdot x, \quad (12)$$

Матрица коэффициентов линеаризации F имеет следующий вид:

$$F(x) = \begin{bmatrix} f_{1,1} & f_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{1,8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{2,1} & f_{2,2} & 0 & 0 & f_{2,5} & 0 & 0 & f_{2,8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{3,1} & f_{3,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{4,1} & f_{4,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{5,1} & f_{5,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{6,6} & 0 & f_{6,8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{8,1} & f_{8,2} & 0 & 0 & f_{8,5} & 1 & 0 & f_{8,8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$f_{i,1} = df_i/dV; \ f_{i,2} = df_i/d\theta, \dots, \ f_{i,10} = df_{i,10}/dm_z^{\omega_z}; \quad (14)$$

$$f_{i,11} = df_{i,11}/dC_{x0}; \ f_{i,12} = df_{i,12}/dC_y^\alpha.$$

Предполагается, что в качестве измерительных устройств используются датчики GPS, барометрический датчик давления, акселерометры и датчик угловой скорости, т.е. вектор измерений Z имеет вид

$$Z = \begin{pmatrix} L \\ H \\ n_x = C_{x_0} \frac{\rho V^2 S}{2G} \\ n_y = C_y^{\alpha} \frac{\rho V^2 S}{2G} \\ \omega_z \end{pmatrix}. \quad (15)$$

На основе линеаризации уравнений (15) получаем линейную модель измерений

$$Z(t) = H(t) \cdot x(t) + u(t), \quad (16)$$

где матрица коэффициентов линеаризации имеет вид

$$H(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{31} & 0 & 0 & 0 & h_{35} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{41} & 0 & 0 & 0 & h_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (17)$$

$$h_{31} = \frac{\partial Z}{\partial V} = C_{x_0} \frac{\rho VS}{G}; \quad h_{35} = \frac{\partial Z}{\partial \rho} = C_{x_0} \frac{V^2 S}{2G};$$

$$h_{41} = \frac{\partial Z}{\partial V} = C_y^{\alpha} \frac{\rho VS}{G}; \quad h_{45} = \frac{\partial Z}{\partial \rho} = C_y^{\alpha} \frac{V^2 S}{2G}.$$

В уравнении (16) $u(t)$ — вектор белых шумов, интенсивность которых характеризуется следующей матрицей:

$$R = \begin{pmatrix} 0,25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-5} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

При моделировании процесса обработки информации принимались следующие начальные значения вектора x и ковариационной матрицы ошибок

$$x_{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{60^2} & 3 & 2 & 0,05 & \frac{1}{60^2} & \frac{1}{60} & \frac{1}{60} & 0,05 & 0,05 & 0,05 & 0,05 \end{bmatrix}; \quad (19)$$

$$P_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{60^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 40 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{60^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{60^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,05^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,05^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,05^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,05^2 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Расчеты оптимальных статистических оценок и дисперсий ошибок оценок осуществлялись по следующим соотношениям фильтра Калмана [5]:

$$\bar{x}_n = \Phi \cdot \bar{x}_{n-1},$$

где $\Phi \approx I + F \cdot \Delta t$;

$$\hat{x}_{n/n} = \Phi \cdot \hat{x}_{n-1/n} + P_{n/n} \cdot H \cdot R^{-1} \cdot [Z_n - H \cdot \Phi \cdot \hat{x}_{n-1/n-1}];$$

$$P_{n/n-1} = \Phi \cdot P_{n/n-n} \cdot \Phi' + \Gamma \cdot Q \cdot \Gamma';$$

$$P_{n/n} = [P_{n/n-1}^{-1} + H' \cdot R^{-1} \cdot H]^{-1}.$$

Результаты моделирования в виде ошибок оценок $e_n = \bar{x}_n - \hat{x}_n$ и их дисперсий показаны на рис. 3.

Выводы

Предложена методика определения основных аэродинамических характеристик легкого самолета, предназначенного для решения задач мониторинга природных и техногенных катастроф. Для определения коэффициентов моментов статической устойчивости и демпфирования осуществляется обработка данных переходных процессов возмущенного короткопериодического колебательного движения летающей модели самолета. Коэффициент момента статической устойчивости определяется по частоте колебательного процесса при ступенчатом отклонении рулей высоты. Коэффициент момента демпфирования определяется на основе вычисления логарифмического декремента затухания переходного процесса. Для возможности учета влияния атмосферных возмущений на точность

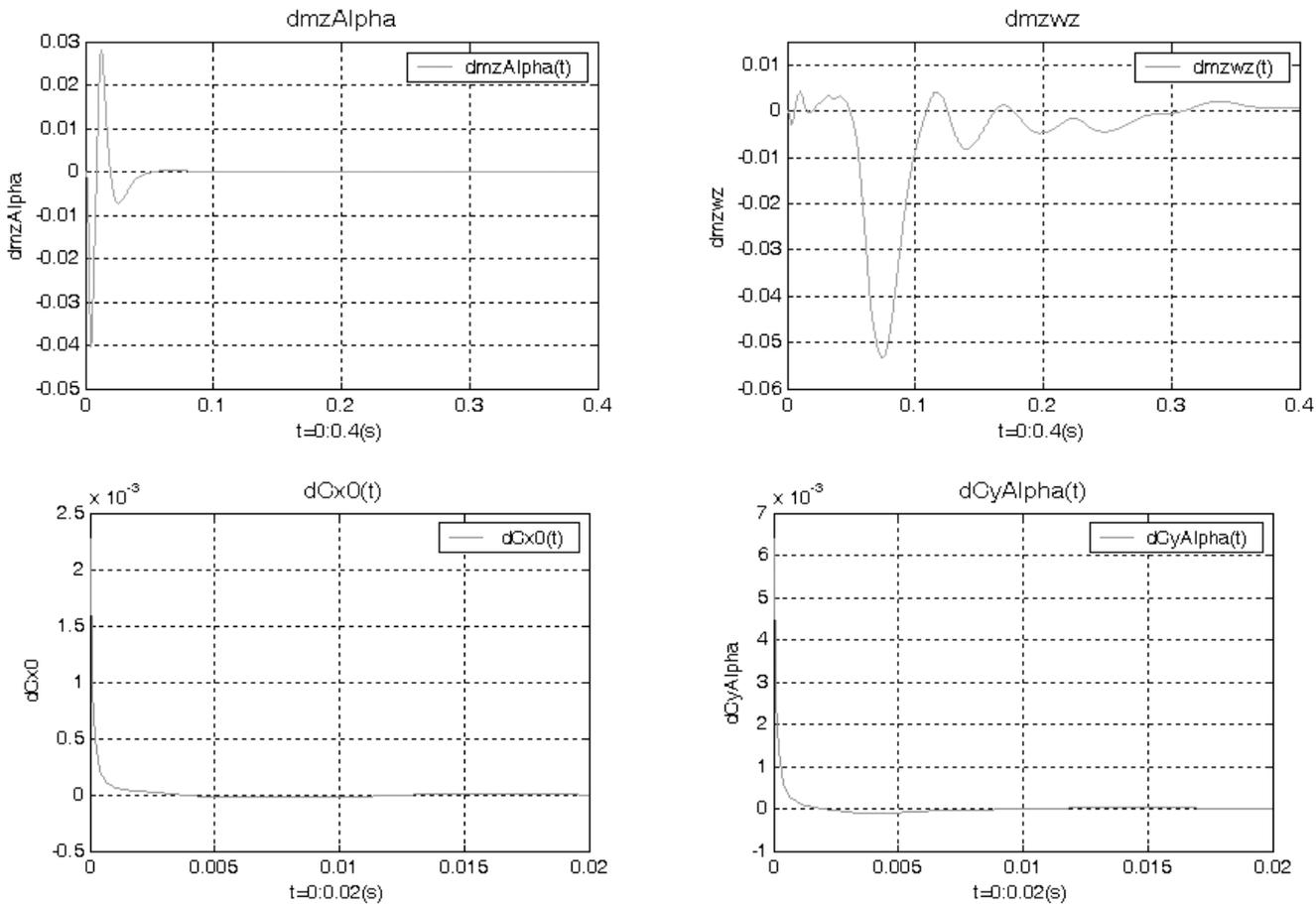


Рис. 3. Результаты моделирования фильтра Калмана

расчета указанных коэффициентов проведено моделирование полета самолета методом Монте-Карло. Предварительное получение оценок коэффициента лобового сопротивления и производной по углу атаки коэффициента подъемной силы осуществлялось методом наименьших квадратов. Окончательное получение оценок аэродинамических характеристик и их погрешностей осуществлялось с использованием фильтра Калмана. Проведенное математическое моделирование показало, что предлагаемая методика позволяет получить значения аэродинамических характеристик легкого самолета с высокой степенью точности.

Библиографический список

1. Баранов В.Н. , Буй Куанг Ли. Комплексная методика определения движения и характеристик легкого самолета // Труды 12-й Международной конференции «Системный анализ и управление». Крым, Евпатория, 2007.

2. Берестов Л.М., Поплавский Б.К., Мирошниченко Л.Я. Частотные методы идентификации летательных аппаратов. — М.: Машиностроение , 1985.
 3. Васильченко К.К., Леонов В.А., Пашковский И.М., Поплавский Б.К. Летные испытания самолетов. — М.: Машиностроение, 1996.
 4. Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика полета. — М.: Машиностроение, 1973.
 5. Р.Ли. Оптимальные оценки, определения характеристик и управление. — М.: Наука, 1966.
 6. Миронов А.Д. и др. Методы исследований на летящих моделях. — М.: Машиностроение, 1988.
 7. Сухорученков Б.И., Меньшиков В.А. Методы анализа характеристик летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1995.
 8. Школьный Е.П., Майборода Л.А. Атмосфера и управление движением летательных аппаратов. — Л.: Гидрометеиздат, 1973.

Московский авиационный институт
 Статья поступила в редакцию 19.11.2009