

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 623.41

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ОШИБОК ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ УПРАВЛЯЕМОЙ РАКЕТЫ И ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ АКТИВНОГО ЭЛЕМЕНТА ЗАЩИТЫ

Пашко А.Д.* , Донцов А.А.**

*Военно-воздушная академия им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина,
ул. Старых Большевиков, 54а, Воронеж, 394064, Россия*

** e-mail: leha.pashko@yandex.ru*

*** e-mail: addoncov@mail.ru*

Предложена методика оценки ошибок определения угла пеленга и дальности до управляемой ракеты, а также ошибок определения параметров движения активного элемента защиты с целью обеспечения требуемой вероятности поражения ракеты на траектории сближения. Рассматривается подход, при котором снижается вероятность поражения обороняемого летательного аппарата (ЛА) за счет нейтрализации управляемой ракеты активными элементами защиты. Проведена оценка влияния ошибок определения координат ЛА на точность определения координат ракеты.

Ключевые слова: летательный аппарат, управляемая авиационная ракета, активный элемент защиты, баллистическая траектория.

Определение траекторных параметров полета управляемой ракеты (УР) является одной из основных задач, обеспечивающих эффективную защиту летательных аппаратов. Факел двигателя УР является наиболее существенным источником демаскирующих признаков, которые позволяют обнаружить и определить траекторию полета ракеты. Определенные координаты траектории могут быть использованы в качестве исходных данных для реализации способа огневого поражения УР при помощи активных элементов защиты (АЭЗ). В связи с этим возникает необходимость оценки погрешностей высокоточного сопровождения УР.

Целью работы является повышение эффективности защиты ЛА в условиях воздействия на него УР класса «воздух-воздух» путем разработки методики расчета ошибок определения траектории УР.

Определение угла атаки управляемой ракеты по одиночным траекторным измерениям

Будем считать, что определение координат траектории УР, атакующей самолет, выполняется после отработки ракетой начального промаха. С учетом того, что ракета наводится по методу пропорциональной навигации, предполагаем, что траектория ракеты прямолинейна и угол атаки УР, обес-

печивающий наведение в упреждающую точку, не изменяется во времени. Определение координат траектории ракеты осуществляется с использованием оптико-локационной станции, сопряженной лазерным дальномером или специализированной бортовой радиолокационной станции (РЛС) из состава комплекса защиты летательного аппарата. Поскольку отстрел активного элемента защиты выполняется в вертикальной плоскости, предполагаем, что после обнаружения УР и определения ее угловых координат самолет выполняет маневр, в результате которого компенсируется угловое рассогласование скоростей самолета и ракеты в горизонтальной плоскости. После этого определение угла атаки УР выполняется в вертикальной плоскости.

Пусть координаты самолета, который движется со скоростью V_c по горизонтальной прямолинейной траектории, в момент измерения координат ракеты равны (X_{c0}, Z_{c0}) (рис. 1).

Координаты ракеты, которая движется со скоростью V_p , в тот же момент времени определяются на основе измерений текущей дальности до ракеты D и угла визирования ракеты в вертикальной плоскости φ :

$$X_{p0} = X_{c0} - D \cos \varphi; \quad Y_{p0} = Y_{c0} - D \sin \varphi. \quad (1)$$

Требуется найти текущий угол атаки ракеты α при ее наведении в упреждающую точку по методу пропорциональной навигации.

Предполагая скорости самолета и УР постоянными, запишем систему уравнений движения самолета в плоскости XOZ (рис. 1):

$$\begin{cases} X_c(t) = X_{c0} + V_c t; \\ Z_c(t) = Z_{c0}. \end{cases} \quad (2)$$

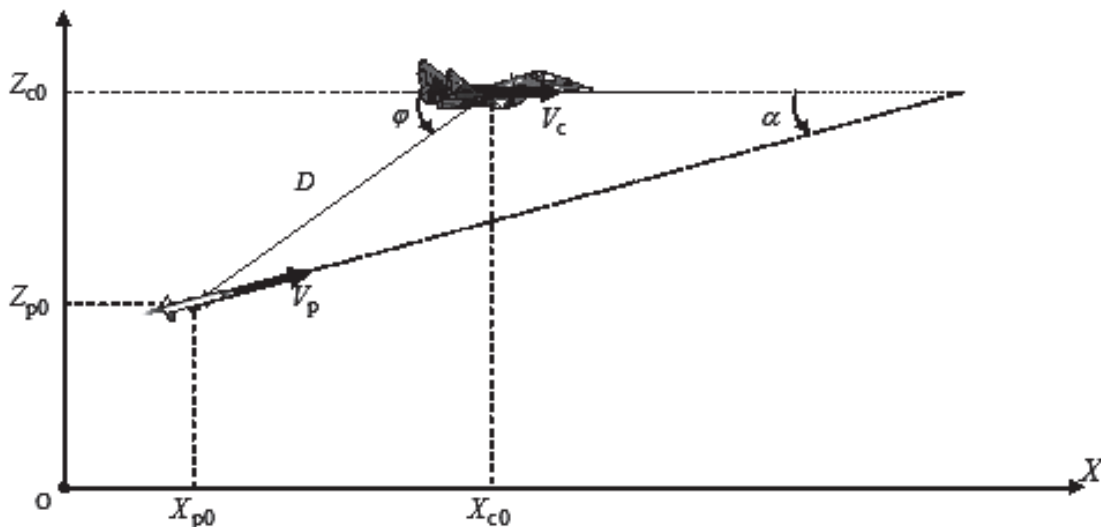


Рис. 1. Схема относительного движения ракеты и ЛА

Система уравнений движения ракеты имеет вид:

$$\begin{cases} X_p(t) = X_{p0} + V_p \cos(\alpha)t; \\ Z_p(t) = Z_{p0} + V_p \sin(\alpha)t. \end{cases} \quad (3)$$

В момент встречи ракеты с самолетом их координаты будут равны, поэтому с учетом систем уравнений (2) и (3) можем записать:

$$X_{c0} + V_c t = X_{p0} + V_p \cos(\alpha)t; \quad (4)$$

$$Z_{c0} = Z_{p0} + V_p \sin(\alpha)t. \quad (5)$$

Выражая из уравнений (4) и (5) параметр t , найдем время встречи ракеты с ЛА в зависимости от координат по вертикальной и горизонтальной осям. Приравнявая полученные выражения, получим

$$\frac{Z_{c0} - Z_{p0}}{V_p \sin(\alpha)} = \frac{X_{c0} - X_{p0}}{V_p \cos(\alpha) - V_c}. \quad (6)$$

Решая уравнение (6), определим текущий угол атаки ракеты:

$$\alpha = 2 \arctg \left\{ \left[\left(V_p^2 ((X_{c0} - X_{p0})^2 + (Z_{c0} - Z_{p0})^2) - V_c^2 (Z_{c0} - Z_{p0})^2 \right)^{1/2} - V_p (X_{c0} - X_{p0}) \right] \times \left((Z_{c0} - Z_{p0})(V_c + V_p) \right)^{-1} \right\}. \quad (7)$$

С учетом (1) выражение (7) примет вид:

$$\alpha = 2 \arctg \left[\frac{\sqrt{V_p^2 - V_c^2 \sin^2(\varphi)} - V_p \cos(\varphi)}{(V_c + V_p) \sin(\varphi)} \right]. \quad (8)$$

Из выражения (2) видно, что угол атаки ракеты не зависит от текущей дальности «ракета—ЛА» при измерениях, что подтверждается физической сущностью метода пропорционального наведения.

Получим выражения для оценки ошибок определения текущего угла атаки ракеты α . На основе положений теории ошибок измерений [2] введем в рассмотрение погрешности определения скоростей самолета ΔV_c и ракеты ΔV_p , а также угла визирования ракеты в вертикальной плоскости $\Delta\phi$. Полагая значения этих погрешностей малыми, разложим выражение (8), записанное в приращениях, в ряд Тейлора и, исключив из рассмотрения члены разложения 2-го и более порядков, получим выражение для погрешности определения текущего угла атаки ракеты:

$$\Delta\alpha = \left| \frac{\partial\alpha}{\partial V_c} \quad \frac{\partial\alpha}{\partial V_p} \quad \frac{\partial\alpha}{\partial\phi} \right| \cdot \begin{vmatrix} \Delta V_c \\ \Delta V_p \\ \Delta\phi \end{vmatrix} \quad (9)$$

После умножения векторов в правой части выражения (9), возведения правой и левой частей уравнения в квадрат, их дальнейшего усреднения получим выражение для дисперсии ошибок определения угла атаки по результатам текущих траекторных измерений:

$$\sigma_\alpha^2 = \left(\frac{\partial\alpha}{\partial V_c} \right)^2 \sigma_{V_c}^2 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial V_p} \right)^2 \sigma_{V_p}^2 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial\phi} \right)^2 \sigma_\phi^2, \quad (10)$$

где $\sigma_{V_c}^2, \sigma_{V_p}^2$ — дисперсии ошибок определения скорости самолета и управляемой ракеты; σ_ϕ^2 — дисперсия ошибок определения угла визирования ракеты в вертикальной плоскости (пеленга).

Вычисляя частные производные функции (8), получим в явном виде выражения для трех множителей формулы (10):

$$\left(\frac{\partial\alpha}{\partial V_c} \right)^2 = \frac{\sin^2(\phi)}{V_c^2(\cos^2(\phi) - 1) + V_p^2};$$

$$\left(\frac{\partial\alpha}{\partial V_p} \right)^2 = \frac{V_c^2 \sin^2(\phi)}{V_p^2(V_c^2(\cos^2(\phi) - 1) + V_p^2)}; \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\phi} \right)^2 = \frac{2V_p^2(V_c + V_p)^2(\sqrt{2}a - 2V_p \cos\phi)^2}{a^2(2V_p^2 + V_c V_p - \sqrt{2}a V_p \cos\phi - V_c V_p \cos 2\phi)^2},$$

где $a = \sqrt{2V_p^2 - V_c^2 + V_c^2 \cos 2\phi}$.

Подставляя выражения (11) в (10), найдем ошибки определения угла атаки УР в зависимости от ошибок определения текущих скоростей самолета и ракеты, а также пеленга ракеты в вертикальной плоскости.

На рис. 2 представлены зависимости среднеквадратического отклонения (СКО) ошибок определения угла атаки УР σ_α от СКО ошибок определения угла пеленга в вертикальной плоскости σ_ϕ , рассчитанные для различных значений углов пеленга ϕ при следующих исходных данных: $V_c = 250$ м/с; $V_p = 600$ м/с; $\sigma_{V_c} = 15$ м/с; $\sigma_{V_p} = 30$ м/с.

Анализ зависимостей рис. 2 показывает, что при увеличении угла пеленга УР ошибки определения текущего угла атаки возрастают. При снижении точности пеленгации оптико-локационной станции СКО ошибок определения текущего угла атаки при различных пеленгах различаются незначительно. При высокой точности пеленгации оптико-локационной станции увеличение угла пеленга УР в два-четыре раза приводит к возрастанию СКО ошибок определения текущего угла атаки в два-три раза и более. Проведенные расчеты показывают, что реализация предлагаемого способа поражения УР с помощью активных элементов защиты (АЭЗ) возможна при углах визирования, не превышающих 5—7° в диапазоне дальностей «ракета—ЛА» 5—10 км. Поэтому следует ожидать, что для обеспечения СКО ошибок определения текущего угла атаки не более 0,5° следует обеспечить точность пеленгования УР не более 0,7—0,8° при заданных СКО ошибок определения скоростей самолета и ракеты (см. исходные данные при проведении расчетов).

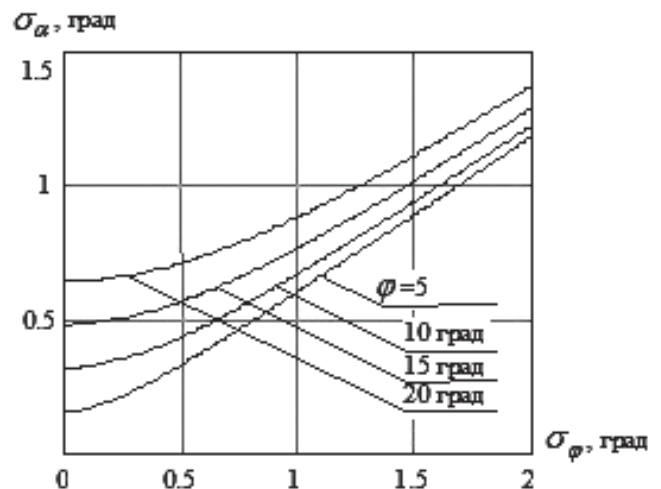


Рис. 2. График зависимости СКО ошибок определения угла атаки ракеты σ_α от СКО ошибок определения угла пеленга ракеты

На рис. 3 показаны зависимости СКО ошибок определения угла атаки УР σ_α от СКО ошибок определения скоростей самолета и ракеты $\sigma_V = \sigma_{V_c} = \sigma_{V_p}$, рассчитанные для различных значений углов пеленга φ при $\sigma_\varphi = 0,5$ град.

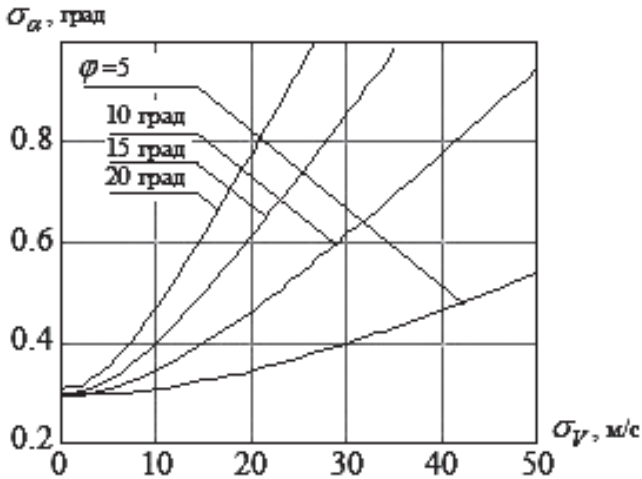


Рис. 3. График зависимости СКО ошибок определения угла атаки ракеты σ_α от СКО ошибок определения скоростей самолета и ракеты

Видно, что увеличение СКО ошибок определения скоростей самолета и ракеты тем существенней влияет на увеличение СКО ошибок определения угла атаки ракеты, чем больше угол пеленга УР в вертикальной плоскости. При малых углах пеленга (до 10°) СКО ошибок определения угла атаки ракеты не превысит $0,5-0,6$ град в случае обеспечения СКО ошибок определения скоростей самолета и ракеты не более $25-30$ м/с.

Скорость самолета определяется с помощью средств из состава систем авиационного и радиоэлектронного оборудования. Скорость же ракеты может определяться только по результатам измерений координат траектории в различные моменты времени. Поэтому необходимо оценить ошибки определения скорости ракеты по результатам текущих траекторных измерений.

Оценка погрешностей определения скорости управляемой ракеты

Как и прежде, считаем, что самолет выполняет горизонтальный полет с постоянной скоростью V_c . Траектория УР, обработавшей начальный промах, также прямолинейна и лежит под углом атаки α к траектории самолета, который определяется выражением (8). Поскольку ракета наводится по методу пропорциональной навигации и скорости ракеты и цели постоянны, угол визирования ракеты φ (угол пеленга) в процессе наведения не изменяется (рис. 4).

Координаты ракеты в начальный момент времени t_1 определяются выражениями (1). В момент времени t_2 координаты ракеты равны:

$$\begin{aligned} X_{p1} &= X_{c0} + V_c \Delta t - D_1 \cos(\varphi); \\ Z_{p1} &= Z_{c0} - D_1 \sin(\varphi), \end{aligned} \tag{12}$$

где $\Delta t = t_2 - t_1$.

Определим дальность $D_1 = D - \Delta D$. По теореме синусов для треугольника, образованного вектором скорости ракеты, со сторонами ΔD и $V_c + \Delta t$, получаем:

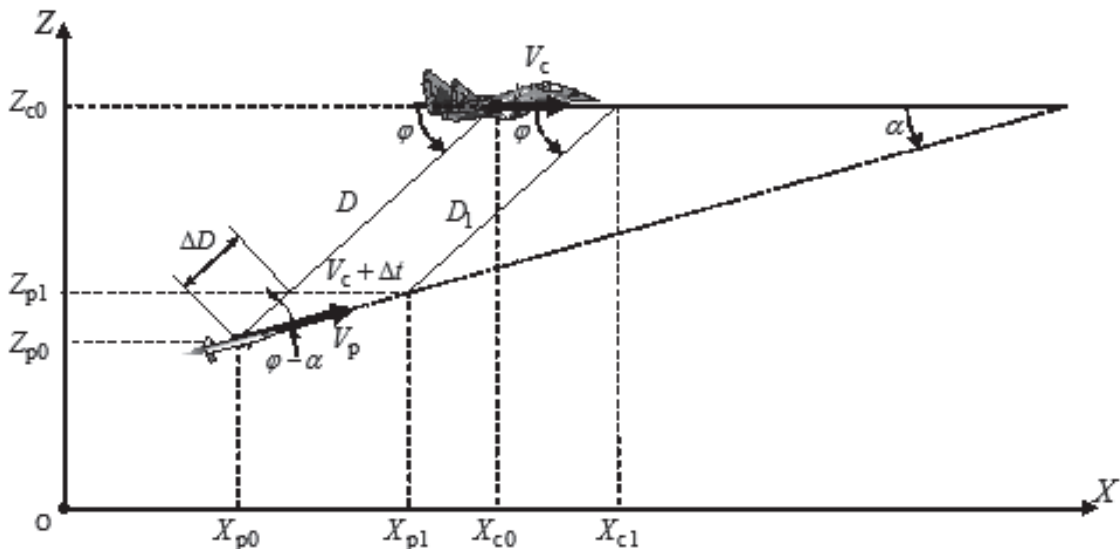


Рис. 4. Схема метода пропорциональной навигации при наведении УР

$$\frac{\Delta D}{\sin(\alpha)} = \frac{V_c \Delta t}{\sin(\varphi - \alpha)}, \quad (13)$$

откуда

$$\Delta D = \frac{V_c \Delta t \sin(\alpha)}{\sin(\varphi - \alpha)}. \quad (14)$$

Скорость ракеты по результатам определения координат траектории в моменты времени t_1 и t_2 определяется выражением

$$V_p = \frac{\sqrt{(X_{p1} - X_{p0})^2 + (Y_{p1} - Y_{p0})^2}}{\Delta t}. \quad (15)$$

Подставляя в (15) значения координат ракеты, определяемые выражениями (1) и (12), с учетом (14) получаем:

$$V_p = \left\{ (X_{c0} + V_c \Delta t - (D + \frac{V_c \Delta t \sin(\alpha)}{\sin(\varphi - \alpha)}) \cos(\varphi) - X_{c0} + D \cos(\varphi))^2 + \dots + (Y_{c0} - (D + \frac{V_c \Delta t \sin(\alpha)}{\sin(\varphi - \alpha)}) \times \sin(\varphi) - Y_{c0} + D \sin(\varphi))^2 \right\}^{1/2} / \Delta t. \quad (16)$$

После упрощения выражение (16) примет вид:

$$V_p = \frac{V_c \sin(\varphi)}{\sin(\varphi - \alpha)}. \quad (17)$$

Используя положения теории ошибок измерений [2], определим СКО ошибок измерения скорости полета ракеты. Введем в рассмотрение погрешности определения скорости самолета ΔV_c , угла пеленга ракеты $\Delta \varphi$ и угла атаки ракеты $\Delta \alpha$. Запишем выражение (17) в приращениях и, полагая значения этих погрешностей малыми, разложим его в ряд Тейлора. Исключив из рассмотрения члены разложения 2-го и более порядков, получим выражение для ошибок определения скорости ракеты:

$$\Delta V_p = \left| \frac{\partial V_p}{\partial V_c} \quad \frac{\partial V_p}{\partial \varphi} \quad \frac{\partial V_p}{\partial \alpha} \right| \cdot \begin{pmatrix} \Delta V_c \\ \Delta \varphi \\ \Delta \alpha \end{pmatrix}. \quad (18)$$

После умножения векторов в правой части выражения (18), возведения правой и левой частей уравнения в квадрат, их дальнейшего усреднения получим выражение для дисперсии ошибок определения скорости ракеты по результатам траекторных измерений:

$$\sigma_{V_p}^2 = \left(\frac{\partial V_p}{\partial V_c} \right)^2 \sigma_{V_c}^2 + \left(\frac{\partial V_p}{\partial \varphi} \right)^2 \sigma_{\varphi}^2 + \left(\frac{\partial V_p}{\partial \alpha} \right)^2 \sigma_{\alpha}^2, \quad (19)$$

где $\sigma_{V_c}^2$ — дисперсия ошибок определения скорости самолета; σ_{φ}^2 — дисперсия ошибок определения угла визирования ракеты в вертикальной плоскости (пеленга); σ_{α}^2 — дисперсия ошибок определения угла атаки ракеты.

Вычислив частные производные функции (17) и подставив их в выражение (19), найдем СКО ошибок определения скорости ракеты:

$$\sigma_{V_p} = \left\{ \left(\frac{\sin(\varphi)}{\sin(\varphi - \alpha)} \right)^2 \sigma_{V_c}^2 + \left(\frac{V_c \sin(\alpha)}{\sin^2(\varphi - \alpha)} \right)^2 \sigma_{\varphi}^2 + \left(\frac{V_c \cos(\varphi - \alpha) \sin(\varphi)}{\sin^2(\varphi - \alpha)} \right)^2 \sigma_{\alpha}^2 \right\}^{1/2}. \quad (20)$$

На рис. 5 представлены зависимости СКО ошибок определения скорости ракеты σ_{V_p} по результатам траекторных измерений от СКО ошибок определения пеленга УР σ_{φ} , рассчитанные для различных значений СКО ошибок определения скорости самолета σ_{V_c} . Зависимости, показанные сплошными линиями, рассчитаны для $\sigma_{\alpha} = 0,05^\circ$, пунктиром — для $\sigma_{\alpha} = 0,4^\circ$. Исходные данные при проведении расчетов соответствуют представленным выше ($V_c = 250$ м/с; $\varphi = 5^\circ$; $D = 5000$ м; $\alpha = 2,919^\circ$).

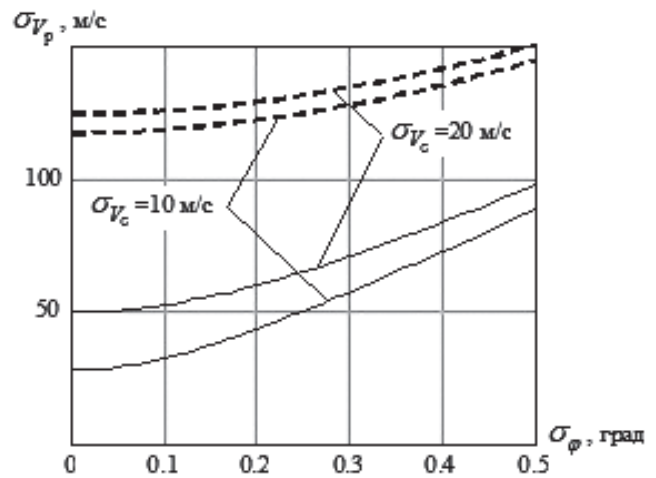


Рис. 5. График зависимости СКО ошибок определения скорости ракеты σ_{V_p} по результатам траекторных измерений от СКО ошибок определения пеленга УР σ_{φ}

Расчеты показывают, что обеспечить СКО ошибок определения скорости ракеты не более 30—50 м/с возможно при условии высокой точности оптико-локационной станции (СКО ошибок пеленгации не более 0,2—0,25°) и бортовой аппаратуры измерения скорости самолета (СКО ошибок определения скорости менее 20 м/с).

Вычисление погрешностей определения координат управляемой ракеты

Как и прежде, считаем, что координаты самолета, который движется со скоростью V_c по горизонтальной прямолинейной траектории, в момент измерения координат ракеты равны (X_{c0}, Z_{c0}) (см. рис. 1).

Координаты ракеты, которая движется со скоростью V_p , в тот же момент времени определяются на основе измерений текущей дальности до ракеты D и угла визирования ракеты в вертикальной плоскости ϕ согласно (1).

Используя положения теории ошибок измерений [2], определим СКО ошибок измерения координат полета ракеты. Введем в рассмотрение погрешности определения координат ЛА $\Delta X_c, \Delta Y_c$, дальности до управляемой ракеты ΔD и угла визирования ракеты в вертикальной плоскости $\Delta \phi$, осуществляя разложение выражений в приращениях в ряд Тейлора и исключив из рассмотрения члены разложения 2-го и более порядков, получим выражение для ошибок определения координат ракеты:

$$\begin{aligned} \Delta X_p &= \left| \frac{\partial X_p}{\partial X_c} \quad \frac{\partial X_p}{\partial D} \quad \frac{\partial X_p}{\partial \phi} \right| \cdot \begin{vmatrix} \Delta X_c \\ \Delta D \\ \Delta \phi \end{vmatrix}; \\ \Delta Z_p &= \left| \frac{\partial Z_p}{\partial X_c} \quad \frac{\partial Z_p}{\partial D} \quad \frac{\partial Z_p}{\partial \phi} \right| \cdot \begin{vmatrix} \Delta X_c \\ \Delta D \\ \Delta \phi \end{vmatrix}. \end{aligned} \tag{21}$$

После умножения векторов в правой части выражения (21), возведения правой и левой частей уравнения в квадрат, их дальнейшего усреднения получим выражение для дисперсии ошибок определения координат ракеты по результатам траекторных измерений:

$$\begin{aligned} \sigma_{X_p}^2 &= \left(\frac{\partial X_p}{\partial X_c} \right)^2 \sigma_{X_c}^2 + \left(\frac{\partial X_p}{\partial D} \right)^2 \sigma_D^2 + \left(\frac{\partial X_p}{\partial \phi} \right)^2 \sigma_\phi^2; \\ \sigma_{Z_p}^2 &= \left(\frac{\partial Z_p}{\partial X_c} \right)^2 \sigma_{X_c}^2 + \left(\frac{\partial Z_p}{\partial D} \right)^2 \sigma_D^2 + \left(\frac{\partial Z_p}{\partial \phi} \right)^2 \sigma_\phi^2, \end{aligned} \tag{22}$$

где $\sigma_{X_c}^2, \sigma_{Z_c}^2$ — дисперсии ошибок определения координат самолета; σ_ϕ^2 — дисперсия ошибок определения угла визирования ракеты в вертикальной плоскости (пеленга); σ_D^2 — дисперсия ошибок определения дальности до ракеты.

Вычислив частные производные функции (21) и подставив их в выражение (22), найдем СКО ошибок определения координат ракеты:

$$\begin{aligned} \sigma_{X_p} &= \sqrt{\sigma_{X_c}^2 + (\cos\phi\sigma_D)^2 + (\sin\phi\sigma_\phi)^2}; \\ \sigma_{Z_p} &= \sqrt{\sigma_{Z_c}^2 + (\sin\phi\sigma_D)^2 + (\cos\phi\sigma_\phi)^2}. \end{aligned} \tag{23}$$

Очевидно, что суммарное СКО будет определяться СКО ошибок определения координат ракеты в соответствии с выражением

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_{X_p}^2 + \sigma_{Z_p}^2}. \tag{24}$$

На рис. 6 представлены зависимости СКО ошибок определения координат ракеты σ_p по результатам траекторных измерений от СКО ошибок определения координат ЛА σ_{XZ_c} , рассчитанные для различных значений СКО ошибок определения углов пеленга ракеты σ_ϕ . Зависимости, показанные сплошными линиями, рассчитаны для $\sigma_\phi = 0,05^\circ$, пунктиром — для $\sigma_\phi = 0,1^\circ$. Исходные данные при проведении расчетов соответствуют представленным выше ($V_c = 250$ м/с; $\phi = 5^\circ$; $D = 5000$ м; $\alpha = 2,919^\circ$).

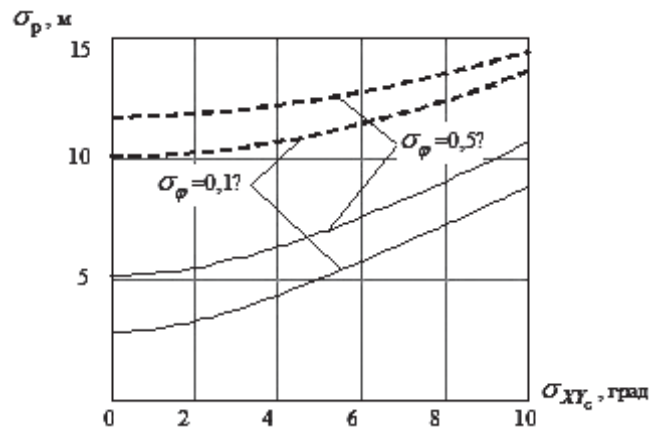


Рис. 6. График зависимости СКО ошибок определения координат ракеты σ_p от СКО ошибок определения координат ЛА σ_{XZ_c}

Расчеты показывают, что обеспечить СКО ошибок определения координат ракеты не более 5–10 м возможно при условии высокой точности определения координат ЛА (СКО ошибок определения координат ЛА не более 5 м) и оптико-локационной станции (СКО ошибок пеленгации не более $0,1^\circ$).

Расчет СКО координат точки подрыва активного элемента защиты

Задачу расчета СКО координат точки подрыва активного элемента защиты поставим следующим образом. Пусть ракета находится в точке с координатами (X_{p0}, Z_{p0}) и наводится на самолет, летящий горизонтально на высоте Z_{c0} со скоростью V_c , методом пропорциональной навигации со скоростью V_p под углом атаки α , определяемым выражением (8), рис. 7.

Закон изменения координат ракеты известен:

$$x_p(t) = X_{p0} + V_p \cos(\alpha)t; \quad z_p(t) = Z_{p0} + V_p \sin(\alpha)t. \quad (25)$$

Отстрел активного элемента защиты осуществляется в точке с координатами $(X_{60}, Z_{60} = Z_{c0})$ вертикально вверх со скоростью V_6 таким образом, чтобы поразить УР на траектории в точке с координатами $(X_{п}, Z_{п})$. Горизонтальная скорость активного элемента защиты постоянна и пропорциональна скорости самолета с заданным коэффициентом k . Уравнения движения активного элемента защиты имеют вид:

$$x_6(t) = X_{60} + kV_c t; \quad z_6(t) = Z_{c0} + V_6 t - \frac{gt^2}{2}. \quad (26)$$

Требуется найти СКО координат подрыва активного элемента защиты на траектории УР с учетом СКО ошибок определения координат точки отстрела активного элемента защиты, координат траектории и скорости ракеты, а также СКО скорости активного элемента защиты.

Определим координату отстрела активного элемента защиты по оси X . Для этого найдем время встречи боеприпаса и ракеты t_x . Решая уравнение

$$X_{p0} + V_p \cos(\alpha)t = X_{60} + kV_c t,$$

получаем

$$t_x = \frac{X_{60} - X_{p0}}{V_p \cos(\alpha) - kV_c}. \quad (27)$$

Аналогично, решая уравнение

$$Z_{p0} + V_p \sin(\alpha)t = Z_{c0} + V_6 t - \frac{gt^2}{2},$$

найдем время встречи боеприпаса и ракеты по оси Z :

$$t_z = \frac{V_6 - V_p \sin \alpha + \sqrt{(V_p \sin \alpha - V_6)^2 - 2g(Z_{p0} - Z_{c0})}}{g}. \quad (28)$$

Очевидно, что для поражения УР на траектории необходимо выполнить условие равенства выражений (27) и (28). Поэтому, приравнявая (27) и (28) и решая полученное уравнение относительно X_{60} , определим координату отстрела активного элемента защиты по оси X :

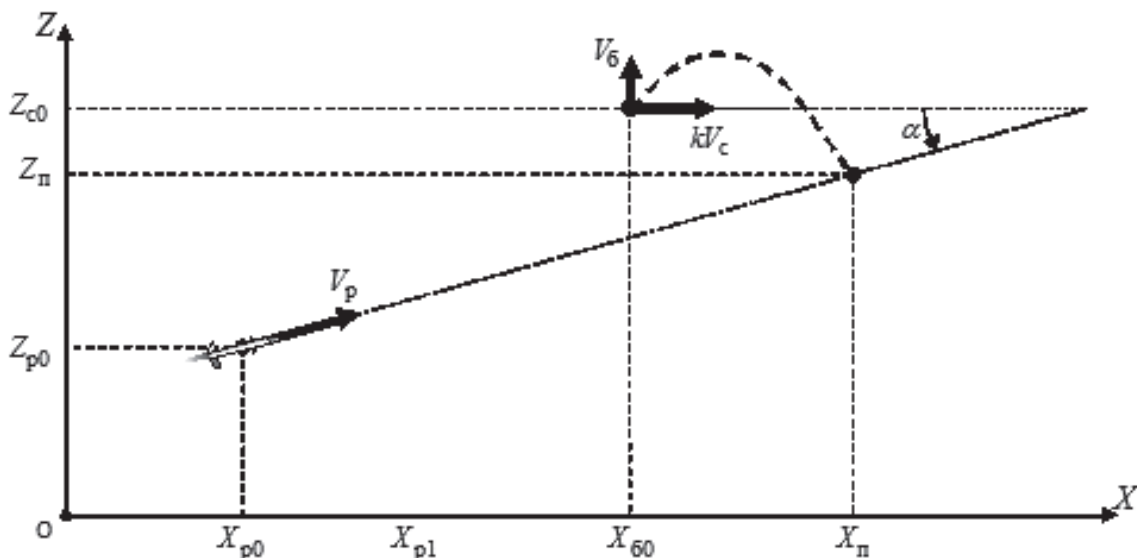


Рис. 7. Схема применения активного элемента защиты

$$X_{60} = X_{p0} + (V_p \cos \alpha - kV_c) \times \frac{V_6 - V_p \sin \alpha + \sqrt{(V_p \sin \alpha - V_6)^2 - 2g(Z_{p0} - Z_{c0})}}{g}. \quad (29)$$

Подставив в выражение (29) координаты ракеты, определяемые (1), получаем

$$X_{60} = X_{c0} - D \cos(\varphi) + (V_p \cos(\alpha) - kV_c) \times \frac{V_6 - V_p \sin(\alpha) + \sqrt{(V_p \sin(\alpha) - V_6)^2 + 2gD \sin(\varphi)}}{g}. \quad (30)$$

Последовательно подставляя (30) в (27), а (27) в (25) и учитывая (1), получим выражение для определения координаты точки подрыва активного элемента защиты по оси X :

$$X_{\Pi} = X_{c0} - D \cos(\varphi) + V_p \cos(\alpha) \times \frac{V_6 - V_p \sin(\alpha) + \sqrt{(V_p \sin(\alpha) - V_6)^2 + 2gD \sin(\varphi)}}{g}. \quad (31)$$

На основе положений, приведенных в [2], введем в рассмотрение погрешности определения координат самолета ΔX_c , дальности ΔD , угла пеленга ракеты $\Delta \varphi$, угла атаки ракеты $\Delta \alpha$, скоростей ракеты ΔV_p и активного элемента защиты ΔV_6 . Полагая значения этих погрешностей малыми, разложим выражение (26), записанное в приращениях, в ряд Тейлора и, исключив из рассмотрения члены разложения 2-го и более порядков, получим выражение для погрешности определения координаты точки подрыва активного элемента защиты по оси X :

$$\Delta X_{\Pi} = \begin{vmatrix} \frac{\partial X_{\Pi}}{\partial X_c} & \frac{\partial X_{\Pi}}{\partial D} & \frac{\partial X_{\Pi}}{\partial \varphi} & \frac{\partial X_{\Pi}}{\partial \alpha} & \frac{\partial X_{\Pi}}{\partial V_p} & \frac{\partial X_{\Pi}}{\partial V_6} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \Delta X_c \\ \Delta D \\ \Delta \varphi \\ \Delta \alpha \\ \Delta V_p \\ \Delta V_6 \end{vmatrix}. \quad (32)$$

После умножения векторов в правой части выражения (32), возведения правой и левой частей уравнения в квадрат, их дальнейшего усреднения, получим выражение для дисперсии ошибок определения координаты точки подрыва активного элемента защиты по оси X :

$$\sigma_{X_{\Pi}}^2 = \left(\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial X_c} \right)^2 \sigma_{X_c}^2 + \left(\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial D} \right)^2 \sigma_D^2 + \left(\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial \varphi} \right)^2 \sigma_{\varphi}^2 + \left(\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial \alpha} \right)^2 \sigma_{\alpha}^2 + \left(\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial V_p} \right)^2 \sigma_{V_p}^2 + \left(\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial V_6} \right)^2 \sigma_{V_6}^2, \quad (33)$$

где $\sigma_{X_c}^2$ — дисперсия ошибок определения координат траектории самолета по оси X ; $\sigma_D^2, \sigma_{\varphi}^2$ — дисперсии ошибок определения дальности до ракеты и пеленга оптико-локационной станцией; σ_{α}^2 — дисперсия ошибок определения угла атаки ракеты; $\sigma_{V_p}^2, \sigma_{V_6}^2$ — дисперсии ошибок определения скорости атакующей ракеты и активного элемента защиты.

Вычисляя частные производные функции (33), получим выражение для расчета СКО ошибок определения координаты точки подрыва активного элемента защиты по оси X :

$$\sigma_{X_{\Pi}} = \left\{ \sigma_{X_c}^2 + \left(\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial D} \right)^2 \sigma_D^2 + \left(\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial \varphi} \right)^2 \sigma_{\varphi}^2 + \left(\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial \alpha} \right)^2 \sigma_{\alpha}^2 + \left(\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial V_p} \right)^2 \sigma_{V_p}^2 + \left(\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial V_6} \right)^2 \sigma_{V_6}^2 \right\}^{1/2}, \quad (34)$$

где

$$\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial D} = \frac{V_p \cos(\alpha) \sin(\varphi)}{K} - \cos(\varphi);$$

$$K = \sqrt{(V_p \sin(\alpha) - V_6)^2 + 2gD \sin(\varphi)};$$

$$\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial \varphi} = D \sin(\varphi) + \frac{DV_p \cos(\alpha) \cos(\varphi)}{K};$$

$$\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial \alpha} = \frac{V_p [\sin(\alpha)K + \cos^2(\alpha)][V_6 + K - V_p \sin(\alpha)]}{gK};$$

$$\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial V_p} = \frac{\cos(\alpha)[K - V_p \sin(\alpha)][V_6 + K - V_p \sin(\alpha)]}{gK};$$

$$\frac{\partial X_{\Pi}}{\partial V_6} = \frac{V_p \cos(\alpha)[V_6 - V_p \sin(\alpha) + K]}{gK}.$$

Для того чтобы получить выражение для расчета СКО ошибок определения координаты точки подрыва активного элемента защиты по оси Z , подставим (27) в (30), а (30) — в выражение (25), описывающее закон изменения координат ракеты по вер-

тикали. В итоге получим выражение для расчета координат точки подрыва активного элемента защиты по оси Z :

$$Z_{\text{п}} = Z_{\text{с0}} - D \sin(\varphi) + V_{\text{п}} \sin(\alpha) \times \frac{V_{\text{с}} - V_{\text{п}} \sin(\alpha) + \sqrt{(V_{\text{п}} \sin(\alpha) - V_{\text{с}})^2 + 2gD \sin(\varphi)}}{g}. \quad (35)$$

Выполняя аналогичные приведенным выше преобразования, основанные на методах теории ошибок измерений [2], найдем СКО ошибок определения координаты точки подрыва активного элемента защиты по оси Z :

$$\sigma_{Z_{\text{п}}} = \left\{ \sigma_{Z_{\text{с}}}^2 + \left(\frac{\partial Z_{\text{п}}}{\partial D} \right)^2 \sigma_D^2 + \left(\frac{\partial Z_{\text{п}}}{\partial \varphi} \right)^2 \sigma_{\varphi}^2 + \left(\frac{\partial Z_{\text{п}}}{\partial \alpha} \right)^2 \sigma_{\alpha}^2 + \left(\frac{\partial Z_{\text{п}}}{\partial V_{\text{п}}} \right)^2 \sigma_{V_{\text{п}}}^2 + \left(\frac{\partial Z_{\text{п}}}{\partial V_{\text{с}}} \right)^2 \sigma_{V_{\text{с}}}^2 \right\}, \quad (36)$$

где $\sigma_{Z_{\text{с}}}^2$ — дисперсия ошибок определения координат траектории самолета по оси Z ;

$$\frac{\partial Z_{\text{п}}}{\partial D} = \frac{V_{\text{п}} \sin(\alpha) \sin(\varphi)}{K} - \sin(\varphi);$$

$$K = \sqrt{(V_{\text{п}} \sin(\alpha) - V_{\text{с}})^2 + 2gD \sin(\varphi)};$$

$$\frac{\partial Z_{\text{п}}}{\partial \varphi} = \frac{DV_{\text{п}} \sin(\alpha) \cos(\varphi)}{K} - D \cos(\varphi);$$

$$\frac{\partial Z_{\text{п}}}{\partial \alpha} = \frac{V_{\text{п}} \cos(\alpha) [K - V_{\text{п}} \sin(\alpha)] [V_{\text{с}} + K - V_{\text{п}} \sin(\alpha)]}{gK};$$

$$\frac{\partial Z_{\text{п}}}{\partial V_{\text{п}}} = \frac{\sin(\alpha) [K - V_{\text{п}} \sin(\alpha)] [V_{\text{с}} + K - V_{\text{п}} \sin(\alpha)]}{gK};$$

$$\frac{\partial Z_{\text{п}}}{\partial V_{\text{с}}} = \frac{V_{\text{п}} \sin(\alpha) [V_{\text{с}} - V_{\text{п}} \sin(\alpha) + K]}{gK}.$$

Таким образом, полученные выражения (34) и (36) позволяют рассчитать СКО координат подрыва активного элемента защиты на траектории УР по горизонтальной и вертикальной осям с учетом ошибок определения координат защищаемого самолета навигационной системой, погрешностей определения полярных координат ракеты оптико-локационной системой, ошибок определения угла атаки и скорости ракеты, а также СКО скорости отстрела активного элемента защиты.

Проведем сравнительную оценку влияния перечисленных ошибок на СКО координат подрыва

активного элемента защиты в горизонтальной $\sigma_{X_{\text{п}}}$ и вертикальной $\sigma_{Z_{\text{п}}}$ плоскостях. На рис. 8 показаны зависимости $\sigma_{X_{\text{п}}}$ (сплошные линии) и $\sigma_{Z_{\text{п}}}$ (пунктир) от СКО ошибок определения координат самолета $\sigma_{XZ} = \sigma_{X_{\text{с}}} = \sigma_{Z_{\text{с}}}$, рассчитанные для различных значений СКО ошибок определения угла пеленга и угла атаки ракеты: 1 — $\sigma_{\varphi} = \sigma_{\alpha} = 0,01^\circ$; 2 — $\sigma_{\varphi} = \sigma_{\alpha} = 0,05^\circ$; 3 — $\sigma_{\varphi} = \sigma_{\alpha} = 0,1^\circ$. При расчетах полагалось, что $\varphi = 8^\circ$; $\alpha = 5^\circ$; $D = 3000$ м; $\sigma_D = \sigma_{V_{\text{п}}} = \sigma_{V_{\text{с}}} = 0$.

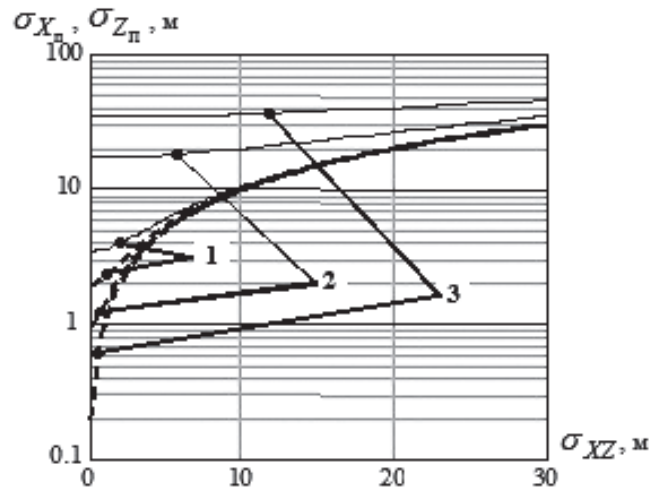


Рис. 8. График зависимости $\sigma_{X_{\text{п}}}$ (сплошные линии) и $\sigma_{Z_{\text{п}}}$ (пунктир) от СКО ошибок определения координат самолета

Из графика видно, что наибольшее влияние ошибки определения координат самолета оказывают на СКО координат подрыва активного элемента защиты в горизонтальной плоскости. При СКО ошибок определения угла пеленга и угла атаки ракеты от $0,05$ до $0,1^\circ$ СКО координат подрыва по оси X составляют 20 — 35 м и 25 — 45 м соответственно при увеличении СКО ошибок определения координат самолета до 30 м. СКО координат подрыва по оси Z изменяются линейно с возрастанием σ_{XZ} и могут составлять единицы метров.

На рис. 9 показаны зависимости $\sigma_{X_{\text{п}}}$ (сплошные линии) и $\sigma_{Z_{\text{п}}}$ (пунктир) от СКО ошибок определения угла пеленга и угла атаки ракеты $\sigma_{\varphi} = \sigma_{\alpha} = \sigma_{\varphi\alpha}$, рассчитанные при $\sigma_{XZ} = 1$ м для различных значений СКО определения скорости ракеты и боеприпаса активной защиты: 1 — $\sigma_{V_{\text{п}}} = 10$ м/с, $\sigma_{V_{\text{с}}} = 1$ м/с, $\sigma_D = 1$ м; 2 — $\sigma_{V_{\text{п}}} = 20$ м/с, $\sigma_{V_{\text{с}}} = 2$ м/с, $\sigma_D = 5$ м; 3 — $\sigma_{V_{\text{п}}} = 30$ м/с, $\sigma_{V_{\text{с}}} = 3$ м/с, $\sigma_D = 10$ м.

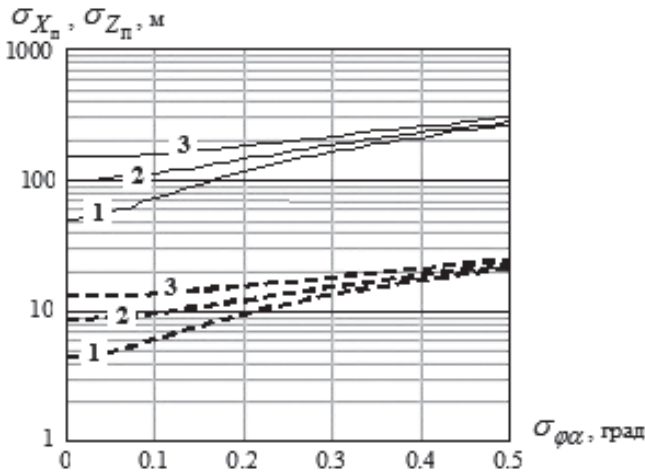


Рис. 9. График зависимости $\sigma_{Xп}$ (сплошные линии) и $\sigma_{Zп}$ (пунктир) от СКО ошибок определения угла пеленга и угла атаки ракеты

Видно, что СКО координат подрыва активного элемента защиты в горизонтальной плоскости существенно зависят от СКО ошибок определения угла пеленга и угла атаки ракеты и могут составлять сотни метров, что существенно снижает возможности поражения ракеты на траектории активного элемента защиты. СКО координат подрыва активного элемента защиты в вертикальной плоскости не превышают 10 м при $\sigma_{\phi\alpha} = 0,1 \dots 0,2^\circ$; $\sigma_{V_p} = 10 \dots 20$ м; $\sigma_{V_6} = 1 \dots 2$ м, $\sigma_D = 1 \dots 5$ м.

Таким образом, наиболее существенно ошибки определения траекторных параметров самолета и ракеты влияют на СКО координат подрыва активного элемента защиты по оси X, что объясняется высокими значениями скоростей самолета и ракеты по горизонтальной оси и малыми углами пеленга и атаки ракеты. Для того чтобы СКО координат подрыва активного элемента защиты по горизонтальной и вертикальной осям не превышало 5...10 м, необходимо обеспечить высокоточное определение траекторных и скоростных параметров самолета, УР и активного элемента защиты.

Оценка эффективности при реализации способа поражения управляемой ракеты активного элемента защиты

Считаем, что ошибки подрыва активного элемента защиты относительно УР распределены по нормальному закону. Тогда закон распределения координат точек подрыва активного элемента защиты представляет собой эллипс рассеивания с большой и малой осями $\sigma_{Xп}$ и $\sigma_{Zп}$, определяемыми выражениями (34) и (36) соответственно. Вероятность поражения ракеты одним активным элемен-

том защиты определяется как вероятность попадания координат точки подрыва в круговой эллипс рассеивания с помощью выражения [1]

$$P_{\text{поп}} = 1 - e^{-\frac{R_{п}^2}{2\sigma_{Xп}\sigma_{Zп}}}, \tag{37}$$

где $R_{п}$ — радиус поражения боеприпаса активной защиты.

Тогда вероятность непоражения самолета при отстреле N активных элементов защиты будет определяться условием поражения ракеты хотя бы одним активным элементом защиты и вычисляется по формуле

$$P_{\text{нп}} = 1 - e^{-\frac{NR_{п}^2}{2\sigma_{Xп}\sigma_{Zп}}}. \tag{38}$$

На рис. 10 представлены зависимости вероятности непоражения самолета (в виде линий уровней) от СКО ошибок определения координат самолета $\sigma_{XZ} = \sigma_{X_c} = \sigma_{Z_c}$ и СКО ошибок определения углов пеленга и атаки ракеты $\sigma_{\phi} = \sigma_{\alpha} = \sigma_{\phi\alpha}$, рассчитанные для двух значений числа активных элементов защиты ($a — N = 10$; $b — N = 20$) при условии повышения точности определения скорости ракеты и скорости активного элемента защиты в два раза: $\sigma_{V_p} = 10$ м/с; $\sigma_{V_6} = 0,5$ м/с; и радиусе поражения ракеты осколками $R_{п} = 5$ м.

Анализ полученных зависимостей показывает, что в случае отстрела 10 активных элементов защиты вероятность непоражения самолета может составить 0,3—0,5 при $\sigma_{XZ} = 5 \dots 10$ м, $\sigma_{\phi\alpha} = 0,01 \dots 0,05^\circ$. При отстреле 20-активного элемента защиты вероятность непоражения самолета может достигать 0,5—0,7.

Оценим требуемое количество активных элементов защиты для обеспечения заданной вероятности непоражения самолета.

Одним из возможных направлений повышения эффективности защиты самолета является увеличение радиуса поражения активного элемента защиты, отстреливаемого на траекторию наведения ракеты. На рис. 11 показаны зависимости вероятности непоражения самолета управляемой ракетой $P_{\text{нп}}$ от радиуса поражения активного элемента защиты $R_{п}$, рассчитанные для различных значений СКО определения скорости ракеты σ_{V_p} при $\sigma_{XZ} = 10$ м; $\sigma_{\phi\alpha} = 0,05^\circ$; $\sigma_D = 10$ м; $\sigma_{V_6} = 0,5$ м/с; $N = 16$.

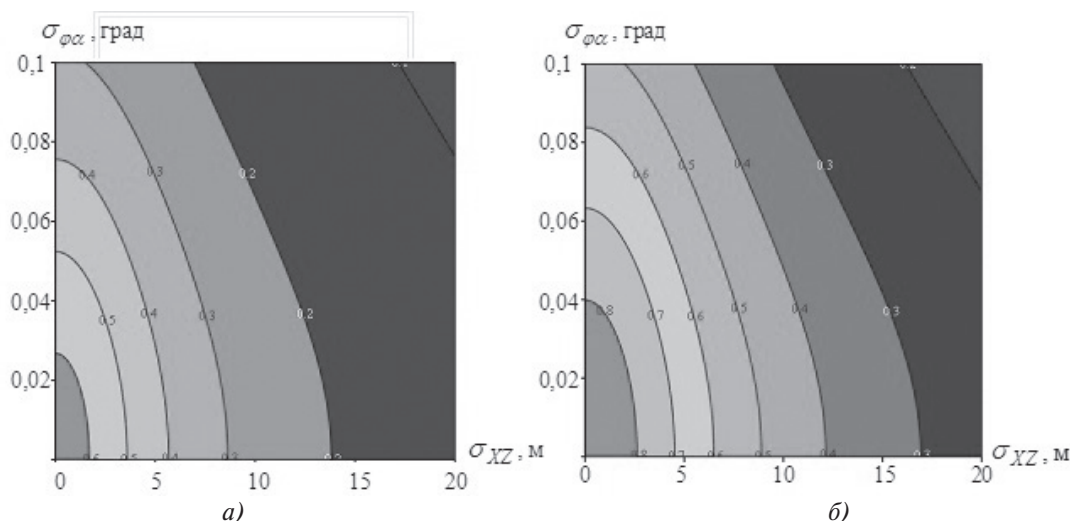


Рис. 10. Зависимости вероятности непоражения самолета (в виде линий уровней) от СКО ошибок определения координат самолета: а — $N=10$; б — $N=20$

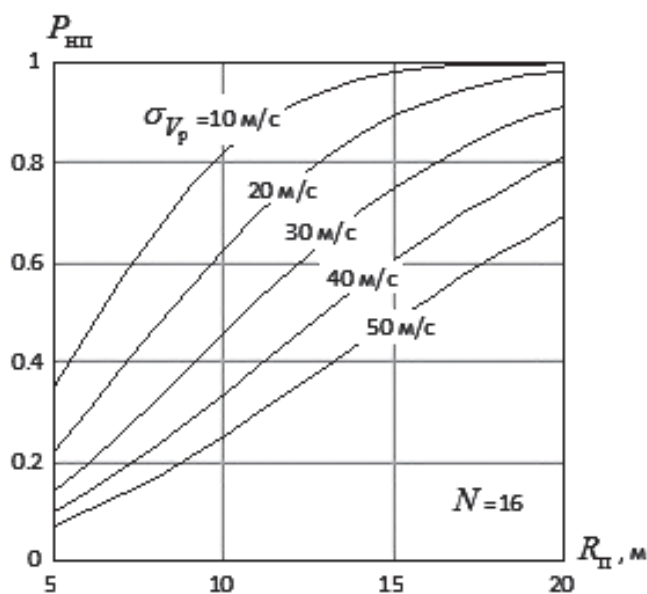


Рис. 11. График зависимости вероятности непоражения самолета управляемой ракетой $P_{нп}$ от радиуса поражения активного элемента защиты $R_{п}$

Расчеты показывают, что при отстреле полного боекомплекта устройства выброса УВ-50 (20 шт.) может быть обеспечена вероятность непоражения самолета 0,7 и более, если СКО определения скорости ракеты будет не более 10 м/с и радиус поражения одного активного элемента защиты составляет не менее 8 м. При увеличении ошибок определения скорости ракеты в три раза, до 30 м/с, для обеспечения таких же значений вероятности непоражения требуется увеличивать радиус поражения активного элемента защиты почти в два раза, до 14 м.

Выводы

Разработана методика оценки вероятности непоражения самолета управляемой ракетой при ре-

ализации отстрела активного элемента защиты на траекторию УР с последующим его подрывом. Процедура оценки вероятности непоражения основана на расчете вероятности попадания координат подрыва активного элемента защиты в эллипс рассеивания со сторонами главных осей, равными СКО координат подрыва активного элемента защиты относительно истинного положения ракеты. Выражения для расчета СКО координат подрыва активного элемента защиты получены с использованием методов теории ошибок измерений в предположении о прямолинейном и равномерном движении самолета и ракеты, после отработки начального промаха, с учетом ошибок измерений координат самолета, ракеты, скоростей полета самолета и ракеты, ошибок определения текущего угла атаки ракеты. Показано, что ошибки определения угла атаки ракеты зависят от ошибок определения текущих скоростей самолета и ракеты, а также пеленга ракеты в вертикальной плоскости, измеряемого оптико-локационной станцией или специализированной бортовой РЛС из состава комплекса защиты летательного аппарата.

Библиографический список

1. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей: Учебник для студентов вузов. — М.: Издательский центр «Академия», 2003. С. 202-203.
2. *Кемниц Ю.В.* Теория ошибок измерений. — М.: Геодезиздат, 1961. — 112 с.
3. *Пашко А.Д.* Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ «Модель поражения управляемой авиационной ракеты» №2016663847, 19.12.2016. Бюлл. № 1-2017, 10.01.2017 — 20.01.2017.
4. *Постников А.Г., Чуйко В.С.* Внешняя баллистика неуправляемых авиационных ракет и снарядов. — М.: Машиностроение, 1985. — 248 с.

5. Должиков В.И., Николаев А.В. Определение аэродинамических характеристик вращающегося летательного аппарата при неуправляемом полёте с помощью систем инженерного анализа // Вестник Московского авиационного института. 2015. Т. 22. № 3. С. 47-53.
6. Николаев А.В., Пашко А.Д. Баллистическое обеспечение метания активных элементов защиты при действии малоразмерных высокоскоростных объектов // Вестник Московского авиационного института. 2016. Т. 23. № 3. С. 96-101.
7. Татаренко Д.С., Шутов П.В., Ефанов В.В., Роговенко О.Н. Способ определения баллистических характеристик неуправляемых объектов // Вестник Московского авиационного института. 2016. Т. 23. № 3. С. 77-83.

GUIDED MISSILE TRAJECTORY AND ACTIVE PROTECTION ELEMENT MOVEMENT DETERMINATION ERRORS DESIGN PROCEDURE

Pashko A.D.* , Dontsov A.A.**

*Air force academy named after professor N.E. Zhukovskii and Yu.A. Gagarin,
54a, Starykh Bol'shevikov str., Voronezh, 394064, Russia*

*e-mail: leha.pashko@yandex.ru

**e-mail: addoncov@mail.ru

Abstract

At present, the onboard aircraft defense structures for protection from "air-to-air" missiles are equipped with the systems of jamming cartridges of various calibers ejection. The existing algorithm of airborne defense systems application consists in practically continuous ejection of a series of jamming cartridges when the aircraft enters the area of the enemy's air defense. However, the existing techniques of jamming cartridges implementation do not ensure the aircraft protection from the missiles equipped with matrix photodetectors. There is a contradiction between the potential onboard defense systems implementation efficacy, and military characteristics of existing onboard defense systems. In this paper, the authors propose a technique for guided missile coordinates determination errors to ensure its neutralization on the flight trajectory.

A methodology for probability estimate of aircraft skipping the hit by a guided missile while realizing the active element ejection to the trajectory of the guide missile with its subsequent detonation was developed. The probability estimate of guided missile missing its target is based on probability calculation of the active element's detonation coordinates center will appear inside the dispersion ellipse with the main axes equal to mean square deviation of the active protection element detonation coordinates from the actual position of the missile. The equations for the active protection element detonation coordinates were obtained using measuring errors theory methods on the assumption of the aircraft and missile rectilinear and steady motion, after the initial miss elaboration, with an allowance for the aircraft and missile coordinates and flight speeds measuring error, as well as current missile's angle of attack determination

errors. The paper shows that the missile's angle of attack determination errors depend on aircraft and missile current speeds determination errors, as well as missile bearing in vertical plane measured by optical radar station or specialized onboard radar station belonged to aircraft protection structure.

Keywords: aircraft, aviation guided missile, element protection element, ballistic trajectory.

References

1. Venttsel' E.S. *Teoriya veroyatnosti* (Probability theory), Moscow, Akademiya, 2003, pp. 202-203.
2. Kemnits Yu.V. *Teoriya oshibok izmerenii* (Theory of measurement errors), Moscow, Geodezizdat, 1961, 112 p.
3. Pashko A.D. *Svidetel'stvo o gosudarstvennoi registratsii programm dlya EVM "Model" porazheniya upravlyaemoi aviatsionnoi rakety* № 2016663847, 19.12.2016 (Certificate of state registration of computer programs "Model of hit by guided missile" no. 2016663847, 19.12.2016).
4. Postnikov A.G., Chuiko V.S. *Vneshnyaya ballistika neupravlyaemykh aviatsionnykh raket i snaryadov* (External ballistics of unguided aviation rockets and missiles), Moscow, Mashinostroenie, 1985. 248 p.
5. Dolzhikov V.I., Nikolaev A.V. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2015, vol. 22, no. 3, pp. 47-53.
6. Nikolaev A.V., Pashko A.D. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2016, vol. 23, no. 3, pp. 96-101.
7. Tatarenko D.S., Shutov P.V., Efanov V.V., Rogovenko O.N. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2016, vol. 23, no. 3, pp. 77-83.