

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

кандидата физико-математических наук Ершова Дмитрия Михайловича  
на диссертационную работу Смерчинской Светланы Олеговны  
на тему «**Непротиворечивое агрегирование предпочтений при принятии решений**»,  
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальностям 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ» и 05.13.01 – «Системный анализ, управление и обработка  
информации (авиационная и ракетно-космическая техника)».

### Актуальность темы диссертационного исследования

Представленная диссертационная работа посвящена разработке математического аппарата для непротиворечивого агрегирования транзитивных отношений предпочтения, а также моделированию и реализации системы поддержки принятия решений (СППР), базирующейся на предложенных алгоритмах.

Актуальность темы исследования не вызывает сомнений. Ответственные решения, принимаемые при разработке и реализации проектов в различных отраслях деятельности человека (проекты производства новой техники; стратегическое планирование развития предприятий и регионов; разработка программ управления рисками; управление IT-проектами) в большинстве случаев принимаются коллегиально с привлечением группы экспертов. Наилучшее решение (упорядочивание решений) должно как можно более полно отражать мнения экспертов, которые, в общем случае, не совпадают между собой.

В процессе массовых опросов, таких как исследование потребительского спроса, также возникает необходимость агрегирования оценок множества лиц. Такие задачи отличаются наличием большого числа экспертов, среди которых могут присутствовать лица с различным уровнем компетентности. В этом случае возникает задача вычисления коэффициентов участия экспертов и их использования при получении результатов исследования.

В случаях же, когда решение принимается единственным субъектом (лицом, принимающим решение, ЛПР), должно быть учтено множество, как правило, противоречивых критериев. Например, удешевление производства летательного аппарата может вести к снижению его надежности, а увеличение надежности – к увеличению веса, при этом, очевидно, необходимо минимизировать первый и третий критерии при максимизации второго.

Работа С.О. Смерчинской посвящена исследованию и решению данных проблем, что определяет важность и актуальность ее темы.

### Содержание работы

Работа С.О. Смерчинской состоит из введения, пяти глав, заключения, списка используемой литературы, включающего 119 наименований. Основное содержание диссертации изложено на 173 страницах и включает 38 иллюстраций.

Во **введении** обосновывается актуальность темы исследования, приводится краткий обзор литературы, ставятся цели и определяются задачи исследования. Здесь также описываются методы исследования, научная новизна, обосновывается достоверность получаемых результатов, указывается теоретическая ценность и практическая значимость

работы, приводятся сведения об апробации результатов исследования. Введение завершается основными выносимыми на защиту результатами исследования и кратким содержанием работы по параграфам.

**Первая глава** диссертационной работы посвящена алгоритмам построения агрегированного отношения предпочтения на основании индивидуальных экспертных предпочтений.

В **параграфе 1.1** вводятся основные обозначения и осуществляется постановка задачи построения непротиворечивого агрегированного отношения предпочтения.

В **параграфе 1.2** рассматриваются способы задания экспертной информации матрицей предпочтений и матрицей смежности графа отношения.

**Параграф 1.3** посвящен разработке метода непротиворечивого агрегирования индивидуальных отношений предпочтения, являющихся строгими порядками. Вначале приводится определение противоречивого отношения, как отношения, граф которого содержит контуры (Определение 1.1); указывается, что отношение строгого порядка является непротиворечивым (Теорема 1.1). Вводится понятие расстояния между двумя отношениями (Определение 1.2) и определение согласованного с профилем экспертных оценок отношения, как отношения, минимизирующего сумму расстояний до индивидуальных отношений предпочтения (Определение 1.3). Затем вводится определение строгого нагруженного мажоритарного графа (Определение 1.4), приводится его пример (Пример 1.1) и предлагается новый алгоритм разрушения контуров (Алгоритм 1.1) с последующим взятием транзитивного замыкания для получения непротиворечивого, согласно определению 1.1, отношения предпочтения. Согласно утверждению 1.1 полученное отношение – строгий порядок. Это отношение предлагается использовать в качестве агрегированного отношения предпочтения, так как, в силу особенностей алгоритма 1.1, оно обеспечивает незначительное отклонение расстояния до индивидуальных предпочтений от минимально возможного. Обосновывается единственность получаемого агрегированного отношения предпочтения (Теорема 1.2). Так как алгоритм 1.1 требует построения всех возможных контуров мажоритарного графа, то приводится методика поиска контуров, основанная на ряде утверждений (Утверждение 1.2, Следствие 1.1, Утверждение 1.3).

Далее в параграфе 1.3 доказываются ряд полезных свойств полученного с использованием предлагаемого метода агрегированного отношения предпочтения: монотонность (Утверждение 1.4), ненавязанность, сохранение отношения Парето.

Затем приводится ряд оригинальных формул для вычисления расстояния от отношения, соответствующего строгому нагруженному мажоритарному графу, до индивидуальных отношений предпочтения (Утверждение 1.5, 1.6, Лемма 1.1). Показывается, что когда все индивидуальные отношения предпочтения являются строгими линейными порядками (ранжированиями), то отношение, соответствующее строгому мажоритарному графу, полностью согласовано с индивидуальными отношениями согласно определению 1.2 (Теорема 1.3). Указывается, что в общем случае поиск агрегированного отношения при помощи минимизации расстояний до индивидуальных отношений предпочтения нецелесообразен, так как результирующее отношение определено неоднозначно. Однако если индивидуальные отношения являются ранжированиями, и число экспертов нечетное, то строгий мажоритарный граф (и только он) дает единственное согласованное с профилем экспертных оценок отношение (Следствие 1.2, 1.3).

В завершении параграфа 1.3 приводится пример использования предложенного метода для построения агрегированного непротиворечивого отношения предпочтения, проводится сравнение с процедурой Борда (Пример 1.2).

В **параграфе 1.4** разрабатываются методы непротиворечивого агрегирования отношений предпочтения, являющихся квазипорядками. Вначале приводятся определения противоречивого контура и противоречивого отношения (Определение 1.5, 1.6); указывается, что отношение строгого квазипорядка является непротиворечивым (Теорема 1.4). Затем вводится определение нестрогого нагруженного мажоритарного графа (Определение 1.7) и предлагается новый алгоритм разрушения противоречивых контуров (Алгоритм 1.2) с последующим взятием рефлексивно-транзитивного замыкания для получения непротиворечивого согласно определению 1.6 агрегированного отношения предпочтения. Обосновывается, что полученное в результате агрегированное отношения предпочтения будет являться квазипорядком и доказывается его единственность (Теорема 1.5). Приводятся утверждения, на основании которых может быть осуществлен поиск противоречивых контуров графа отношения (Утверждение 1.7, Следствие 1.4).

В завершении параграфа 1.4 приводится пример использования предложенного метода для построения агрегированного непротиворечивого отношения предпочтения, проводится сравнение с процедурой Коупленда (Пример 1.3).

**Параграф 1.5** посвящен агрегированию неоднородной экспертной информации (индивидуальные отношения предпочтения являются произвольными транзитивными отношениями). В зависимости от предпочтений ЛПР для получения агрегированного отношения предпочтения предлагается использовать либо метод, предложенный в разделе 1.3, либо метод из раздела 1.4. Приводится пример получения отношения строгого порядка (Пример 1.4), а также отношения квазипорядка (Пример 1.5). Результаты последнего примера сравниваются с результатами процедуры Борда и алгоритма Кемени.

В **параграфе 1.6** рассматривается агрегирование предпочтений, заданных числовыми оценками альтернатив. Предлагаются методики вывода матрицы предпочтений из числовых оценок альтернатив, а также результатов их парных сравнений. Доказывается теорема об отношении, минимально отстоящем от индивидуальных отношений предпочтения, в случае метрики, использующей модули разностей элементов матриц предпочтений (Теорема 1.6). Также доказывается теорема об отношении, минимально отстоящем от индивидуальных отношений предпочтения, в случае метрики, использующей квадраты разностей элементов матриц предпочтений (Теорема 1.7). Приводится пример, в котором агрегированное отношение предпочтения, построенное с использованием теоремы 1.7, сравнивается с отношением, полученным на основе нагруженного мажоритарного графа (Пример 1.6).

Завершает главу **параграф 1.7**, в котором приводятся выводы.

**Вторая глава** диссертационной работы посвящена разработке методики учета согласованности экспертной информации при агрегировании индивидуальных отношений предпочтения.

В **параграфе 2.1** приводится список задач, решаемых во второй главе.

**Параграф 2.2** посвящен вычислению коэффициентов участия экспертов, которые можно использовать при формировании агрегированного отношения предпочтения. Вначале приводится пример оценивания компетентности эксперта на основании удаленности его индивидуального отношения предпочтения от отношений предпочтения

других экспертов (Пример 2.1). Далее разрабатывается метод вычисления коэффициентов участия экспертов, основывающийся на сохранении отношений расстояний между предпочтениями экспертов (Первый метод). Затем приводится метод вычисления коэффициентов участия экспертов, основывающийся на фиксации отрезка их варьирования  $[a; b]$  (Второй метод).

В **параграфе 2.3** приводятся методы построения агрегированного отношения предпочтения с учетом коэффициентов участия экспертов. Согласно алгоритму 2.1 матрица суммарных предпочтений получается, как сумма матриц индивидуальных предпочтений, умноженных на коэффициенты участия экспертов, а далее по данной матрице строится строгий или нестрогий мажоритарный граф. Приводится пример построения агрегированного отношения предпочтения, соответствующего строгому мажоритарному графу, с учетом и без учета коэффициентов участия экспертов (Пример 2.2).

**Параграф 2.4** посвящен исследованию влияния выбора отрезка  $[a; b]$  во втором методе отыскания коэффициентов участия экспертов на вид агрегированного отношения предпочтения. Вначале приводится пример, демонстрирующий, что выбор различных отрезков может существенно повлиять на результирующее отношение предпочтения (Пример 2.3). Выводятся условия, при которых подбор отрезка  $[a; b]$  не влияет на вид нестрогого мажоритарного графа, учитывающего коэффициенты участия экспертов, а также условия, при которых нестрогий мажоритарный граф, построенный без учета коэффициентов участия экспертов, не изменится при их учете (Утверждения 2.1, 2.2, 2.3). Приводится пример, демонстрирующий применение полученных условий (Пример 2.4). Демонстрируется, что нормирование коэффициентов участия при различных отрезках  $[a; b]$  приводит к получению различных коэффициентов. Предлагается в качестве границ отрезка  $[a; b]$  брать максимальное и минимальное расстояние от предпочтения эксперта до индивидуальных предпочтений других экспертов, рассматривается пример применения этого подхода (Пример 2.5). В завершении параграфа доказывается утверждение о том, что нормирование коэффициентов участия не влияет на вид мажоритарного графа (Утверждение 2.4).

Завершает главу **параграф 2.5**, в котором приводятся выводы.

**Третья глава** исследования посвящена применению алгоритмов агрегирования для решения задач многокритериальной оптимизации.

В **параграфе 3.1** осуществляется постановка задачи, приводятся формулы для преобразования критериальных оценок в матрицы предпочтения.

В **параграфе 3.2** описывается алгоритм агрегирования критериальных оценок с использованием мажоритарного графа. Приводится пример выбора оптимального проекта марсохода (Пример 3.1).

**Параграф 3.3** посвящен построению агрегированного предпочтения при наличии двух критериев. Показывается, как можно упростить процедуру агрегирования предпочтений, сравнивая произведения компонент векторной оценки или отношения оценок по отдельным критериям (Утверждения 3.1, 3.2, 3.3). В завершении раздела указывается, что нагруженный мажоритарный граф, построенный по двум критериям качества с положительными шкалами, всегда транзитивен (Теорема 3.1).

В **параграфе 3.4** продолжается исследование случая двух критериев. Здесь приводится сравнительный анализ предложенных методов агрегирования с аддитивной сверткой. На

ряде примеров показано, в каких случаях методы дают одинаковые результаты, исследуется влияние на результат весовых коэффициентов критериев (Примеры 3.2, 3.3).

В **параграфе 3.5** для случая произвольного числа положительных критериев, значения которых максимизируются, приводится формула для получения наиболее предпочтительной альтернативы среди альтернатив с равными суммами компонент (Теорема 3.2).

В **параграфе 3.6** оценивается, насколько часто строгий мажоритарный граф содержит контуры, а, следовательно, необходимо прибегать к процедуре их разрушения, предложенной в параграфе 1.3, для построения непротиворечивого агрегированного отношения.

Завершает главу **параграф 3.7**, в котором приводятся выводы.

**Четвертая глава** посвящена разработке системы поддержки принятия решений, реализующей предложенные методы и алгоритмы.

В **параграфе 4.1** описывается математическая модель задачи группового выбора.

**Параграф 4.2** посвящен процессу группового выбора.

В **параграфе 4.3** основное внимание уделено получению непротиворечивой информации о предпочтениях эксперта. Вначале рассмотрено получение экспертной информации методом парных сравнений. Показано, что при формировании матрицы смежности отношения предпочтения не обязательно брать операцию транзитивного замыкания после каждого сравнения альтернатив (Утверждения 4.1, 4.2). Также показано, что если текущее отношение транзитивно, то сравнение двух альтернатив, которые не сравнивались ранее, не приводит к появлению противоречивого контура (Утверждение 4.3). Вспомогательное утверждение 4.4 позволяет найти несравнимые альтернативы. В завершении раздела кратко описываются такие методы получения экспертной информации, как ранжирование, указание экспертом множества наилучших альтернатив, числовые оценки.

В **параграфе 4.4** описывается математическая модель задачи многокритериального выбора. Здесь же приведена схема процесса многокритериального выбора.

**Параграф 4.5** посвящен обобщению результатов работы подсистем многокритериального и экспертного выбора. В данном разделе также кратко описаны особенности программной реализации СППР.

Завершает главу **параграф 4.6**, в котором приводятся выводы.

**Пятая глава** посвящена примерам использования разработанных алгоритмов, моделей и программного обеспечения на практике.

В **параграфе 5.1** решается задача выбора моделей пассажирских самолетов с учетом важности критериев качества. В **подразделе 5.1.1** используются постоянные коэффициенты важности критериев. Подробно описывается процедура поиска точек безразличия и применение метода наименьших квадратов с аппроксимацией линейной функцией для вычисления коэффициентов важности критериев. В **подразделе 5.1.2** используются переменные коэффициенты важности. Также приводится описание процедуры поиска точек безразличия и применение метода наименьших квадратов с аппроксимацией квадратичной функцией. Коэффициенты важности критериев соответствуют углам наклона секущих к полученному квадратичному полиному.

В **параграфе 5.2** решается задача выбора перспективных проектов-стартапов (рассматривается 20 проектов). В **подразделе 5.2.1** рассмотрено ранжирование проектов

на основе многокритериального оценивания, описан диалоговый режим работы с СППР.

**Подраздел 5.2.2** посвящен ранжированию проектов на основе экспертной информации.

Завершает главу **параграф 5.3**, в котором приводятся выводы.

В **заключительной части** перечисляются результаты исследования.

### **Основные научные результаты**

Диссертант С.О. Смерчинская в процессе исследований получила ряд новых научных результатов, среди которых следует отметить следующие:

- Предложен алгоритм построения непротиворечивого агрегированного отношения предпочтения для случая, когда индивидуальные отношения предпочтения являются строгими порядками; исследованы свойства получаемого отношения, доказана единственность (параграф 1.3); оценено, насколько часто необходимо прибегать к разрушению контуров в мажоритарном графе для получения непротиворечивого отношения предпочтения (параграф 3.6);
- Предложен алгоритм построения непротиворечивого агрегированного отношения предпочтения для случая, когда индивидуальные отношения предпочтения являются квазипорядками; исследованы свойства получаемого отношения, доказана единственность (параграф 1.4);
- Предложена методика агрегирования произвольных транзитивных отношений предпочтения (параграф 1.5);
- Доказаны теоремы об отношениях, минимально отстоящих от индивидуальных отношений предпочтения (параграф 1.6);
- Разработано два метода оценивания коэффициентов участия экспертов на основании получаемой от них информации (параграф 2.2); описано применение найденных коэффициентов участия при построении агрегированного отношения предпочтения (параграф 2.3); исследовано влияние выбора отрезка варьирования коэффициентов на вид агрегированного отношения предпочтения (параграф 2.4);
- Предложена методика агрегирования многокритериальных оценок альтернатив с использованием мажоритарного графа (параграф 3.2);
- Процедура выбора наилучшей альтернативы упрощена для случая двух критериев (параграф 3.3); проведено сравнение предложенного метода агрегирования с аддитивной сверткой (параграф 3.4);
- Процедура выбора наилучшей альтернативы среди альтернатив с равными суммами оценок упрощена для случая произвольного числа положительных критериев, значения которых максимизируются (параграф 3.5);
- Разработана математическая модель задачи группового выбора при непротиворечивом агрегировании предпочтений (параграф 4.1);
- Разработан и реализован комплекс программ, основанный на оригинальной методике непротиворечивого агрегирования предпочтений (глава 4); разработаны методики получения полной и непротиворечивой индивидуальной экспертной информации (параграф 4.3);
- Разработан численный метод нахождения весовых коэффициентов важности критериев на основе аппроксимации кривых безразличия (параграф 5.1).

## **Степень обоснованности и достоверности научных положений и выводов**

Достоверность и обоснованность результатов исследования основывается на корректном использовании методов теории графов, оптимизации, исследования операций, теории вероятностей. Для большинства сформулированных в работе утверждений приведены подробные математические доказательства.

Эффективность предложенных подходов и разработанных алгоритмов подтверждается сравнением с результатами других авторов.

Основные результаты диссертации обсуждались на четырех конференциях. По теме исследования опубликовано 18 печатных работ (восемь из них – в журналах из Перечня ВАК).

## **Теоретическая и практическая значимость работы**

Работа С.О. Смерчинской вносит вклад в развитие теории экспертного оценивания, многокритериального выбора и общей теории принятия решений. Результаты будут полезны для дальнейших исследований в указанных областях.

Практическая ценность работы обусловлена тем, что ее результаты послужили базой для разработки системы поддержки принятия решений (автором получено свидетельство о государственной регистрации программ), использованной для решения практических задач (в том числе, задач, относящихся к разработке и производству авиационной и ракетно-космической техники).

## **Соответствие результатов заявленным специальностям**

Научные результаты соответствуют следующим пунктам основной специальности (05.13.18):

- (П.1) Разработаны математические модели агрегирования экспертных и критериальных предпочтений (главы 1, 2, 4)
- (П.3) На базе предложенных моделей реализованы эффективные (имеющие полиномиальную сложность) вычислительные процедуры для непротиворечивого агрегирования экспертных предпочтений (глава 1) и многокритериальных предпочтений (глава 3). Доказаны теоремы о единственности и непротиворечивости получаемых агрегированных отношений. Найдены условия минимальности расстояния до индивидуальных предпочтений (параграф 1.6). Получены упрощенные процедуры выбора наилучшей альтернативы для случая двух критериев (параграф 3.3), а также для случая произвольного числа положительных критериев, значения которых максимизируются (параграф 3.5). Разработаны методы получения коэффициентов участия экспертов и их учета при агрегировании индивидуальных отношений предпочтения (глава 2).
- (П.4) Разработан и реализован комплекс программ поддержки принятия решений (глава 4), с его помощью решен ряд практических задач (глава 5).

Представленные в работе результаты также соответствуют профилю дополнительной специальности (05.13.01):

- (П.2) Формализованы задачи принятия решений при наличии множества экспертных и/или критериальных оценок альтернатив (глава 4);
- (П.4) Предложена методика агрегирования произвольных транзитивных отношений предпочтения (параграф 1.5). Предложена методика агрегирования критериальных оценок альтернатив с использованием мажоритарного графа (параграф 3.2);
- (П.13). Разработаны методы непротиворечивого агрегирования экспертных предпочтений (глава 1). Разработаны методы получения коэффициентов участия экспертов и их учета при агрегировании предпочтений (глава 2). Разработаны методы получения непротиворечивой информации о предпочтениях эксперта (параграф 4.3).

### Замечания по диссертационной работе

1. В работе есть несколько опечаток: на стр. 42 предложение «Следствие 1.3 позволяет найти отношение...» заменить на «Следствие 1.4 позволяет найти отношение...»; на стр. 65 предложение «Зададим **наибольшее и наименьшее** значение весовых коэффициентов – соответственно  $a \geq 0$  и  $b > 0$ .» заменить на «Зададим **наименьшее и наибольшее** значение весовых коэффициентов – соответственно  $a \geq 0$  и  $b > 0$ .»; в утверждении 4.3 ссылку на страницу 106 заменить на ссылки на страницу 115.

2. На стр. 17 в определение отношения строгого порядка следует добавить условие антирефлексивности.

3. На стр. 86 указано, что элементы матрицы предпочтений сохраняют информацию о том, во сколько раз одна альтернатива более предпочтительна, чем другая, согласно критериальным оценкам. Однако понятие «отношения оценок» имеет смысл только для критериев, шкалы которых являются абсолютными или шкалами отношений. Для критериев же с интервальными шкалами (например, при минимизации/максимизации температуры) понятие отношения оценок не имеет строгого смысла. Следовало бы указать данное ограничение в тексте работы.

4. На стр. 95 указано, что справедливость Теоремы 3.1 следует из доказательств утверждений 3.1, 3.2 и 3.3. Следовало бы расписать доказательство более подробно.

5. В заключении работы не указаны возможные направления дальнейших исследований.

Отмеченные недостатки, однако, не снижают общего благоприятного впечатления о диссертационной работе.

### Заключение

Исследование С.О. Смерчинской представляет собой завершённую научно-исследовательскую работу, выполненную на высоком научном уровне.

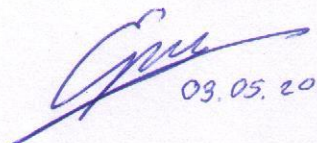
На основании анализа содержания рукописи диссертации, автореферата, опубликованных работ можно заключить, что диссертация Смерчинской Светланы Олеговны в полной мере соответствует требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» (Постановление Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. №842), предъявляемым Высшей аттестационной комиссией Министерства образования и науки РФ к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук.



Автору работы, С.О. Смерчинской, рекомендуется присудить ученую степень кандидата физико-математических наук по специальностям 03.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» и 05.13.01 – «Системный анализ, управление и обработка информации (авиационная и ракетно-космическая техника)».

Младший консультант  
Отдела решений по управлению рисками  
Департамента профессиональных услуг  
ООО «САС Институт»,  
кандидат физико-математических наук  
109004, г. Москва, ул. Станиславского, д.21, стр. 1  
+7 (495) 227-41-51  
E-mail: [Dmitry.Ershov@sas.com](mailto:Dmitry.Ershov@sas.com)

Д.М. Ершов



03.05.2018

Подпись младшего консультанта,  
к.ф.-м.н. Д.М. Ершова ЗАВЕРЯЮ,  
Ведущий специалист по трудовым отношениям  
Дирекции по персоналу  
ООО «САС Институт»

Е.В. Татер

