

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертационной работе Никабадзе Михаила Ушангиевича «Метод ортогональных полиномов в механике микрополярных и классических упругих тонких тел», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

1. Актуальность темы. Актуальность темы диссертационной работы М.У. Никабадзе может быть обоснована интенсивным внедрением в последние годы новых материалов в процесс производства элементов конструкций, машиностроение и различные производственные технологии. Именно по этой причине в настоящее время наблюдается рост интереса к изучению внутренней структуры конструкционных материалов и континуальным математическим моделям их механического поведения. Кроме того, в последнее десятилетие появились реальные возможности управления на уровне тонкой структуры материала (микромеханика) и сверхтонкой структуры (наномеханика). Особо следует сказать о композитных материалах слоистой и волокнистой структуры, которые характеризуются наличием различных масштабных уровней, учет которых в рамках вычислительной механики часто сопряжен с совершенно неприемлемыми вычислительными затратами.

Деформируемые элементы с одним существенно малым измерением (пластины, оболочки, многослойные пластины) всегда были в центре внимания специалистов по расчету конструкций, поскольку они чрезвычайно широко распространены в строительстве, на транспорте, в технике и производственных технологиях.

Все перечисленное выше собственно и говорит в пользу актуальности диссертационного исследования М.У. Никабадзе, которое с одной стороны направлено на то, чтобы привлечь внимание микроструктуру тела в форме его микрополярности (т.е. учесть дополнительные внутренние степени свободы, связанные с возможными совместными микровращениями элементов континуума, не нарушающими его сплошность), а с другой — сфокусирована именно на тонких телах, в надежде на то, что их своеобразная пространственная геометрия позволит привести основные соотношения трехмерной теории упругости и микрополярной упругости к новым, более эффективным аналитическим представлениям.

Таким образом, в связи с широким практическим использованием тел с тонкой пространственной геометрией, одно-, двух-, трех- и многослойных конструкций, изготовленных из новых материалов, возникает необходимость создания новых моделей механики деформируемого твердого тела и усовершенствованных методов расчета. Следовательно, развитие метода ортогональных полиномов в механике тонких микрополярных упругих тел и построение на его основе новой теории тонких тел с микроструктурой, а также

создание эффективных вычислительных методов решения соответствующих граничных задач, являются важными и актуальными проблемами теории и механики сплошных деформируемых сред.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций. Судя по тексту диссертационной работы, автором с необходимой полнотой изучены и проанализированы достижения и результаты других исследователей в области механики упругих и микрополярных упругих тонких тел. На основе проведенного анализа указываются методы достижения решений задач, сформулированных как цель работы. К таким методам следует отнести сам континуальный метод исследования механического поведения тонких тел, различные аналитические и численные методы теории упругости и микрополярной упругости, математические методы линейной алгебры и теории матриц, анализа в функциональных пространствах (и в особенности такого его раздела как теория ортогональных полиномов), дифференциальной геометрии и тензорного анализа.

Основные положения диссертации обосновываются с помощью проведенных в работе доказательств целого ряда теорем. Для подтверждения теоретических положений и эффективности предложенного подхода автором выполнено решение ряда прикладных задач механики однослойных и двухслойных пластин, проведено сравнение расчетных результатов с решениями полученными другими методами.

3. Научная новизна результатов исследования. Научная новизна проведенных исследований, по моему мнению, заключается в следующем:

1. Соискателем предложены специальные пространственные параметризации областей однослойного и многослойного тонких тел. Разработан новый тензорный аппарат для оперирования с указанными параметризациями и введены дифференциальные операторы, которые затем используются для построения теории тонких тел.

2. Развита теория моментов тензорных функций относительно систем полиномов Лежандра и Чебышева. Получены представления уравнений движения и теплопроводности, определяющих уравнений термоупругости в специальных параметризациях областей тонких тел и найдены соответствующие уравнения в моментах относительно указанных выше систем полиномов.

3. Построены новые варианты теории упругих тонких тел (однослойных и многослойных тонких тел с одним малым размером, тонких тел с двумя малыми размерами и тонких плоских областей с одним малым размером) при различных параметризациях областей.

4. Сформулированы вариационные принципы для упругих тонких тел. Получены вариационные принципы для тонких тел в моментах относительно систем полиномов Лежандра и Чебышева. Для микрополярной теории многослойных тонких тел указаны обобщенные вариационные принципы типа Рейсснера. Доказаны теоремы о минимуме стационарной точки лагранжиана

и максимуме стационарной точки функционала Кастильяно. Доказаны теоремы о единственности обобщенного решения краевых задач.

5. Найдены численные решения, связанные с расчетом различных приближений в задачах о тонком теле с двумя малыми размерами, прямоугольной тонкой плоской области с защемленными краями при различных нагрузках, а также о двухслойной двумерной области с защемленными краями.

4. Достоверность результатов диссертационной работы определяется систематическим использованием принципов и методов механики сплошных деформируемых сред и теории упругости, применением методов вычислительной механики континуума и методов математической физики. В пользу достоверности свидетельствуют постоянное следование не вызывающим возражений теоретическим принципам, а также систематическое сведение полученных результатов к известным частным и предельным случаям.

5. Практическая значимость. Диссертационная работа имеет достаточно выраженную теоретическую направленность, однако ряд результатов соискателя представляют прикладной интерес и характеризуется важной практической значимостью. Практическую ценность могут представлять также новые вычислительные формы основных уравнений микрополярной термоупругости.

Результаты выполненной соискателем работы могут быть использованы для решения многих важных практических задач в тех областях промышленности, транспорта и связи, в которых применяются тонкие тела. Кроме того, они могут быть использованы в образовательных и академических учреждениях, деятельность которых связана с теоретическими и прикладными исследованиями в области упругости и термоупругости тел и конструкций, направленными на совершенствование образцов ракетной и авиационной техники: ЦАГИ, МГУ, ИТПМ СО РАН, ИПМех РАН, ЦНИИМаш, МАИ.

6. Структура работы и основное научное содержание разделов работы.

Рукопись диссертации состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации составляет 384 страницы. Список литературы содержит 530 наименования работ отечественных и зарубежных авторов.

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цель и задачи исследования. Приводятся аргументы в пользу научной новизны работы, ее теоретической и практической значимости. Кратко излагается содержание глав. Значительную часть **введения** занимает обзор научных публикаций (в том числе экспериментальных), посвященных как моделям механики упругих тонких тел, так и методам решения соответствующих краевых задач.

Первая глава целиком посвящена проблемам построения эффективных трехмерных параметризаций пространственных областей, обладающих

специфической геометрией, ассоциированной с “тонкими” телами. В отличие от традиционных подходов, автор работы предлагает использовать две базовых поверхности, называемых им условно внутренней и внешней базовыми поверхностями, и третью “поперечную” координату. Дано векторное параметрическое уравнение областей с геометрией тонкого тела. Детально и в прямой тензорной записи разработан новый тензорный аппарат, приспособленный для представления векторных и тензорных полей в специальных параметризациях, учитывающих геометрию тонкого тела. Я бы отметил здесь раздел 1.1.7, в котором даются представления в мультипликативных (полиадных) локальных тензорных базисах (порождаемых специальной параметризацией “тонких” областей) изотропных тензоров четвертого ранга, которые появляются в анизотропной упругости. Интерес представляет также раздел 1.2, содержащий необходимые формулы для связи представлений в различных полиадных локальных тензорных базисах.

Во **второй главе** обсуждаются основные рекуррентные формулы для полиномов Лежандра и Чебышева первого и второго рода, с помощью которых, в свою очередь, получено несколько дополнительных новых соотношений, играющих важную роль при построении различных вариантов теории тонких тел. Определены моменты тензорных полей относительно систем указанных полиномов, а также некоторых дифференциальных тензорных выражений. В частности, выписаны моменты скалярных и тензорных функций, а также их градиентов (ковариантных производных) первого и второго порядка. Кроме того, получены представления и найдены моменты относительно полиномов Чебышева всех важнейших дифференциальных операторов: лапласиана, градиента, ротора, повторного градиента, дивергенции, повторной дивергенции тензора второго ранга

В **третьей главе** обсуждаются различные представления в терминах моментов относительно систем ортогональных полиномов дифференциальных уравнений (включая уравнение теплопроводности) механики континуума и определяющих соотношений (включая закон теплопроводности Фурье) как для классической линейно упругой теплопроводящей среды, так и для микрополярной среды (континуума Коссера). Эти уравнения составляют основу развиваемой в диссертационном исследовании теории тонких тел в специальных параметризациях области тонкого тела. Они дополняются представлениями для граничных (типа Дирихле, типа Неймана, с учетом конвективного теплообмена с окружающей средой) и начальных условий. Даны постановки связанной и несвязанной динамических задач в моментах (для различных степеней приближений) для тел с одним малым размером в рамках микрополярной термоупругости, нестационарной температурной задачи в моментах, а также стандартная и новая, в терминах специальной параметризации, постановки задач в тензорах напряжений и моментных напряжений. Рассмотрены интересные с прикладной точки зрения частные случаи постановок задач.

В **четвертой главе** рассматривается применение метода ортогональных полиномов в теории многослойных тонких конструкций. Рассмотрена

параметризация многослойной трехмерной тонкой области, заключающаяся в использовании, в отличие от стандартных подходов, нескольких базовых поверхностей. Дополнительно введены компоненты контакта единичного тензора второго ранга. Получены различные варианты уравнений движения в моментах относительно систем полиномов Лежандра и Чебышева. Выписаны межслойные условия при различных связях соседних слоев. Приводятся постановки граничных задач.

В пятой главе сначала выводятся необходимые для формулировок вариационных принципов интегральные соотношения и приводятся уравнения принципов виртуальной работы и дополнительной виртуальной работы как для непрерывных, так и для разрывных полей. Затем сформулированы вариационные принципы Лагранжа и Кастильяно, а также обобщенные вариационные принципы типа Рейсснера для трехмерной микрополярной теории упругости, из которых далее получены соответствующие вариационные принципы для тонких тел и аналогичные вариационные принципы для тонких тел в моментах относительно систем полиномов Лежандра и Чебышева. В рамках микрополярной теории многослойных тонких тел как при полном контакте, так и при наличии зон ослабленной адгезии, получены обобщенные вариационные принципы типа Рейсснера.

В шестой главе, исходя из трехмерных уравнений микрополярного твердого тела, получены уравнения микрополярных и расширенных микрополярных теорий оболочек в контравариантных компонентах тензоров напряжений и моментных напряжений. Сформулированы граничные условия. Производится сравнение полученных уравнений с классическими уравнениями теории пластин и оболочек. Найден обратный оператор к тензору-оператору уравнений движения теории упругости в перемещениях для изотропного однородного тела и оператор для уравнений в напряжениях, позволяющие выполнить расщепление уравнений и граничных условий. Построен обратный оператор к матричному дифференциальному тензору-оператору уравнений движения микрополярной теории упругости в перемещениях и микровращениях для изотропных однородных материалов с центром симметрии и без него, и получены отдельные уравнения для вектора перемещений и микровращений. В этой же главе приведены численные решения задач различных приближений для тонких тел с двумя малыми размерами: прямоугольной тонкой плоской области с заземленными краями при различных нагрузках (равномерной нормальной и касательной) и двухслойной (с идеальным контактом между слоями) двумерной области с заземленными краями, односторонне нагруженной равномерной нормальной нагрузкой.

Заключение содержит выводы по результатам диссертационного исследования.

7. Замечания.

1. Прочтение диссертационной работы (и автореферата) существенно затрудняется наличием большого количества ошибок, которые относятся к

категориям орфографии и грамматики русского языка. Местами автор допускает существенные отклонения от академического стиля изложения. Работа в целом, характеризуется использованием архаичной терминологии. Имеются случаи неправильного использования терминологии. Так, на с. 134 диссертации вектор \mathbf{q} определяется как “вектор внешнего потока тепла”. Ясно, что в континуумах вектор \mathbf{q} представляет внутренние потоки тепла, которые возникают при пространственно-неоднородных распределениях температурного поля. Скалярная величина q определяется в уравнениях теплопроводности как массовый приток тепла; обычно ее называют плотностью источников тепла (в расчете на единицу массы) или лучистым теплом (radiant heat).

2. В работе в термических уравнениях систематически используется теплоемкость при постоянном давлении. В тех уравнениях термомеханики микрополярных континуумов, которые использует соискатель, теплоемкость должна вычисляться при постоянном *тензоре деформаций*, причем при нулевом его значении, если рассматриваются уравнения, линеаризованные относительно отсчетного состояния.

3. В работе нет более или менее убедительных прямых доказательств в пользу составляющих основу всего исследования трехмерных параметризаций пространственных областей, обладающих специфической геометрией, ассоциированной с “тонкими” телами. Как хорошо известно, удачная параметризация области, в которой ставится краевая задача для дифференциальных уравнений в частных производных, часто по существу решает проблему (например, разделяются переменные в уравнениях). Почему именно привязка к двум базовым поверхностям и введение третьей координаты (с единичным интервалом изменения) вдоль “малого” пространственного измерения обеспечивают наиболее эффективные аналитические и вычислительные формы дифференциальных уравнений микрополярной термоупругости? Здесь я могу привести лишь один аргумент: по третьей координате могут быть реализованы разложения неизвестных функций в ряд по системам ортогональных полиномов, чтобы вообще элиминировать третью “поперечную” координату. Ясно однако, что формально устранить третью координату с целью понизить пространственную размерность можно и многими другими способами.

4. Диссертационная работа перенасыщена техническими деталями, связанными с выполнением тех или иных преобразований тензорных уравнений. Совсем мало места (раздел 6.9, с. 342-350) отводится решению прикладных задач. Здесь изложение выглядит чрезмерно конспективным. Из текста не понятно, как, например, получаются ряды Фурье–Лежандра для прогибов односторонне нагруженного нормальной силой прямоугольника, не приводятся значения коэффициентов Фурье–Лежандра и оценки практической сходимости рядов, вопрос о погрешности вычислений вообще не ставится. Выполняется сравнение с данными МКЭ-анализа без указания на то, в какой вычислительной среде выполнялся МКЭ-анализ, как выбирались сами конечные элементы и в каком количестве?

5. Не вполне ясными после ознакомления с диссертационной работой остаются вопросы, связанные с фактическим преимуществом предлагаемого

подхода к решению задач линейной теории упругости для тонких тел по сравнению с методами конечных интегральных преобразований, разложений по биортогональным системам, методу Бубнова–Галеркина.

8. Заключение.

Диссертация М.У. Никабадзе, представленная на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, является законченной научно-квалификационной работой, выполненной на достаточно высоком научном уровне. Полученные автором результаты представляются достоверными, выводы и заключения – в достаточной степени обоснованными. Основное содержание диссертации опубликовано в ведущих научных изданиях. Работа была апробирована на профильных научных конференциях и симпозиумах различного уровня, включая международные. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.02.04.

Диссертационная работа соответствует всем критериям положения «О порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013 г. В целом, можно констатировать, что в работе М.У. Никабадзе разработаны теоретические положения (в том числе построены новые аналитические и вычислительные формы основных уравнений теории упругости и микрополярной термоупругости), совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение в области механики микрополярных упругих тонких тел.

Учитывая изложенное выше, считаю, что М.У. Никабадзе заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук, профессор, в.н.с., лаборатория моделирования в механике деформируемого твердого тела, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук

Радаев Юрий Николаевич

Почтовый адрес: 119526, Москва, просп. Вернадского 101, корп. 1

Телефон: 8 495 434 35 92

E-mail: radayev@ipmnet.ru y.radayev@gmail.com



20
Ю.И. Радаев
ЗАВЕРЯЮ:
директор ИПМ РАН, к.ф.-м.н.
Е.Я. Сысоева
2014 г.