УДК 532.529.5

# Алгоритмы прямого численного моделирования динамики дисперсной фазы при обтекании тела запыленным потоком[1]

Д.Л. Ревизников, А.В. Способин

*Предложена реализация дискретно-элементного метода для моделирования гетерогенных потоков, в которой каждой физической частице ставится в соответствие одна моделирующая. Математическая модель позволяет учесть отражение частиц примеси от препятствий, столкновение частиц друг с другом и их закрутку. Выполнены расчеты сверхзвукового обтекания цилиндра двухфазным потоком. Представлены результаты, иллюстрирующие важность учета взаимодействия частиц в ударном слое и их вращения при исследовании динамического и теплового воздействия примеси на поверхность обтекаемого тела.*

### *Введение*

Один из наиболее точных подходов к моделированию двухфазных течений основан на сочетании эйлерового описания несущей фазы и лагранжевого описания динамики дисперсной фазы. Различные реализации такого подхода описаны, например, в [1-5]. В частности, широкое распространение нашел дискретно-элементный метод, предполагающий вычисление положения и соответствующих параметров каждой моделирующей частицы в различные моменты времени, что позволяет получить детальную пространственно - временную картину распределения частиц в исследуемой области с учетом взаимодействия частиц между собой. В большинстве работ, посвященных динамике столкновительной примеси, каждая моделирующая частица рассматривается как представитель группы физических частиц, а учет столкновений осуществляется с использованием метода Монте-Карло. При этом распределение характеристик дисперсной фазы определяется путем суммирования вкладов различных моделирующих частиц в ячейках эйлеровой сетки.

В настоящей работе осуществляется реализация рассматриваемого подхода в наиболее полном варианте. Каждой вычислительной частице соответствует одна реальная частица. Методика расчета предполагает распараллеливание вычислений при решении уравнений движения частиц и на этапе поиска соударений. Несмотря на высокие требования к вычислительным ресурсам, этот подход обладает рядом преимуществ, позволяя:

1 Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 05-08-01478-а)

- с высокой точностью определять характеристики дисперсной фазы в заданной точке в конкретный момент времени;
- наблюдать за движением каждой частицы, учитывая при этом взаимодействие частиц друг с другом и их отражение от обтекаемой поверхности;
- исследовать переходные процессы, возникающие при входе объекта в запыленное облако;
- получить параметры динамического и теплового воздействия дисперсной фазы на поверхность обтекаемого тела.

***Математическая модель***

В данной работе описана реализация двумерной модели и ее применение к расчету воздействия примеси на экранируемую поверхность при поперечном обтекании кругового цилиндра. Рассматривается диапазон концентраций, в котором можно пренебречь обратным влиянием дисперсной фазы на течение несущего газа. Поэтому основное внимание уделяется моделированию движения частиц, их взаимодействия друг с другом и поверхностью тела.

Реализуется решение следующей группы задач: генерация частиц, равномерно распределенных в области невозмущенного газового потока в соответствии с заданным законом распределения частиц по размерам; решение уравнений движения частиц в газодинамическом поле; моделирование соударений частиц друг с другом; моделирование взаимодействия частиц с обтекаемым телом.

Частицы считаются однородными твердыми шарами заданной плотности. Каждая моделирующая частица поставлена в соответствие одной реальной в поперечном сечении области течения. Движение частицы в газовом потоке описывается системой уравнений

$$m_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = \vec{F}$$

$$I_p \frac{d\vec{\omega}_p}{dt} = \vec{T}_\varpi$$

где $m_p$, $I_p$, $\vec{v}_p$, $\vec{\omega}_p$ - масса, момент инерции, скорость и угловая скорость частицы, $\vec{F}$ - внешние силы, $\vec{T}$ - момент внешних сил. В качестве внешних сил, приложенных к частице, учитывались сила аэродинамического сопротивления $\vec{F}_D$ и сила Магнуса $\vec{F}_M$, вызванная вращением частицы. На угловую скорость оказывает воздействие вращающий момент $\vec{T}_\omega$.

Сила аэродинамического сопротивления обусловлена разницей скоростей газа и частицы и определяется выражением

$$\vec{F}_D=\frac{\pi\ {}_p^2}{2}c_d\rho_g\left(\vec{v}_g-\vec{v}_p\right)\left|\vec{v}_g-\vec{v}_p\right|$$

где $r_p$ - радиус частицы, $\rho_g$, $\vec{v}_g$ - плотность и скорость газа. Коэффициент сопротивления сложным образом зависит от чисел Маха и Рейнольдса $c_d=c_d\left(\mathrm{Re}_p, M_p\right)$ и определяется в настоящей работе соотношением Хендерсона [6].

Вследствие соударений друг с другом или отражения от поверхности частицы приобретают вращательное движение. Причем, величина угловой скорости может достигать десятков и сотен тысяч радиан в секунду. Вращающаяся частица подвержена действию силы Магнуса

$$\vec{F}_M=\pi\ {}_p^3c_\omega\rho_g\left[\left(\frac{1}{2}\nabla\times\vec{v}_g-\vec{\omega}_p\right)\times\left(\vec{v}_g-\vec{v}_p\right)\right]$$

Коэффициент $c_\omega=c_\omega\left(\mathrm{Re}_p,\mathrm{Re}_\omega\right)$ определяется следующим образом [7], [8]:

$$c_\omega=\begin{cases}1, & \dfrac{\mathrm{Re}_\omega}{\mathrm{Re}_p}\le 0.45\\ 0.45\dfrac{\mathrm{Re}_p}{\mathrm{Re}_\omega}+\left(1-0.45\dfrac{\mathrm{Re}_p}{\mathrm{Re}_\omega}\right)\cdot\exp\left(-0.05684\ \mathrm{Re}_\omega^{0.4}\mathrm{Re}_p^{0.3}\right), & \dfrac{\mathrm{Re}_\omega}{\mathrm{Re}_p}>0.45\end{cases}$$

Выражение для вращающего момента имеет вид

$$\vec{T}_\omega=\frac{r_p^5}{2}c_l\rho_g\left(\frac{1}{2}\nabla\times\vec{v}_g-\vec{\omega}_p\right)\left|\frac{1}{2}\nabla\times\vec{v}_g-\vec{\omega}_p\right|.$$

Выражение для коэффициента момента $c_l=c_l\left(\mathrm{Re}_\omega\right)$ заимствовано из работы [9]:

$$c_l\left(\mathrm{Re}_\omega\right)=\begin{cases}\dfrac{64\pi}{\mathrm{Re}_\omega}, & \mathrm{Re}_\omega\le 32\\ \dfrac{12.9}{\mathrm{Re}_\omega^{0.5}}+\dfrac{128.4}{\mathrm{Re}_\omega}, & \mathrm{Re}_\omega>32\end{cases}.$$

Здесь $M_p$ - число Маха, $\mathrm{Re}_p$, $\mathrm{Re}_\omega$ - числа Рейнольдса для относительного поступательного и вращательного движения соответственно:

$$M_p=\frac{|\vec{v}_p-\vec{v}_g|}{\sqrt{\gamma RT}},\quad \mathrm{Re}_p=\frac{2r_p\rho_g|\vec{v}_p-\vec{v}_g|}{\mu_g},\quad \mathrm{Re}_\omega=\frac{4r_p^2\rho_g\left|\frac{1}{2}\nabla\times\vec{v}_g-\vec{\omega}_p\right|}{\mu_g}$$

где $R$ - газовая постоянная, $\gamma$ - показатель адиабаты, $\mu_g$ - коэффициент вязкости газа, определяемый по формуле Саттерленда, $T$ - температура газа.

Для определения параметров частицы после соударения с другой частицей используется модель твердых сфер [3]. В ее основе лежат уравнения для импульса и момента импульса системы двух частиц:

$$m_1\left(\vec{v}_1-\vec{v}_1^{(0)}\right)=\vec{J},$$

$$m_2\left(\vec{v}_2-\vec{v}_2^{(0)}\right)=-\vec{J},$$

$$I_1\left(\vec{\omega}_1-\vec{\omega}_1^{(0)}\right)=r_1\vec{n}\times\vec{J},$$

$$I_2\left(\vec{\omega}_2-\vec{\omega}_2^{(0)}\right)=r_2\vec{n}\times\vec{J},$$

где $\vec{n}$ - единичный вектор, направленный из центра масс частицы 1 в центр масс частицы 2, $r_1$ и $r_2$ - радиусы, $m_1$ и $m_2$ - массы, $I_1$ и $I_2$ - моменты инерции первой и второй частиц соответственно. Индексом $(0)$ обозначены параметры частиц до столкновения. Данная система не является замкнутой и может быть дополнена соотношениями для компонент скорости в точке контакта частиц:

$$\vec{G}_c^{(0)}=\vec{G}^{(0)}+r_1\vec{\omega}_1^{(0)}\times\vec{n}+r_2\vec{\omega}_2^{(0)}\times\vec{n}$$

Здесь $\vec{G}^{(0)}=\vec{v}_1^{(0)}-\vec{v}_2^{(0)}$, $\vec{G}=\vec{v}_1-\vec{v}_2$ - относительные скорости центров масс частиц до и после удара. Тангенциальная компонента относительной скорости

$$\vec{G}_{ct}^{(0)}=\vec{G}_c^{(0)}-\left(\vec{G}^{(0)}\cdot\vec{n}\right)\vec{n}=\vec{G}^{(0)}-\left(\vec{G}^{(0)}\cdot\vec{n}\right)\vec{n}+r_1\,\vec{\omega}_1^{(0)}\times n+r_2\,\vec{\omega}_2^{(0)}\times\vec{n}.$$

Импульс может быть представлен в виде суммы нормальной и тангенциальной составляющих $\vec{J}=J_n\vec{n}+J_t\vec{t}$, где $\vec{t}=\frac{\vec{G}_{ct}^{(0)}}{|\vec{G}_{ct}^{(0)}|}$. Коэффициенты восстановления $e$ и трения $f$ вводятся как $\vec{n}\cdot\vec{G}=-e\left(\vec{n}\cdot\vec{G}^{(0)}\right)$, $J_t=f\ J_n$. В зависимости от режима проскальзывания частиц выделяют два множества решений. Если выполнено соотношение $\frac{\vec{n}\cdot\vec{G}^{(0)}}{|\vec{G}_{ct}^{(0)}|}<\frac{2}{7}\frac{1}{f(1+e)}$, то скольжение продолжается в течение всего процесса взаимодействия, и параметры частиц после удара равны:

$$\vec{v}_1=\vec{v}_1^{(0)}-(\vec{n}-f\ \vec{t})\left(\vec{n}\cdot\vec{G}^{(0)}\right)(1+e)\frac{m_2}{m_1+m_2}$$

$$\vec{v}_2=\vec{v}_2^{(0)}+(\vec{n}-f\ \vec{t})\left(\vec{n}\cdot\vec{G}^{(0)}\right)(1+e)\frac{m_1}{m_1+m_2}$$

$$\vec{\omega}_1=\vec{\omega}_1^{(0)}-\frac{5}{2r_1}\left(\vec{n}\cdot\vec{G}^{(0)}\right)(\vec{n}\times\vec{t})\,f\,(1+e)\frac{m_2}{m_1+m_2}$$

$$\vec{\omega}_2=\vec{\omega}_2^{(0)}-\frac{5}{2r_2}\left(\vec{n}\cdot\vec{G}^{(0)}\right)(\vec{n}\times\vec{t})\,f\,(1+e)\frac{m_1}{m_1+m_2}$$

В противном случае скольжение прекращается, и относительная скорость точки контакта становится равной нулю, поэтому $J_t=-\left(\frac{2}{7}\right)\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}|\vec{G}_{ct}^{(0)}|$, и решение:

$$\vec{v}_1=\vec{v}_1^{(0)}-\left\{(1+e)\left(\vec{n}\cdot\vec{G}^{(0)}\right)\vec{n}+\frac{2}{7}|\vec{G}_{ct}^{(0)}|\ \vec{t}\right\}\frac{m_2}{m_1+m_2}$$

$$\vec{v}_2=\vec{v}_2^{(0)}+\left\{(1+e)\left(\vec{n}\cdot\vec{G}^{(0)}\right)\vec{n}+\frac{2}{7}|\vec{G}_{ct}^{(0)}|\ \vec{t}\right\}\frac{m_1}{m_1+m_2}$$

$$\vec{\omega}_1=\vec{\omega}_1^{(0)}-\frac{5}{7r_1}|\vec{G}_{ct}^{(0)}|(\vec{n}\times\vec{t})\frac{m_2}{m_1+m_2}$$

$$\vec{\omega}_2=\vec{\omega}_2^{(0)}-\frac{5}{7r_2}|\vec{G}_{ct}^{(0)}|(\vec{n}\times\vec{t})\frac{m_1}{m_1+m_2}$$

При расчете взаимодействия частицы с поверхностью обтекаемого тела используется модель твердых сфер [3]. В ее основе также лежат уравнения для импульса и момента импульса. В процессе взаимодействия выделяют период сжатия и период восстановления. Скольжение частицы относительно поверхности может продолжаться в течение всего процесса взаимодействия или прекратиться в какой-либо период. Система координат вводится таким образом, что плоскость $X-Z$ - касательная к поверхности в точке удара, ось $Y$ ортогональна плоскости $X-Z$.

Если скорость частицы удовлетворяет условию $\frac{v_y^{(0)}}{|\vec{v}^{(0)}|}<\frac{2}{7f(e+1)}$, то решение выглядит следующим образом:

$$v_X=\frac{5}{7}\left(v_X^{(0)}-\frac{2}{5}r\omega_Z^{(0)}\right),$$

$$v_Y=-ev_Y^{(0)},$$

$$f,$$

$$f, \quad \omega_Y=\omega_Y^{(0)}, \quad \omega_Z=-\frac{v_X}{r}.$$

В противном случае, если верно $-\frac{2}{7f(e+1)}<\frac{v_y^{(0)}}{|\vec{v}^{(0)}|}<0$, то параметры частицы после отражения от поверхности определяются формулами:

$$v_X=v_X^{(0)}+\varepsilon_X f(e+1)v_Y^{(0)},$$

$$v_Y=-ev_Y^{(0)},$$

$$v_Z=v_Z^{(0)}+\varepsilon_Z f(e+1)v_Y^{(0)},$$

$$\omega_X=\omega_X^{(0)}-\frac{5}{2r}\varepsilon_Z f(e+1)v_Y^{(0)},$$

$$\omega_Y=\omega_Y^{(0)},$$

$$\omega_Z=\omega_Z^{(0)}+\frac{5}{2r}\varepsilon_X f(e+1)v_Y^{(0)}$$

Здесь $\varepsilon_X$, $\varepsilon_Z$ - направляющие косинусы проекции скорости до удара в плоскости $X-Z$.

Коэффициент восстановления не является постоянным и определяется соотношением [10]

$$e(v)=\begin{cases} 1-(1-e_0)\left(\frac{v}{v_0}\right)^{1/5}, \ v\le v_0 \\ e_0\left(\frac{v}{v_0}\right)^{-1/4}, \ v>v_0 \end{cases}$$

Здесь: $v$ - модуль нормальной составляющей скорости в момент соударения с поверхностью, а $e_0$ и $v_0$ определяются характеристиками материала.

Наряду с описанной выше моделью твердых сфер реализована двумерная полуэмпирическая модель ударного взаимодействия [11]. В ее основе помимо законов механики лежит набор экспериментальных данных для коэффициентов восстановления скорости частиц. Параметры частицы после отскока от поверхности определяются соотношениями:

$$v_Y=-e_N v_Y^{(0)},$$

$$v_X=\begin{cases} v_X^{(0)}e_T+\omega^{(0)}r\left(e_T-1\right), & \beta<\beta^{¿} \\ v_X^{(0)}e_T-\frac{2}{7}\omega^{(0)}r, & \beta\ge\beta^{¿} \end{cases}$$

$$\omega=\begin{cases} \frac{5v_X^{(0)}\left(e_T-1\right)}{2r}+\frac{5}{2}\omega^{(0)}\left(e_T-\frac{3}{5}\right), & \beta<\beta^{¿} \\ -\frac{v_X^{(0)}e_T}{r}+\frac{2}{7}\omega^{(0)}, & \beta\ge\beta^{¿} \end{cases}$$

Здесь ось $Y$ направлена по нормали к поверхности в точке удара, $X$ ей ортогональна, $v_X^{(0)}$, $v_Y^{(0)}$, $\omega^{(0)}$, $v_X$, $v_Y$, $\omega$ -компоненты скорости и угловой скорости частицы до и после соударения, $e_N$, $e_T$ - коэффициенты восстановления нормальной и тангенциальной компонент импульса, $r$ - радиус частицы, $\beta$ - угол между $\vec{v}^{(0)}$ и осью $X$, $\beta^{¿}$ - критическое значение угла.

### *Особенности реализации модели*

При реализации описанной модели возникает необходимость получения пробного набора частиц. В начальный момент времени распределение частиц соответствует некоторому случайному сечению области невозмущенного течения плоскостью, ортогональной оси цилиндра. Введем систему координат $Oxyz$. Ось $Oz$ совпадает с осью цилиндра, ось $Ox$ направлена вдоль течения, ось $Oy$ им ортогональна. Определим число частиц в двумерной области $(x_A, x_B)\times(y_A, y_B)$, соответствующее объемной концентрации примеси $C_V$. Рассмотрим объем $(x_A, x_B)\times(y_A, y_B)\times(0, h)$, равномерно заполненный примесью. Объем, занимаемый примесью, равен $V_p = C_V(x_B - x_A)(y_B - y_A)h$. Вследствие равномерного распределения примеси все сечения данного объема плоскостями, параллельными $Oxy$ равноправны. В каждом сечении примесь в среднем занимает площадь $S_p = \frac{V_p}{h} = C_V(x_B - x_A)(y_B - y_A)$. Поскольку частицы распределены в объеме равномерно, их центры масс в общем случае не лежат в плоскости сечения. Средняя площадь сечения одной частицы составляет $S' = \frac{1}{2r}\int_{-r}^{r} \pi(r^2 - z^2)\, dz = \frac{2}{3}\pi r^2$. Таким образом, число частиц радиуса $r$ в области $(x_A, x_B)\times(y_A, y_B)$ при объемной концентрации примеси $C_V$ равно $N = \frac{S_p}{S'} = \frac{3C_V(x_B - x_A)(y_B - y_A)}{2\pi r^2}$. В полидисперсной примеси каждому сорту частиц соответствует объемная концентрация $C_{Vk} = q_k C_V$ $\left(\sum_{k=1}^{K} q_k = 1\right)$ и число частиц в рассматриваемой области $N_k = \frac{3\, q_k C_V(x_B - x_A)(y_B - y_A)}{2\pi r^2}$.

Расчет производится с шагом по времени $\tau$. Для решения уравнений движения применяется метод Рунге-Кутты пятого порядка точности. После вычисления перемещения частиц за интервал

$(t_{k-1};t_k]$ производится поиск соударений частиц друг с другом и с поверхностью тела. Для определения момента времени и параметров удара частицы о тело применяется методика половинного деления интервала расчета. Для поиска момента соударения двух частиц используется аппроксимация пространственных координат квадратными многочленами по времени

$$x_k(t)=a_{kx}\,t^2+b_{kx}\,t+c_{kx},$$

$$y_k(t)=a_{ky}\,t^2+b_{ky}\,t+c_{ky}.$$

Условием соударения частиц $i$ и $j$ служит равенство расстояния между их центрами масс сумме радиусов $\left(x_i(t)-x_j(t)\right)^2+\left(y_i(t)-y_j(t)\right)^2=\left(r_i+r_j\right)^2$. Представленное уравнение четвертой степени решается путем сведения его к уравнению третьей степени с помощью специального вида замены переменной [12]. Для каждой пары находящихся в зоне досягаемости друг для друга за интервал $(t_{k-1};t_k]$ частиц проверяется возможность столкновения. Формируется единая очередь событий, включающая также удары о поверхность тела. Она обрабатывается последовательно, начиная с самого раннего столкновения. Событие, произошедшее в момент времени $t_{k-1}+\tau^{¿}$ с частицей $i$, влечет за собой расчет ее параметров после удара, аннулирование всех последующих известных событий, в которых она участвовала, решение уравнений движения на интервале $(t_{k-1}+\tau^{¿};t_k]$, поиск новых столкновений и добавление их в общую очередь.

Методика расчета допускает распараллеливание на этапах решения уравнений движения и поиска соударений. Выполнена программная реализация алгоритма для многопроцессорных систем.

***Результаты***

В данном разделе иллюстрируются возможности разработанного программно-алгоритмического аппарата.

Проведена серия вычислительных экспериментов по моделированию обтекания кругового цилиндра радиусом 3 см газом с примесью в условиях атмосферы на высоте 10 км, число Маха набегающего потока равно 6. Параметры газа в ударном слое определялись с использованием табличных данных [13,14]. Материал частиц – песок с плотностью 2500 $кг/м^3$, диаметр частиц примеси 5, 10 и 50 мкм. Все частицы в каждом из экспериментов считались однородными шарами одинакового размера и плотности. Объемная концентрация дисперсной фазы в области невозмущенного течения составляла $10^{-5}$ и $10^{-4}$.

Расчеты проводились для следующих моделей дисперсной примеси: а) бесстолкновительная модель (без учета вращения и столкновений друг с другом); б) столкновительная модель, учитывающая соударения между частицами, но не учитывающая их закрутку; в), столкновительная модель поступательно-вращательного движения частиц, учитывающая как вращение частиц, так и их взаимодействие между собой.

Цель экспериментов – оценить значимость учета вращения частиц и их взаимодействия друг с другом с точки зрения воздействия дисперсной фазы на поверхность обтекаемого тела.

В качестве показателей динамического воздействия выбраны следующие характеристики: интенсивность соударений, представляющая собой число ударов частиц, приходящихся на единицу площади поверхности в единицу времени, и среднее значение нормальной составляющей скорости частиц в момент удара о поверхность. В качестве меры теплового воздействия дисперсной фазы на обтекаемое тело рассматривается потеря кинетической энергии частиц в результате соударения с экранируемой поверхностью, отнесенная к единице площади в единицу времени. Эта величина в дальнейшем называется удельной мощностью воздействия. При построении графиков характеристик применялось осреднение по пространству с шагом $1^{\circ}$, учитывались столкновения частиц по окончании переходного периода. Временной интервал осреднения в зависимости от режима варьировался от $2 \cdot 10^{-4}$ до $10^{-2}$ с. Учитывались удары со скоростями, превышающими 1 м/с.

На рис.1 представлены распределения частиц диаметром 5 мкм в различные моменты времени сразу после попадания тела в пылевое облако. Результаты получены по бесстолкновительной модели при концентрации примеси в области невозмущенного течения $10^{-5}$. Видно постепенное формирование в рамках ударного слоя зоны повышенной концентрации частиц вблизи обтекаемой поверхности.

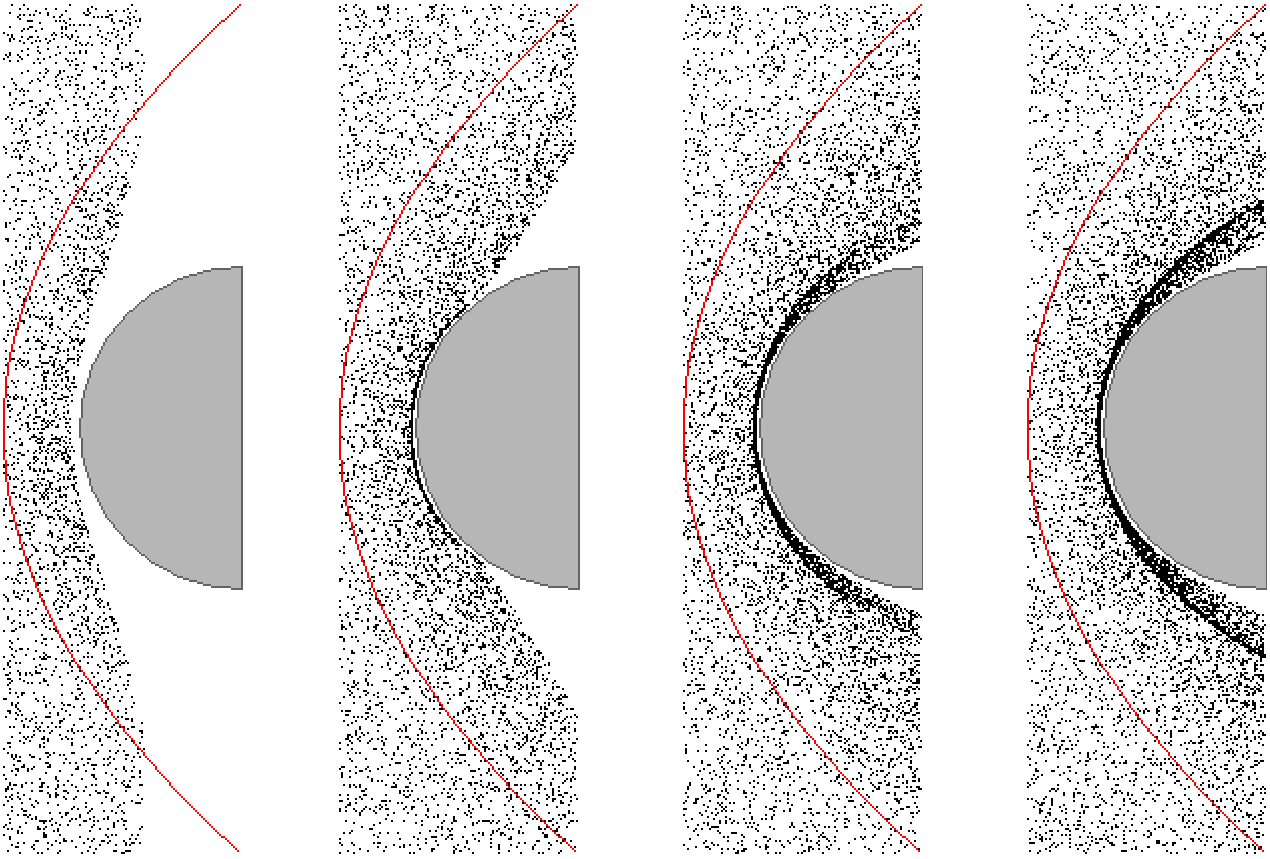
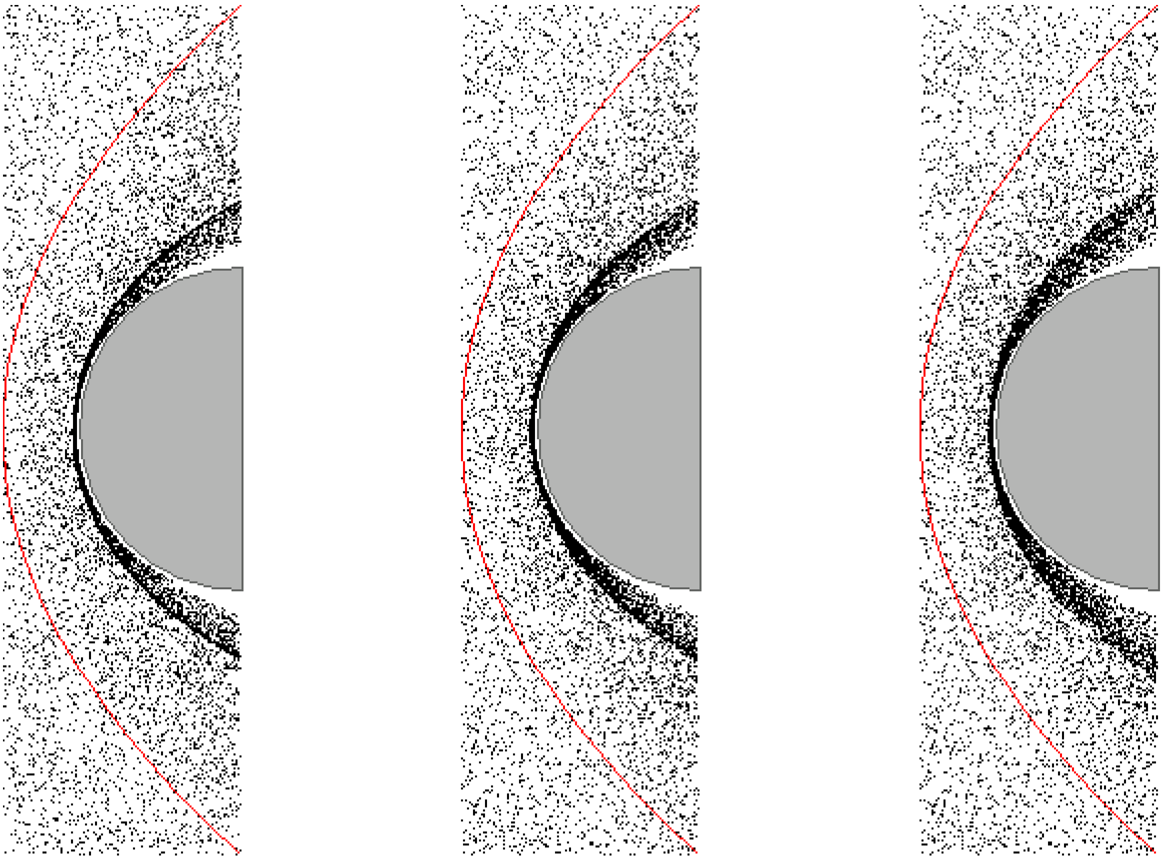


Рис. 1. Эволюция распределения частиц диаметром 5 мкм без учета соударений и вращения.

На рис.2 представлены установившиеся распределения частиц, полученные по трем различным моделям. Учет взаимодействия частиц друг с другом приводит к размыванию границы рассматриваемой и повышению концентрации примеси вблизи поверхности. Вращение частиц способствует некоторому расширению зоны повышенной концентрации, однако существенного вклада в картину распределения не вносит.



а б в

Рис. 2. Установившееся распределение примеси частиц диаметром 5 мкм в режимах:
а) без соударений и вращения; б) с учетом соударений; в) с учетом соударений и вращения.

На рисунках 3-5 приведены графики параметров динамического и теплового воздействия примеси частиц диаметром 5 мкм на поверхность тела.

Из графика на рис.3 видно, что учет соударений частиц приводит примерно к двукратному росту интенсивности ударов о поверхность тела уже при объемной концентрации примеси $10^{-5}$.

Повышение концентрации до $10^{-4}$ влечет многократное увеличение числа ударов частиц о тело. При этом наблюдается значительное уменьшение средней нормальной скорости частицы в момент соударения с поверхностью. Поскольку число частиц в экспериментах с учетом взаимодействия частиц и без такового было одинаковым, можно сделать вывод, что наблюдаются повторные неоднократные удары частицы о поверхность со снижающимися скоростями.

Распределение удельной мощности по продольной координате для частиц диаметром 5 мкм показано на рис. 5. Видно, что учет соударений приводит к ослаблению теплового воздействия частиц на тело практически на всей поверхности, что связано с экранирующим эффектом отраженных частиц. В особой мере это проявляется в окрестности передней критической точки.

Учет вращения частиц вызывает дальнейшее ослабление теплового воздействия практически на всей поверхности цилиндра.

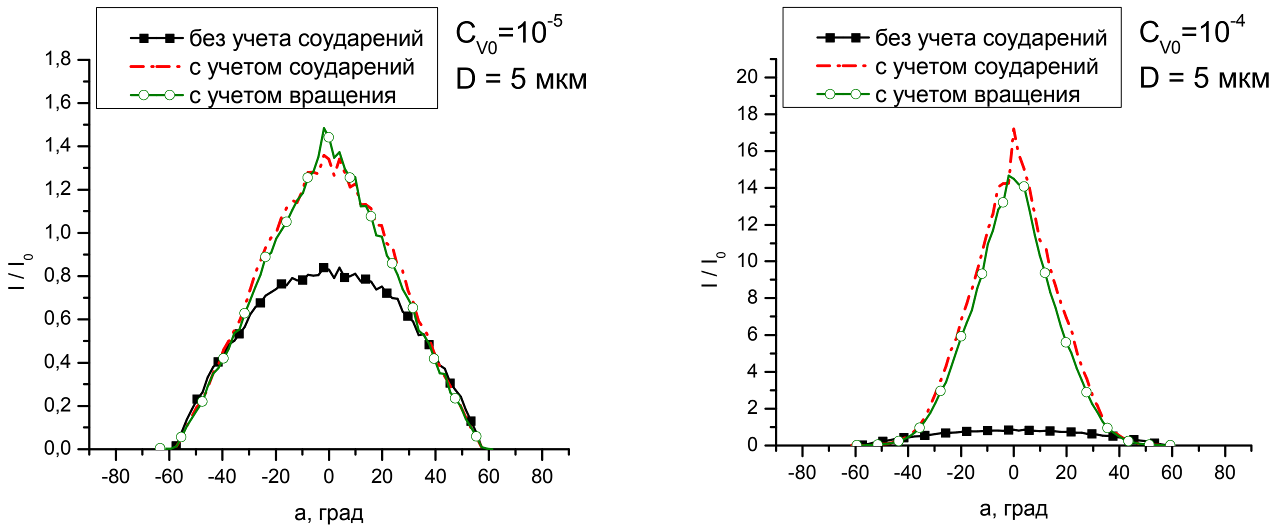



Рис. 3. Интенсивность ударов о тело частиц диаметром 5 мкм.

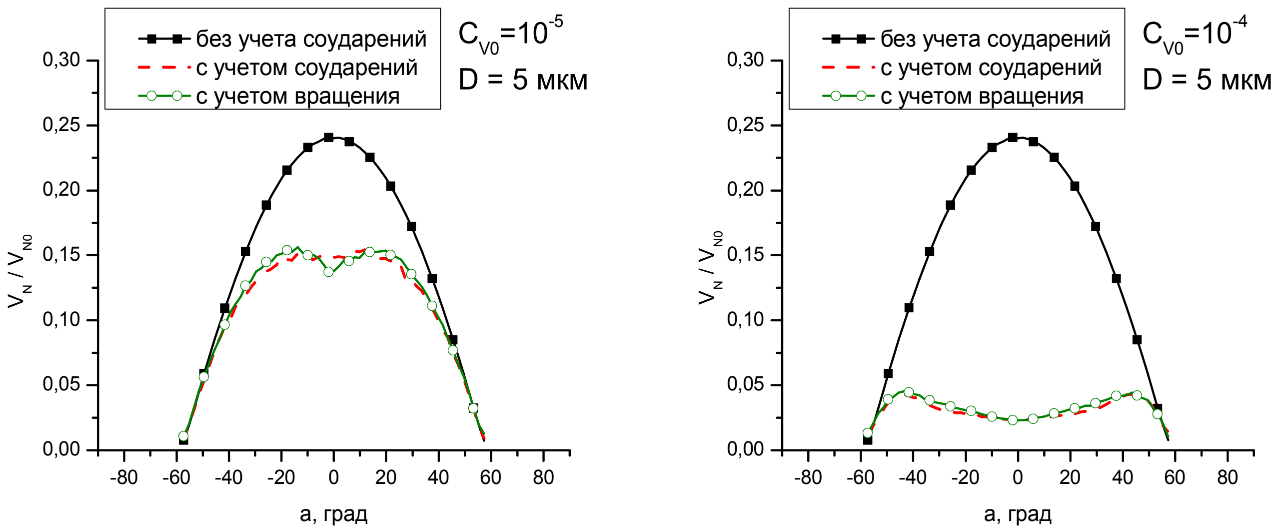



Рис. 4. Средняя нормальная составляющая скорости частиц диаметром 5 мкм в момент соударения с поверхностью.

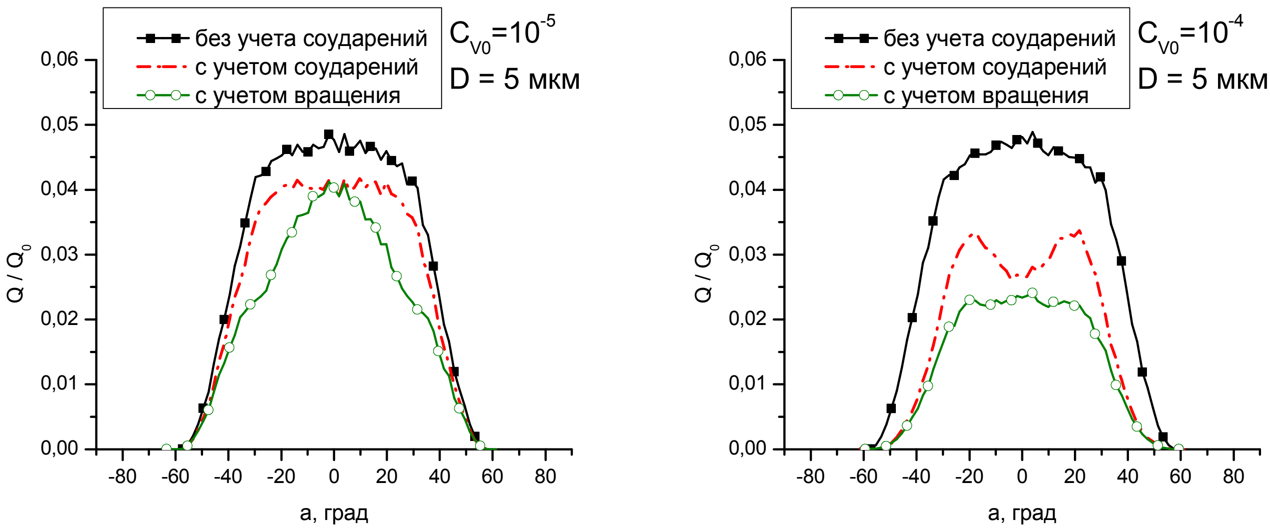



Рис. 5. Удельная мощность воздействия на тело примеси частиц диаметром 5 мкм.

***Список литературы***


1. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978, 336 с.
2. Стернин Л.Е., Маслов Б.Н., Шрайбер А.А., Подвысоцкий А.М. Двухфазные моно и полидисперсные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1980, 172 с.
3. C.T. Crowe, M. Sommerfeld, Y. Tsuji. Multiphase flows with droplets and particles. CRC Press LLC, 1998, 471 p.
4. Гилинский М.М., Стасенко А.Л. Сверхзвуковые газодисперсные струи. М.: Машиностроение, 1990, 176 с.
5. Tsirkunov Yu. M. Gas-particle flows around bodies – key problems, modeling and numerical analysis. // Proc. Fourth International Conference on Multiphase Flow (Ed.: E. Michaelides), May 27 – June1, 2001, New Orleans, LA, USA. – CD ROM Proc. ICMF’2001, paper No. 609, 31 p.
6. Henderson C.B. Drag coefficients of spheres in continuum and. rarefied flows. // AIAA Journal Vol. 14, No. 6, June 1976. P. 707-708.
7. Rubinow S.I., Keller J.B. The transverse force on a spinning sphere moving in viscous fluid. // J. Fluid Mech. 1961. V. 11. Pt. 3. P. 447-459.
8. Oesterle B., Bui Dinh T. Experiments on the lift of a spinning sphere in a range of intermediate Reynolds numbers. // Experiments in Fluids. Vol. 25, No. 1, June 1998. P. 16-22.
9. Dennis S.C.R., Singh S.N., Ingham D.B. The steady flow due to a rotating sphere at low and moderate Reynolds numbers. // J. Fluid Mech. 1981. V. 101. Pt. 2. P. 257-280.
10. McNamara S., Falcon E. Simulations of vibrated granular medium with impact-velocity-dependent restitution coefficient. // Physical Review E 71 2005. 031302-1 - 031302-6.

11. Циркунов Ю.М., Панфилов С.В., Клычников М.Б. Полуэмпирическая модель ударного взаимодействия дисперсной частицы примеси с поверхностью, обтекаемой потоком газовзвеси. // Инж.-физ. журн. 1994. Т. 67. № 5, 6. С. 379-386.
12. Подвысоцкий В. Общий аналитический метод решения алгебраических уравнений четвертой степени. // Электронная библиотека «Наука и техника». - http://www.n-t.org/tp/ns/oam.htm (17.11.2006)
13. Любимов А.Н., Русанов В.В. Течения газа около тупых тел: в 2 ч. Ч. 1. М.: Наука, 1970. - 287 с.
14. Любимов А.Н., Русанов В.В. Течения газа около тупых тел: в 2 ч. Ч. 2. М.: Наука, 1970. - 379 с.

---

Сведения об авторах

*Ревизников Дмитрий Леонидович, профессор кафедры вычислительной математики и программирования Московского авиационного института (государственного технического университета), д.ф.-м.н;*
*e-mail: reviz@k806.mainet.msk.su;*
*контактный телефон: 158-48-94;*

*Способин Андрей Витальевич, аспирант кафедры вычислительной математики и программирования Московского авиационного института (государственного технического университета);*
*e-mail: spise@inbox.ru;*
*контактный телефон: 777-00-55.*