

**«УТВЕРЖДАЮ»**

Директор ФГБУН

«Институт прикладной механики РАН»

доктор технических наук Власов А.Н.



  
10 2021 г.

## **ОТЗЫВ**

**ведущей организации**

**на диссертационную работу Федотенкова Григория Валерьевича  
«Нестационарное контактное взаимодействие упругих оболочек и  
сплошных тел», представленную на соискание ученой степени доктора  
физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика  
деформируемого твердого тела»**

**Актуальность темы диссертации.** Нестационарные контактные задачи приобретают все большую актуальность для развития современных видов транспорта, аэрокосмической, судостроительной, автомобильной, машиностроительной и других отраслей промышленности. Создание математических моделей и методов, позволяющих адекватно описывать динамические процессы деформирования тонкостенных элементов конструкций, является в настоящее время одной из важных и актуальных задач механики деформируемого твердого тела. Известные публикации по решению контактных задач для тонкостенных элементов конструкций и деформируемых тел, в основном, ограничиваются рассмотрением статических или стационарных задач. Нестационарные задачи в настоящее время мало исследованы. Поэтому разработка и реализация новых эффективных численно-аналитических методов и подходов к исследованию процессов нестационарного контактного взаимодействия

Отдел документационного  
обеспечения МАИ

«05» 10 2021 г.

упругих оболочек и сплошных тел является актуальной научной проблемой, как в фундаментальном, так и в прикладном отношении.

**Значимость и новизна полученных автором диссертации результатов.** Автором получены следующие наиболее значимые научные результаты диссертационной работы. Разработаны математические постановки нестационарных контактных задач для тонких цилиндрических и сферических оболочек и упругих тел. Найдены нестационарные функции влияния для цилиндрических и сферических оболочек в плоской, осесимметричной и пространственной постановках. Построены нестационарные функции влияния для цилиндрических и сферических оболочек с упругим заполнителем в плоской и осесимметричной постановках. Развит и обобщён метод решения нестационарных контактных задач с подвижными границами, основанный на принципе суперпозиции и методе функций влияния. С помощью разработанного метода получены решения ряда новых плоских, осесимметричных и пространственных нестационарных контактных задач с подвижными границами для тонких оболочек и упругих тел.

Результаты диссертации обладают научной значимостью и новизной, поскольку впервые с помощью аналитических методов построены нестационарные функции влияния для цилиндрических и сферических оболочек, включая задачи в пространственной постановке, а также с учётом наличия в оболочках заполнителя. Найденные функции влияния позволяют строить эффективные методы и алгоритмы решения нестационарных задач для оболочек, в том числе, нестационарных контактных задач. С помощью разработанных методов и алгоритмов решён ряд новых нестационарных контактных задач. Эти результаты обладают высокой научной значимостью и новизной.

**Достоверность полученных автором результатов** сомнения не вызывает, поскольку теория построена на известных уравнениях механики оболочек и упругих деформируемых тел, методы решения математически

строги и непротиворечивы, реализованные алгоритмы исследованы на сходимость. Приведено сравнение полученных автором результатов с известными результатами других авторов.

**Содержание диссертационной работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы, содержащего 284 наименования.

Во введении обосновываются актуальность темы диссертационной работы, научная новизна, теоретическая и практическая значимость результатов исследования, достоверность полученных результатов, сформулированы основные цели работы и её научные результаты. Здесь же приводится краткое содержание работы по главам и описание методов исследования.

В первой главе диссертации присутствует обзор публикаций по связанным с темой диссертации исследованиям. Приведены основные уравнения, построены математические постановки нестационарных контактных задач, решению которых посвящена диссертация. С применением принципа суперпозиции получены основные разрешающие интегральные уравнения для нестационарных контактных задач с подвижными границами области взаимодействия. Отдельно выделены вопросы, касающиеся определения положения границ области контакта с учётом возможного частичного отрыва граничных поверхностей в зоне контакта, их деформируемости и выхода перемещений за границы области взаимодействия. Описан алгоритм работы оригинальной итерационной процедуры, целью которой является уточнение положения границ области контакта с учётом наличия указанных выше эффектов. Приведены аналитические выражения известных нестационарных поверхностных функций влияния для упругого полупространства, используемые в дальнейшем при решении контактных задач.

для цилиндрической и сферической оболочки и упругого полупространства, а также для двух цилиндрических и сферических оболочек с учётом наличия в них упругого заполнителя. Для решения нестационарных контактных задач для оболочки и упругого полупространства предложено два метода. Первый из них используется при построении решения на начальном сверхзвуковом этапе взаимодействия. Этот этап характеризуется превышением скорости движения границ области контакта максимальную скорость распространения упругих волн в оболочке и полупространстве. За счёт этого носители контактного давления и нормальных перемещений границ взаимодействующих тел совпадают, что позволяет получить интегральное выражение связи контактного давления с нормальными перемещениями через поверхностную функцию влияния для упругого полупространства. Подстановка этого выражения в уравнения движения оболочки приводит к системе интегро-дифференциальных уравнений относительно перемещений, решение которой находится с помощью разложений в ряды Фурье и модифицированного метода Рунге-Кутта. Граница области контакта при этом находится из условия пресечения недеформированных граничных поверхностей оболочки и полупространства. Второй метод основан на принципе суперпозиции и справедлив на произвольном этапе контактного взаимодействия. При этом задача сводится к решению системы функциональных уравнений. Основное разрешающее уравнение вытекает из граничного условия с использованием метода функций влияния. До замкнутой системы оно дополняется уравнением движения оболочки как абсолютно твёрдого тела и кинематическим уравнением для определения положения границ области контакта, аналогичным соответствующему уравнению сверхзвукового этапа взаимодействия. Для уточнения положения границ области контакта использована итерационная процедура, позволяющая учесть деформируемость граничных поверхностей, частичное их отслоение и выход перемещений за

область контакта. Для решения задач о нестационарном контактном взаимодействии цилиндрических или сферических оболочек использован подход, аналогичных разработанному методу решения в случае контакта оболочки и полпространства на произвольном временном интервале. В результате получены решения поставленных задача, проведён широкий параметрический анализ результатов. Показано, что в процессе взаимодействия возникают зоны частичного отслоения граничных поверхностей взаимодействующих тел, что приводит к много связности области контакта. Проанализировано влияние наличия упругого заполнителя в оболочке на процесс нестационарного контактного взаимодействия.

Глава 5 посвящена решению пространственной нестационарной контактной задачи для абсолютно твердого тела и цилиндрической оболочки. Метод решения базируется на принципе суперпозиции и построенной ранее пространственной функции влияния для цилиндрической оболочки. Постановка задачи сведена к системе разрешающих уравнений. Основное из них является трехмерным интегральным уравнением относительно контактного давления. Оно дополняется уравнениями движения ударника и оболочки как абсолютно твёрдых тел, а также уравнением для определения положения границы области контакта. Для решения используется численно-аналитический алгоритм, основанный на методе механических квадратур. Построенный численный аналог системы разрешающих уравнений интегрируется пошагово по времени. В результате на каждом временном шаге решается система алгебраических уравнений относительно значений контактного давления в узлах пространственно-временной сетки. Затем определяются перемещения и положение границы области контакта. На каждом шаге по времени перемещение ударника и положение границ областей интегрирования уточняется с помощью итерационной процедуры. Приведены примеры расчётов.

**В заключении** представлены основные результаты диссертационной работы.

Автореферат полностью отражает основные положения диссертации.

**Значимость полученных автором диссертации результатов для развития механики деформируемого твёрдого тела.**

Полученные автором научные результаты имеют большое значение для развития механики деформируемого твёрдого тела, поскольку найденные аналитические решения в части построения функций влияния для цилиндрических и сферических оболочек открывают возможности для решения различных классов нестационарных задач механики, среди них задачи о нестационарном деформировании оболочек под воздействием зависящего от времени давления, распределённого по произвольному закону, нестационарные контактные задачи, задачи дифракции волн на оболочках, проблемы шума и виброзащиты, обратные нестационарные задачи механики тонкостенных конструкций.

**Рекомендации по использованию результатов диссертационной работы.** Представленные в диссертационной работе результаты могут быть применены к разработке методов исследования напряженно-деформированного состояния оболочек и элементов конструкций, работающих в условиях нестационарных контактных взаимодействий.

Результаты диссертации Федотенкова Григория Валерьевича могут быть использованы в следующих организациях: ФГБУН «ИПРИМ РАН», ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», НИИ Механики МГУ им. М.В. Ломоносова, ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева - КАИ» и др.

**Замечания по диссертационной работе.**

1. При формулировке определяющих соотношений теории оболочек не очевидно, введена ли автором поправка на обобщенное плоское напряженное состояние ( $\bar{\lambda} = \lambda [2\mu / (\lambda + 2\mu)]$ ), где  $\lambda$  и  $\mu$  – параметры

Ламе), учет которой необходим для корректного определения значений тангенциальной и изгибной жесткостей оболочки и, следовательно, для вычисления скоростей распространения тангенциальных и изгибных волн в оболочке.

2. В настоящее время с позиции практических приложений наиболее актуальными являются контактные задачи для композитных оболочек. Хотя очевидно, что разработанные автором методы и подходы к решению нестационарных контактных задач могут быть использованы и в случае анизотропии материала оболочки, это следовало отметить в диссертации и в автореферате, а также указать, какие дополнительные сложности при этом возникают?

**Публикации, отражающие основное содержание работы.** По теме диссертации автором опубликовано 114 печатных работ, в том числе 40 научных статей в изданиях, рекомендованных ВАК Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, из них 27 в изданиях, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования WoS и SCOPUS. Получено 2 Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ. Основные результаты докладывались на научных конференциях высокого уровня.

Результаты диссертации, выносимые автором на защиту, опубликованы в ведущих рецензируемых научных журналах, внесенных в Перечень журналов и изданий, утверждённых Высшей аттестационной комиссией. Полученные результаты соответствуют уровню докторской диссертации по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Отмеченные замечания не снижают общего положительного впечатления о работе и не носят принципиального характера. Общие выводы диссертации соответствуют содержанию проделанной работы. Автореферат в полном объеме отражает содержание диссертации.

Представленная к защите диссертационная работа соответствует требованиям п.п. 9-14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013г., а её автор, Федотенков Григорий Валерьевич, заслуживает присуждения ему искомой ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Отзыв рассмотрен и одобрен на расширенном заседании научно-методического семинара Отдела «Механика адаптивных композиционных материалов и систем» и Ученого совета ИПРИМ РАН 05 октября 2021 года (Протокол №7/21).

Директор ФГБУН Института прикладной механики РАН,

д.т.н.



Власов А.Н.

Подпись Власова А.Н. заверяю.

Ученый секретарь ИПРИМ РАН,

к.ф.-м.н.



Карнет Ю.Н.

Контактные данные организации:

ФГБУН Институт прикладной механики Российской академии наук.

125040, г. Москва, Ленинградский проспект, д. 7, стр. 1

Телефон: +7 495 946-18-06.

Факс: +7 495 946-18-03.

Адрес электронной почты: [iam@iam.ras.ru](mailto:iam@iam.ras.ru)

Официальный сайт: <https://iam.ras.ru>