

*На правах рукописи*



**Нгуен Зыонг Фунг**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВИБРОПОГЛОЩАЮЩИХ СВОЙСТВ ПЛАСТИНЫ  
ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН РАЗЛИЧНОГО  
ВИДА**

Специальность: 01.02.06

Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата

технических наук

Москва 2022

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет).

Научный руководитель: кандидат технических наук, доцент  
**Локтева Наталья Александровна**

Официальные оппоненты: доктор технических наук, старший научный сотрудник, профессор кафедры «Механика грунтов и геотехника» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), **Никифорова Надежда Сергеевна**  
кандидат технических наук, доцент кафедры «Системы автоматизированного проектирования», Российский университет транспорта (МИИТ), **Бадьина Елена Сергеевна**

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки **Институт прикладной механики Российской академии наук**  
Юридический и почтовый адрес: 125040, г. Москва, Ленинградский проспект, д. 7, стр. 1

Защита состоится «22» июня 2022 года в 16:00 на заседании диссертационного совета Д.212.125.05 ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО МАИ (НИУ) и на сайте <https://mai.ru/events/defence/?bypost=Y>

Автореферат разослан «  » \_\_\_\_\_ 2022 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

Федотенков Г.В.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Актуальность работы.**

Негативное влияние вибраций, как непосредственно на человека, так и на здания и сооружения, давно доказано и сомнению не подлежит. Однако расширение транспортной инфраструктуры, а в рамках рассматриваемой проблемы в первую очередь метрополитена, в пределах уже существующей застройки в современных городах, не позволяет расположить тоннели и железнодорожные полотна на таком расстоянии от жилых домов и офисных зданий, чтобы отрицательное влияние вибраций от движущегося транспорта было минимальным. Решение проблемы защиты от различной степени интенсивности вибраций, возникающих как по естественным, так и техногенным причинам, ищется уже достаточно давно и на данный момент существуют способы понижения уровня вибраций в грунте разной степени эффективности.

В работе исследуются вибропоглощающие свойства защитных препятствий в виде преграды, моделируемой пластинами различного вида, под воздействие импульсных вибраций, индуцированных в грунте. Полученные результаты решения связанных нестационарных задач, учитывающих как движение грунта, так и поглощающие свойства преграды, позволяют варьировать их материал и геометрию, и получать заданные величины вибраций в грунтах после прохождения волнами преград, что делает данное исследование актуальным как с чисто теоретической, так и с практической точки зрения. Кроме того, в работе рассмотрены различные виды вибропоглощающих преград, имеющие различную структуру.

Данный подход позволяет проектировать преграды с заданными параметрами вибропоглощения и избегать усиления конструкций зданий и сооружений, как метода виброзащиты. Так же работа представляет и чисто теоретический интерес, так как рассматриваются нестационарные связанные задачи о взаимодействии пластин и упругих сред и разные подходы к их решению.

### **Цель работы.**

Основной целью данной работы является разработка способов оценки виброзащитных свойств преград различного вида в грунте и выбор на основе полученных результатов оптимальной структуры вибропоглощающей преграды.

### **Научная новизна.**

Впервые разработана связанная математическая модель взаимодействия нестационарных волн с преградой, имеющей различную структуру (однородная и трехслойная преграды), в грунте и дана оценка их поглощающих свойств.

Впервые исследовано импульсное воздействие волн различной формы (плоские и цилиндрические) на преграды различной структуры.

Впервые на основании полученного подхода, определены значения напряжений и перемещений в любой точке грунта после прохождения волной преграды.

Впервые получены аналитические и численно-аналитические методы, позволяющие рассматривать и учитывать различные физические свойства как грунта, так и преграды, а также учитывать ее геометрические характеристики.

### **Практическая ценность.**

Результатом данной работы является получение методики организации виброзащитных препятствий, существенно снижающих негативное воздействие колебаний на фундаменты зданий и сооружений, а также в жилых помещениях. Так как поставленная задача вырастает из практических проблем изоляции среды обитания человека от метрополитена, железных дорог и прочих техногенных объектов, являющихся источником вибраций, то можно рассчитывать и на определенный экономический эффект, так как сокращение зоны отчуждения между, например, жилыми домами и оживленными трассами или железнодорожными путями, позволяет более эффективно использовать освободившуюся землю под жилую застройку.

В результате выполнения данного исследования разработана нестационарная математическая модель взаимодействия различных преград с индуцированными в упругой среде волнами различного вида. Данная модель устанавливает взаимосвязь между вибропоглощающими свойствами преграды, ее геометрическими параметрами, механическими свойствами материала изготовления и внешним воздействием. Учитывается как тип преграды, так и вид нестационарного воздействия – рассматриваются плоская и цилиндрические волны. В результате разработан и реализован на ЭВМ алгоритм определения поглощающих свойств преграды, где учтены и могут варьироваться геометрические и механические параметры преграды, возможно рассмотрение как однородных преград, так и преград сложной конструкции, что позволяет получать заданные величины нестационарных волн в заданной точке полупространства поле прохождения преграды волной. Данный подход позволяет проектировать наиболее эффективные вибропоглощающие барьеры без изменений в проектируемых или уже существующих зданиях и сооружениях, находящихся в зоне опасного воздействия нестационарных колебаний грунта.

### **Обоснованность и достоверность результатов исследований.**

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгой постановкой задачи на основании фундаментальных положений механики сплошной среды, теории упругости и пластины и известными методами решения поставленных задач.

### **Методы исследования.**

В работе решается связанная задача о взаимодействии нестационарных волн различной геометрии с вибропоглощающими преградами в грунте. Рассматриваются два варианта преград – однородная и преграда сложной трехслойной конструкции. Для построения решения используются методы классической механики, такие как прямое и обратное преобразования Лапласа по времени и разложение в тригонометрические ряды по координате.

Так же используются численно-аналитические методы обращения преобразования Лапласа, так как в силу сложности полученных выражений аналитически выполнить обращение невозможно. Вибропоглощающие свойства преграды оцениваются с помощью коэффициента редукции, представляющего из себя соотношение перемещений в волнах, прошедших поглощающую преграду, с перемещениями в набегающих волнах.

### **Основные результаты работы, выносимые на защиту.**

На защиту выносятся следующие результаты:

Математическая модель взаимодействия нестационарных волн с преградой, имеющей различную конструкцию, в грунте и оценка их поглощающих свойств.

Решение связанных задач о взаимодействии нестационарных волн в грунте и преград различной структуры, позволяющее определить значения напряжений и перемещений в произвольной точке грунта, после прохождения вибропоглощающего препятствия.

Анализ, оценка и рекомендации по выбору геометрических параметров преграды, ее структуры, и механических параметров материала на снижение вибрации в защищаемой зоне.

### **Апробация работы.**

Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях, симпозиумах и семинарах:

Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих симпозиумах, конференциях и семинарах:

- Конференция «Ломоносовские чтения» (г.Москва, 2018, 2020, 2021)
- VI-VII Международный научный семинар «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы» (г.Москва, 2017, 2018)
- XXIV-XXVII Международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред им. А. Г. Горшкова» (г.Москва, 2018, 2019, 2021)
- XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г.Уфа, 2019)
- Проблемы безопасности на транспорте (г.Минск, 2020)
- Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского (г.Москва, 2020,2021)

- Международная научная конференция "Проблемы прочности, динамики и ресурса", посвященная памяти и 95-летию со дня рождения Ф.М. Митенкова (г. Нижний Новгород, 2019)

#### **Публикации.**

Результаты выполненного исследования опубликованы в 15 тезисах и статья, из них 2 напечатаны в журналах из перечня ВАК и 4 в журнале, входящем в базу данных Scopus.

#### **Структура и объем работы.**

Диссертационная работа состоит из введения, 5 глав, заключения и библиографического списка. Общий объем диссертации составляет 118 страниц, в него входят 22 рисунка и 3 таблицы. Библиографический список состоит из 115 наименований.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** дано обоснование актуальности выбранной темы, сформулированы цели и задачи исследования, описаны методы исследования, научная новизна и практическая ценность данной работы, приведено краткое содержание диссертации по главам.

**В главе 1** выполнен обзор литературы, где исследованы работы, посвященные различным видам источников колебаний, способам гашения вибраций, выделена исследуемая область защиты от вибраций, осуществляемая с помощью вибропоглощающих преград в грунте, показаны существующие методы проектирования подобных виброзащитных сооружений и обоснована постановка и решение подобных задач аналитическими и численно-аналитическими способами в силу малого количества подобных работ.

Выполнена постановка задачи, где рассматривается пластина, окруженная с двух сторон грунтом, моделировать который предполагается с помощью уравнений теории упругости, описывающих упругую среду. Среды, окружающие пластину, обозначаются соответственно «1» и «2» (рис. 1). Изотропная упругая среда «1» имеет плотность  $\rho_1$ , со скоростью распространения в ней продольных волн растяжения-сжатия  $c_1$  и скоростью распространения сдвиговых волн  $c_2$ . Предполагается, что скорости распространения волн в средах «1» и «2» будут одинаковыми, однако, предложенный подход подразумевает возможность рассмотрения различных сред по разные стороны от вибропоглощающего препятствия.

В качестве вибропоглощающей преграды предполагается рассматривать два вида препятствий:

- однородные пластины, движение которых описывается уравнениями Кирхгофа-Лява;

- преграды сложной конструкции в виде трехслойных пластин, описываемые системой уравнений Паймушина В.Н.

Задача рассматривается в декартовой системе координат  $Oxuz$ . Пластина расположена таким образом, что плоскость  $Oxu$  для пластины является срединной, а ось  $Oz$  направлена в глубину среды «2».

Внешнее воздействие представляют из себя затухающие волны, распространяющиеся из среды «1» и имеющие различный вид. Рассматриваются два типа волн: плоские и цилиндрические волны.

Обозначенные задачи решаются в плоском безразмерном виде независимо от координаты  $y$ .

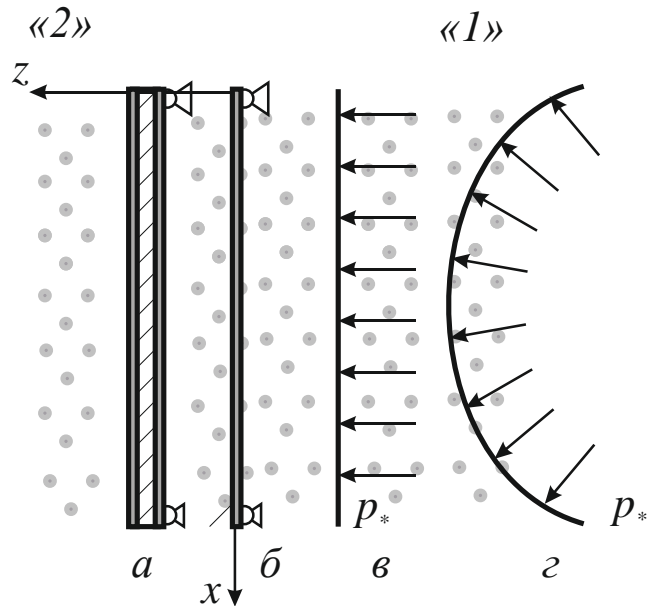


Рис. 1. Модель взаимодействия упругих сред с пластиной, где в качестве преград могут выступать:  $a$  – трехслойная пластин,  $b$  – однородная пластина; в качестве внешнего воздействия могут выступать  $v$  – плоская затухающая волна,  $z$  – цилиндрическая затухающая волна.

На рис. 1 приведены варианты преград: однородной и трехслойной, а также возможные варианты воздействия плоской или цилиндрической затухающих волн. В работе рассмотрены все сочетания преград и набегающих волн.

На пластину набегают нестационарная волна с амплитудой давления на фронте  $p_*$ . Начальные условия нулевые. В результате ее взаимодействия с пластиной в окружающих средах «1» и «2» возбуждаются давления с амплитудами  $p_1$  и  $p_2$  соответственно. На границе сред и пластины значения амплитуд давлений будут совпадать с напряжениями в грунте. Где  $p_2$  – амплитуда давления прошедшей волны,  $p_1$  – определяется как:

$$p_1 = p_* + p_{1w} \quad (1)$$

В формуле (1)  $p_{1w}$  – амплитуда давления отраженной волны.

Математическая постановка задачи включает в себя задание амплитуды давления набегающей волны  $p_*$ , краевую задачу для пластины, а также условия контакта на границе пластины и среды.

Оценка вибропоглощающих свойств преград будет выполняться с помощью коэффициента редукции:

$$k_r = \left| \frac{w_{\max}^{(2)}}{w_*} \right| \quad (2)$$

где:  $w_*$  - максимальные значения нормальных перемещений в набегающей волне;  $w_{\max}^{(2)}|_{z=0}$  - максимальные значения перемещений в волне, прошедшей преграду на границе со средой «2».

В качестве начальных условий приняты условия следующего вида

$$w|_{t=0} = 0, u|_{t=0} = 0. \quad (3)$$

Граничные условия соответствуют шарнирному опиранию

$$w|_{x=0,l} = 0, w''|_{x=0,l} = 0. \quad (4)$$

$$\sigma_{33}|_{t=0, z=0} = \sigma_{33*} = p_* \quad (5)$$

Для решения задач о виброизоляционной защите от воздействия нестационарных волн необходимо иметь метод, позволяющий определять наиболее эффективные параметры геометрии пластины и материалы, используемые для ее изготовления.

**В главе 2** рассматривается движение грунта и определяются значения кинематических и динамических параметров в волнах различного вида. В качестве модели грунта используется изотропная упругая среда, которая описывается уравнениями теории упругости. Замкнутая система уравнений, описывающая ее плоское движение включает в себя соотношения Коши, физический закон, уравнения движения грунта относительно скалярного потенциала  $\varphi$  и компонент  $\psi$  векторного потенциала перемещений.

Введём следующие безразмерные величины:

$$\begin{aligned} \bar{u} = \frac{u}{h}, \bar{w} = \frac{w}{h}, \bar{x} = \frac{x}{h}, \bar{z} = \frac{z}{h}, \bar{\tau} = \frac{c \cdot t}{h}, \bar{\psi} = \frac{\psi}{h^2}, \bar{\varphi} = \frac{\varphi}{h^2}, \\ \bar{\sigma}_{11} = \frac{h(1-\nu^2)\sigma_{11}}{t_1 E_{II}}, \bar{\sigma}_{13} = \frac{h(1-\nu^2)\sigma_{13}}{t_1 E_{II}}, \bar{\sigma}_{33} = \frac{h(1-\nu^2)\sigma_{33}}{t_1 E_{II}}. \end{aligned} \quad (6)$$

В дальнейшем верхнее подчеркивание, обозначающие безразмерные величины будем опускать. Все функции, входящие в уравнения движения грунта раскладываются в тригонометрические ряды, удовлетворяющие граничным условиям (4).

С учетом разложений в тригонометрические ряды, удовлетворяющих граничным условиям и выполнений преобразования Лапласа, соотношения



Коши и физический закон в коэффициентах рядов запишутся следующим образом:

– соотношения Коши

$$\varepsilon_{11n}^{(j)L} = -\lambda_n u_n^{(j)L}, \varepsilon_{33n}^{(j)L} = \frac{\partial w_n^{(j)L}}{\partial z}, \varepsilon_{13n}^{(j)L} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_n^{(j)L}}{\partial z} + \lambda_n w_n^{(j)L} \right), \quad (7)$$

$$\theta_n^{(j)L} = -\lambda_n u_n^{(j)L} + \frac{\partial w_n^{(j)L}}{\partial z};$$

– физический закон

$$\begin{aligned} \sigma_{11n}^{(j)L} &= -\lambda_n \gamma u_n^{(j)L} + \alpha \frac{\partial w_n^{(j)L}}{\partial z}, \\ \sigma_{13n}^{(j)L} &= \frac{\gamma - \alpha}{2} \left( \frac{\partial u_n^{(j)L}}{\partial z} + \lambda_n w_n^{(j)L} \right), \\ \sigma_{33n}^{(j)L} &= -\alpha \lambda_n u_n^{(j)L} + \gamma \frac{\partial w_n^{(j)L}}{\partial z}; \end{aligned} \quad (8)$$

где введены следующие обозначения

$$\gamma = \frac{(1 - v_{gr})(1 - v^2)hE_{gr}}{(1 + v_{gr})(1 - 2v_{gr})t_1 E_{II}}, \alpha = \frac{v_{gr}(1 - v^2)hE_{gr}}{(1 + v_{gr})(1 - 2v_{gr})t_1 E_{II}}.$$

Условие органичности для грунта на бесконечности можно записать в следующем виде:

Для среды «1» при  $z \rightarrow -\infty$

$$\varphi_n^{(1)L}(z, s) = O(1), \psi_n^{(1)L}(z, s) = O(1). \quad (9)$$

Для среды «2» при  $z \rightarrow +\infty$

$$\varphi_n^{(2)L}(z, s) = O(1), \psi_n^{(2)L}(z, s) = O(1). \quad (10)$$

Уравнения движения среды относительно скалярного потенциала  $\varphi$  и компонент  $\psi$  векторного потенциала перемещений после соответствующего разложения в ряды и применения преобразования Лапласа примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi_n^L}{\partial z^2} - \beta_{1n}^2 \varphi_n^L &= 0, \\ \frac{\partial^2 \psi_n^L}{\partial z^2} - \beta_{2n}^2 \psi_n^L &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Тогда уравнения нормальных и касательных перемещений упругой среды будут выглядеть как:

$$\begin{aligned} w_n^L &= \frac{\partial \varphi_n^L}{\partial z} - \lambda_n \psi_n^L, \\ u_{1n}^L &= \lambda_n \varphi_n^L - \frac{\partial \psi_n^L}{\partial z}. \end{aligned} \quad (12)$$

Удовлетворяющие условию (9), (10) решения уравнений (11) имеют вид:

$$\begin{aligned}\varphi_n^{(1)L}(z,s) &= C^{(1)} e^{\beta_{1n}z}; \quad \varphi_n^{(2)L}(z,s) = C^{(2)} e^{-\beta_{1n}z}; \\ \psi_n^{(1)L}(z,s) &= D^{(1)} e^{\beta_{2n}z}; \quad \psi_n^{(2)L}(z,s) = D^{(2)} e^{-\beta_{2n}z}.\end{aligned}\tag{13}$$

где  $C^{(1)}, C^{(2)}, D^{(1)}, D^{(2)}$  – константы интегрирования для сред «1» и «2».

Для решения поставленной задачи необходимо задать набегающую волну, которая будет иметь два варианта формы – плоскую и цилиндрическую. На основании тех же уравнений движения среды и условий ограниченности на бесконечности получаем следующие значения напряжений и перемещений в пространстве изображений после разложения в тригонометрические ряды:

- плоская затухающая волна

$$\begin{aligned}u_{*n}^L = 0, w_{*n}^L &= \frac{2}{\gamma} \frac{P_*}{s+1} \frac{1 - \cos\left(\frac{\lambda_n L_1}{h}\right)}{\lambda_n}; \\ \sigma_{13*n}^L = 0, \sigma_{33*n}^L &= \frac{2P_*}{s+1} \frac{1 - \cos\left(\frac{\lambda_n L_1}{h}\right)}{\lambda_n}.\end{aligned}\tag{14}$$

- цилиндрическая затухающая волна

$$\begin{aligned}u_{*n}^L &= 2 \frac{r_{100}^2 P_*}{NL_1} \frac{1}{s+1} \int_0^{L_1} \frac{x-x_1}{r_{10}} K_1(r_{10}) \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L_1}\right) dx, \\ w_{*n}^L &= 2 \frac{r_{100}^2 P_*}{NL_1} \frac{1}{s+1} \int_0^{L_1} \frac{d}{r_{10}} K_1(r_{10}) \sin\left(\frac{\lambda_n x}{L_1}\right) dx, \\ \sigma_{13*n}^L &= 2 \frac{-(\gamma - \alpha) r_{100}^2 dp_*}{NL_1} \frac{1}{s+1} \int_0^{L_1} \frac{(x-x_1)}{r_{10}^2} K_2(r_{10}) \cos\left(\frac{\lambda_n x}{L_1}\right) dx, \\ \sigma_{33*n}^L &= 2 \frac{r_{100}^2 P_*}{L_1 N} \frac{1}{s+1} \int_0^{L_1} \frac{1}{r_{10}^2} \left[ (\alpha + \gamma) r_{10} K_1(r_{10}) - \right. \\ &\quad \left. - r_{330}^2 K_2(r_{10}) \right] \sin\left(\frac{\lambda_n x}{L_1}\right) dx.\end{aligned}\tag{15}$$

Полученные значения коэффициентов рядов вычисляются численно при решении поставленных задач в среде Maple.

**В главе 3** изучается взаимодействие однородной изотропной пластины, расположенной в упругой среде и делящей ее на два полупространства, и набегающих одиночных затухающих импульсов различного вида.

Уравнение движения в перемещениях для однородной пластины Кирхгофа-Лява в плоской постановке записываются следующим образом:

$$\rho_{II} h \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial t^2} = -D \frac{\partial^4 w_0(x,t)}{\partial x^4} + P, \quad D = \frac{E_{II} h^3}{12(1 - \nu_{II}^2)},\tag{16}$$

где  $P = p_1 + p_2$ ,  $\rho_{II}, E_{II}, \nu_{II}$  - плотность, модуль упругости первого рода, коэффициент Пуассона материала пластины;  $L, h$  - длина, толщина пластины,  $w_0(x, t)$  - прогиб средней линии пластины.

Для решения поставленной задачи необходимо выполнить обезразмеривание величин, входящих в выражение (16), после чего применить к нему преобразования Лапласа по времени и разложить функции в тригонометрические ряды по координате  $x$ , аналогично Главе 2.

Запишем входящие в выражение (16) величины в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x}{L}; \bar{z} = \frac{z}{L}; \tau = \frac{c \cdot t}{L}; \\ \bar{w} &= \frac{w}{L}; \bar{u} = \frac{u}{L}; \\ \bar{\sigma}_{11} &= \frac{\sigma_{11}}{E_{gr}}; \bar{\sigma}_{13} = \frac{\sigma_{13}}{E_{gr}}; \bar{\sigma}_{33} = \frac{\sigma_{33}}{E_{gr}}; \\ \bar{\Psi} &= \frac{\Psi}{L^2}; \bar{\Phi} = \frac{\Phi}{L^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

В дальнейшем будем опускать знак верхнего подчеркивания « $\bar{\phantom{x}}$ » в обозначении функций.

Поскольку, исходя из общей постановки задачи, краевая задача о взаимодействии волны с преградой в грунте будет решаться в пространстве изображений, то необходимо применить к формуле (14) преобразование Лапласа:

$$s^2 w_{0n}^L = \frac{-h^2}{12(1-\nu_{II})L^2} \lambda_n^4 w_{0n}^L + (p_{1n}^L + p_{2n}^L) \quad (18)$$

Для решения поставленной задачи необходимо установить связь между давлением на границе сред и пластины и кинематическими параметрами. Для этого на границе упругого пространства задано нормальное единичное поле перемещений:  $w|_{z=0} = w(x, y)e^{-t}$ , требуется найти давление на границе  $p|_{z=0} = p(x, y)e^{-t}$ .

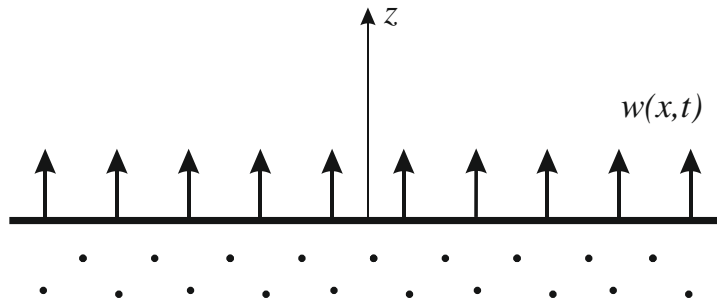


Рис. 2 Единичное поле нормальных перемещений на границе упругого полупространства

Для среды «1» имеется:  $u_n^{(1)L} = 0, w_n^{(1)L} = -1$ ; отсюда с учетом граничного условия и (9) следует:

$$C^{(1)} = \frac{\beta_{2n}}{\beta_{1n}\beta_{2n} - \lambda_n^2}, D^{(1)} = \frac{\lambda_n}{\beta_{1n}\beta_{2n} - \lambda_n^2} \quad (19)$$

$$G_{wn}^{(1)L}(z) = \frac{\beta_{1n}\beta_{2n}e^{\beta_{1n}z} - \lambda_n^2e^{\beta_{2n}z}}{\beta_{1n}\beta_{2n} - \lambda_n^2}, \quad (20)$$

$$G_{\sigma_{33n}}^{(1)L}(z) = -\frac{\left((\alpha\lambda_n^2 - \gamma\beta_{1n}^2)e^{-\beta_{1n}z} - (\alpha - \gamma)\lambda_n^2\beta_{2n}e^{-\beta_{2n}z}\right)\beta_{2n}}{\beta_{1n}\beta_{2n} - \lambda_n^2}.$$

Для среды «2» имеется:  $u_n^{(2)L} = 0, w_n^{(2)L} = 1$ ; отсюда с учетом граничного условия и (10) следует:

$$C^{(2)} = \frac{-\beta_{2n}}{\beta_{1n}\beta_{2n} - \lambda_n^2}, D^{(2)} = \frac{\lambda_n}{\beta_{1n}\beta_{2n} - \lambda_n^2} \quad (21)$$

$$G_{wn}^{(2)L}(z) = \frac{\beta_{1n}\beta_{2n}e^{-\beta_{1n}z} - \lambda_n^2e^{-\beta_{2n}z}}{\beta_{1n}\beta_{2n} - \lambda_n^2}, \quad (22)$$

$$G_{\sigma_{33n}}^{(2)L}(z) = \frac{\left((\alpha\lambda_n^2 - \gamma\beta_{1n}^2)e^{-\beta_{1n}z} - (\alpha - \gamma)\lambda_n^2\beta_{2n}e^{-\beta_{2n}z}\right)\beta_{2n}}{\beta_{1n}\beta_{2n} - \lambda_n^2}.$$

Из выражений (20) и (22) следует что, изображения искомых давлений на границе полупространства:

$$\begin{aligned} p_{1n}^L &= w_{0n}^L(s) * G_{\sigma_{33n}}^{(1)L}(s); \\ p_{2n}^L &= w_{0n}^L(s) * G_{\sigma_{33n}}^{(2)L}(s). \end{aligned} \quad (23)$$

Поставляем значения амплитуды давлений (23) в уравнение (18), получаем значение искомых нормальных перемещений средней линии пластины:

$$\begin{aligned} w_{nz}^{(2)L} &= \frac{\sigma_{33n} * (\beta_{1n}\beta_{2n}e^{-\beta_{1n}z} - \lambda_n^2e^{-\beta_{2n}z})K_2}{K_1\beta_{1n}\beta_{2n}\lambda_n^4 - K_1\lambda_n^6 + 2K_2\gamma\beta_{1n}^2\beta_{2n} - 2K_2\gamma\beta_{2n}\lambda_n^2 + s^2\beta_{1n}\beta_{2n} - s^2\lambda_n^2}; \\ \sigma_{33nz}^{(2)L} &= \frac{\sigma_{33n} * K_2\beta_{2n} \left[ (\alpha\lambda_n^2 - \gamma\beta_{1n}^2)e^{-\beta_{1n}z} - \lambda_n^2(\alpha - \gamma)e^{-\beta_{2n}z} \right]}{K_1\beta_{1n}\beta_{2n}\lambda_n^4 - K_1\lambda_n^6 + 2K_2\gamma\beta_{1n}^2\beta_{2n} - 2K_2\gamma\beta_{2n}\lambda_n^2 + s^2\beta_{1n}\beta_{2n} - s^2\lambda_n^2}; \end{aligned} \quad (24)$$

Таким образом, в пространстве изображений получены решения для нормальных и касательных перемещений на границе преграды и сред «1» и «2» в коэффициентах рядов.

Как известно, обращение преобразования Лапласа легко выполняется в случае ограниченной области и отсутствия точки ветвления, однако, в нашем случае эти условия не соблюдаются, таким образом, становится очевидным, что аналитическое обращение невозможно. Для обращения функции применяется модифицированный метод Дурбина. В качестве примера приведены графики нормальных перемещений для плоской затухающей волны, взаимодействующей с однородной преградой в безразмерных величинах (Рис.3, Рис.4).

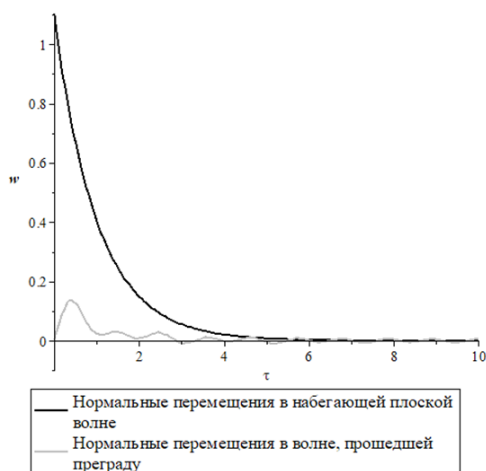


Рис. 3. Нормальные перемещения в плоской набегающей волне и в волне, прошедшей преграду на границе среды «2» и пластины

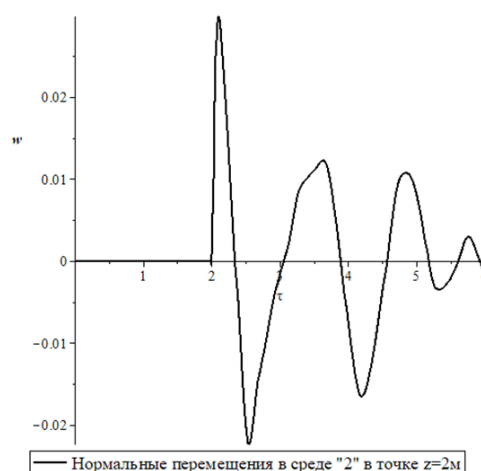


Рис. 4 Нормальные перемещения в волне, прошедшей преграду на расстоянии  $z=2$  в среде «2»

**В главе 4** изучается взаимодействие трехслойной преграды с затухающими волнами различного типа в грунте.

Объектом исследования является трехслойная пластина симметричной структуры, состоящая из двух несущих слоев и заполнителя между ними. Несущие слои пластины являются упругими и изотропными, с модулем упругости первого рода  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$ , имеют толщину  $2t_1$ . Заполнитель ортотропный, сотовой конфигурации, с модулем упругости  $E_z$  и коэффициентом Пуассона  $\nu_z$ , имеет толщину  $2h$ . Заполнитель имеет модуль обжатия  $E_3$  и модули поперечного сдвига  $G_1$  и  $G_2$  в направлениях осей  $Ox$  и  $Oy$  соответственно. Через  $u_1^{(k)}$  и  $u_2^{(k)}$  обозначим амплитуды тангенциальных перемещений вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$  соответственно, а через  $w^{(k)}$  нормальное перемещение  $k$ -го несущего слоя.  $q^1$  и  $q^2$  – амплитуды постоянных по толщине поперечных касательных напряжений в заполнителе, направленным по осям  $Ox$  и  $Oy$ .

Вводятся следующие безразмерные величины:

$$\begin{aligned} \bar{w} &= \frac{w}{h}; \bar{u} = \frac{u}{h}; \bar{\tau} = \frac{c \cdot t}{h}; \bar{x} = \frac{x}{h}; \\ \bar{q}_1 &= \frac{h(1-\nu^2)}{Et_1} q_1; \bar{p}_1 = \frac{h(1-\nu^2)}{Et_1} p_1; \bar{p}_2 = \frac{h(1-\nu^2)}{Et_1} p_2; \end{aligned} \quad (25)$$

Верхнее подчеркивание, обозначающие безразмерные величины, в дальнейшем будем опускать. Так как рассматривается плоская постановка задачи система уравнений Паймушина В.Н. приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned}
& -2 \frac{\partial^2 u_1^{(2)}}{\partial x^2} + 2(1-v^2) \frac{\partial^2 u_1^{(2)}}{\partial \tau^2} + q_1 = 0, \\
& -\frac{2t_1^2}{3h^2} \frac{\partial^4 w_c}{\partial x^4} - \left(2 + \frac{\rho h}{\rho_b t_1}\right) (1-v^2) \frac{\partial^2 w_c}{\partial \tau^2} + 2 \frac{(t_1+h)}{h} \frac{\partial q_1}{\partial x} + p_1 - p_2 = 0, \\
& -\frac{2t_1^2}{3h^2} \frac{\partial^4 w_a}{\partial x^4} - (1-v^2) \left(2 + \frac{\rho h}{3\rho_b t_1}\right) \frac{\partial^2 w_a}{\partial \tau^2} - \\
& \quad - (1-v^2) \frac{4dhE_z}{3(1-v_z^2)a \sin(\varphi)t_1 E} w_a + p_1 + p_2 = 0, \\
& -2u_1^{(2)} - \frac{(t_1+h)}{h} \frac{\partial w_c}{\partial x} - \frac{1}{2} \frac{1-v_z^2}{1-v^2} \frac{a \sin(\varphi)t_1}{dh} \frac{E}{E_z} \frac{\partial^2 q_1}{\partial x^2} + \\
& \quad + \frac{1+v_z}{1-v^2} \frac{6at_1 \sin(\varphi)}{dh(1+\cos^2(\varphi))} \frac{E}{E_z} q_1 = 0.
\end{aligned} \tag{26}$$

где:

$$\begin{aligned}
B &= \frac{2Et}{1-v^2}, \quad D = \frac{Bt^2}{3}; \quad E_3 = \frac{4dE_z}{3(1-v_z^2)a \sin(\varphi)}; \\
w_c &= w_0^{(1)} + w_0^{(2)}, \quad w_a = w_0^{(1)} - w_0^{(2)}, \\
u_i^c &= u_i^{(1)} + u_i^{(2)}, \quad u_i^a = u_i^{(1)} - u_i^{(2)} \quad (i=1,2); \\
k_1 &= t+h, \quad k_2 = \frac{h^2}{3c_3}, \quad k_{3i} = \frac{2h}{G_i}, \quad (i=1,2), \quad c_3 = \frac{E_3}{2h}.
\end{aligned} \tag{27}$$

Рассматривается случай трансверсально-мягкого заполнителя, где модули поперечного сдвига заполнителя равны между собой. Модуль поперечного сдвига заполнителя  $G$  и модуль сдвига материала заполнителя  $G_z$  определяется как:

$$G = G_z \frac{2d(1+\cos^2(\varphi))}{3a \sin(\varphi)}, \quad G_z = \frac{E_z}{2(1+v_z)}.$$

После разложения в тригонометрические ряды, выполнения преобразования Лапласа и введения следующих параметров, включающих в себя физические и геометрические параметры пластины в выражениях:

$$\begin{aligned}
m_1 &= \frac{2t_1^2}{3l^2}, \quad m_2 = \frac{\rho h}{\rho_b t_1}, \quad m_3 = \frac{t_1+h}{h}, \\
m_4 &= \frac{1}{2}, \quad m_7 = \frac{6}{(1-v_z)(1+\cos^2(\varphi))}, \\
m_5 &= \frac{E}{E_z} \frac{(1-v_z^2)}{(1-v^2)} \frac{at_1 \sin(\varphi)}{dh}, \quad m_6 = (1-v^2).
\end{aligned} \tag{28}$$

из системы уравнений (26) определяются сумма  $w_{cn}^L$  и разность  $w_{an}^L$  нормальных перемещений на границах пластины и слоев «1» и «2»:

$$w_{0n}^{(1)L} = \frac{1}{2} \frac{-(p_{2n}^L - p_{1n}^L) I_1(s^2, \lambda_n^4)}{I_2(s^2, \lambda_n^2) I_3(s^2, \lambda_n^6) + I_4(s^2, \lambda_n^4)} + \frac{1}{2} \frac{3m_5(p_{1n}^L + p_{2n}^L)}{I_5(s^2, \lambda_n^4)}; \quad (29)$$

$$w_{0n}^{(2)L} = \frac{1}{2} \frac{-(p_{2n}^L - p_{1n}^L) I_1(s^2, \lambda_n^4)}{I_2(s^2, \lambda_n^4) I_3(s^2, \lambda_n^4) + I_4(s^2, \lambda_n^4)} - \frac{1}{2} \frac{3m_5(p_{1n}^L + p_{2n}^L)}{I_5(s^2, \lambda_n^4)};$$

где:

$$I_1(s^2, \lambda_n^4) = (m_5(m_6 s^2 + \lambda_n^2)(\lambda_n^2 m_4 + m_7) + 1); I_2(s^2, \lambda_n^2) = (m_6 s^2 + \lambda_n^2);$$

$$I_3(s^2, \lambda_n^6) = (m_1 \lambda_n^4 + (2 + m_2) m_6 s^2)(\lambda_n^2 m_4 + m_7) m_5;$$

$$I_4(s^2, \lambda_n^4) = (2m_3^2 + m_1) \lambda_n^4 + 2m_3^2 m_6 \lambda_n^2 s^2 + (2 + m_2) m_6 s^2;$$

$$I_5(s^2, \lambda_n^4) = (6 + m_2) m_5 m_6 s^2 + 3m_5 m_1 \lambda_n^4 + 4$$

Для определения констант интегрирования в (13), необходимо записать условия контакта пластины и грунта

– давления и напряжения на границах со средами «1» и «2»:

$$p_{1n}^L(p_{1n}^L, s) = (\sigma_{33n}^{(1)L}(z, s) - p_{*n}(z, s)) \Big|_{z=0}, \quad \sigma_{33*} \Big|_{z=0} = p_{*n}, \quad (30)$$

$$p_{2n}^L(z, s) = -\sigma_{33n}^{(2)L}(z, s) \Big|_{z=0}, \quad \sigma_{13n}^{(1)}(z, s) \Big|_{z=0} = \sigma_{13*n}(z, s) \Big|_{z=0},$$

в случае плоской волны:

$$\sigma_{13n}^{(1)}(z, s) \Big|_{z=0} = \sigma_{13n}^{(2)}(z, s) \Big|_{z=0} = 0; \quad (31)$$

– нормальные перемещения:

$$w_{0n}^{(1)L}(z, s) = (-w_n^{(1)L}(z, s) + w_{n*}^L(z, s)) \Big|_{z=0},$$

$$w_{0n}^{(2)L}(z, s) = w_n^{(2)L}(z, s) \Big|_{z=0}. \quad (32)$$

$$u_{0n}^{(1)L}(z, s) = (-u_n^{(1)L}(z, s) + u_*(z, s)) \Big|_{z=0}.$$

С учетом полученных в (13) значений потенциалов, содержащих константы интегрирования, значения нормальный и касательных перемещений, а также напряжений в средах «1» и «2» примут вид:

– напряжения в средах «1» и «2»

$$\sigma_{33n}^{(1)L} = (-\alpha \lambda_n^2 + \gamma \beta_{1n}^2) C_{11} \cdot e^{\beta_{1n} z} + (\alpha - \gamma) \lambda_n \beta_{2n} C_{21} \cdot e^{\beta_{2n} z};$$

$$\sigma_{33n}^{(2)L} = (-\alpha \lambda_n^2 + \gamma \beta_{1n}^2) C_{12} \cdot e^{-\beta_{1n} z} + (\gamma - \alpha) \lambda_n \beta_{2n} C_{22} \cdot e^{-\beta_{2n} z};$$

$$\sigma_{13n}^{(1)} = \frac{1}{(1 + \nu_{gr})} \left\{ 2\lambda_n \beta_{1n} C_{11} e^{\beta_{1n} z} - C_{21} (\beta_{2n}^2 + \lambda_n^2) e^{\beta_{2n} z} \right\}; \quad (33)$$

$$\sigma_{13n}^{(2)} = -\frac{1}{(1 + \nu_{gr})} \left\{ 2\lambda_n \beta_{1n} C_{12} e^{-\beta_{1n} z} + C_{22} (\beta_{2n}^2 + \lambda_n^2) e^{-\beta_{2n} z} \right\};$$

– перемещения в средах «1» и «2»

$$\begin{aligned}
w_n^{(1)L} &= \beta_{1n} C^{(1)} \cdot e^{\beta_{1n}z} - \lambda_n D^{(1)} \cdot e^{\beta_{2n}z}, \\
w_n^{(2)L} &= -\beta_{1n} C^{(2)} \cdot e^{-\beta_{1n}z} - \lambda_n D^{(2)} \cdot e^{-\beta_{2n}z}; \\
u_{1n}^{(1)L} &= \lambda_n C^{(1)} \cdot e^{\beta_{1n}z} - \beta_{2n} D^{(1)} \cdot e^{\beta_{2n}z}, \\
u_{1n}^{(2)L} &= \lambda_n C^{(2)} \cdot e^{-\beta_{1n}z} + \beta_{2n} D^{(2)} \cdot e^{-\beta_{2n}z}.
\end{aligned} \tag{34}$$

Подставляя в условия контакта (33) и (34) значения перемещений несущих слоев пластины (32) и перемещений и напряжений в средах «1» и «2», получаем значения констант:

$$\begin{aligned}
C^{(1)} &= \frac{R_1(s^8)}{R_2(s^{11})}, D^{(1)} = \frac{R_3(s^7)}{R_4(s^{11})}; \\
C^{(2)} &= \frac{R_5(s^{24})}{R_6(s^{25})}, D^{(2)} = \frac{R_7(s^{13})}{R_8(s^{14})}.
\end{aligned} \tag{35}$$

где  $R_j(s)$  - полиномы высокой степени,  $j=1..8$ .

Подставляем (35) в (12), с учетом (10), получаем значения нормальных и касательных перемещений в среде «2»:

$$\begin{aligned}
w_n^{(2)L} &= -\beta_{1n}(s) \frac{R_5(s^{24})}{R_6(s^{25})} \cdot e^{-\beta_{1n}z} - \lambda_n \frac{R_7(s^{13})}{R_8(s^{14})} \cdot e^{-\beta_{2n}z}; \\
u_{1n}^{(1)L} &= \lambda_n \frac{R_1(s^8)}{R_2(s^{11})} \cdot e^{\beta_{1n}z} - \beta_{2n}(s) \frac{R_3(s^7)}{R_4(s^{11})} \cdot e^{\beta_{2n}z}; \\
u_{1n}^{(2)L} &= \lambda_n \frac{R_5(s^{24})}{R_6(s^{25})} \cdot e^{-\beta_{1n}z} + \beta_{2n}(s) \frac{R_7(s^{13})}{R_8(s^{14})} \cdot e^{-\beta_{2n}z}.
\end{aligned} \tag{36}$$

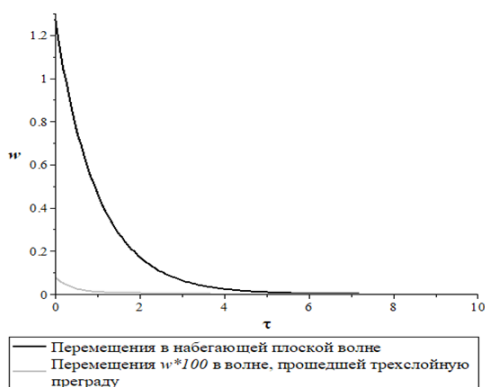


Рис. 5 Нормальные перемещения в плоской набегающей волне и в волне, прошедшей преграду

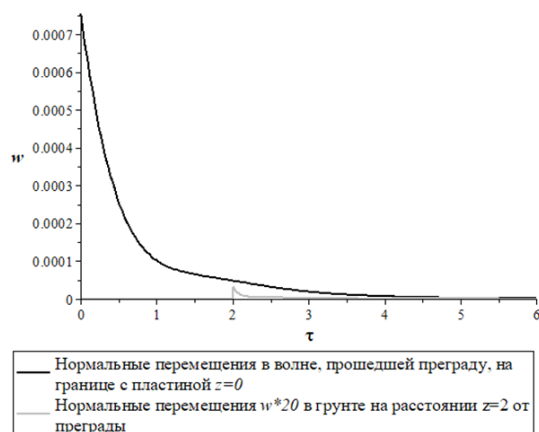


Рис. 6 Нормальные перемещения в волне, прошедшей преграду на расстоянии  $z=0$  и  $z=2$

Полученные в (36) результаты были так же обращены и для них были



определены суммы рядов. Таким образом, полученные решения были визуализированы в среде Maple. В качестве примера здесь приводятся нормальные перемещения в среде «1» в набегающей волне (Рис. 5), нормальные перемещения в прошедшей волне на границе второго несущего слоя преграды и среды «2» (Рис. 5, Рис. 6) и нормальные перемещения в среде на расстоянии  $z=2$  (Рис. 6).

**В главе 5** выполнен анализ полученных для однородной и трехслойной преград, результатов. Для этого была найдена эквивалентная трехслойной преграде по жесткости однородная преграда.

Исходя из параметров пластины Памушина В.Н., была определена осредненная жесткость. Для расчета осредненной жесткости пластины определим приведенный модуль Юнга:

$$E_{np} = E * K + E_3 * K_1 \quad (37)$$

где:  $E$  - модуль Юнга несущих слоев.

Коэффициенты  $K$  и  $K_1$  определяются из соотношения толщины несущего слоя и толщины заполнителя пластины. Тогда толщина однородной пластины Кирхгофа-Лява, эквивалентная по жесткости пластине Паймушина В.Н., определяются соотношением:

$$h_{np} = \sqrt[3]{(2t_1 + 2h)^3 E_{np} / E} \quad (38)$$

Для оценки вибропоглощающих свойств преграды будет использоваться коэффициент редукиции.

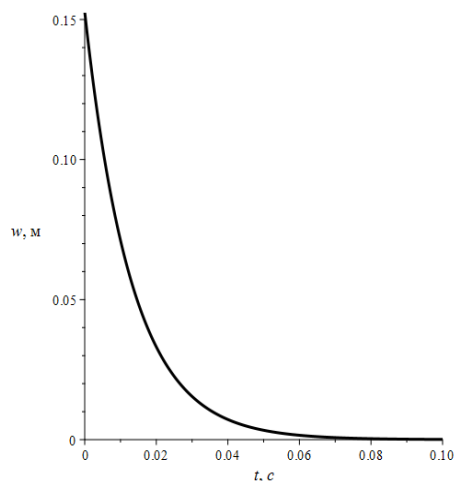
Были рассмотрены в качестве примера нормальные перемещения в однородной и трехслойных пластинах, а также определим их коэффициент редукиции по формуле (2) и оценены их вибропоглощающие свойства. Параметры грунта и преград приведены в Таблице 1

Таблица 1

Параметры грунта	Плотность- $\rho_{gr} = 1600 \text{ кг} / \text{м}^3$ , модуль упругости $E_{gr} = 10^9 \text{ кг} / \text{м}^2$
Параметры пластины Кирхгофа-Лява	Длинна $L=12\text{м}$ толщина $h = 68 \text{ мм}$ , Материал - сталь 12Х18Н10Т : $E = 1.8 \cdot 10^9 \text{ кг} / \text{м}^2$ , $\rho_b = 7900 \text{ кг} / \text{м}^3$ , $\nu = 0.29$ ,
Параметры пластины Паймушина В.Н.	Длинна $L=12\text{м}$ толщина несущего слоя $t = 15\text{мм}$ , толщина заполнителя $h=60\text{мм}$ . Материал несущих слоев - сталь 12Х18Н10Т : $E = 1.8 \cdot 10^{10} \text{ кг} / \text{м}^2$ , $\rho_b = 7900 \text{ кг} / \text{м}^3$ , $\nu = 0.29$ , Материал заполнителя – АмГ2-Н: $E_z = 7.1 \cdot 10^9 \text{ кг} / \text{м}^2$ , $\rho_z = 2690 \text{ кг} / \text{м}^3$ ; $\nu_z = 0.32$ , $a_z = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ; $\varphi = 120$ ; $d_z = 0.05 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ толщина стенки заполнителя

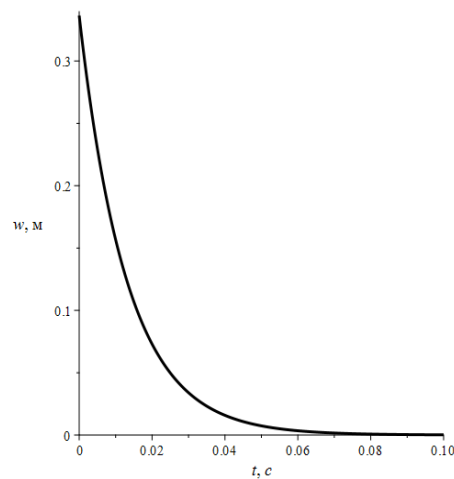
Для сравнения полученных результатов и оценки вибропоглощающих свойств преград величины перемещений снова были записаны в размерном виде на основании выражений (17) и (25). В силу особенностей модели однородной преграды Кирхгофа-Лява, были рассмотрены только нормальные перемещения, возникающее в среде «2» после прохождения волн различного вида преграды.

Плоская набегающая волна



$$w_* = 0,152 \text{ м}$$

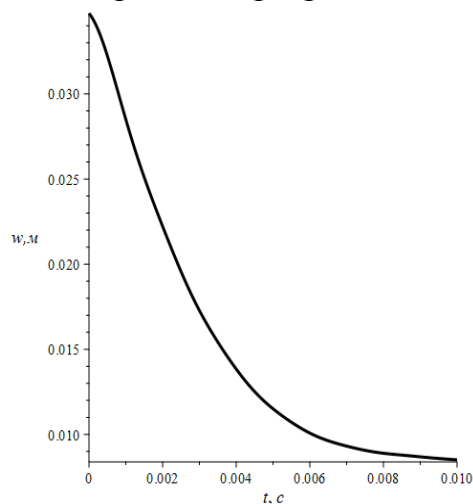
Цилиндрическая набегающая волна



$$w_* = 0,33 \text{ м}$$

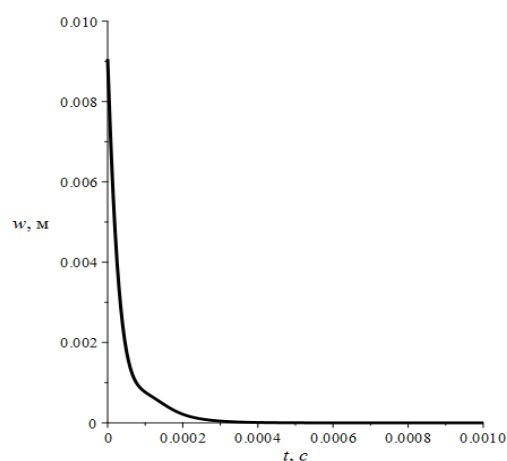
Рис.7 Нормальные перемещения в набегающих волнах в среде «1»

Однородная преграда



$$w_{\max}^{(2)} \Big|_{z=0} = 0,038 \text{ м}$$

Трехслойная преграда



$$w_{\max}^{(2)} \Big|_{z=0} = 0,01 \text{ м}$$

Рис. 8 Нормальные перемещения в преградах под воздействием плоской затухающей волны

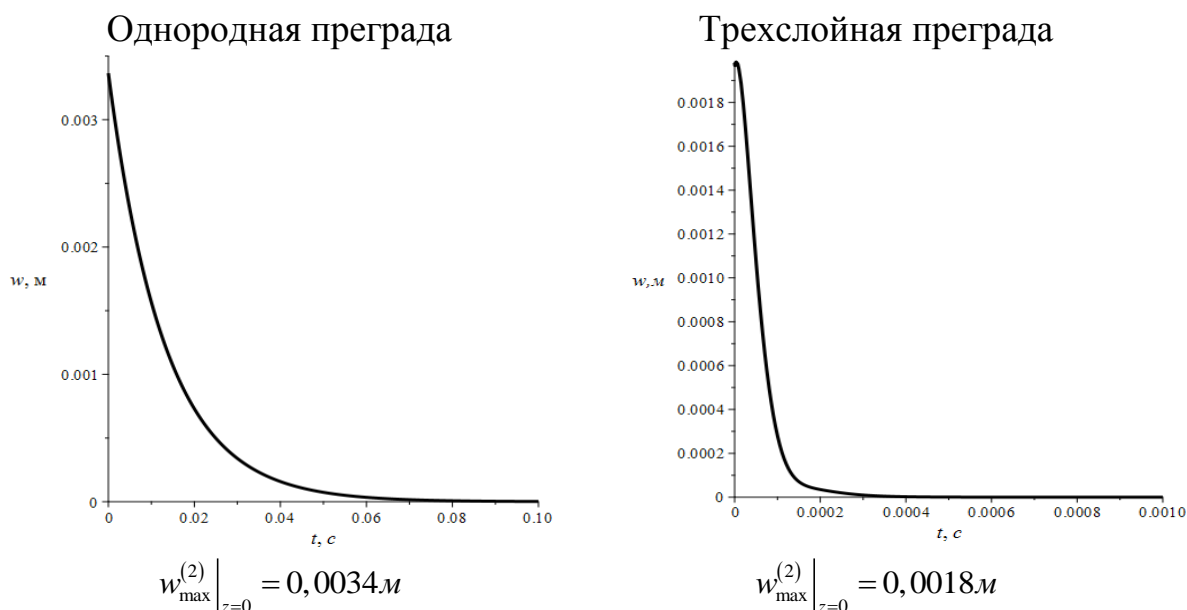


Рис. 5 Нормальные перемещения в преградах под воздействием цилиндрической затухающей волны

Тогда коэффициенты редукции (39) примут следующий вид  
 - однородная пластина Кирхгофа-Лява

Плоская волна	Цилиндрическая волна
$k_r = 0,25$	$k_r = 0,01$

- трехслойная пластина Паймушина В.Н.

Плоская волна	Цилиндрическая волна
$k_r = 0,066$	$k_r = 0,005$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе продемонстрирован общий подход, позволяющий решать связанные задачи о взаимодействии грунта, в котором возбуждаются нестационарные волны различного типа, и вибропоглощающей преграды. Разработан подход к определению виброзащитных свойств преград в грунте на основании модели взаимодействия нестационарных волн различной типа с вибропоглощающими препятствиями в упругой среде. Для решение связанной задачи о взаимодействии волн с преградой в грунте решена вспомогательная задача об определении поверхностных функций влияния упругого полупространства при возникновении поля перемещения на границе этого полупространства. Найдено решение краевых задач о нестационарном взаимодействии упругих сред и преграды. При это использованы различные подходы: для однородной пластины Кирхгофа-Лява используются полученные во вспомогательной задаче поверхностные функции влияния, а для уложенной модели пластины Паймушина В.Н. – условия контакта среды и преграды. Выполнен численный расчет и дана оценка вибропоглощающих свойств для всех вышеуказанных вариантов преград и воздействия на них из упругой среды.

### Публикации по теме диссертации

1. Локтева Н. А., Нгуен З. Ф. Нестационарное взаимодействие трехслойной пластины с затухающей плоской волной в упругой среде // *Механика композиционных материалов и конструкций*. — 2021. — Т. 27, № 1. — С. 31–46. DOI 10.33113/mkmk.ras.2021.27.01.031/\_046.03
2. Lokteva N. A., Phung N. D. Unsteady dynamics of a sandwich plate under the influence of a cylindrical wave in an elastic medium // *INCAS Bulletin*. — 2021. — no. 13. — P. 117–132.
3. Interaction of harmonic waves of different types with the three-layer plate placed in the soil / L. Igumnov, D. V. Tarlakovskii, N. A. Lokteva, N. D. Phung // *Advanced Structured Materials*. — Vol. 137. — 2021. — P. 111–124.
4. Локтева Н. А., Нгуен З. Ф. Анализ вибропоглощающих свойств преград различной структуры в упругой среде при воздействии нестационарной нагрузки // *Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред* им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского. — ООО Сам Полиграфист Москва, 2021. — С. 105–115. DOI 10.33113/conf.mkmk.ras.2021.105/\_115.15
5. Нгуен З. Ф., Локтева Н. А. Нестационарная задача о взаимодействии однородной пластины с различными типами волн в упругой среде // *Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXVII Международного симпозиума им. А.Г. Горшкова*. — Т. 2. — ООО ТРП г. Москва, 2021. — С. 66–67.
6. Локтева Н. А., Нгуен З. Ф. Вибропоглощающие свойства трехслойной пластины под воздействием нестационарных затухающих волн // *Проблемы безопасности на транспорте* // *Материалы X международной научно-практической конференции*. — Т. 4. — Минск: Минск, 2020. — С. 43–44.
7. Локтева Н. А., Нгуен З. Ф. Определение вибропоглощающих свойств трехслойной пластины В.Н. Паймушина под воздействием нестационарной волны // *Ломоносовские чтения - 2020. Секция Физики*. — Москва: Москва, 2020. — С. 144–145.
8. Локтева Н. А., Нгуен З. Ф. Нестационарная задача взаимодействия трехслойной пластины с цилиндрической волной в упругой среде // *Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред. Сборник трудов 10-ой Всероссийской научной конференции с международным участием. Москва 17-19 ноября 2020*. — Москва: Москва, 2020. — С. 165–176.
9. Нгуен З. Ф., Локтева Н. А. Взаимодействие плоской нестационарной волны в упругой среде с преградой сложной конструкции // *Сборник трудов XII Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики Уфа, Республика Башкортостан, Россия 19-24 августа 2019 г.* — Т. 3. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2019. — С. 489–490.
10. Нгуен З. Ф., Локтева Н. А. Вибропоглощающие свойства пластины сложной конструкции под воздействием нестационарной волны // *Мате-*

риалы XXV Международного симпозиума Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред им. А.Г. Горшкова. — Т. 2. — ООО ТРП Москва, 2019. — С. 147–149.

11. *Нгуен З. Ф., Локтева Н. А.* Задача о взаимодействии трехслойной пластины с нестационарной плоской волной в упругой среде // Материалы XXIV Международного симпозиума Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред им. А. Г. Горшкова. — Т. 2. — ООО ТРП М Москва, НИУ МАИ, 2018. — С. 110–112.

12. *Локтева Н. А., Нгуен З. Ф.* Звукопоглощающие свойства шарнирно опертой пластины в грунте под воздействием плоской нестационарной волны // Тез. докл. VII Междунар. науч. сем. Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы. — ТРП Москва, 2018. — С. 90–91

13. *Локтева Н. А., Нгуен З. Ф.* Нестационарная задача о взаимодействии плоской волны и преграды в упругой среде // Ломоносовские чтения. — Секция механики. 16-25 апреля 2018. — ИЗДАТЕЛЬСТВО МГУ Москва Москва, 2018. — С. 135.

14. *Локтева Н. А., Нгуен З. Ф.* Исследование воздействия цилиндрической волны на трехслойную пластину, ограниченную по одной координате // Тез. докл. VI Междунар. научн. семинара Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при взаимодействии полей различной физической природы. — Москва, 2017. — С. 78–78.

15. *Локтева Н. А., Нгуен З. Ф.* Нестационарные задачи взаимодействия волн с трехслойной преградой в грунте. Ломоносовские чтения. — Секция механики. 16-25 апреля 2022. — ИЗДАТЕЛЬСТВО МГУ Москва Москва, 2022. (в печати)