

ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертацию Беличенко Михаила Валериевича «Исследование устойчивости частных случаев движений твердого тела с вибрирующей точкой подвеса», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 «Теоретическая механика».

Диссертация М.В. Беличенко посвящена актуальной задаче исследования влияния высокочастотных вибраций на рабочие режимы движения механизмов, моделируемых твердыми телами с закрепленными точками (точками подвеса). Такие механизмы, являясь составной частью сложных агрегатов, часто подвергаются воздействию вибраций, и это приводит к разнообразным динамическим эффектам: потере или приобретению устойчивости, возникновению новых (устойчивых или неустойчивых) стационарных режимов и т.д. При проектировании важно знать о существовании таких эффектов, чтобы уменьшить негативное влияние вибраций или, наоборот, использовать вибрации для достижения новых возможностей работы сложных систем.

Исследования по данной проблематике начаты более ста лет назад (А. Стефенсон, 1908 г.) и активно проводились как зарубежными, так и отечественными авторами, среди которых отметим П.Л. Капицу, Н.Н. Боголюбова, Т.Г. Стрижак, В.И. Юдовича, А.П. Маркеева, О.В. Холостову и многих других.

Большая часть работ посвящена исследованиям маятниковых систем, лишь сравнительно недавно началось изучение динамики твердых тел с более сложной геометрией масс. А.П. Маркеевым получена приближенная автономная система дифференциальных уравнений движения тяжелого твердого тела при наличии высокочастотных периодических или условно-периодических вибраций точки подвеса. В рамках этой системы рассмотрен ряд частных движений (относительных равновесий, стационарных вращений и др.) тела с различной геометрией масс, в основном для случая вертикальных гармонических вибраций (работы А.П. Маркеева, О.В. Холостовой, Е.А. Вишенковой). Исследование случая вертикальных вибраций может отчасти опираться на классические результаты динамики тяжелого твердого тела с неподвижной точкой, так как переносные силы инерции, определяющие вибрационный потенциал, коллинеарны силе тяжести, и многие частные движения, характерные для тела с неподвижной точкой, сохраняются.

Если вибрации отличны от вертикальных, то динамика тела существенно меняется; эти случаи до настоящего времени практически не изучались, за исключением маятниковых систем. Рассматриваемая в диссертации задача о существовании, числе и устойчивости высокочастотных периодических движений тела с различной геометрией масс, в случае высокочастотных горизонтальных гармонических вибраций одной из его точек, является одной из первых в этой области.

Важным объектом исследования является симметричный гироскоп (твердое тело с геометрией масс, соответствующей случаю Лагранжа), часто используемый в технических устройствах. Представляется актуальным анализ его движения при наличии возмущений различной природы, включая вибрационные эффекты. Случаи вертикальных вибраций и «вибрационной симметрии» в задаче динамики волчка Лагранжа с вибрирующим подвесом исследованы ранее в работах А.П. Маркеева и О.В. Холостовой. В диссертации изучается весьма широкий спектр законов движения точки подвеса в трехмерном пространстве и, в рамках приближенной автономной системы дифференциальных уравнений движения, исследуются стационарные вращения и маятниковые движения волчка.

Рассмотрим содержание диссертации по главам. Во введении обосновывается актуальность темы и приводится обзор литературы по исследуемой проблематике.

В первой главе диссертации получена функция Гамильтона в задаче о движении тяжелого твердого тела с произвольной геометрией масс при наличии высокочастотных горизонтальных гармонических вибраций одной из его точек. Методами теории возмущений главная (приближенная) часть гамильтониана приведена к автономному виду. Выписаны также полученные ранее А.П. Маркеевым приближенные автономные уравнения движения, имеющие вид модифицированных уравнений Эйлера — Пуассона. Далее в рамках этой системы исследуются положения относительного равновесия тела. В случае произвольной геометрии масс описаны относительные равновесия, для которых точка подвеса и центр масс тела расположены на одной вертикали (вертикальные равновесия). Для частных случаев геометрии масс, когда центр масс тела лежит на главной оси или в главной плоскости инерции, а также когда тело динамически симметрично, описаны как вертикальные, так и боковые равновесия, для которых радиус-вектор центра масс относительно точки подвеса наклонен к вертикали. Для указанных частных случаев геометрии масс проведено исследование устойчивости найденных равновесий. Методом Пуанкаре построены высокочастотные периодические (с частотой, равной частоте вибраций точки подвеса) решения полной системы, происходящие в окрестности относительных равновесий приближенной системы и соответствующие периодическим движениям тела. Сделан вывод об их устойчивости (в линейном приближении) или неустойчивости.

Во второй и третьей главах в рамках приближенной автономной системы, записанной в форме уравнений Гамильтона, исследуется динамика волчка Лагранжа, точка подвеса которого совершает заданное высокочастотное периодическое движение в трехмерном пространстве. Во второй главе приводится вывод этих уравнений и указывается точность решений приближенной системы. Рассматриваются стационарные вращения волчка Лагранжа, отвечающие положениям равновесия соответствующей приведенной системы с двумя степенями свободы.

Исследуются различные варианты вибраций. Сначала рассматриваются законы движения точки подвеса, допускающие вертикальное положение оси волчка. К ним относятся, например, произвольные (в рамках сделанных предположений) движения точки подвеса в горизонтальной плоскости, часть вариантов движения в вертикальной плоскости, а также трехмерные движения, для которых средние значения смешанных произведений компонент скорости вибраций равны нулю. Проведен анализ устойчивости стационарных вращений волчка вокруг вертикально расположенной (перевернутый или висящий «спящий» волчок Лагранжа) или наклонной оси динамической симметрии. Полученные условия являются либо достаточными, либо только необходимыми (устойчивость в линейном приближении). В последнем случае стабилизация достигается при превышении угловой скорости стационарного вращения некоторого критического значения (гиростабилизация). Часть полученных условий является обобщением известного условия Маиевского — Четаева устойчивости «спящего» волчка Лагранжа с неподвижной точкой. Для значений параметров из области выполнения только необходимых условий устойчивости проведен нелинейный анализ устойчивости, выделены случаи резонансов третьего и четвертого порядков, а также случай вырождения.

Рассмотрен также случай, когда вибрация точки подвеса волчка происходит вдоль наклонной прямой, и более общий случай, когда два из трех упомянутых выше средних значений смешанных произведений компонент скорости равны нулю. Последний случай включает в себя все движения в вертикальной плоскости, часть движений в наклонной плоскости и многие другие варианты. Описаны стационарные вращения волчка, выявлены различные типы таких вращений, проведено исследование их устойчивости в линейном приближении.

В третьей главе изучаются маятниковые движения волчка Лагранжа (в рамках приближенной автономной системы) для случаев вибраций, допускающих вертикальные положения оси волчка. Проведено интегрирование уравнения маятниковых движений тела в областях колебаний в окрестности нижнего, бокового и верхнего положений относительного равновесия, а также в области вращений. Показано, что вид движений зависит от соотноше-

