

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Вишенковой Екатерины Алексеевны

«Исследование влияния высокочастотных вибраций на устойчивость движения механических систем», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 — Теоретическая механика

Задача о движении твёрдого тела вокруг неподвижной точки является важнейшей проблемой теоретической механики. Попытки получения её точных решений, выявление условий, когда такие решения не могут быть получены, дали существенный толчок к развитию не только теоретической механики, но и к появлению новых разделов современной математики. Определённый интерес представляет поиск и исследование простейших частных решений твёрдого тела, а также анализ их устойчивости при учёте дополнительных факторов. Одним из таких факторов является вибрация. Поскольку во многих сложных механизмах вибрации представляют обычное явление, их необходимо подавлять или, напротив, использовать для достижения желаемых эффектов.

В диссертационной работе Е.А. Вишенковой исследуются движения тяжелого твердого тела и двойного маятника при наличии высокочастотных гармонических вибраций одной из точек. Ставится задача о влиянии вибраций на существование и устойчивость ряда частных движений указанных систем и, в частности, выявление случаев, когда наличие вибраций приводит к новым динамическим эффектам: расширению или сужению зон устойчивости, динамической стабилизации или разрушению устойчивости, появлению новых движений, невозможных в случае неподвижной точки подвеса. В силу вышесказанного актуальность диссертационной тематики не вызывает сомнений.

Ставший уже классическим эффект стабилизации перевернутого математического маятника за счет вертикальных вибраций точки подвеса был обнаружен более ста лет тому назад и изучался в различных постановках маятниковых задач многочисленными исследователями, среди которых отметим П.Л. Капицу, Н.Н. Боголюбова, Т.Г. Стрижак, В.И. Юдовича, И.И. Блехмана, А.П. Маркеева, О.В. Холостову и др. При этом исследование динамики

твердых тел при наличии быстрых вибраций начато сравнительно недавно. Так, А.П. Маркеевым (2009 г.) получена приближенная автономная система дифференциальных уравнений, описывающая движения тяжелого твердого тела в случае высокочастотных периодических и условно-периодических движений одной из его точек и имеющая вид модифицированных уравнений Эйлера-Пуассона. Показано, что в рамках приближенной системы наличие вибраций эквивалентно добавлению к полю тяжести потенциального вибрационного поля. Некоторые вопросы динамики твердого тела с различной геометрией масс и, в частности, волчка Лагранжа, при различных вариантах вибраций точки подвеса, рассмотрены в работах А.П. Маркеев, О.В. Холодовой, М.В. Беличенко.

Структура работы

Во введении дано обоснование актуальности темы диссертации, сделан обзор литературы по исследуемым в работе вопросам.

Центральной частью диссертации является первая часть (главы 1-4). В ней рассматриваются движения тяжелого твердого тела с различной геометрией масс при наличии высокочастотных вертикальных гармонических вибраций точки подвеса.

В главе 1 выписаны два варианта приближенных автономных уравнений движения тела, представляемых в форме канонических уравнений Гамильтона и в форме модифицированных уравнений Эйлера-Пуассона. Приведена оценка точности этих уравнений. Дальнейшее исследование проводится в рамках приближенных систем. Ставится задача о существовании и устойчивости стационарных вращений тела (в системе координат, движущейся поступательно вместе с точкой подвеса). В главе 1 получено уравнение, определяющее множество допустимых осей перманентных вращений, являющееся обобщением известного конуса Штауде допустимых осей твердого тела с неподвижной точкой. Подробно описаны допустимые оси для случаев, когда центр масс тела находится на одной из главных осей тела для точки подвеса, а также когда тело динамически симметрично. Выявлены варианты допустимых осей, существующих только в случае вибрации.

В главе 2 изучается случай расположения центра масс тела на главной оси инерции и вращения вокруг вертикально расположенной оси. При этом центр масс тела может находиться как выше, так и ниже точки подвеса, а угловая

скорость вращения произвольна. Данные (и последующие) вращения соответствуют положениям равновесия приведённой системы с двумя степенями свободы, для решения вопроса об их устойчивости применяются методы исследования автономных гамильтоновых систем с двумя степенями свободы. В рассматриваемой задаче пространство параметров четырёхмерно и состоит из двух инерционных параметров, а также безразмерных частоты вибраций точки подвеса и угловой скорости вращения. Проведен подробный линейный анализ устойчивости исследуемых вращений, в допустимой части пространства параметров выделены области с различным характером устойчивости. Дано сравнение результатов с аналогичными результатами в случае тела с неподвижной точкой. Для двух частных случаев геометрии масс, когда тело динамически симметрично или его геометрия масс соответствует случаю Бобылева-Стеклова, осуществлен нелинейный анализ в тех областях, где выполняются только необходимые условия устойчивости. Выделены нерезонансный случай, случай резонанса четвёртого порядка и случай вырождения. Проведена проверка устойчивости на поверхности резонанса четвёртого порядка.

В главе 3 исследование проводится для случая расположения центра масс тела на главной оси инерции, когда оси вращений находятся в главных плоскостях инерции, примыкающих к указанной главной оси. Задача также рассматривается в четырёхмерном пространстве параметров. Достаточные и необходимые условия устойчивости представляются в виде систем неравенств, аналитическое исследование которых весьма трудоёмко из-за высоких степеней входящих в них многочленов. Это исследование проведено довольно тщательно и наглядность исследования подкреплена большим числом иллюстраций. Нелинейный анализ дан для тех же частных случаев геометрии масс, что и в главе 2, выделены случаи резонансов третьего и четвёртого порядков и случай вырождения. Описаны случаи стабилизации и потери устойчивости за счёт вибраций.

В главе 4 рассмотрено динамически симметричное тело и один частный случай стационарных вращений, обусловленный вибрациями и невозможный для тела с неподвижной точкой. Для этого случая безразмерная угловая скорость стационарного вращения и параметр, характеризующий частоту вибраций, связаны соотношением специального вида. В трёхмерном пространстве параметров задачи проведён анализ устойчивости данного вращения. Показа-

но, что достаточные условия устойчивости рассматриваемого в диссертации вида никогда не выполняются, однако есть области выполнения только необходимых условий устойчивости. В этих областях осуществлен нелинейный анализ устойчивости.

Во второй части диссертации рассматривается система, состоящая из двух шарнирно соединённых тонких однородных стержней (двойной маятник), точка подвеса которых совершает высокочастотные горизонтальные гармонические вибрации. Решается задача о существовании, бифуркациях и устойчивости высокочастотных периодических движений маятника в строгой нелинейной постановке. Эти движения строятся с помощью классического метода Пуанкаре, порождающими для них являются положения относительного равновесия приближенной автономной системы. Исследование их устойчивости проводится методами, принятыми для неавтономных гамильтоновых систем с двумя степенями свободы.

В случае системы, состоящей из двух различных стержней, рассмотрены периодические движения, рождающиеся из четырёх относительных равновесий маятника на вертикали в приближенной автономной задаче. Показано, что устойчивым может быть только периодическое движение, рождающееся из нижнего относительного равновесия, если частота вибрации точки подвеса не слишком велика.

Для системы, состоящей из двух одинаковых стержней, проведен строгий нелинейный анализ, выявлены условия устойчивости для большинства (в смысле меры Лебега) начальных условий и условий формальной устойчивости. Доказана формальная устойчивость в случае резонанса четвёртого порядка. Для этой же системы доказано существование от двух до шести (в зависимости от частоты вибраций точки подвеса) симметричных пар периодических движений двойного маятника, происходящих вблизи наклонных положений равновесия приближенной задачи, проведен линейный и нелинейный анализ их устойчивости.

Работа написана ясным и чётким языком, хорошо структурирована. Автор уверенно демонстрирует владение современным аппаратом нормализации системы Гамильтона в окрестности положения равновесия, аккуратно применяет апробированные методы исследования устойчивости стационар-

ных решений. Особо следует подчеркнуть то, как автор справляется со значительными аналитическими трудностями при исследовании перманентных вращений твёрдого тела вокруг осей, лежащих в главной плоскости инерции. Довольно большая размерность пространства параметров и высокие степени получаемых в результате анализа полуалгебраических систем, по-видимому, потребовали от автора определённого научного мужества, чтобы довести решение до логического конца. Очевидно, что выполнение такой громоздкой аналитической работы было бы крайне сложно осуществить без применения современных систем компьютерной алгебры.

Большим достоинством диссертации является методическая продуманность подачи материала, в чём, несомненно, заслуга научного руководителя. Те разделы диссертации, в которых автор описывает применение процедуры нормализации функции Гамильтона и проводит анализ устойчивости, могут быть использованы в спецкурсах по динамике твёрдого тела и теории устойчивости.

Тем не менее, хотелось бы указать некоторые замечания к тексту работы. Возможно, некоторые из них могут быть использованы автором для продолжения исследований по тематике диссертационного исследования.

Замечания к диссертации

1) Тонким моментом в работе является замена точных уравнений движения твёрдого тела приближённой системой Гамильтона. Весь дальнейший анализ необходимых и достаточных условий устойчивости проводится именно для приближённой системы. Очевидно, что в таком виде и ставилась задача перед диссертантом, однако, наверное, следовало бы в заключении к первой части работы вернуться к полной постановке и ещё раз обсудить валидность сделанных выводов по приближенной системе для её полной постановки. В п. 1.1.2 первой части, где обсуждается точность решений приближённой системы, автор указывает погрешность порядка $\varepsilon^{4-\kappa}$ на интервале масштабированного времени τ порядка $\varepsilon^{-\kappa}$. При этом выбор $\kappa = 5/2$ не мотивирован ничем, кроме как отсылкой к монографии О.В. Холостовой. Имело бы смысл здесь привести краткое объяснение выбора значения величины κ .

2) Выполняя линейный анализ устойчивости перманентных вращений в главах 2 и 3 автор обходит случай кратных корней. Фактически выполняется

исследование незамкнутой компоненты множества устойчивости приближенной системы. Тем не менее, на границе области устойчивости в случае кратных корней характеристического уравнения также возможна устойчивость при учёте нелинейных членов в функции Гамильтона. Конечно, ситуации, когда нелинейные члены могут «нивелировать» линейную неустойчивость при наличии жордановой клетки, требуют довольно объёмной работы. Возможно, исследование этой ситуации явится предметом дальнейшей научной деятельности диссертанта.

3) Как уже было отмечено выше, по-видимому, для выполнения громоздких аналитических преобразований автор использовала какие-то системы для символьных вычислений. Следовало бы указать, какие из систем символьных вычислений использовались при выполнении выкладок, как верифицировались полученные с помощью этих систем результаты.

Также в части II диссертации автор указывает, что для исследования устойчивости в случае двух одинаковых стержней был применён численно-графический метод поиска решений системы п. 2.1.6.1. Для этого была реализована некоторая вычислительная процедура. Здесь также было бы желательно дать краткую характеристику точности выполненных расчётов.

4) В тексте имеются незначительные неточности и опечатки, которые, впрочем, не мешают пониманию написанного и не влияют на конечные результаты. Так, на стр. 65 автор приводит вид функции Гамильтона при наличии резонанса третьего порядка (формула (1.3.13)), а ниже на этой же странице для случая резонанса четвёртого порядка пишет, что гамильтониан будет иметь тот же вид, но изменится один из коэффициентов. Это не так, поскольку в этом случае и само слагаемое будет иметь другой вид. В формуле (1.1.17) во втором слагаемом показатели степени должны стоять непосредственно после значков тригонометрических функций, а не их аргументов. При ссылке на монографии следует указывать главу и/или параграф книги.

Диссертация Е.А. Вишенковой «Исследование влияния высокочастотных вибраций на устойчивость движения механических систем» является законченным научным исследованием, имеющим теоретическую, практическую и

методическую ценность. Автореферат соответствует содержанию диссертации. Работа удовлетворяет требованиям положения ВАК о порядке присуждения учёных степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор Вишенкова Екатерина Алексеевна заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 — Теоретическая механика.

Отзыв составил:

Батхин Александр Борисович,

кандидат физико-математических наук, доцент,

старший научный сотрудник федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук».

Адрес: 125047, Российская Федерация, Москва, Миусская пл., д. 4

телефон: 8 499 220-79-73

e-mail: batkhin@gmail.com

сайт: www.keldysh.ru

09.10.2018 г.

(А.Б. Батхин)

Подпись заверяю

Учёный секретарь ИПМ им. М.В.Келдыша РАН

к.ф.-м.н.



(А.И. Маслов)