

*На правах рукописи*



Бабайцев Арсений Владимирович

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО  
СОСТОЯНИЯ ТОЛСТОСТЕННЫХ КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ,  
РАБОТАЮЩИХ В УСЛОВИЯХ ДИНАМИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ**

Специальность: 01.02.04 - «Механика деформируемого твёрдого тела»

Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата технических  
наук

Москва, 2019

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ)

**Научный руководитель**

**Рабинский Лев Наумович**

Доктор физико-математических наук, профессор кафедры  
"Сопротивление материалов, динамика и прочность машин"  
Московского авиационного института (НИУ)

**Официальные оппоненты:**

**Сарбаев Борис Сафиуллинович**

Доктор технических наук, профессор кафедры  
"Космические аппараты и  
ракеты-носители" МГТУ им. Н.Э. Баумана,

**Волков-Богородский Дмитрий Борисович**

Кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник  
ФГБУН «Институт прикладной механики РАН»

**Ведущая организация:** Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.» (СГТУ имени Гагарина Ю.А.)

Защита диссертации состоится «25» декабря 2019 г. в 16 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 212.125.05 в Московском авиационном институте (национальном исследовательском университете) по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ФГБОУ ВПО МАИ (НИУ) и на сайте [https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT\\_ID=108869](https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=108869)

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

Учёный секретарь

диссертационного совета



Федотенков Г. В.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы диссертации.** Высокие характеристики удельной прочности и удельной жесткости композиционных материалов (КМ) делают их перспективными для применения во многих областях техники. В настоящее время композиты широко применяются во многих конструкциях, к которым предъявляются требования по массовой эффективности в авиастроении, в космической технике, в кораблестроении, в энергетике и т.д. Замена традиционно применяемых алюминиевых сплавов на композиционные материалы позволяет, при правильном проектировании конструкции, существенно снизить ее массу на 30-50% при сохранении её несущей способности. При этом, ключевым моментом является правильный подход к проектированию изделия, то есть к выбору ее геометрии, схеме армирования, типу армирующих волокон и матрицы.

Рассматриваемая в настоящей диссертации задача относится к разработке перспективных технических систем, в которых осесимметричные толстостенные составные композитные конструкции, работают в условиях действия поверхностных нагрузок (давления на поверхности тела) и объемных инерционных нагрузок. Проектировочных методов расчета таких конструкций известно не так много, в то время как получаемый возможный выигрыш от замены сплавов на композиционные материалы в таких изделиях может быть существенным с точки зрения снижения их массы и повышения скорости полета. Поэтому развиваемые в настоящей диссертации методы приближенного аналитического расчета таких конструкций, а также результаты численного моделирования и исследования влияния схемы армирования и геометрии на напряженно-деформированное состояние (НДС) изделий являются **актуальными**.

**Целью работы** является:

Получение аналитического решения толстостенной составной конструкции в форме цилиндра, конуса, составных цилиндров и конусов из изотропных и анизотропных материалов. Сопоставление аналитического и численного решений для составных конструкций сложной формы.

Экспериментальное исследование прямолинейных и криволинейных КМ при статическом и высокоскоростном нагружении. Исследование влияния динамического нагружения и влияние вида укладки на предел прочности и предельные деформации.

Численный динамический расчет изделия для разных вариантов укладки слоев с учетом прогрессирующего разрушения и без него. Исследование влияния схемы армирования на уровень напряжений в конструкции

**Методы исследования.** Для решения задач применяются аналитические и численные методы механики деформируемого твердого тела, теории упругости, механики композиционных материалов, теории дифференциальных уравнений. Для реализации аналитических методов применялась система компьютерной алгебры Wolfram Mathematica. В третьей главе диссертации проводились

экспериментальные исследования с проведением испытаний основанных на отечественных и зарубежных стандартов ASTM и ГОСТ для статических испытаний, а для высокоскоростного испытания использовались методы испытаний образцов композиционных материалов с использованием разрезного стержня Гопкинсона (метода Кольского). Во второй и четвертой главах для численного решения используется метод конечных элементов, реализованный в системе COMSOL Multiphysics и Ansys Workbench.

#### **Научная новизна:**

1. Разработаны новые аналитические подходы к прочностному расчету составных осесимметричных композитных конструкций, позволяющие оценить напряженно-деформированное состояние изделия, работающего в условиях интенсивного нагружения поверхностными и объемными нагрузками, оценить уровень нормальных напряжений в элементах конструкции и касательные напряжения на границе их сопряжения, в том числе, с учетом эффекта обжатия.

2. Впервые исследовано влияние эффектов искривления волокон (характерного для толстостенных композитов) на характеристики материала в условиях высокоскоростного нагружения и показано, что для всех образцов предел прочности при высокоскоростном нагружении выше, чем предел прочности при статическом нагружении. Впервые установлено, что влияние искривлённых волокон снижает прочность при статическом и высокоскоростном нагружении; при высокоскоростном нагружении обнаружен эффект повышения предельных деформаций образцов с искривленными волокнами. По результатам испытаний были сделаны выводы, что в расчетах для рассматриваемых изделий возможно использование статических характеристик, так как результаты расчетов будут обеспечивать дополнительный запас прочности.

3. Впервые проведено исследование влияния схемы армирования композиционного материала, из которого выполняется изделие, на ее несущую способность в условиях интенсивного нагружения на основе постановки задачи нестационарной динамики неоднородной среды, в том числе, с учетом эффектов прогрессирующего нагружения, для случая, трехмерно-армированного и слоистого композиционного материала.

#### **Теоретическая и практическая значимость.**

Представлены два метода аналитического расчета для составной толстостенной осесимметричной конструкции, состоящей из металлического сердечника (армирующего компонента) и внешней толстостенной оболочки, выполняемой из композиционного материала. В ходе реализации данного метода были получены аналитические решения для составной конструкции в форме цилиндра и конуса с учетом обжатия. Разработанные методы позволяют выбрать наиболее подходящую геометрию с учетом прочности материала и массовой эффективности конструкции.

Проведены механические испытания композитных материалов для определения изменения механических свойств при высокоскоростном нагружении. Из полученных результатов испытаний было получено, что в расчетах допустимо использование статические свойства материалов, так как

изменение (а именно, повышение) характеристик даже при очень больших скоростях ( $500 \text{ с}^{-1}$  против реализующихся в изделии  $1...20 \text{ с}^{-1}$ ) оказывается незначительным, а значит использование статических свойств материалов в расчетах обеспечивают дополнительный запас прочности.

Проведено численное исследование НДС конструкции из трехмерно-армированного и слоистого композитов. Исследовано влияние схемы армирования на его прочность и характер развития дефектов. Показано, что наиболее оптимальной схемой трехмерного армирования является радиальная схема, которая обеспечивает снижение концентрации напряжений в конструкции и замедляет распространение дефектов. Для слоистых композитов показано, что предпочтительным является изготовление изделий, набираемых из большого числа тонких сегментов, в которых снижается уровень наиболее опасных касательных напряжений и напряжений, приводящих к срезу резьбового соединения на границе контакта ведущего устройства и сердечника. Опасным местом, требующем дополнительных конструктивных решений и упрочнения, в тонких секторах является область заднего кольца ведущего устройства вблизи внешней поверхности, где может происходить разрушение по механизму поперечного растрескивания в матрице. в зависимости от схемы армирования.

**Обоснованность и достоверность** полученных результатов, полученных при разработке аналитических методов расчета, определяется примененными строгими методами механики деформируемого твердого тела, теории упругости, механики композиционных материалов, теории дифференциальных уравнений. Хорошую согласованность показало сопоставление численных и аналитических результатов моделирования. Для оценки влияния параметров скорости нагружения на свойства рассмотренных композитов проведены экспериментальные исследования на основе стандартных апробированных методик. Численное моделирование проведено в динамической постановке в системах Ansys Workbench и COMSOL Multiphysics с использованием детализированных моделей изделий, высокоплотной сетки и эффектов конечных деформаций и прогрессирующего разрушения. Достоверность численных расчетов оценивалось путем варьирования размера конечно-элементной сетки, а также сопоставлением полученных решений с решением в рамках упрощенных аналитических моделей.

#### **Результаты, выносимые на защиту:**

1. Два новых аналитических метода расчета составной конструкции переменного сечения с учетом поперечных деформаций в следствии обжатия. Полученные методы позволяют подобрать оптимальную геометрию с учетом прочности материалов и удельно массовых характеристик.

2. Результаты статических и динамических испытания композитных образцов с прямолинейной и криволинейной укладкой в 3х направлениях выкладки образцов. Установлена зависимость предела прочности и предельных деформаций для прямолинейной и криволинейной укладок в зависимости от статического и высокоскоростного нагружении.

3. Результаты детализированных динамических численных конечно-элементных расчетов с учетом прогрессирующего разрушения для разных схем армирования трехмерно-армированных КМ. В рамках этих расчетов было определено, что наиболее подходящей схемой армирования является радиальная укладка, а разрушение начинается в зоне заднего кольца, где происходит резкое изменение радиуса сечения и причиной развития дефектов становится нарушения критерия прочности для прочности на сдвиг. Результаты детализированных динамических численных конечно-элементных расчетов с учетом прогрессирующего разрушения для слоистых композитов с различными размерами секторов, которые показали, что при увеличении количества секторов уровень напряжения в конструкции удастся снизить.

**Апробация работы.** Основные положения и результаты работы докладывались на следующих конференциях:

1. Бабайцев А.В., Рабинский Л.Н., Радченко В.П. Multiscale modelling of the stress - strain state of layered composite structures within the gradient theory of thermoelasticity. Санкт - Петербург, ИпМАШ РАН, Международная конференция "Advanced Problems in Mechanics - 2014"

2. Бабайцев А.В., Егорова О.В., Шестёркин П.С. Высокоскоростные испытания толстосекционных композиционных материалов с использованием разрезного стержня Гопкинсона по методу Кольского. Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXIV международного симпозиума имени А.Г. Горшкова. 2018, стр. 22-23. Издательство: ООО"ТРП".

3. Бабайцев А.В., Моргунова А.А., Рабинский Л.Н. Исследования вопросов разработки математических моделей и программного обеспечения для расчетов конструкций изделий из специальных композиционных материалов. Тезисы докладов VII международного научного семинара "динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы". 2018 г., г. Москва. стр.15-16. Издательство: ООО «ТР-Принт»

4. А.В. Бабайцев, Ю.О. Соляев, С.А. Лурье, Л.Н. Рабинский. проектировочный расчет толстостенной композитной конструкции, работающей в условиях высокоскоростного нагружения. IV Международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы и перспективы развития транспортного и строительного комплексов», 2018 г., г. Гомель. Беларусь

**Публикации.** По теме диссертационной работы опубликовано 9 работ, в том числе 1 научная работа в журнале из списка Scopus и 4 научные работы в изданиях, входящем в перечень ведущих рецензируемых научных журналов, рекомендованных ВАК РФ.

**Объём и структура диссертации.** Работа содержит 130 страниц основного текста, включая 79 рисунков, состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы в количестве 97 ссылок.

## Основное содержание работы

**Во введении** определяется цель и задачи диссертационной работы, кратко рассмотрено основное содержание глав, сформулированы результаты, выносимые на защиту.

**В первой главе** описано современное состояние проблемы. Представлен литературный обзор с учетом существующих аналитических и численных методов расчета толстостенных составных осесимметричных конструкций, влияние высокоскоростного нагружения на механические свойства композитных материалов, а также способы их исследований. Проведено патентное исследование подобных конструкций.

**Во второй главе** проводится постановка задачи и изложено два подхода, которые с различной степенью приближения позволяют получать быстрые оценки НДС рассматриваемых изделий, что подтверждено сопоставлением получаемых результатов с численным моделированием. Пример рассматриваемой модели со схемой его нагружения представлен на рисунке 1.

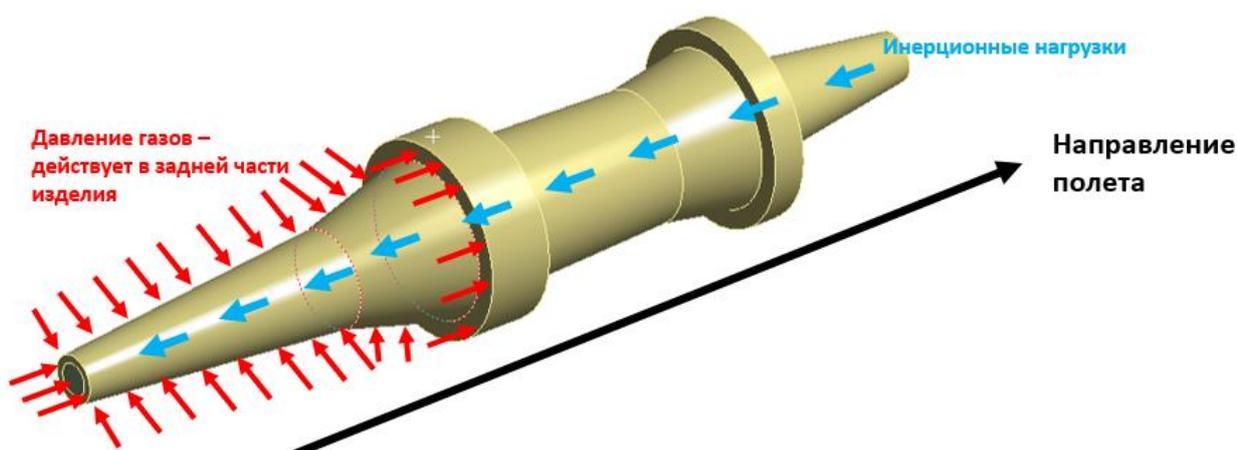


Рис. 1. Схема нагружения конструкции.

Ускорение изделия при заданной величине давления определяется из соотношения:

$$a = pS / m, \quad (1)$$

где  $p$  - действующее давление,  $S$ - площадь максимального поперечного сечения задней части изделия,  $m$  -полная масса конструкции.

В «нулевом» приближении оценивается перерезывающее погонное усилие, действующие в направлении оси стержня в области резьбового контакта с ВУ. Заменяется воздействие оболочки на стержень распределенным погонным усилием  $\bar{T}$ , постоянным по величине (это главное упрощение на данном этапе расчета «нулевого» приближения) и действующим в продольном направлении. Записывая уравнение равновесия для стержня, как твердого тела, найдем:

$$m_c a = pS_c + \bar{T} L,$$

где  $m_c$  – масса стержня,  $S_c = \pi d_c^2 / 4$  – площадь поперечного сечения стержня,  $\rho_c$  – плотность материала стержня,  $L$  - длина стержня и  $d_c = 2R_c$  – диаметр стержня.

Тогда перерезывающие погонное усилие определяется из следующего выражения:

$$\bar{T} = (m_c a - p S_c) / L$$

Средние касательные напряжения на резьбе определяются из соотношения:

$$\bar{\tau} = \frac{\bar{T}}{2\pi R_c}, \quad (2)$$

В первом предлагаемом методе решения, строится решение в одномерной постановке, рассматривая равновесие изделия только в направлении его оси симметрии. Для этого все действующие нагрузки интегрируем по сечению и по внешней поверхности изделия и сносим их на центральную ось. В первом приближении предполагаем, что все напряжения постоянны по сечению ВУ и сердечника. Такой подход позволяет оценить нормальные напряжения растяжения/сжатия в ВУ  $\sigma_v(z)$  и в сердечнике  $\sigma_c(z)$ , а также касательные напряжения на границе их контакта  $\tau(z)$ .

Внешний контур реального изделия приближаем кусочно-линейными участками, то есть осесимметричная геометрия оболочки аппроксимируется участками в виде усеченных конусов и цилиндров (рис. 2). Сердечник моделируется в виде цилиндра. Предполагается идеальный контакт между сердечником и ВУ.

Записываем уравнения равновесия и условия совместности деформаций для  $i$ -го фрагмента изделия, в пределах которого осевая координата изменяется в диапазоне  $z_{i-1} \leq z \leq z_i$ :

1) Условие равновесия элемента внешней оболочки:

$$\sigma_v(z) S_i(z) = \sigma_v(z_{i-1}) S_i(z_{i-1}) + \rho_v a V_i(z) + T(z) - p (S_i(z) - S_i(z_{i-1})), \quad (3)$$



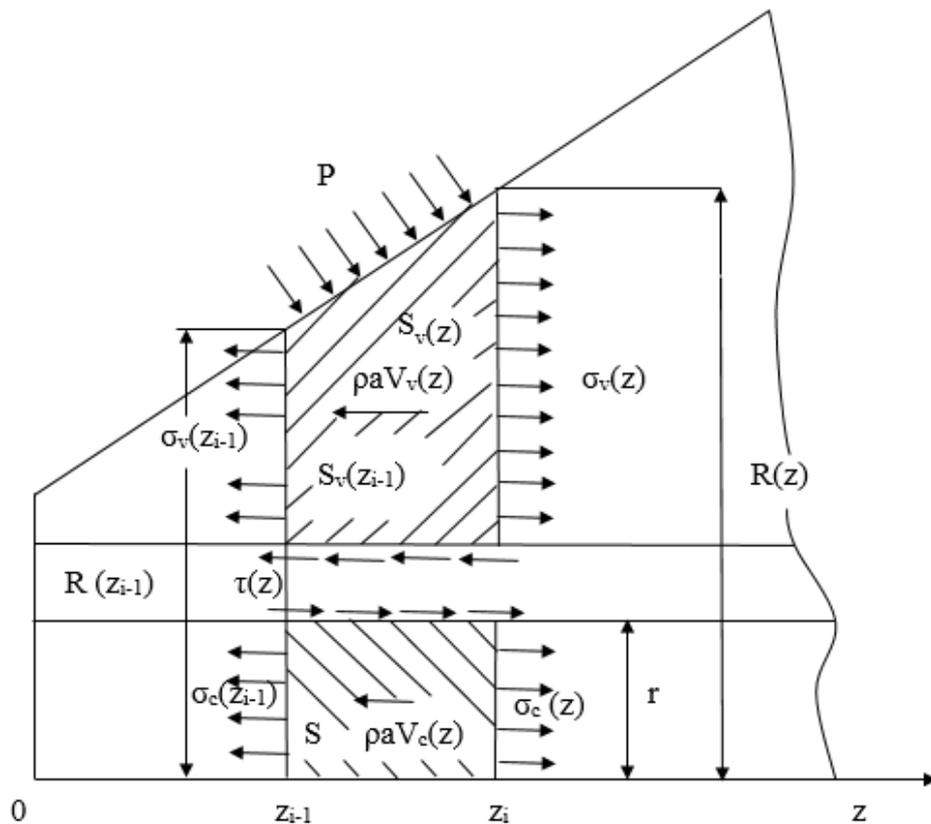


Рис. 2. Фрагмент сердечника и ВУ, и действующие на них нагрузки. На границе контакта стержня и ВУ действуют касательные напряжения.

где  $S_i(z) = \pi(R_i^2(z) - R_i^2)$  – площадь поперечного сечения рассматриваемого  $i$ -го элемента оболочки в данной точке  $z$ ,  $R_i(z) = R_i(0) + (z - z_{i-1}) \tan \alpha_i$  – радиус поперечного сечения фрагмента в данной точке,  $R_i(0)$  – радиус начального сечения фрагмента,  $\alpha_i$  – угол конусности фрагмента (для цилиндрических фрагментов  $\alpha_i = 0$ ),  $\sigma_v(z)$  – напряжения в текущем сечении фрагмента оболочки,  $\sigma_v(z_{i-1})$  – напряжения, действующие на левой границе рассматриваемого фрагмента оболочки (в начальной точке  $z = 0$  эти напряжения равны действующему давлению  $p$ , а далее определяются на основании решения на предыдущем участке изделия),

$V_i(z) = \frac{1}{3} \pi (z - z_{i-1}) (R_i^2(0) + R_i(0)R_i(z) + R_i^2(z)) - V_c(z)$  – объем фрагмента

оболочки,  $V_c(z) = \pi R_c^2 (z - z_{i-1})$  – объем фрагмента стержня,  $T(z) = 2\pi R_c \int_{z_{i-1}}^z \tau(z) dz$

– равнодействующая касательных напряжений, действующих на контакте фрагмента оболочки и стержня.

2) Условие равновесия элемента стержня:

$$\sigma_c(z)S_c = \sigma_c(z_{i-1})S_c + \rho_c a V_c(z) - T(z), \quad (4)$$

где  $S_c = \pi R_c^2$  – площадь сечения стержня; и в начальной точке напряжения вычисляются с учетом действующего давления и присоединенной массы:

$$\sigma_c(0) = \frac{m_0 a}{S_c} - p$$

3) Условия совместности деформаций с приближенным учетом действующего давления записываются следующим образом:

$$\frac{(\sigma_v(z) - 2\nu_v p)}{E_v} = \frac{(\sigma_c(z) + 2\nu_c p)}{E_c}, \quad (5)$$

где  $E_c$ ,  $E_v$ ,  $\nu_c$ ,  $\nu_v$  – модули упругости и коэффициенты Пуассона материалов стержня и оболочки, соответственно.

Для фрагментов оболочки, на которых не действует давление, условие (3) сводится к более простому соотношению  $E_c \sigma_v = E_v \sigma_c$ , которое определяет равенство продольных деформаций в сердечнике и в ВУ. Учет обжатия конструкции в (5), фактически, сводится к использованию трехмерного закона Гука и предположению, что окружные и радиальные напряжения примерно равны заданному давлению, что вообще говоря является сильным упрощением из-за возникающей концентрации напряжений.

Из записанных трех уравнений (3)-(5) определяются три неизвестные функции:  $\sigma_v(z)$ ,  $\sigma_c(z)$ ,  $T(z)$ .

Касательные напряжения на контакте стержня и оболочки определяются из соотношения:

$$\tau(z) = \frac{d}{dz} \left( \int_{z_{i-1}}^z \tau(z) dx \right) = \frac{1}{2\pi R_c} \frac{dT(z)}{dz}.$$

Эти напряжения, в отличие от решения «нулевого» приближения (2), оказываются переменными по длине стержня. Найденные значения напряжений сравниваются с соответствующими предельно допустимыми напряжениями для материалов ВУ, сердечника и их резьбового соединения.

Верификация данного метода произведена путем сопоставления результатов расчетов с численным моделированием, реализованным с использованием метода конечных элементов в Comsol Multiphysics, рисунке 3.

На рисунке 4 показано сопоставление, где распределение нормальных напряжений в продольном направлении в сердечнике (на центральной оси) и в ВУ, рис. 4а и 4б. Распределение касательных напряжений на границе контакта ВУ и сердечника показано на рис. 4в.

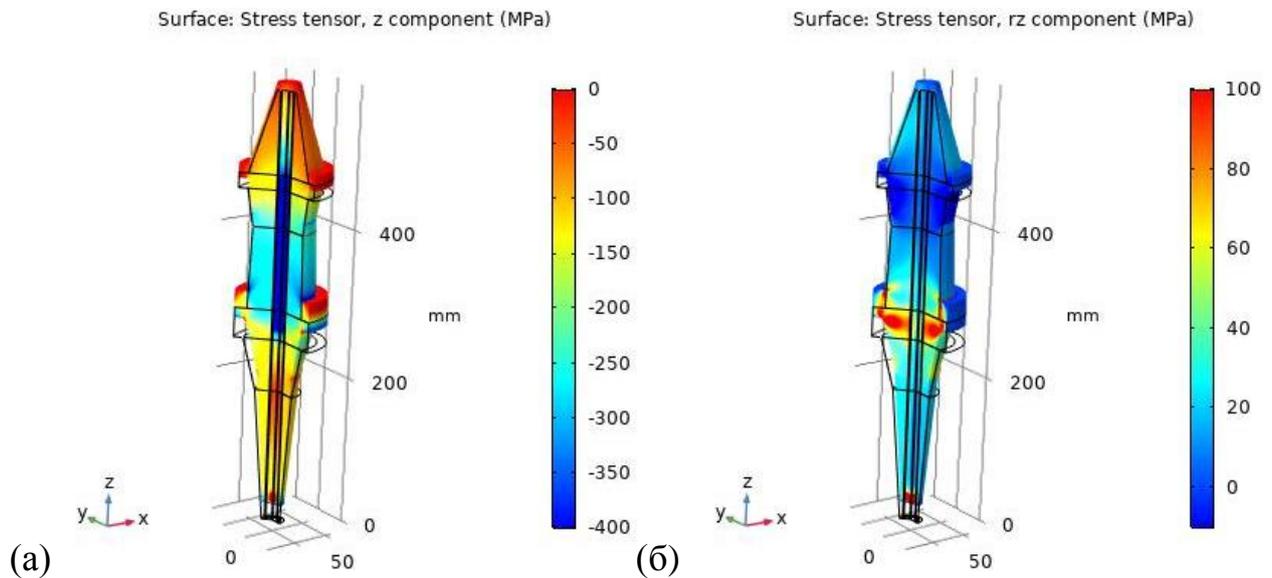


Рис. 3. Результаты конечно-элементного моделирования, а: продольные нормальные напряжения, б: касательные напряжения

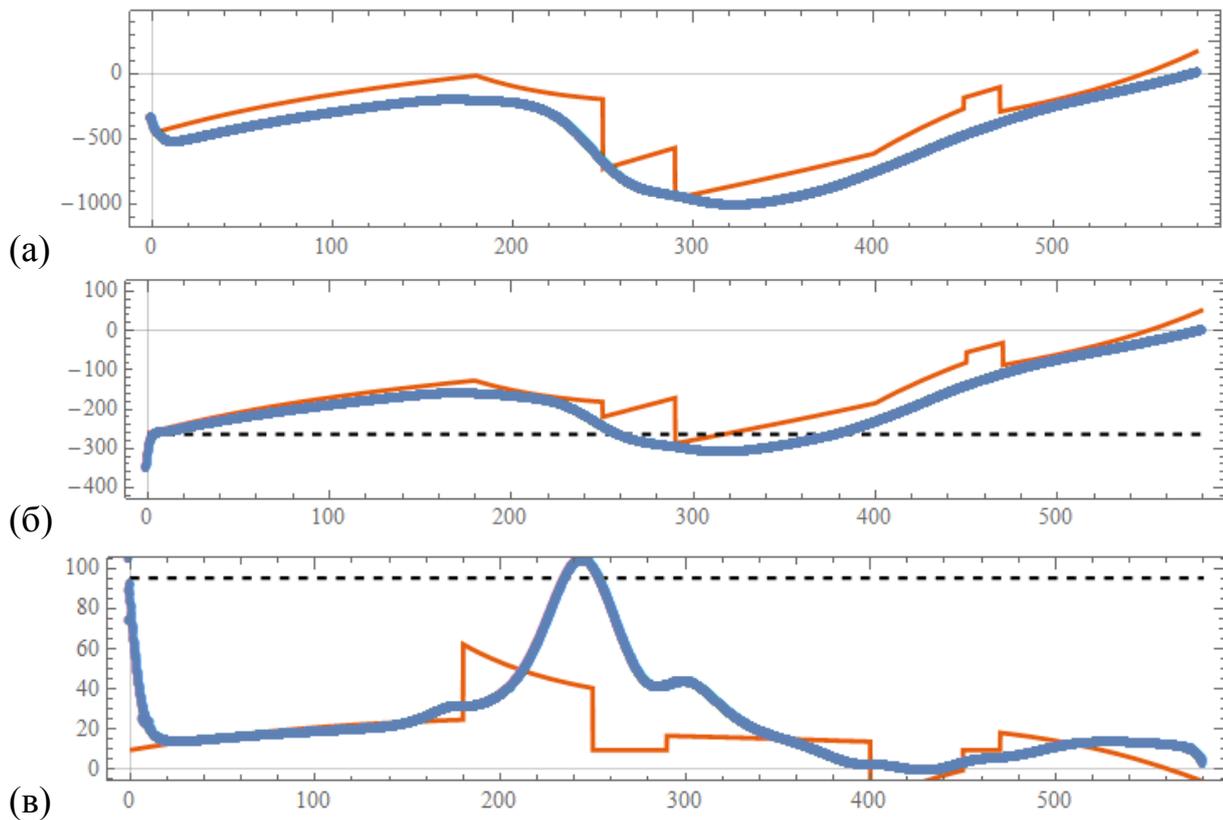


Рис. 4. Сопоставление результатов аналитического (сплошные линии) и численного (точки) моделирования, а: продольные напряжения в сердечнике  $\sigma_c(z)$  [МПа], б: продольные напряжения в ВУ  $\sigma_v(z)$  [МПа], в: касательные напряжения на контакте  $\tau(z)$  [МПа]. Пунктиром показаны соответствующие пределы прочности.

Используя предложенный метод было проведено исследование влияния изменения геометрии на НДС конструкции. В результате расчетов было получено, что для исходной геометрии ВУ разрушение может происходить в области заднего скоса и в центральной части между кольцами. В частности, в области перехода от заднего скоса к заднему кольцу возникает концентрация касательных напряжений на резьбе, которая может приводить к разрушению конструкции. Для предотвращения среза резьбы можно предложить увеличить радиус заднего скоса изделия и сделать его более пологим. Снизить массу ВУ и увеличить ускорение можно, если использовать геометрию ВУ с удлиненным задним скосом и в рассматриваемом случае, когда до кольца имеется два участка снижения высоты второго участка, фактически представляя его в виде цилиндра. Было получено, что использование удлиненного заднего скоса позволяет добиться существенного снижения нормальных и касательных напряжений при увеличении массы ВУ всего на 2,8% и с падением ускорения всего на 3%, что в 2,5 раза меньше, по сравнению с соответствующими изменениями, которые реализуются для изделия с длиной заднего скоса, заданной исходной геометрией.

Особенностью проводимых расчетов является относительно малое удлинение рассматриваемых конструкций и наличие существенного внешнего давления. В этом случае пренебрежение поперечными деформациями композитной оболочки в радиальном и окружном направлениях, приводит к значительным погрешностям расчетов. Для учета этих деформаций в первом приближении используется второй метод расчета, в которой, фактически, используется решение задачи Ламе о деформациях толстостенного полого цилиндра под давлением.

*В рамках второго предложенного метода* рассматриваемая задача разделяется на две подзадачи: 1) о продольных деформациях и 2) об обжатии составного цилиндра.

В подзадаче о продольных деформациях решается задача для стержня переменного поперечного сечения. В ходе решения вводится эффективный модуль упругости составной конструкции, строится одномерное решение и находится распределение продольного усилия  $N(z)$  вдоль длины изделия. Нормальные напряжения в стержне и в ВУ находятся из условия, что найденное продольное усилие  $N(z)$  является результирующей для этих напряжений (что справедливо по принципу Сен-Венана вдали от краев и зон изменения геометрии). Касательные напряжения на границе контакта сердечника и ВУ определяются из общих уравнений равновесия, рассматриваемых в цилиндрической системе координат с учетом найденного распределения нормальных напряжений.

В подзадаче об обжатии составного цилиндра – решается задача в рамках обобщенного плоского деформированного состояния (ПДС) для случая осесимметричной задачи. Фактически, уточняется распределение напряжений в направлении радиальной координаты в пренебрежении конусности изделия. При этом дается оценка для нормальных радиальных и окружных напряжений. В рассматриваемой задаче напряжения вдоль оси симметрии отсутствуют, а продольные деформации определяются из построенного решения. Причем, в рамках обобщенного ПДС эти деформации постоянны по сечению, как и в первой задаче, поэтому результирующее значение продольных деформаций определяется суммой найденных соответствующих значений из двух подзадач.

В рамках решения вводились эффективные характеристики:

$$\bar{\rho}(z) = \rho_v \frac{V_v(z)}{V(z)} + \rho_c \frac{V_c(z)}{V(z)} - \text{эффективная плотность}$$

$$\bar{E} = E_v \frac{S_v(z)}{S(z)} + E_c \frac{S_c(z)}{S(z)} - \text{эффективный модуль Юнга}$$

где  $S_v = \pi(R(z)^2 - r^2)$  – площадь поперечного сечения ВУ,  $V_v(z)$  – объем ВУ,  $\rho_v$  – плотность ВУ,  $S_c = \pi r^2$  – площадь поперечного сечения сердечника,  $V_c(z)$  – объем сердечника,  $\rho_c$  – плотность сердечника,  $E_v, E_c$  – модуль упругости ВУ и сердечника

$$\bar{\sigma} = \frac{N(z)}{S} - \text{нормальные напряжения, где } N(z) = \int_s \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} ds - \text{продольного усилия}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\bar{\sigma}}{E} - \text{средняя деформации в сечении, которые в рамках модели стержня}$$

совпадают с деформациями в сердечнике и в ведущем устройстве (предполагается совместность деформаций).

Общий вид решения уравнения равновесия принимал вид:

$$N(z) = N(z_0) + \int_{z_0}^z \int_s K_z(z) ds dz + \int_{z_0}^z 2\pi R(z) p n_z dz$$

где  $N(z_0) = N_0$  граничные условия заданные в начале рассматриваемого участка, при  $z = z_0$ .

Для учета влияния обжатия рассматривалась полная форма обобщенного закона Гука:

$$\sigma_v = E_v (\varepsilon_v + e_z) + \nu (\sigma_{rr}^v + \sigma_{\theta\theta}^v),$$

$$\sigma_c = E_c (\varepsilon_c + e_z) + \nu (\sigma_{rr}^c + \sigma_{\theta\theta}^c),$$

где  $e_z$  - это продольные деформации, возникающие в стержне в следствие обжатия, а радиальные и окружные напряжения  $\sigma_{rr}$  и  $\sigma_{\theta\theta}$  определяются из учета эффекта концентрации из решения соответствующей задачи в плоскости поперечного сечения рассматриваемого составного тела.

Радиальные и окружные напряжения определяются из выражений:

$$\sigma_{rr} = \frac{A}{r^2} + B + \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e_z$$

$$\sigma_{\theta\theta} = -\frac{A}{r^2} + B + \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e_z$$

А напряжения от обжатия в направлении оси симметрии записываются в виде:

$$\sigma_z = 2\nu B + \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} e_z$$

Перемещения в радиальном направлении в области занятой ВУ и сердечником примут вид:

$$u_r^v = \frac{1+\nu_v}{E_v} \left( \frac{-A_v}{r} + (1-2\nu_v)B_v r \right) \quad u_r^c = \frac{1+\nu_c}{E_c} \left( \frac{-A_c}{r} + (1-2\nu_c)B_c r \right)$$

Запишем напряжения в радиальном и окружном направлении в области занятой ВУ и сердечником

$$\sigma_{rr}^v = \frac{A_v}{r^2} + B_v + \frac{\nu_v E_v}{(1+\nu_v)(1-2\nu_v)} e_z \quad \sigma_{rr}^c = \frac{A_c}{r^2} + B_c + \frac{\nu_c E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} e_z$$

$$\sigma_{\theta\theta}^v = -\frac{A_v}{r^2} + B_v + \frac{\nu_v E_v}{(1+\nu_v)(1-2\nu_v)} e_z \quad \sigma_{\theta\theta}^c = -\frac{A_c}{r^2} + B_c + \frac{\nu_c E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} e_z$$

Коэффициенты А и В определяются из граничных и контактных условий, а величина  $e_z$  определяется из условия совместности деформаций.

Рассмотрим эти условия более подробно:

1) На границе контакта учитывается условие непрерывности перемещений и нормальных напряжений:

$$\sigma_{rr}^c = \sigma_{rr}^v, \text{ то есть } \frac{A_c}{r^2} + B_c + \frac{\nu_c E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} e_z = \frac{A_v}{r^2} + B_v + \frac{\nu_v E_v}{(1+\nu_v)(1-2\nu_v)} e_z$$

$$u_{rr}^c = u_{rr}^v, \text{ то есть } \frac{1+\nu_v}{E_v} \left( \frac{-A_v}{r} + (1-2\nu_v)B_v r \right) = \frac{1+\nu_c}{E_c} \left( \frac{-A_c}{r} + (1-2\nu_c)B_c r \right)$$

2) Учитывается условие совместности деформаций на контакте:

$$(2\nu_v B_v + \frac{(1-\nu_v)E_v}{(1+\nu_v)(1-2\nu_v)} e_{vz}) S_v + (2\nu_c B_c + \frac{(1-\nu_c)E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} e_z) S_c = 0$$

3) Учитывается условие ограниченности перемещений (отсутствие гиперболических членов) во внутренней области дает нам:

$$A_c = 0$$

4) Для отсеков под действием сжимающего давления используется условие на внешней поверхности, что радиальные напряжения равны заданному давлению (в предположении малой конусности):

$$\sigma_{rr}^v = -p \quad \frac{A_v}{R(z)^2} + B_v + \frac{\nu_v E_v}{(1 + \nu_v)(1 - 2\nu_v)} e_z = -p$$

На основании предложенного метода рассматривался фрагмент толстостенного изделия цилиндрической и конической формы, нагруженный внешним давлением и инерционными силами. Учет обжатия существенно уточняет решение. Полученный метод адаптировался для составной конструкции сложной формы и показал хорошую сходимость.

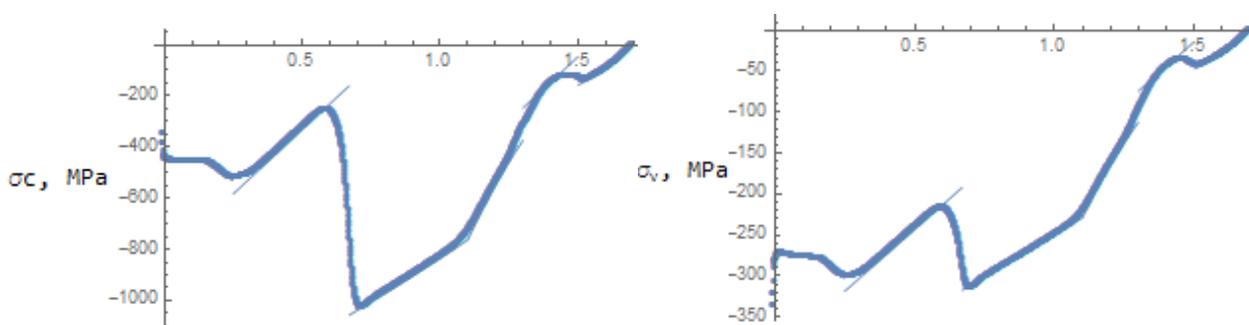


Рис. 5. Сопоставление результатов аналитического (тонкие линии) и численного (точки) моделирования, а-продольные напряжения в сердечнике  $\sigma_c(x)$  [МПа], б-продольные напряжения в ВУ  $\sigma_v(x)$  [МПа] и КЭМ из COMSOL Multiphysics.

Результаты сравнения двух предложенных методов показали, что второй метод, с учетом обжатия, дает более точные результаты в сравнении с первым предложенным методом расчета на 15-20%.

**В третьей главе** представлены результаты экспериментального исследования механических свойств образцов композиционного материала, применяемого в составе конструкции изделия. Определены характеристики прочности на сжатие, которые являются наиболее важными в рассматриваемых конструкциях, в том числе, исследовано влияние эффекта искривления волокон.

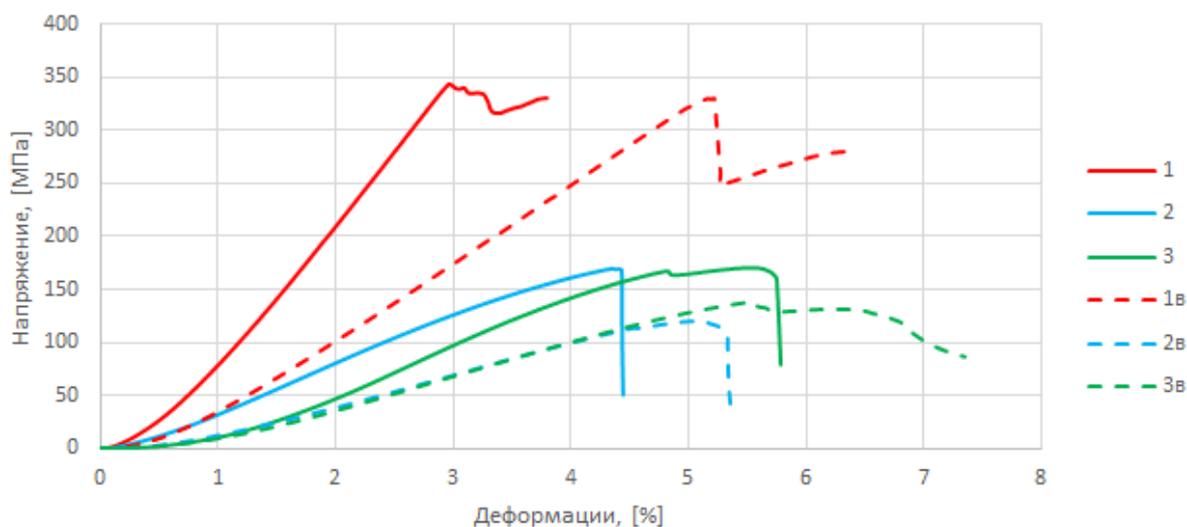
Образцы композиционного материала были изготовлены на основе эпоксидной смолы ЭД-20 с армирующими волокнами марки Toray T800. Объемное содержание волокон составило 60 %, диаметр волокон – 5 мкм. Рассматривались образцы трех типов: 1) квази-однородный слоистый композит с однонаправленной схемой армирования, 2) однонаправленный композит с волнообразной слоистой структурой и 3) чистая матрица. Для первых двух групп вырезался образец в 3-х направлениях: вдоль - тип 1, поперек - тип 2, и из

плоскости укладки выкладки композита - тип 3. Образцы имели цилиндрические формы с диаметром 15 мм для волнистой укладки и матрицы, и диаметром 10мм для прямолинейной укладки с высотой каждого образца равной 10 мм. Выбранная форма образцов, вообще говоря, не является стандартной для испытания композитов на сжатие, однако, она диктуется возможностями применяемой установки для высокоскоростных испытаний. Проводились испытания на сжатие.

Статические механические испытания проводились на универсальной электрической установке Instron 5969 (50kN) и Instron 5982 (100kN) (Великобритания) с программным обеспечением Bluehill 3. Испытания проводились на сжатие с использованием ГОСТ 4651, ASTM D695 и ISO 604.

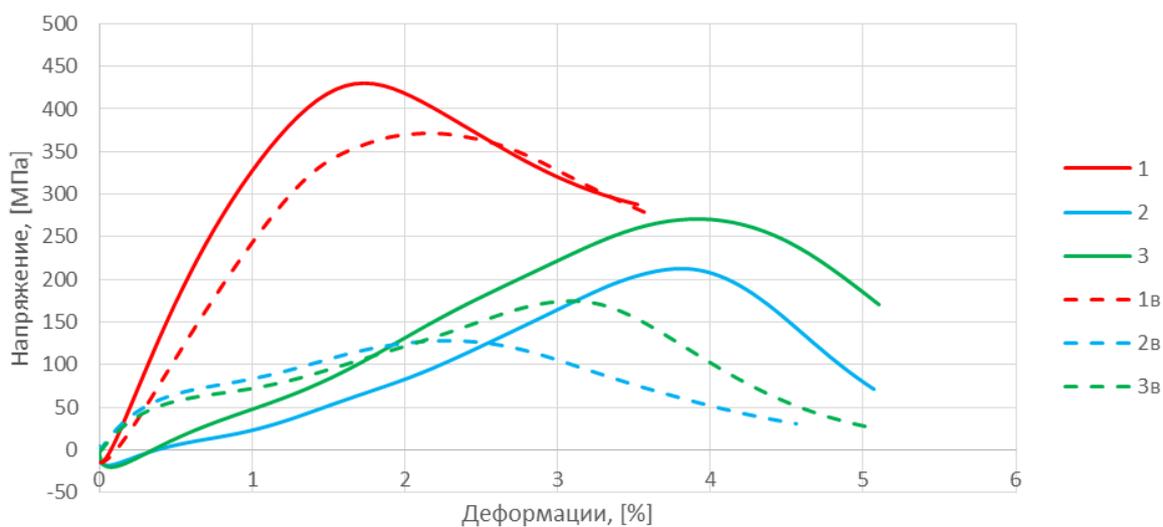
Высокоскоростные испытания проводились на высокоскоростной системе "StrainMaster High-Speed 3D DIC" (LaVision) с визуализацией деформации методом коррекции цифровых изображений с регистрацией быстропротекающих процессов деформации материалов по методу Кольского. Удар осуществлялся с использованием ударника диаметром 20 мм и длиной 300 мм из высокопрочной мартенситной стали. Испытание проводились при скорости ударника равной 10-18 м/с. Скорость ударника выбиралась из результатов статических испытаний и опыта подобных высокоскоростных испытаний.

Характерные диаграммы напряжения-деформации, полученные в результате высокоскоростных и квази-статических испытаний образцов различных типов, представлены на рис. 6.



а





б

Рис.6. Характерные диаграммы для всех типов испытанных образцов: а – результаты статических испытаний, б – результаты высокоскоростных испытаний. Сплошные линии – обычная (прямолинейная) укладка волокон, пунктир – образцы с искривленными волокнами.

В процессе высокоскоростных испытаний велась замедленная видео съемка для фиксации характера разрушения образцов, рис. 7. Характер разрушения при статическом и высокоскоростном нагружении идентичный.

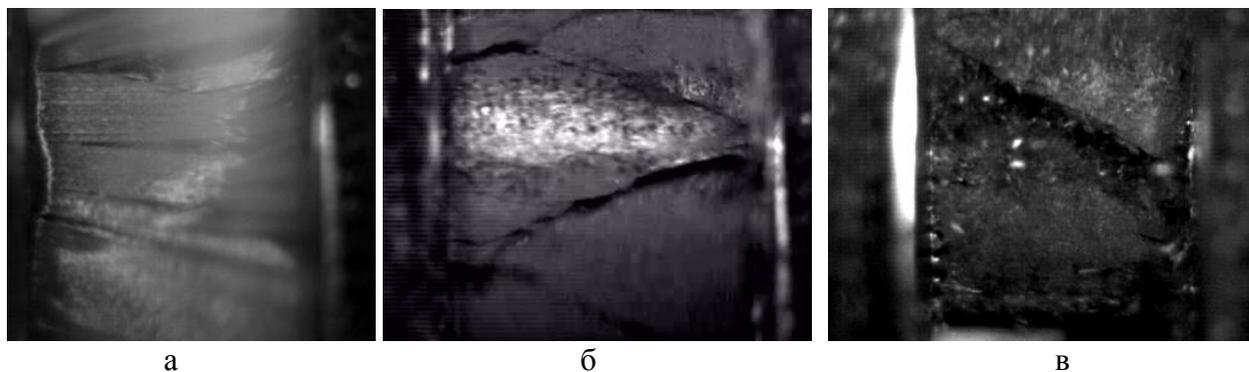


Рис. 7. Характер разрушения образцов с криволинейной укладкой волокон; а – испытания вдоль волокон, б – испытания поперек волокон, в – испытания по нормали к плоскости слоев.

**В четвёртой главе** представлены результаты численного трехмерного моделирования рассматриваемых изделий, для которых дана оценка влияния типа композиционного материала (трехмерно армированного или слоистого) и схемы армирования на напряженно-деформированное состояние, прочность и характер развития дефектов (в рамках моделей прогрессирующего разрушения). В работе рассматриваются 3 варианта укладки, трехмерно армированного КМ, рис. 8. Для каждого варианта укладки исследовалось влияние модуля упругости на НДС конструкции, рис. 9.

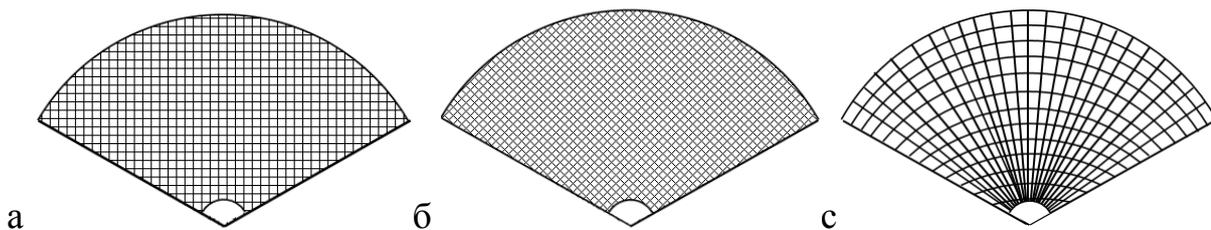


Рис. 8. Схемы вариантов укладки.

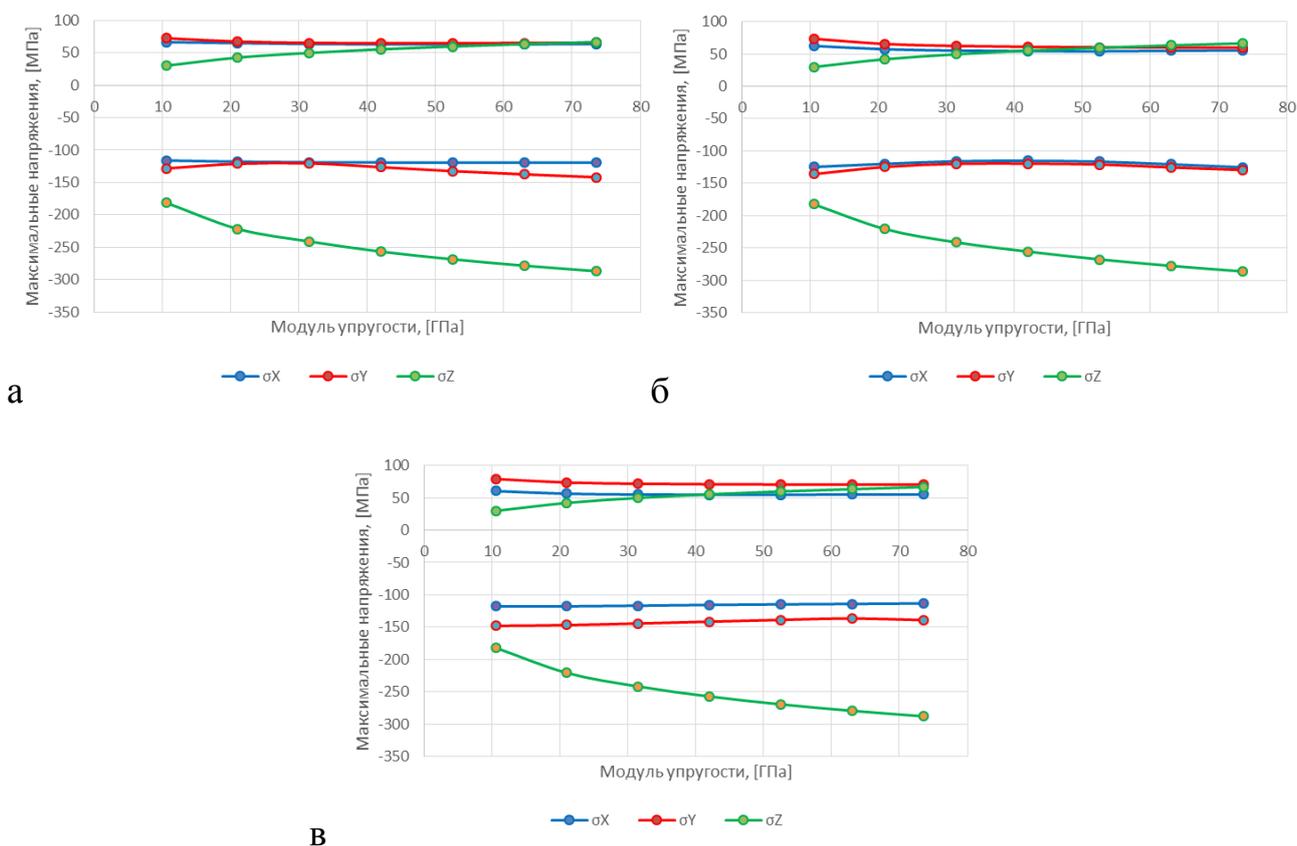


Рис. 9. Зависимость модуля упругости от максимальных нормальных напряжений в 3х направлениях: а- при укладке под  $45^{\circ}$ , б- при укладке под  $90^{\circ}$ , в- при укладке по радиусу

Исследуются сектора ВУ, выполняемых из слоистых композиционных материалов. Рассматривались сектора  $5^{\circ}$  и  $10^{\circ}$ . В данном подразделе оценивается прочность двух вариантов изделия, отличающихся количеством подсекторов, из которых они набираются. Задача решается с учетом окружной (циклической) симметрии для одного подсектора. Исследуется принципиальное влияние количества подсекторов на прочность и характер разрушения изделия, при этом прочность контакта между секторами в расчетах не рассматривается.

Критерии прочности на растяжение/сжатие вдоль и поперек волокон (последние ставятся, условно, для материала матрицы) достигаются в некоторых локализованных областях изделия, расположение которых смещается при изменении толщины сектора. В тонком секторе напряжения продольного

растяжения и соответствующее разрушение волокон, возникает в средней и в задней части изделия, вблизи к внешней поверхности, рис. 10а. Напротив, в толстом секторе этот критерий, как и все остальные критерии, выполняется вблизи резьбового соединения, рис. 10б. Принципиальным для рассматриваемой конструкции является требование по повышению прочности на сдвиг. Причем легче это сделать для изделия, выполняемого из тонких секторов. Толстые сектора, помимо того, что интенсивнее нагружаются по механизму сдвига («слабая сторона» композитов), также интенсивнее нагружают резьбовое соединение, прочность которого так же не очень высока для соединений типа металл-композит. Поэтому в качестве рекомендаций, можно предложить использование тонких секторов, в которых, однако, необходимо уделить особое внимание прочности на сжатие в центральной и задней части изделия, а также в зоне заднего кольца, которая может быть повышена, например, использованием высокопрочных волокон или с использованием дополнительных конструктивных решений. Повышение прочности на сдвиг необходимо достигать технологическими приемами: выбором связующего, толщины монослоя, а также изменением геометрии изделия (как было показано в главе 1, удлинение заднего скоса изделия позволяет снизить напряжения сдвига в материале ВУ).

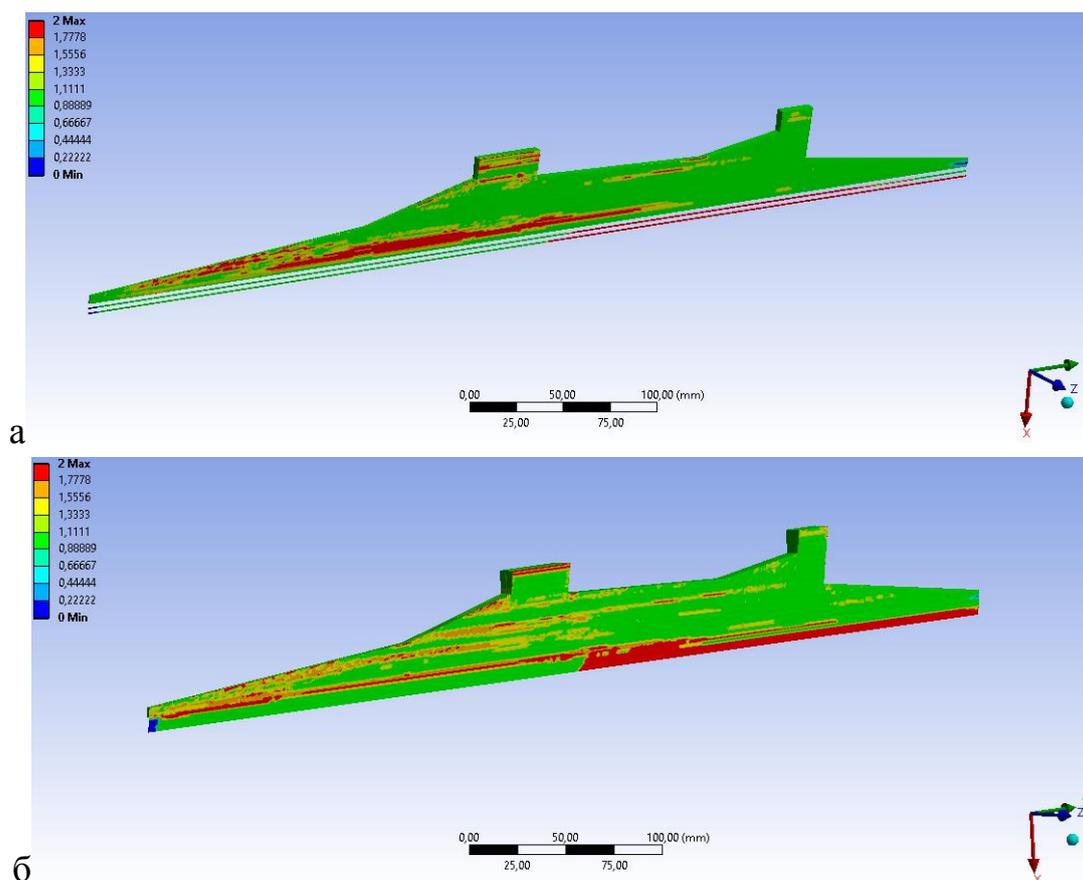


Рис. 10. а: Зоны разрушения в материале спустя 1 мс после начала расчета (а - сектор 5°, б - сектор 10°)

**В заключении** диссертационной работы перечислены основные результаты и возможные области их применения.

### **Основные результаты диссертационной работы:**

1) Разработаны два новых аналитических метода расчета составной конструкции переменного сечения с учетом поперечных деформаций. В первом методе предложен порядок расчета, позволяющий оценить НДС составной конструкции с учетом касательных напряжений, действующих на границе контакта ВУ и сердечника. Во втором методе, помимо задачи о продольных деформациях, решалась задача о деформациях, возникающих вследствие обжатия композитного ВУ в рамках постановки обобщённой плоской деформации. Оба предложенных подхода к оценке прочности изделия сопоставлены с численным моделированием. Показана возможность и ограничения по применимости реализованных аналитических методов для проведения практических расчетов;

2) Впервые проведены экспериментальные исследования влияния искривления волокон на высокоскоростную прочность и предельные деформации образцов эпоксиуглепластика при высокоскоростном нагружении. На основе проведенных экспериментальных исследований определены статические и высокоскоростные характеристики композиционного слоистого материала, перспективного для применения в рассматриваемых конструкциях. На основе результатов испытаний было продемонстрировано, что в проектировочных расчетах для рассматриваемых изделий, возможно использование статических характеристик, так как повышение скорости деформирования материала приводит к повышению прочности и, следовательно, результаты расчетов будут обеспечивать дополнительный запас прочности;

3) На основе детализированных динамических численных КЭ расчетов, учитывающих эффекты прогрессирующего разрушения, исследовано влияние схемы армирования на прочность и характер развития дефектов в ВУ, выполняемых из трехмерно-армированных и из слоистых композитов. Показано, что наиболее оптимальной схемой трехмерного армирования является радиальная схема, которая обеспечивает снижение концентрации напряжений в конструкции и замедляет распространение дефектов. Для слоистого композиционного материала проведено исследование НДС при различных размерах сегмента из которых состоит конструкция. Для слоистых композитов показано, что предпочтительным является изготовление изделий, набираемых из большого числа тонких сегментов, в которых снижается уровень наиболее опасных касательных напряжений и напряжений, приводящих к срезу резьбового соединения на границе контакта ведущего устройства и сердечника;

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

### Статьи в журналах базы Scopus (1) и из списка ВАК РФ (2-5):

1) A.V. Babaytsev, A.A. Zotov. Designing and Calculation of Extruded Sections of an Inhomogeneous Composition. Russian Metallurgy (Metally), Vol. 2019, No. 13, pp. 134–137.

2) А.В. Бабайцев, А.Ю. Бурцев, Л.Н. Рабинский, Ю.О. Соляев. Методика приближенной оценки напряжений в толстостенной осесимметричной композитной конструкции. Труды МАИ. 2019. Выпуск №107

3) А.В. Бабайцев, А. В. Инюхин, А.В. Лисицын, П.А. Моссаковский, Л.Н. Рабинский, Ю.О. Соляев Влияние искривления волокон на прочность углепластика при высокоскоростном нагружении. Механика композиционных материалов и конструкций. Том 25. №3 2019.

4) А.В. Бабайцев, А.А.Зотов, А.Н.Волков. Определение НДС многослойного ламината с использованием ступенчатой аппроксимации. Известия Тульского государственного университета. Выпуск 12. Часть 2. с175-185.

5) А.В. Бабайцев, А.А.Зотов. Проектирование и расчет прессованных профилей неоднородного состава. Технология металлов. 2018. № 11. С. 16-20. DOI: 10.31044/1684-2499-2018-11-16-20

### Прочие публикации по тематике диссертационной работы:

1. Бабайцев А.В., Рабинский Л.Н., Радченко В.П. Multiscale modelling of the stress - strain state of layered composite structures within the gradient theory of thermoelasticity. Санкт - Петербург, ИпМАШ РАН, Международная конференция "Advanced Problems in Mechanics - 2014"

2. Бабайцев А.В., Егорова О.В., Шестёркин П.С. Высокоскоростные испытания толстосекционных композиционных материалов с использованием разрезного стержня Гопкинсона по методу Кольского. Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXIV международного симпозиума имени А.Г. Горшкова. 2018, стр. 22-23. Издательство: ООО"ТРП".

3. Бабайцев А.В., Моргунова А.А., Рабинский Л.Н. Исследования вопросов разработки математических моделей и программного обеспечения для расчетов конструкций изделий из специальных композиционных материалов. Тезисы докладов VII международного научного семинара "динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы". 2018 г., г. Москва. стр.15-16. Издательство: ООО «ТР-Принт»

4. А.В. Бабайцев, Ю.О. Соляев, С.А. Лурье, Л.Н. Рабинский. проектировочный расчет толстостенной композитной конструкции, работающей в условиях высокоскоростного нагружения. IV Международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы и перспективы развития транспортного и строительного комплексов», 2018 г., г. Гомель. Беларусь