

УДК 629.7.05

Робастно-адаптивный регулятор для пространственного движения высокоскоростного летательного аппарата

В.А. Леонов, И.В. Чубарев

Аннотация

Работа посвящена разработке нелинейного регулятора для пространственного движения высокоскоростного (сверхзвукового) летательного аппарата с прямоточным воздушно-реактивным двигателем. Для построения регулятора используется второй (прямой) метод теории устойчивости А.М. Ляпунова.

Ключевые слова

пространственное движение; высокоскоростной летательный аппарат; прямоточный воздушно-реактивный двигатель; система автоматического управления; регулятор; второй метод Ляпунова; робастность; адаптивность.

1. Введение

В качестве объекта для проектирования робастно-адаптивного регулятора продольного движения рассматривается сверхзвуковой летательный аппарат, оснащённый прямоточным воздушно-реактивным двигателем (ПВРД) и способный совершать полёт на высотах до $H \leq 25$ км и скоростях полёта, соответствующим числам Маха $M \leq 5$.

Предварительный анализ [1, 2] показывает, что вследствие большой variability аэродинамических, тяговых и массовых характеристик высокоскоростного летательного аппарата (ВЛА), существенной нелинейности и нестационарности обтекания воздушным потоком, особенно при работающем прямоточном воздушно-реактивном двигателе, а также влияния углового положения на тягу двигателя, проектируемая система автоматического

управления (САУ) должна обеспечивать требуемые условия по точности регулирования в условиях существенных неопределенностей, с учетом реальных технических ограничений.

2. Математическая модель движения ВЛА, используемая при разработке законов управления

При построении законов управления робастно-адаптивного регулятора используются уравнения пространственного движения относительно плоской невращающейся Земли в спокойной атмосфере. При построении регулятора используются нелинейные уравнения возмущенного движения, а для анализа - второй (прямой) метод А.М.Ляпунова [2,3].

Примем уравнения движения центра масс относительно плоской невращающейся Земли в спокойной атмосфере в проекциях на оси траекторной системы координат, а уравнение вращательного движения жесткого ВЛА в проекциях на оси связанной системы координат. Запишем уравнения движения совместно с кинематическими уравнениями в следующей форме [5] (обозначения соответствуют ГОСТ 20058-80):

1. $\dot{V} = \frac{1}{m}[P \cos \alpha \cos \beta - X_a] - g \sin \theta;$
2. $\dot{\theta} = \frac{1}{mV}[P(\sin \alpha \cos \gamma_a + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_a) + Y_a \cos \gamma_a - Z_a \sin \gamma_a] - \frac{g}{V} \cos \theta;$
3. $\dot{\Psi} = -\frac{1}{mV \cos \theta}[P(\sin \alpha \sin \gamma_a - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma_a) + Y_a \sin \gamma_a + Z_a \cos \gamma_a];$
4. $\dot{\omega}_x = \frac{M_x - (I_z - I_y)\omega_y \omega_z}{I_x};$
5. $\dot{\omega}_y = \frac{M_y - (I_x - I_z)\omega_x \omega_z}{I_y};$
6. $\dot{\omega}_z = \frac{M_z - (I_y - I_x)\omega_x \omega_y}{I_z};$
7. $\dot{\psi} = \sec \mathcal{G}(\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma);$
8. $\dot{\mathcal{G}} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma;$
9. $\dot{\gamma} = \omega_x - \operatorname{tg} \mathcal{G}(\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma);$
10. $\dot{H} = V \sin \theta.$

Связи между углами:

$$\sin \beta = \cos \theta [\sin \vartheta \sin \gamma \cos(\Psi - \psi) - \cos \gamma \sin(\Psi - \psi)] - \sin \theta \cos \vartheta \sin \gamma;$$

$$\sin \alpha = [\sin \vartheta \cos \gamma \cos(\Psi - \psi) \cos \theta + \sin \gamma \sin(\Psi - \psi) \cos \theta - \sin \theta \cos \vartheta \cos \gamma] (1/\cos \beta);$$

$$\sin \gamma_a = [\cos \alpha \sin \beta \sin \vartheta - \cos \vartheta \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma + \cos \vartheta \cos \beta \sin \gamma] (1/\cos \theta),$$

где приняты зависимости для следующих сил и моментов:

$$\begin{aligned} X_a &= qSC_{xa}(M, \alpha, \delta_e); Y_a = qSC_{ya}(M, \alpha, \delta_e); Z_a = qSC_{za}(M, \alpha, \beta, \delta_{\vartheta e}); \\ M_x &= qSlm_x(M, \alpha, \beta, \delta_{\vartheta e}); M_y = qSlm_y(M, \alpha, \beta, \delta_{\vartheta e}); M_z = qSb_A m_z(M, \alpha, \delta_e); \\ P &= C_{p,\delta}(\alpha)\delta_p + C_p(\alpha), \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь обозначены: δ_e и $\delta_{\vartheta e}$ - углы отклонения руля высоты и элевонов, рад.; δ_p - коэффициент относительного расхода топлива (коэффициент отношения топливо/воздух).

3. Робастно-адаптивный регулятор

Обозначим параметры невозмущенной (программной), траектории $x^0(t) = [V^0(t); H^0(t); \theta^0(t); \alpha^0(t); \omega_z^0(t); \gamma^0(t); \omega_x^0(t); \beta^0(t); \omega_y^0(t); \Psi^0(t)]^T$, где (верхний индекс «Т»-означает операцию транспонирования). В нашем случае – это изменение по времени указанных параметров траектории на планируемом крейсерском участке и соседних с ним при работающем двигателе. Выходными регулируемыми переменными являются $y(t) = [V(t); H(t); \gamma(t)]^T$. Иногда вводятся понятия «эталонного» (или «желаемого», «заданного») изменения некоторых из параметров, в частности, например, эталонного изменения по времени скорости и высоты полета $V_s(t), H_s(t)$. Эти переменные должны выбираться таким образом, чтобы они с одной стороны с течением времени стремились бы к программным и с другой стороны должны улучшать качество переходных процессов при регулировании. В данной работе в качестве эталонных процессов приняты соответствующие программные $V^0(t), H^0(t)$.

В частности при крейсерском полете на заданной высоте с постоянной скоростью $V_s(t) = V^0 = const$, $H_s(t) = H^0 = const$.

Предполагается, что все отклонения компонент фазового вектора по начальным условиям ограничены, и численные значения этих предельных отклонений могут быть уточнены путем моделирования работы регулятора. Управляющими переменными в данной постановке являются: $u(t) = [\delta_p(t); \delta_e(t); \delta_{\vartheta e}(t)]^T$.

«Робастность» регулятора будет обеспечиваться по отношению к неопределенным коэффициентам аэродинамических сил и моментов, к параметрам, характеризующим изменение тяги двигателя и к массе ВЛА.

3.1. Адаптивный регулятор для скорости

Подставляя выражение для тяги из (2) в первое уравнение (1), для возмущенного движения, получаем:

$$m\dot{V} = [C_{p,\delta}(\alpha)\delta_p + C_p(\alpha)]\cos\alpha\cos\beta - X_a - mg\sin\theta. \quad (3)$$

Вычтем справа и слева $m\dot{V}^0$. В результате будем иметь:

$$m\Delta\dot{V} = [C_{p,\delta}(\alpha)\delta_p + C_p(\alpha)]\cos\alpha\cos\beta - X_a - mg\sin\theta - m\dot{V}^0, \quad (4)$$

где $\Delta V = V(t) - V^0(t)$. Введем вектор неопределенных параметров θ_1 , вектор коэффициентов модели (регрессор) ψ_1 и матрицу входа (управляемости) B_1 в следующем виде:

$$\theta_1 = [C_p^{\delta\alpha^2} : C_p^{\delta\alpha} : C_p^{\delta} : C_p^2 : C_p^1 : C_p^0 : SC_{\alpha^2} : SC_{\alpha} : SC_{\delta^2} : SC_{\delta} : SC_{\alpha\delta} : m^0]^T;$$

$$\psi_1(x, u) = [0 : 0 : 0 : -\alpha^2 \cos\alpha \cos\beta : -\alpha \cos\alpha \cos\beta : -\cos\alpha \cos\beta : q\alpha^2 : q\alpha : q\delta^2 : q\delta : q : g \sin\theta + \dot{V}^0]^T;$$

$$B_1(\alpha) = [\alpha^2 \cos\alpha \cos\beta : \alpha \cos\alpha \cos\beta : \cos\alpha \cos\beta : 0 : 0 : 0 : 0 : 0 : 0 : 0 : 0 : 0]^T.$$

Уравнение (4) в новых обозначениях запишем как:

$$m\Delta\dot{V} = \theta_1^T B_1(\alpha)\delta_p - \psi_1^T(x, u)\theta_1. \quad (5)$$

Полагаем $\theta_1^T B_1(\alpha) \neq 0$ для всех возможных величин α в пределах допустимой области изменения в полете и для всех возможных принятых величин θ_1 из ограниченной области значений. Обозначим через $\hat{\theta}_1$ вектор оценок θ_1 и вектор ошибок оценок $\Delta\theta_1 = \hat{\theta}_1 - \theta_1$.

Введем функцию типа Ляпунова как положительно определённую квадратичную форму, в виде ($\Gamma_1 > 0$):

$$W_1(\Delta V, \Delta\theta_1) = \frac{m}{2}\Delta V^2 + \frac{1}{2}\Delta\theta_1^T \Gamma_1^{-1} \Delta\theta_1.$$

Выберем закон управления δ_p и уравнение для оценки $\hat{\theta}_1$ следующим образом:

$$\delta_p = \frac{1}{\hat{\theta}_1^T B_1(\alpha)} [-k_1 \Delta V + \psi_1^T(x, u)\hat{\theta}_1]; \quad (6)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \Delta V \Gamma_1 [B_1(\alpha) \delta_p - \psi_1(x, u)], \quad (7)$$

где $k_1 > 0$ коэффициент обратной связи.

Проверим знак производной функции Ляпунова вдоль возмущенной траектории с учетом (5) ÷ (7):

$$\begin{aligned} \dot{W}_1 &= m \Delta V \Delta \dot{V} + \Delta \theta_1^T \Gamma_1^{-1} (\dot{\hat{\theta}}_1 - \dot{\theta}_1) = \\ &= -k_1 \Delta V^2 + \Delta \theta_1^T \left\{ \Delta V [\psi_1(x, u) - B_1(\alpha) \delta_p] + \Gamma_1^{-1} \dot{\hat{\theta}}_1 \right\} = -k_1 \Delta V^2 \leq 0 \end{aligned}$$

для всех $k_1 > 0$, где δ_p и $\dot{\hat{\theta}}_1$ выбираются так, чтобы обнулить вторую составляющую справа.

3.2. Робастно-интегральный регулятор для подсистемы $(\Delta H, \Delta \theta)$

Задавая эталонное изменение высоты полета как $H^0(t)$, соответствующая производная ошибки регулирования удовлетворяет уравнению:

$$\Delta \dot{H} = \dot{H} - \dot{H}^0 \approx V \theta - \dot{H}^0.$$

Выберем командное значение угла наклона траектории в виде:

$$\theta_{ком} = -k_H (H - H^0) + \frac{\dot{H}^0}{V^0}, \quad (8)$$

где $k_H > 0$ коэффициент обратной связи в работе принимается равным $k_H = 0,0001$. Если в результате управления угол наклона траектории будет следовать за командным $\theta_{ком}$, то ошибка регулирования высоты полета будет экспоненциально быстро стремиться к нулю. При этом $\Delta \theta = \theta - \theta_{ком}$.

Для командного угла атаки выбирается астатический закон регулирования:

$$\begin{aligned} \alpha_{ком} &= \xi - k_2 \Delta \theta; \\ \xi &= - \int_0^t k_\theta \Delta \theta \cdot dt, \end{aligned} \quad (9)$$

где $k_2 > 0$ и $k_\theta > 0$ коэффициенты обратной связи.

Можно показать, что за счёт подбора коэффициентов обратных связей обеспечивается экспоненциальная устойчивость системы $(\Delta H, \Delta \theta)$. В этом случае функция типа Ляпунова

выбирается в виде $W_2(\Delta \theta, \chi) = \frac{1}{2} (\Delta \theta^2 + \chi^2)$, $\chi = \xi - \alpha^0$.

3.3. Робастный регулятор для подсистемы $(\Delta \alpha, \omega_z)$

Рассматривается проблема управления угловым движением таким образом, чтобы ошибка регулирования угла атаки $\Delta\alpha$ стремилась бы к нулю. Для этой цели в качестве входного воздействия выбран момент тангажа. Введем коэффициент обратной связи $k_3 > 0$ по $\dot{\omega}_z$ и рассмотрим преобразованные координаты:

$$[\alpha : \omega_z]^T \rightarrow \zeta = [\zeta_1 : \zeta_2]^T = \left[\Delta\alpha : \frac{\omega_z}{k_3} \right]^T, \quad (10)$$

приводящие систему $[\zeta_1 : \zeta_2]^T$ к виду:

$$\dot{\zeta} = k_3 F_0 \zeta + G_1 \varphi_2(\zeta, z) + G_2 M_z, \quad (11)$$

где $F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$; $G_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $G_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ I_z k_3 \end{bmatrix}$; $\varphi_2(\zeta, z) = -\Delta\theta$; $z = [\Delta\theta : \chi]^T$, удовлетворяющие

уравнениям и $\chi = \Delta\xi - \frac{1}{f_1(\alpha^0, q, \delta_p)} \Delta\theta$. Функция $\varphi_2(\zeta, z)$, обращается в нуль в начале

координат. Выберем желаемый момент тангажа как:

$$M_{zжс} = -k_3^2 a_0 \Delta\alpha - k_3 a_1 \omega_z, \quad (12)$$

или

$$M_{zжс} = k_3^2 (-a_0 \zeta_1 - a_1 \zeta_2), \quad (13)$$

где a_0, a_1 таковы, что обеспечивают устойчивость системы с характеристическим многочленом $\lambda^2 + a_0 \lambda + a_1 = 0$.

3.4. Адаптивный регулятор для момента тангажа

Следующим шагом в конструировании закона отклонения руля высоты является критерий $|M_z - M_{zжс}| \rightarrow 0$. Введем обозначения в выражении для момента тангажа:

$$M_z = \theta_2^T B_2 \delta_\delta - \psi_2^T \theta_2,$$

где $\theta_2^T = [Sb_A m_z^{\alpha^3} : Sb_A m_z^\alpha : Sb_A m_z^\delta : Sb_A m_{z0}]$; $B_2^T = [0 : 0 : q : 0]$; $\psi_2^T = [-q\alpha^3 : -q\alpha : 0 : -q]$.

Для исследования устойчивости введем функцию Ляпунова с учетом данных предыдущих разделов: $\tilde{W} = W_1 + W_3 + \Delta\theta_2^T \Gamma_2^{-1} \Delta\theta_2$; $W_1(\Delta V, \Delta\theta_1) = \frac{m}{2} \Delta V^2 + \frac{1}{2} \Delta\theta_1^T \Gamma_1^{-1} \Delta\theta_1$; $W_3(\Delta\theta, \chi) = W_2(\Delta\theta, \chi) + \zeta^T P \zeta$; $F^T P + P F \leq -E$ и производной функции вдоль соответствующих фазовых траекторий:

$$\dot{\tilde{W}} \leq -k_1 \Delta V^2 - r_2(z, \zeta) + 2\zeta^T P G_2 (\theta_2^T B_2 \delta_\delta - \psi_2^T \theta_2 - M_{zжс}) + 2\Delta\theta_2^T \Gamma_2^{-1} \Delta\dot{\theta}_2. \quad (14)$$

При этом:

$$\delta_6 = \frac{\psi_2^T \hat{\theta}_2 + M_{zжк}}{\hat{\theta}_2^T B_2}; \quad (15)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \Gamma_2 [(B_2 \delta_6 - \psi_2) G_2^T P \zeta]. \quad (16)$$

3.5. Робастно-адаптивный регулятор для подсистемы (γ, ω_x)

В системе уравнений (1) выделим в подсистему уравнения 3, 4, 5, 7 и 9, относящиеся к описанию параметров бокового возмущенного движения.

Рассмотрим основную подсистему (γ, ω_x) с учетом изменения параметров продольного движения и скольжения с рысканием:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_x &= \frac{M_x - (I_z - I_y) \omega_y \omega_z}{I_x} = \frac{M_x}{I_x} - \frac{I_z - I_y}{I_x} \omega_y \omega_z = \\ &= D_x \left(m_x^\beta \beta + m_x^{\bar{\omega}_x} \omega_x \frac{l}{2V} + m_x^{\bar{\omega}_y} \omega_y \frac{l}{2V} + m_x^{\delta_{эв}} \delta_{эв} \right) - C \omega_y \omega_z, \end{aligned} \quad (18)$$

где $D_x = \frac{qSl}{I_x}$; $C = \frac{I_z - I_y}{I_x}$.

Введем понятия «заданной» угловой скорости крена ω_{x3} и ее производной в общем случае отличающихся от программных, тогда, обозначая:

$$\Delta \omega_x = \omega_x - \omega_{x3}; \Delta \dot{\omega}_x = \dot{\omega}_x - \dot{\omega}_{x3},$$

получаем

$$\Delta \dot{\omega}_x = \theta_3^T B_3 \delta_{эв} - \psi_3^T \theta_3 - \tilde{\omega}_{x3}, \quad (19)$$

где

$$\theta_3^T = [m_x^\beta : m_x^{\bar{\omega}_x} : m_x^{\bar{\omega}_y} : m_x^{\delta_{эв}}]; B_3^T = [0 : 0 : 0 : D_x]; \psi_3^T = \left[-D_x \beta : -D_x \omega_x \frac{l}{2V} : -D_x \omega_y \frac{l}{2V} : 0 \right];$$

$$\tilde{\omega}_{x3} = \dot{\omega}_{x3} + C \omega_y \omega_z,$$

а величина $\dot{\omega}_{x3}$ выбирается как:

$$\dot{\omega}_{x3} = k_4 (\gamma - \gamma_3) - k_5 \omega_x - k_6 \beta - k_7 \omega_y,$$

при этом γ_3 - заданный угол крена; $k_4, k_5, k_6, k_7 > 0$ - коэффициенты усиления выбираются из условия наилучшего качества переходных процессов совместно с построением закона управления, указанного ниже. Введем обозначения $\Delta \theta_3 = \hat{\theta}_3 - \theta_3$; $\Delta \dot{\theta}_3 = \dot{\hat{\theta}}_3 - \dot{\theta}_3 = \dot{\hat{\theta}}_3$,

т.к. $\theta_3 = const$. Для исследования законов управления построим функцию Ляпунова в виде (выбирая матрицу $\Gamma_3^{-1} > 0$):

$$W_4(\Delta\omega_x, \Delta\theta_3) = \frac{\Delta\omega_x^2}{2} + \frac{1}{2} \Delta\theta_3^T \Gamma_3^{-1} \Delta\theta_3. \quad (20)$$

После дифференцирования этого выражения слева и справа, принимая во внимание уравнение (19), получаем:

$$\dot{W}_4 = \Delta\omega_x (\theta_3^T B_3 \delta_{эв} - \psi_3^T \theta_3 - \tilde{\omega}_{x3}) + \Delta\theta_3^T \Gamma_3^{-1} \Delta\dot{\theta}_3. \quad (21)$$

Выберем теперь закон управления элевонных $\delta_{эв}$ и уравнения для оценок неопределенных параметров в виде:

$$\delta_{эв} = \frac{1}{\hat{\theta}_3^T B_3} (-k_9 \Delta\omega_x + \psi_3^T \hat{\theta}_3 + \tilde{\omega}_{x3}); \quad (22)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_3 = \Delta\omega_x \Gamma_3 (B_3 \delta_{эв} - \psi_3). \quad (23)$$

После подстановки этих соотношений в (21), получаем:

$$\dot{W}_4 = -k_6 \Delta\omega_x^2 \leq 0,$$

что удовлетворяет второму условию теоремы об устойчивости.

4. Моделирование

Для регулятора продольного и бокового каналов выполнено динамическое моделирование для прототипа ВЛА, используемого в работах [1-4].

В первом случае проверялась реакция регулятора в продольном канале на встречный порыв ветра. Самолёт балансировался на высоте $H = 25$ км и $M = 5$ и на 10-й секунде моделирования воздействовал порыв ветра равный 80 м/с. Результаты переходных процессов представлены на рис. 1.

Во втором случае проведено моделирование по стабилизации заданного крена $\gamma_3 = 45^\circ$ на высоте $H = 25$ км и $M = 5$ с воздействием порыва бокового ветра $W = 50$ м/с на 15-й секунде моделирования. Результаты представлены ниже на рис.2.

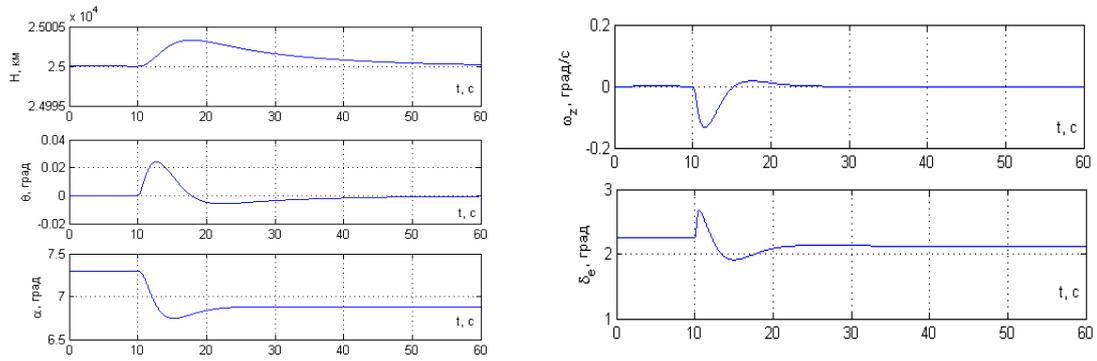


Рис.1. Реакция ВЛА на встречный порыв ветра $W=80$ м/с, $H = 25$ км, $M=5$. Здесь H – высота, м; θ - угол наклона траектории, град; α - угол атаки, град; ω_z - угловая скорость тангажа, град; δ_e - угол отклонения руля высоты, град.

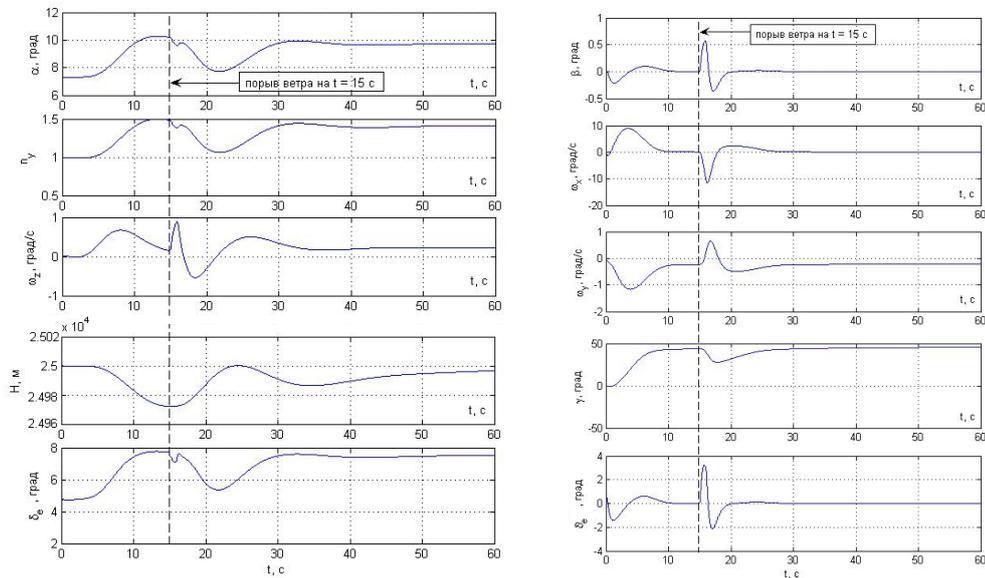


Рис.2. Реакция на боковой порыв ветра $W = 50$ м/с, $H=25$ км, $M = 5$. Здесь α - угол атаки, град; n_y - нормальная перегрузка; ω_z - угловая скорость тангажа, град; H – высота, м; δ_e - угол отклонения руля высоты, град; β - угол скольжения, град; ω_x - угловая скорость крена, град/с; ω_y - угловая скорость рыскания, град/с; γ - угол крена; $\delta_{эв}$ - угол отклонения элевонов, град.

5. Заключение

Нелинейный робастно-адаптивный регулятор для стабилизации параметров движения ВЛА на крейсерском режиме полёта можно использовать в условиях различных неопределённостей аэродинамических и тяговых характеристик.

Предусмотрена возможность «отработки» достаточно больших возмущений и отклонений по начальным условиям, т. е. гарантируется устойчивость программной

траектории не только в малой окрестности от нее, но и при больших отклонениях – «в большом».

При работе регулятора на борту ВЛА должно осуществляться вычисление оценок неопределенных параметров.

Библиографический список

1. M.A. Bolender, D.B. Doman, “A Nonlinear Longitudinal Dynamical Model of an Air-breathing Hypersonic Vehicle,” Submitted to AIAA Journal of Spacecraft and Rockets, 2006.
2. M.A. Bolender, D.B. Doman, “Flight path angle dynamics of air-breathing hypersonic vehicles,” in Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Keystone, CO, 2006, AIAA Paper 2006-6692.
3. L. Fiorentini, A. Serrani, M. Bolender, D. Doman. Robust Nonlinear Sequential Loop Closure Control Design for an Air-breathing Hypersonic Vehicle Model. 2008, American Control Conference, Westin Seattle Hotel, Seattle, Washington, USA, June 11-13, 2008.
4. L. Fiorentini, A. Serrani, M. Bolender, D. Doman. Nonlinear Robust/Adaptive Controller Design for an Air-breathing Hypersonic Vehicle Model. 2006, the report Air Force Research Laboratory. AFRL-VA-WP-TP-2007-305.
5. Аэромеханика самолёта: динамика полёта: учебник для авиационных вузов/ А.Ф. Бочкарёв, В.В. Андреевский и др. М.: Машиностроение, 1985. 360 с.

Сведения об авторах

Леонов Владимир Артемиевич, профессор Московского авиационного института (национально-исследовательского университета), к.т.н., профессор.

e-mail: leonov41@yandex.ru

Чубарев Иван Владимирович, аспирант Московского авиационного института (национально-исследовательского университета).

e-mail: ivrus@yandex.ru