

Научная статья

УДК 539.3

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=182659>

## **О ДЕФОРМИРОВАНИИ ЛАБОРАТОРНЫХ ОБРАЗЦОВ В ВИДЕ УСЕЧЕННЫХ ДИСКОВ С КОНЦЕНТРАТОРАМИ НАПРЯЖЕНИЙ**

**Лев Беркович Цвик<sup>1</sup>, Евгений Вячеславович Зеньков<sup>2</sup>✉,**

**Дмитрий Олегович Маломыжев<sup>3</sup>**

<sup>1,2</sup>Иркутский национальный исследовательский технический университет,

Иркутск, Россия

<sup>1,2,3</sup>Иркутский государственный университет путей сообщения,

Иркутск, Россия

<sup>1</sup>[tsvik\\_l@mail.ru](mailto:tsvik_l@mail.ru)

<sup>2</sup>[jovanny1@yandex.ru](mailto:jovanny1@yandex.ru) ✉

<sup>3</sup>[kbprfl3@gmail.com](mailto:kbprfl3@gmail.com)

**Аннотация.** Рассматриваются образцы для оценки конструкционной прочности материалов, разрушение которых может быть осуществлено на типовых одноприводных испытательных машинах. Представлен анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) лабораторных образцов, имеющих вид усеченных круговых дисков, с концентраторами напряжений в виде канавок. Показано, что усечение диска по двум симметрично расположенным хордам позволяет в относительно широких пределах изменять вид НДС (соотношение величин главных напряжений), возникающего в образце в его рабочей зоне, а также интенсивность напряжений в этой зоне. Осуществлено численное решение задач

линейной теории упругости для образцов с различной степенью усечения рассматриваемых дисков, а также с различными значениями геометрических параметров профиля канавок-концентраторов. Соответствующий анализ деформирования дисков показал, что предлагаемые лабораторные образцы позволяют моделировать вид и уровень НДС различных конструктивных элементов машин и механизмов, в том числе высоконагруженных элементов летательных аппаратов и двигателей, используемых в ракетно-космической технике. Указанное обстоятельство существенно расширяет возможности оценки конструкционной прочности материалов уже на стадии лабораторных исследований используемых материалов. Для конструкционной углеродистой стали Ст45 осуществлено экспериментальное разрушение рассматриваемых дисковых образцов, подтвердившее для этой стали определяющее влияние вида НДС на локализацию очагов разрушения изготовленных из неё высоконагруженных конструктивных элементов. Результаты таких испытаний могут быть использованы как для экспериментальной оценки конструкционной прочности материала таких элементов, так и для построения уравнений его предельного состояния, соответствующих заданному уровню и виду НДС.

**Ключевые слова:** лабораторный образец, напряженно-деформированное состояние, конструкционная прочность, вычислительное моделирование, варианты исследования, локализация очага разрушения

*Для цитирования:* Цвик Л.Б., Зеньков Е.В., Маломыжев Д.О. О деформировании лабораторных образцов в виде усеченных дисков с концентраторами напряжений // Труды МАИ. 2024. № 138. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=182659>

Original article

## **DEFORMATION OF LABORATORY TRUNCATED DISC SAMPLES WITH STRESS CONCENTRATORS**

**Lev B. Tsvik<sup>1</sup>, Evgeniy V. Zenkov<sup>2✉</sup>, Dmitriy O. Malomigev<sup>3</sup>**

<sup>1,2</sup>Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russia

<sup>1,2,3</sup>Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia

<sup>1</sup>[tsvik\\_l@mail.ru](mailto:tsvik_l@mail.ru)

<sup>2</sup>[jovanny1@yandex.ru](mailto:jovanny1@yandex.ru)✉

<sup>3</sup>[kbprf13@gmail.com](mailto:kbprf13@gmail.com)

**Abstract.** The article assesses the structural strength of sample materials destroyed on standard single-drive testing machines. The stress-strain state (SSS) of laboratory truncated circular disk samples with stress concentrators in the form of grooves was analyzed. It was revealed that the disc truncation along the two symmetrical chords allows for varying the type of SSS (the ratio of principal stresses) in the sample and intensity of stresses in the working zone. The problems of the linear theory of elasticity were solved for samples with different degrees of disc truncation and with different geometric parameters of the groove profile. The computational experiment shows that in the studied range of dimensionless values of the geometric parameters (relative curvature of the groove surface, relative depth of the groove and the degree of truncation of the sample

disk), the type coefficient of the stress-strain state  $P$  and the stress concentration coefficient  $K_\sigma$  change in the intervals  $0 \leq P \leq 2$  and  $K_\sigma < 4$ . If necessary, concentrating grooves can be located on the loading surface of the samples under consideration, which makes it possible to study the behavior of various materials under conditions of biaxial compression. The analysis of disk deformation showed that these laboratory samples can be used in simulating the type and level of stress-strain state of various structural elements of machines and mechanisms, including highly loaded elements of aircraft and engines used in rocket and space technology. This factor significantly expands the possibilities for assessing the structural strength of materials during laboratory studies of the materials. It was revealed that the type of SSS plays a role in localizing the sources of destruction of highly loaded structural elements made from structural carbon steel St45. The results can be used both for the experimental assessment of the structural strength of materials and for constructing limit state equations corresponding to a SSS level and type.

**Keywords:** laboratory sample, stress-strain state, structural strength, computational modeling, variant studies, localization of the source of destruction

**For citation:** Tsvik L.B., Zenkov E.V., Malomigev D.O. Deformation of laboratory truncated disc samples with stress concentrators. *Trudy MAI*, 2024, no. 138. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=182659>

## Введение

Высоконагруженные элементы конструкций в процессе эксплуатации могут подвергаться комплексу статических или циклических нагрузок, создающих в этих

элементах объёмное напряженно-деформированное состояние (НДС), характеризующееся значительной концентрацией напряжений в местах конструктивных неоднородностей (отверстий, выступов, пазов, вырезов и т. п.). Возникающее вблизи таких зон НДС определяют ресурс работы исследуемых конструкций, как при статическом, так и циклическом нагружении или в условиях хрупкого разрушения [1 – 13]. Существенно, что при различных видах НДС – сжатии, растяжении или сдвиге и при сложных видах НДС, являющиеся их комбинацией, условия прочности конструктивных элементов могут значительно различаться [2 – 3]. Это обстоятельство приводит к необходимости применения объединённых критериев прочности, использующих обобщенные уравнения предельного состояния материалов в случае статических нагрузок [1, 4 – 5, 14 – 16]. Или к использованию кривых усталости рассматриваемого материала, полученных при циклическом нагружении в условиях заданного вида НДС и соответствующей степени концентрации напряжений в возможном очаге разрушения реальной конструкции.

Расчётная оценка статической конструкционной прочности [1, 6 – 9, 17] материала детали с учётом вида НДС может осуществляться на основе применения различных уравнений предельного состояния, например, уравнений Друккера-Прагера, Писаренко-Лебедева, Ягна-Бужинского, и др. [1, 18, 19].

В случае одноосного растяжения в очаге возможного разрушения конструктивного элемента используются стандартные образцы материалов [20]. В условиях сложного вида НДС в работах [15, 16, 21] предложена методика оценки

конструкционной прочности материала, основанная на результатах разрушения в лабораторных условиях специальных образцов, имеющих в очаге их разрушения тот же вид НДС, что и в очаге возможного разрушения рассматриваемого конструктивного элемента. Существенно, что предложенные образцы могут в этом случае испытываться до разрушения на типовых испытательных машинах [22, 23]. Реализация предложенной методики возможна и с применением специальной испытательной техники с несколькими силовыми приводами, создающей разнонаправленные воздействия на испытываемый лабораторный образец [15], однако процесс испытания в этом случае существенно усложняется [15, 16, 22, 23].

Реализация подхода, учитывающая вид НДС, возникающего в очагах возможного разрушения конструктивного элемента, предполагает выполнение следующих основных этапов:

1) вычислительное моделирование уровня и вида НДС в конструктивном элементе в условиях, соответствующих его эксплуатации;

2) определение инвариантов НДС, входящих в объединённый критерий прочности используемого конструкционного материала в этих элементах в возможных очагах их разрушения;

3) оценка конструкционной прочности используемых материалов с помощью испытания лабораторных образцов до разрушения с заданным соотношением инвариантов НДС, определенных на этапе 2.

Реализация первого и второго этапов осуществляется с применением численного решения задач механики деформирования, осуществляемого, например,

с помощью метода конечных элементов (МКЭ). Второй этап позволяет определить характеристики вида НДС, возникающего в исследуемой конструкции в очаге её возможного разрушения под действием эксплуатационных нагрузок [24]. В соответствии с предложенной методикой [15, 16, 21] третий этап оценки конструкционной прочности может быть реализован в том случае, если имеются соответствующие лабораторные образцы для механических испытаний, значение инвариантов НДС (вид НДС) которых в момент разрушения совпадает с соответствующими значениями характеристик вида НДС.

В данной работе в качестве критерия подобия напряжённно-деформируемых состояний, возникающих в исследуемых конструкциях и в соответствующих им образцах для механических испытаний, используется величина  $\Pi$  (далее – коэффициент вида НДС) – характеристика вида НДС, равная отношению [1, 2, 4]:

$$\Pi = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_i}, \quad (1)$$

где  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – главные напряжения, возникающие в очаге возможного разрушения;  $\sigma_i$  – эквивалентное напряжение, определяемое формулой

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}. \quad (2)$$

В качестве критерия подобия НДС, возникающих в исследуемых конструкциях и в соответствующих им образцах для механических испытаний, использовался также коэффициент концентрации напряжений  $K_\sigma$

$$K_\sigma = \frac{\sigma_i^{\max}}{\sigma_i^{\text{ном}}}, \quad (3)$$

где  $\sigma_i^{max}$  – максимальная интенсивность напряжений в очаге разрушения лабораторного образца;  $\sigma_i^{ном}$  – номинальная интенсивность напряжений в центре соответствующего (по диаметру и толщине) аналогично нагруженного дискового образца без концентраторов напряжений на его сторонах.

В общем случае, значения  $\Pi$ , характеризующие вид НДС в очагах разрушения высоконагруженных конструктивных элементов, изменяются в широком диапазоне. Примером существенного влияния [2] вида НДС для случая  $\Pi < 0$  (это состояние возникает при значительной отрицательной величине главных напряжений в точке наблюдения) является расчётная оценка прочности зоны контакта тела качения подшипника букс железнодорожных вагонов [25]. В этом случае значение величины  $\Pi$  отрицательно, близко к  $-2$  и для стали типа ШХ4, используемой для изготовления подшипников, нормативные допускаемые контактные напряжения равны 3500 МПа [26], что более чем вдвое превышает предел прочности этой стали в условиях одноосного растяжения. Аналогичная ситуация возникает в зоне контакта железнодорожного колеса и рельса [27] – контактные напряжения в этой зоне весьма значительны. Эксперименты, показывающие противоположный эффект – снижение прочностных свойств материала в условиях двухосного растяжения приведены, например, в [13, 15, 28]. Указанные особенности оценки конструкционной прочности материалов ответственных конструкций требуют разработки и исследования типовых образцов для механических испытаний до разрушения, моделирующих реальный вид и уровень НДС в широком диапазоне изменения значений характеристик  $\Pi$  и  $K_\sigma$ .



Для оценки как статической, так и циклической прочности материала в условиях сложного НДС могут быть использованы образцы различной конфигурации [13, 18, 29 – 31]. Так в работах [13, 31] рассмотрены образцы для механических испытаний достаточно сложной формы – пластины переменной толщины со сквозными вырезами и осесимметричными выемками. В ряде случаев (рис. 1) с этой целью рассматриваются образцы, представляющие собой пластину переменной толщины, расположенную внутри жёсткого кругового обода и обода обратной кривизны [18].

Представленные на рис. 1 образцы, имеют сложную пространственную форму и, соответственно, большое количество геометрических параметров. При этом образцы испытываются в условиях их одноосного растяжения. Это обстоятельство, а также используемая схема одноосного нагружения образцов существенно ограничивает возможность моделирования величины  $\Pi$  – параметра подобия вида НДС.

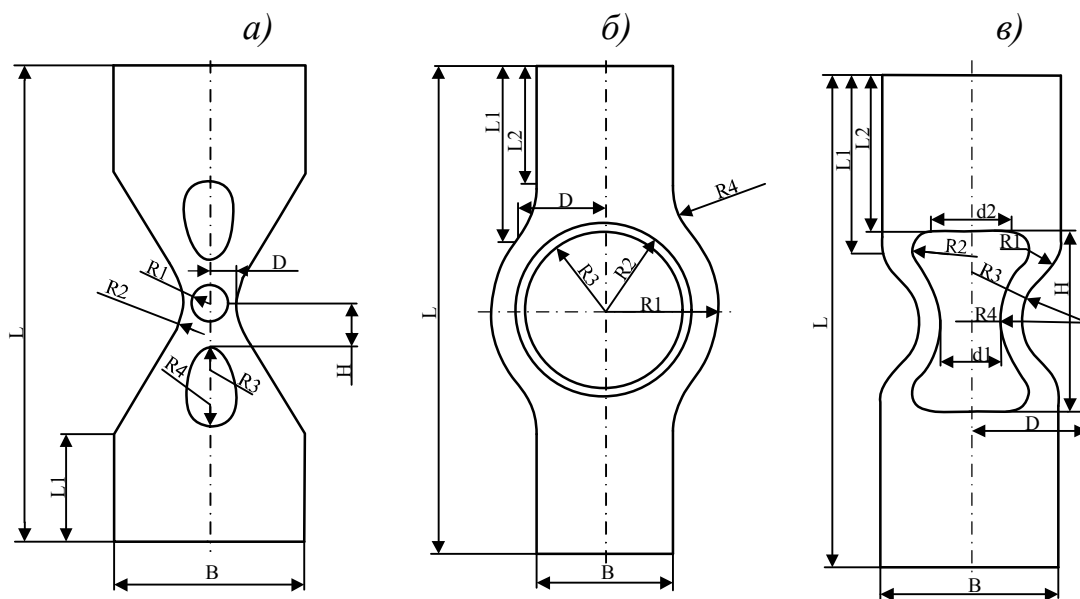


Рис. 1. Конструктивные схемы пластинчатых образцов, используемых для оценки

конструкционной прочности материалов: *a)* образец [13] переменной толщины со сферической выемкой в своей центральной части, *б)* образец [18] переменной толщины с кольцевым ободом, *в)* образец [18] переменной толщины с ободом обратной кривизны

В данной работе с указанных позиций осуществляется исследование зависимости характеристик НДС от геометрических параметров дисковых образцов, предложенных в [2], имеющих относительно простую конфигурацию и, одновременно, позволяющих моделировать достаточно широкий диапазон изменения  $P$  и  $K_{\sigma}$ .

## 2. Расчетная схема и методы исследования дисковых образцов

Уточнённый количественный анализ НДС рассматриваемых образцов (рис. 2 – 5 [22, 23]) должен учитывать, как физическую [32], так и геометрическую [33] нелинейности деформирования. Такой анализ должен учитывать также и характер контактного взаимодействия толкателя, передающего испытательное усилие машины на образец, размещенный в опорном устройстве испытательной машины. Далее такой подход используется для расчётной оценки [34, 35] деформирования отдельных образцов, доведённых в процессе испытаний до разрушения.

При расчётной оценке НДС образцов в зависимости от значений их геометрических параметров используется приближённый подход, основанный на использовании соотношений линейной теории упругости

$$L\mathbf{u} = (\lambda + \mu) \text{grad div } \mathbf{u} + \mu \Delta \mathbf{u} = 0. \quad (4)$$

где  $L$  – дифференциальный оператор теории упругости;  $\mathbf{u}$  – искомый вектор перемещений в точках области  $D$ , занимаемой деформируемыми элементами рассматриваемой конструкции;  $\lambda, \mu$  – коэффициенты, определяющие механические свойства однородного изотропного материала элементов конструкции. Уравнения (4) решались при краевых условиях

$$(\mathbf{v} \cdot \mathbf{T}) \Big|_{S_\sigma} = \mathbf{F}(M), M \in S_\sigma; (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) \Big|_{S_{u\sigma}} = 0; (\mathbf{v} \cdot \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\tau}) \Big|_{S_{u\sigma}} = 0, M \in S_{u\sigma}. \quad (5)$$

Задача (4) – (5) рассматривается в области, занимаемой материалом образца и ограниченной поверхностью  $S = S_\sigma + S_{u\sigma}$ , где  $S_\sigma, S_{u\sigma}$  – поверхности рассматриваемых образцов, на которых заданы поверхностные силы и смешанные (контактные) краевые условия соответственно. В этих равенствах  $\mathbf{T}$  – тензор напряжений;  $\mathbf{F}(M)$  – вектор поверхностных усилий, распределённых на поверхности  $S_\sigma$ ;  $\mathbf{v}, \boldsymbol{\tau}$  – единичные вектора, определяющие нормальное и касательное направления к поверхности  $S$  в рассматриваемой точке  $M$ . Помимо условий (5), определяющих краевые условия на различных участках поверхности  $S$ , задаются также условия на некоторых линиях этой поверхности, соответствующие закреплению рассматриваемого образца в пространстве.

Изображенный на рис. 2 – 5 образец [22, 23] представляет собой часть кругового диска постоянной толщины (далее – базового диска). Он образован усечением базового диска двумя плоскостями, симметричными относительно геометрического центра этого диска и перпендикулярными его срединной поверхности. Образец имеет поверхность опирания, поверхность нагружения, а также канавку, расположенную на одной из этих поверхностей (далее – канавку-

концентратор). В процессе испытаний образец опирается по наружной кромке поверхности опирания (на рис. 2, 3 – по наружной кромке нижней поверхности образца). При этом в его рабочей зоне, расположенной в центральной части образца на поверхности канавки-концентратора, создаётся сложное НДС, моделирующее при определённых значениях геометрических параметров усечённого диска, НДС реального конструктивного элемента. Отметим, что предлагаемая форма лабораторных образцов является обобщением формы балок с концентраторами напряжений в виде канавок (рис. 2), используемых для оценки прочности материалов в условиях трехточечного изгиба балок [30].

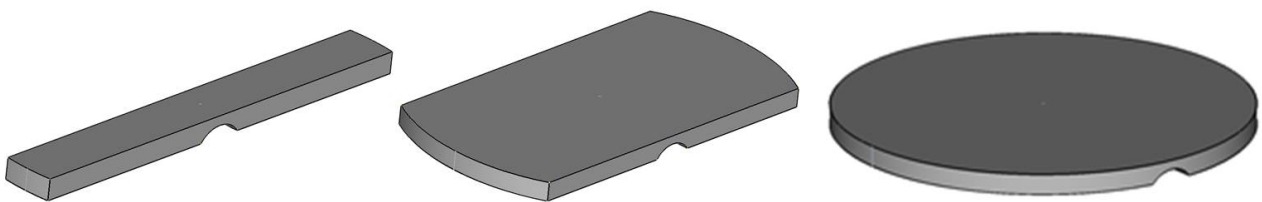


Рис. 2. Конструктивная схема усеченного дискового образца с различными степенями усечения

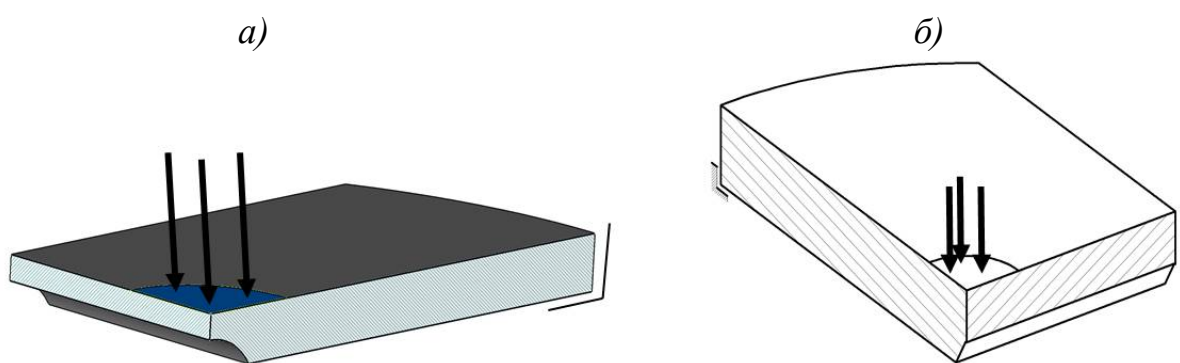


Рис. 3. Схема нагружения усеченного дискового образца в процессе испытаний на прочность: *а)* канавка-концентратор с дугообразным профилем поперечного сечения, *б)* канавка-концентратор с *V*-образными профилем поперечного сечения

При проведении вычислительного моделирования предполагается, что в процессе механических испытаний образец опирается по своему наружному круговому контуру (на рис. 2 – 4 стороной опирания является нижняя сторона круговой пластины). Предполагается также, что образец в процессе испытаний нагружается вертикальной направленной вниз (перпендикулярно срединной поверхности базового диска) равномерно распределённой нагрузкой. На рис. 3 схематически представлены образцы с различной формой поперечного сечения канавок-концентраторов и их кольцевые опоры. Отметим, что рассматриваемые образцы имеют две плоскости симметрии, что позволяет далее рассматривать не образец целиком, а лишь его четверть.

Для выявления закономерностей деформирования исследуемых образцов осуществлялось конечно-элементное (КЭ) моделирование их НДС [16], в процессе которого варьировались значения геометрических параметров (рис. 4).

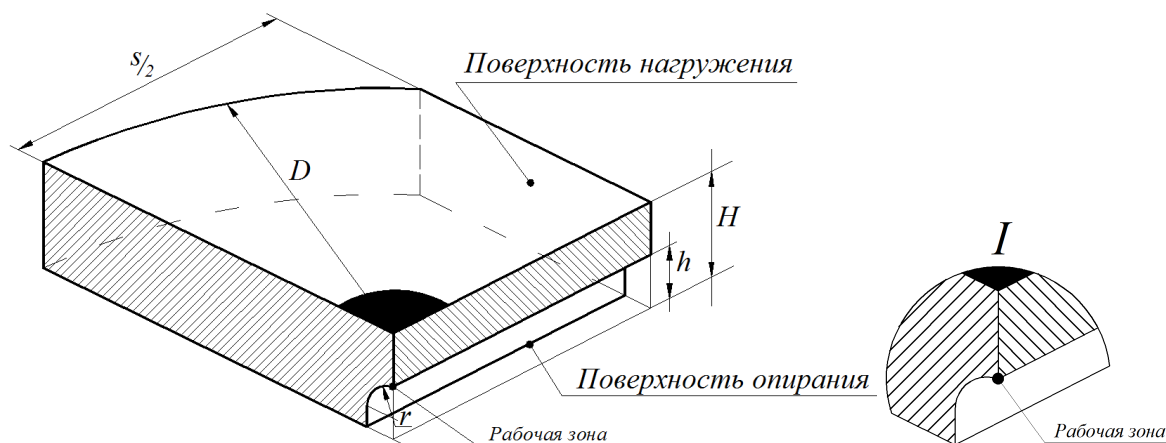


Рис. 4. Геометрические параметры усеченного дискового образца,

*I* – рабочая зона образца

Рассматривались дисковые образцы с дугообразным профилем поперечного сечения канавок, наружным диаметром  $D = 200$  мм и толщиной диска  $H = 10$  мм.

При этом варьировались значения следующих безразмерных величин:

$$\rho = \frac{r}{H} \in [1,1; 2,1]; \quad \eta = \frac{h}{H} \in [0,1; 0,9]; \quad \delta = \frac{s}{D} \in [0,4; 1]. \quad (6)$$

В этих соотношениях  $H$  – общая толщина образца,  $D$  – наружный диаметр образца,  $r$  – радиус скругления поверхности канавки-концентратора,  $h$  – глубина канавки,  $s$  – ширина усечённого диска (рис. 4),  $\rho$ ,  $\eta$  и  $\delta$  – соответствующие относительные значения варьируемых параметров  $r$ ,  $h$  и  $s$ . Отметим, что формы поперечного сечения канавок-концентраторов могут быть разными (например,  $U$ -,  $V$ - или дугообразными), что позволяет использовать предлагаемые образцы при экспериментальной оценке различных характеристик конструкционной прочности: трещиностойкости, статической или циклической прочности материалов.

Анализ НДС конструктивных вариантов дисковых образцов осуществлялся по результатам их КЭ-моделирования с помощью программного средства Femap. Рассматриваемые образцы и их НДС симметричны относительно плоскостей симметрии канавок, поэтому для уменьшения необходимых вычислительных ресурсов осуществлялась дискретизация их четвертой части (рис. 5) с заданием соответствующих граничных условий кинематического закрепления [16].

Обеспечение необходимой точности вычислительного моделирования достигалось с помощью управляемой локализации сгущения КЭ разбивки [36, 37]. С этой целью рассматриваемая область (четверть диска) представлялась как система фрагментов-подобластей, разбиваемых на КЭ независимо друг от друга. При этом фрагменты, примыкающие к рабочей зоне образца, разбивались на более мелкие КЭ. Размеры ячеек КЭ-сетки в пределах одного фрагмента изменялись по закону

прогрессии.

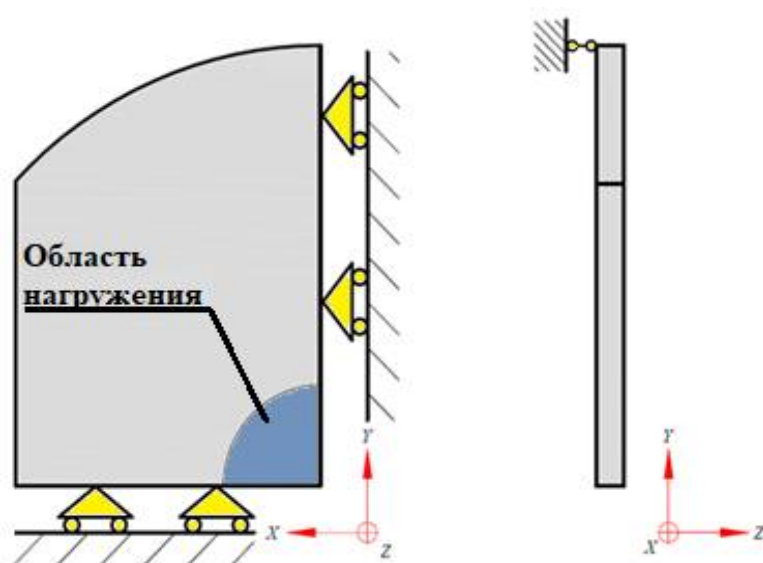


Рис. 5. Схема закрепления и нагружения дисковых образцов

Точность получаемых результатов оценивалась на последовательности КЭ разбивок, в которых наибольший размер КЭ в пределах фрагментов уменьшался вдвое. Решение тестовых задач [36 – 39], качественно близких к рассматриваемой, показало, что погрешность КЭ-приближений величины  $\sigma_i^{max}$  может быть оценена по относительной величине близости значений  $\sigma_i^{max}$  в двух последовательных приближениях. В рассматриваемых ниже результатах погрешность вычислительного моделирования не превышала 5%. Общее количество используемых при дискретизации усеченных дисков КЭ достигало при этом 1 млн.

### **3. Результаты вычислительного моделирования НДС дисковых образцов с дугообразным профилем поперечного сечения**

Локализация очага разрушения в рассматриваемых образцах определяется локализацией максимального значения интенсивности напряжений  $\sigma_i^{max}$ ,

возникающего при их нагружении испытательным усилием, а также особенностями распределения в образце значений величины  $\Pi$  – коэффициента жесткости вида НДС [2, 5, 14]. В тех случаях, когда в зоне максимума  $\sigma_i$  величина  $\Pi$  относительно невелика, локализация очага разрушения может не совпадать с локализацией  $\sigma_i^{max}$  [3, 28, 40]. Для выбора конструктивных вариантов усеченных дисков, в которых локализация  $\sigma_i^{max}$  и максимальное значение величины  $\Pi$  совпадает (в таких образцах локализация очага разрушения определяется однозначно), было осуществлено вычислительное моделирование зависимости величин  $\Pi$  от основных геометрических параметров усеченных дисков с канавками-концентраторами.

В процессе вычислительного моделирования определялись значения основных характеристик НДС, необходимых для оценки конструкционной прочности рассматриваемого материала:  $\Pi$  и  $K_\sigma$ . На рис. 6 в качестве примера представлено распределение интенсивности напряжений  $\sigma_i$  для одного из конструктивных вариантов рассматриваемых дисковых образцов.

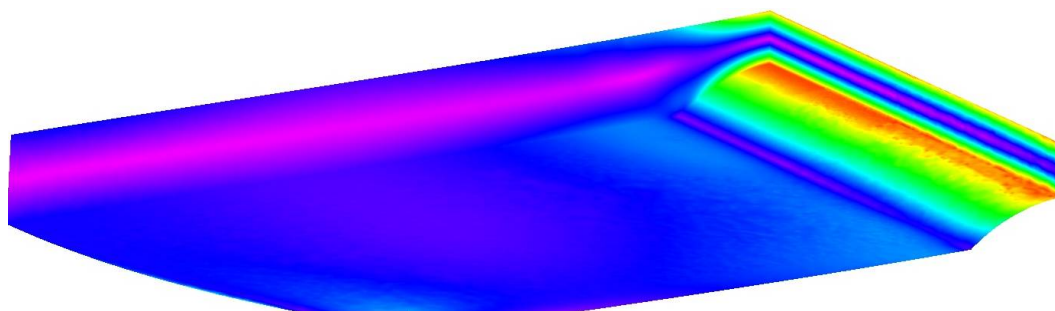


Рис. 6. Распределение интенсивности напряжений  $\sigma_i$  в дисковом образце, характеризуемом значениями  $\rho = 1,9$ ;  $\eta = 0,4$ ;  $\delta = 0,55$ ;  $\Pi = 1,5$ ;  $K_\sigma = 4,5$

Результаты соответствующего вычислительного моделирования представлены на рис. 7 – 9. При проведении вычислительного моделирования исследовалась



зависимость от параметров  $\rho$ ,  $\eta$  и  $\delta$  величин  $\Pi$  и  $K_{\sigma}$ . При этом каждый из диапазонов (6) при проведении вариантных расчётов разбивался на 4 – 6 интервалов. Примеры соответствующих зависимостей для некоторых значений конструктивных параметров представлены на рис. 7 и 8. На указанных рисунках приведены расчетные распределения значений  $\Pi$  и  $K_{\sigma}$  в рабочей зоне рассматриваемых дисковых образцов в зависимости от значений параметра усечения  $\delta$  и глубины канавки  $\eta$  при значении радиуса  $\rho$  профиля канавки равном 1,9.

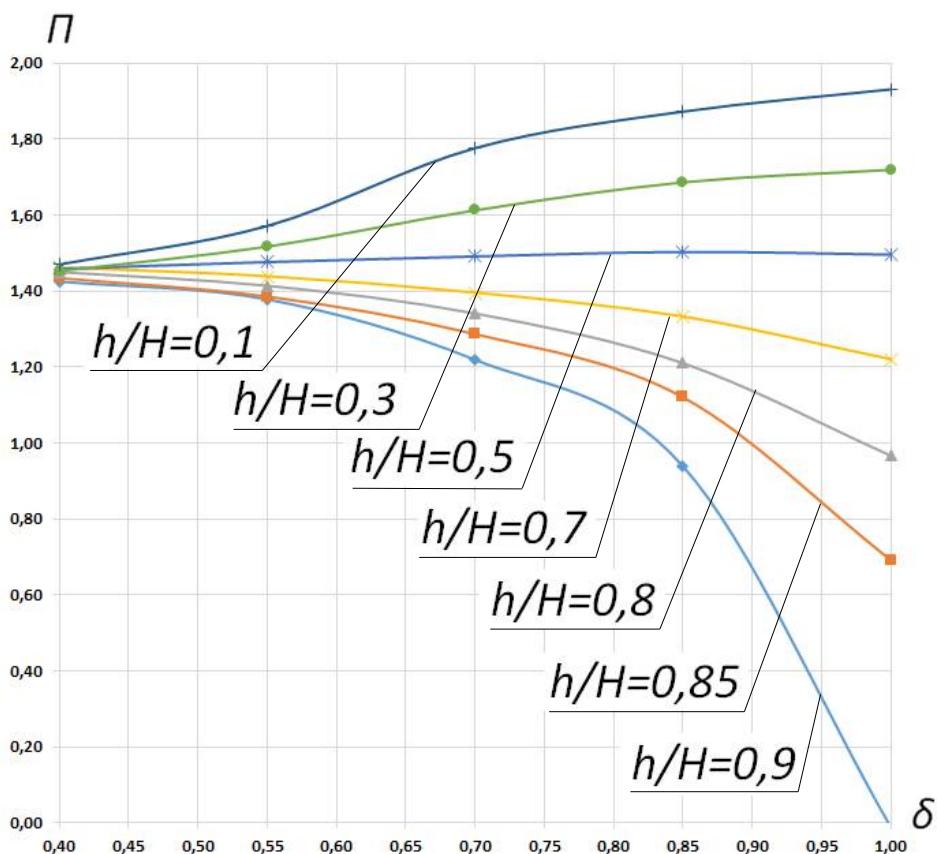


Рис. 7. Зависимость коэффициента  $\Pi$  от значения параметра усечения  $\delta$  при радиусе  $\rho = 1,9$

Указанные результаты показывают, что предлагаемые усеченные дисковые образцы позволяют моделировать двухосные растяжения, характеризуемые

значениями величины  $\Pi$  в широком практически значимом диапазоне значений ( $\Pi \in [0; 2]$ ) при различных значениях коэффициента концентрации  $K_\sigma$ .

Исследования усталостной прочности ряда материалов показывают, что она определяется не только уровнем и видом НДС в возможном очаге разрушения, но и соответствующей степенью концентрации напряжений  $K_\sigma$  [41, 42]. Применение предлагаемых усеченных дисковых образцов позволяет одновременно с величиной  $\Pi$  варьировать и величину  $K_\sigma$  (рис. 8).

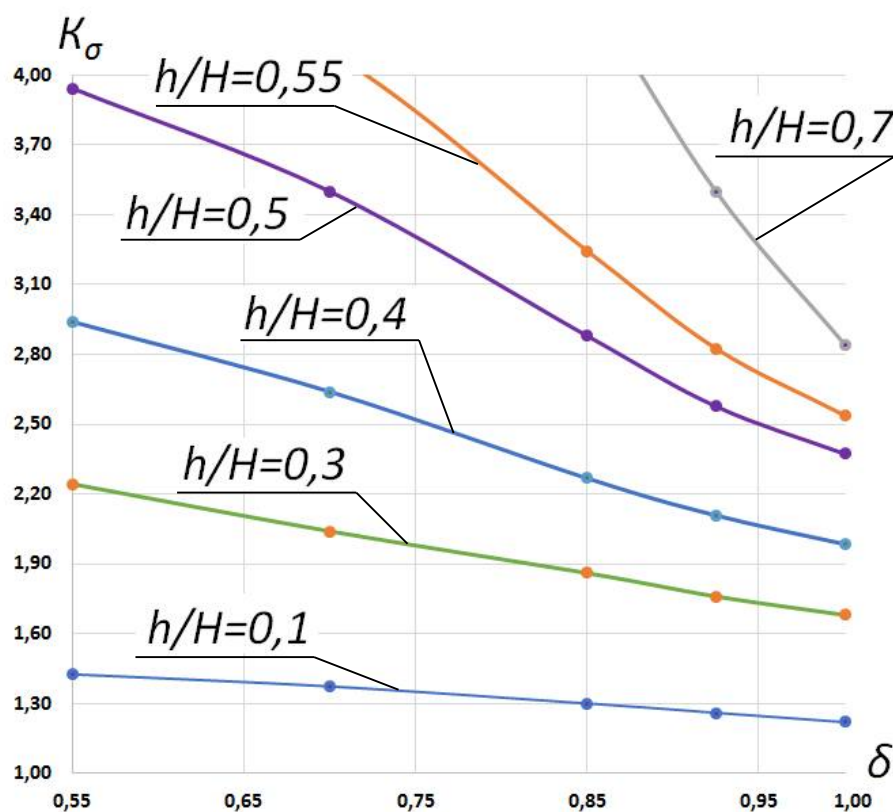


Рис. 8. Зависимость коэффициента концентрации  $K_\sigma$  от параметра усечения  $\delta$  при радиусе  $\rho = 1,9$

Представленные результаты показывают, что величины  $\Pi$  и  $K_\sigma$  изменяются при этом в диапазонах значений

$$0 \leq \Pi \leq 2; 1,2 < K_\sigma < 4. \quad (7)$$

При необходимости канавки-концентраторы уровня НДС могут быть расположены на поверхности нагружения рассматриваемых образцов, что позволяет исследовать конструкционную прочность различных материалов в условиях двухосного сжатия. Указанная особенность деформирования существенно расширяет возможности исследования и оценки конструкционной прочности материалов.

Отметим, что из результатов, представленных на рис. 7, следует, что по мере углубления канавки характер зависимости величины  $\Pi$  от  $\delta$  существенно изменяется. При этом в случае относительно малых глубин канавки ( $\eta \in [0,1; 0,5]$ ) с увеличением  $\delta$  значение  $\Pi$  растет, изменяясь от 1,5 до 2. При достижении канавкой срединной поверхности базового диска ( $\eta = 0,5$ ) величина  $\Pi$  для рассматриваемых образцов практически не зависит от степени его усечения и близка к значению 1,5 (рис. 9, данные, представленные на этом рисунке, соответствуют зависимостям, приведенным на рис. 7). Далее (т.е. с увеличением значения  $\eta$ ) величина  $\Pi$  с увеличением  $\delta$  уменьшается, достигая значения  $\Pi = 0$ .

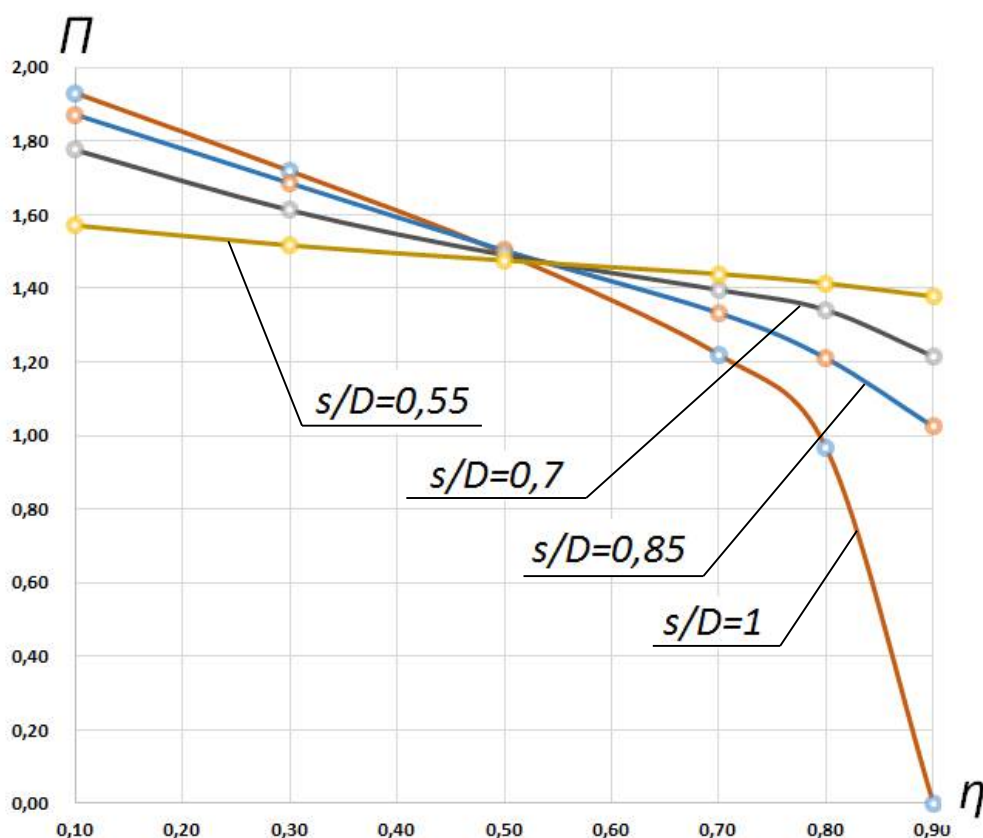


Рис. 9. Зависимость коэффициента  $\Pi$  от параметра глубины  $\eta$  при радиусе  $\rho = 1,9$

Оценка конструкционной прочности материалов в процессе испытания лабораторных образцов предусматривает, в том числе, моделирование уровня концентрации напряжений в очаге возможного разрушения [43] (моделирование значения коэффициента концентрации напряжений  $K_\sigma$ ). Полученные результаты вычислительного моделирования значений величины  $K_\sigma$  в зависимости от значений параметров  $\eta$  и  $\delta$  представлены на рис. 10, а соответствующие зависимости коэффициентов  $\Pi$  и  $K_\sigma$  от радиуса профиля канавки  $\rho$  и параметра усечения  $\delta$  при фиксированном значении глубины канавки  $\eta = 0,9$  – на рис. 11.

а)

б)

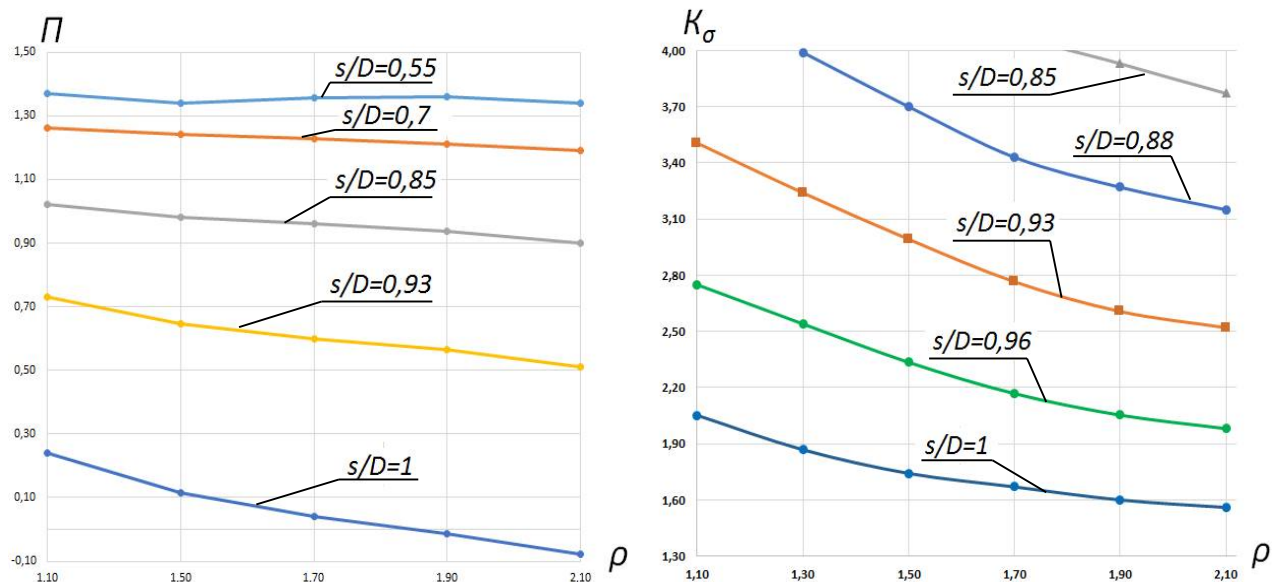


Рис. 10. Зависимость коэффициентов  $\Pi$  (a) и  $K_\sigma$  (b) от радиуса  $\rho$  при глубине  $\eta = 0,9$

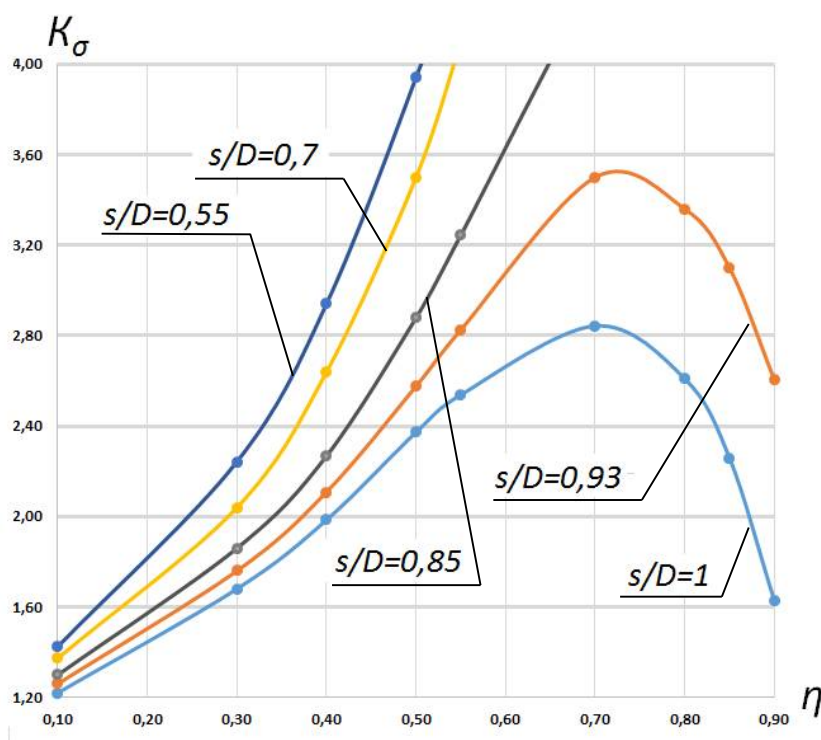


Рис. 11. Зависимость коэффициента концентрации  $K_\sigma$  от глубины канавки  $\eta$  и степени усечения  $\delta$  при значении радиуса  $\rho = 1,9$

Отметим, что при фиксированных значениях глубин канавок  $\eta$  величина  $\Pi$  с

изменением степени усечения  $\delta$  изменяется незначительно (рис. 10, *a*). Как показано ниже, в ряде практически важных случаев это обстоятельство позволяет одновременно моделировать с помощью предлагаемых образцов для механических испытаний как параметр подобия вида НДС (параметр  $\Pi$ ), так и необходимое значение коэффициента концентрации напряжений  $K_\sigma$ .

Представленные результаты (рис. 7 – 11) показывают, что дисковые образцы с канавками-концентраторами позволяют моделировать напряженно-деформированные состояния, в которых величина  $\Pi$  изменяется в диапазоне значений от 1 до 0. Отмеченное свойство создает возможность исследования трещиностойкости материалов [30] в условиях сложного НДС, соответствующего указанному диапазону. Для реализации такого подхода на поверхности канавки-концентратора с дугообразным профилем поперечного сечения необходимо предварительно создать усталостную трещину контролируемого размера.

Рассмотрим применение выявленных закономерностей и полученных численных результатов исследования усеченных дисковых образцов на конкретном примере. Для определенности выберем конструктивный элемент, находящийся в сложном НДС, характеризуемыми значениями  $\Pi = 1,5$ ,  $K_\sigma = 3$ . Для решения указанной задачи необходимо предварительно с помощью численных методов выявить зависимость  $\Pi$  и  $K_\sigma$  от геометрических параметров предлагаемых усеченных дисковых образцов в соответствующем диапазоне изменения значений этих параметров. В частности, с этой целью могут быть использованы представленные выше зависимости  $\Pi$  и  $K_\sigma$  от значений параметров  $\rho$ ,  $\eta$  и  $\delta$ . Порядок

выбора их необходимых значений следующий. На первом шаге осуществляется выбор радиуса канавки  $r$ . Примем, для определенности, безразмерное значение радиуса поверхности канавки  $\rho = 1,9$ . На втором шаге определяется необходимая глубина канавки  $h$ . По представленным на рис. 7 зависимостям выбираем безразмерное значение глубины канавки  $\eta = 0,5$ , которое соответствует заданному значению коэффициента вида напряженно-деформированного состояния  $\Pi = 1,5$ . На заключительном шаге рассматриваемого алгоритма осуществляется выбор необходимого значения параметра усечения диска  $S$ . По представленным на рис. 6 зависимостям, а также по уже определенному значению  $\eta = 0,5$  и фиксированному безразмерному значению  $\rho = 1,9$ , выбирается безразмерное значение параметра усечения диска  $\delta = 0,82$ . Полученные таким образом значения геометрических параметров  $\rho$ ,  $\eta$  и  $\delta$  определяют дисковый образец для оценки конструкционной прочности исследуемого материала. Точность указанной оценки обеспечивается одинаковостью значений параметров подобия – подобия НДС в возможном очаге разрушения конструктивного элемента, характеризуемого значениями  $\Pi = 1,5$  и  $K_\sigma = 3$ , и НДС в рабочей зоне выбираемого дискового образца.

Отметим, что для различных высоконагруженных элементов, находящихся в сложном НДС, необходимо предварительное вычислительное моделирование и построение различных зависимостей аналогичных зависимостям, представленным на рис. 7 – 11, соответствующих указанному НДС. Усечённые дисковые образцы, определённые в соответствии с описанным выше алгоритмом, позволяют уже на этапе лабораторных исследований конструкционной прочности используемых

материалов моделировать такие существенные факторы, определяющие прочность различных конструктивных элементов, как параметры  $\Pi$  и  $K_{\sigma}$  одновременно. При этом существенно, что зависимости, аналогичные зависимостям, представленным на рис. 7 – 11, могут быть получены для различных значений геометрического параметра толстостенности базового диска  $H/D$ . Выбор необходимых значений параметров  $\rho$ ,  $\eta$  и  $\delta$  становится в этом случае более свободным.

С практической точки зрения представляет интерес положение очага разрушения конструктивных элементов высоконагруженных деталей машин, аппаратов и механизмов. В тех случаях, когда зона локализации максимального значения  $\Pi$  и локализации максимального значения  $K_{\sigma}$  совпадают, положение очага разрушения очевидно: точка указанного совпадения является, одновременно, очагом разрушения рассматриваемого конструктивного элемента. При несовпадении указанных зон [3, 40] методы прогноза локализации очага разрушения разработаны недостаточно полно и определяются расчетно-экспериментальным путем [14, 15].

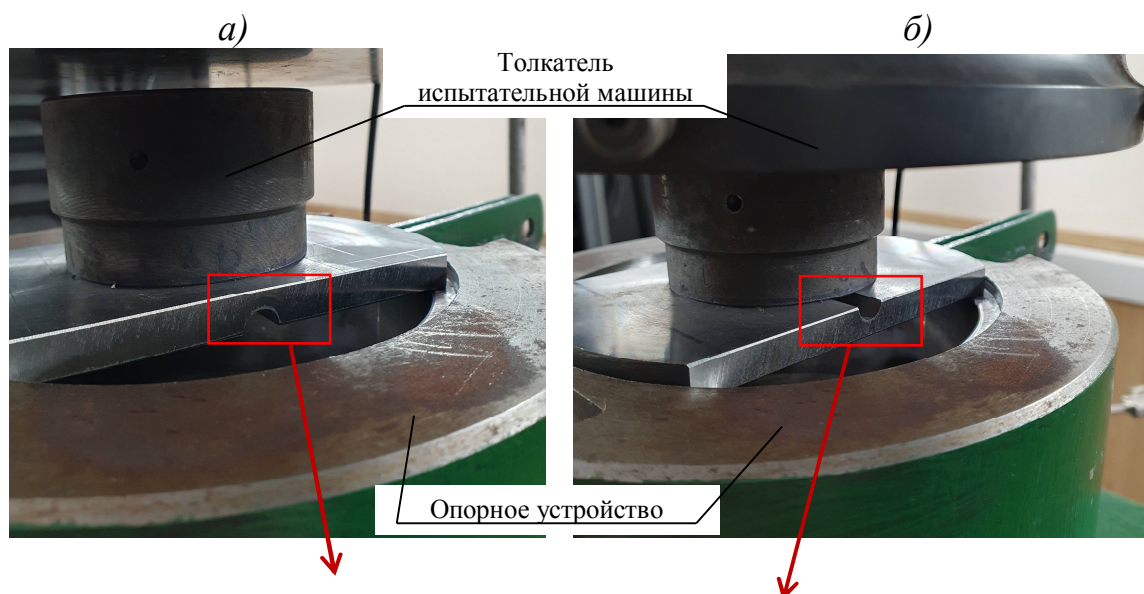
В рамках указанного выше подхода были изготовлены и доведены до разрушения геометрически идентичные дисковые образцы из конструкционной углеродистой стали Ст45 [44]. В процессе испытаний образцы были разделены на две группы по 3 образца и нагружались в соответствии со схемой, представленной на рис. 3. При проведении испытаний использовалась испытательная машина INSTRON 5989.

В первой группе испытываемые образцы размещались в опорном устройстве испытательной машины так, что канавка-концентратор располагалась на стороне



опирания рассматриваемых образцов (рис. 12, а), во второй группе – на стороне их нагружения (рис. 12, б). Значения коэффициента  $K_\sigma$  в обеих группах было практически одинаковым и равным 3,75. Указанные значения были получены в рамках качественного анализа деформирования исследуемых образцов, основанного на использовании соотношений линейной теории упругости. В первой группе на поверхности канавки значение  $\sigma_1$  положительно, а значение величины  $\Pi$ , как показало вычислительное моделирование, составило  $\Pi = 1,5$  (НДС на поверхности канавки на оси вращения базового диска относительно «жесткое» [2]. Указанное соотношение – максимум значений величин  $\Pi$  и  $K_\sigma$  достигается в одной и той же точке испытываемого образца – определяет расположение очага его разрушения.

Во второй группе образцов расчетное значение  $\sigma_1$  на поверхности канавки было отрицательным, а соответствующее значение величины  $\Pi$  также было отрицательным и равным  $-1,4$  (НДС на поверхности канавки более «мягкое», чем в первой группе).



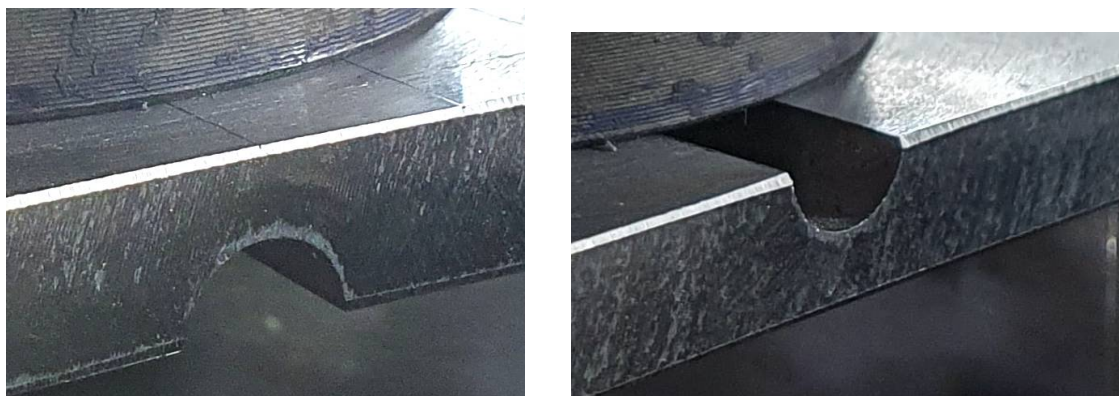
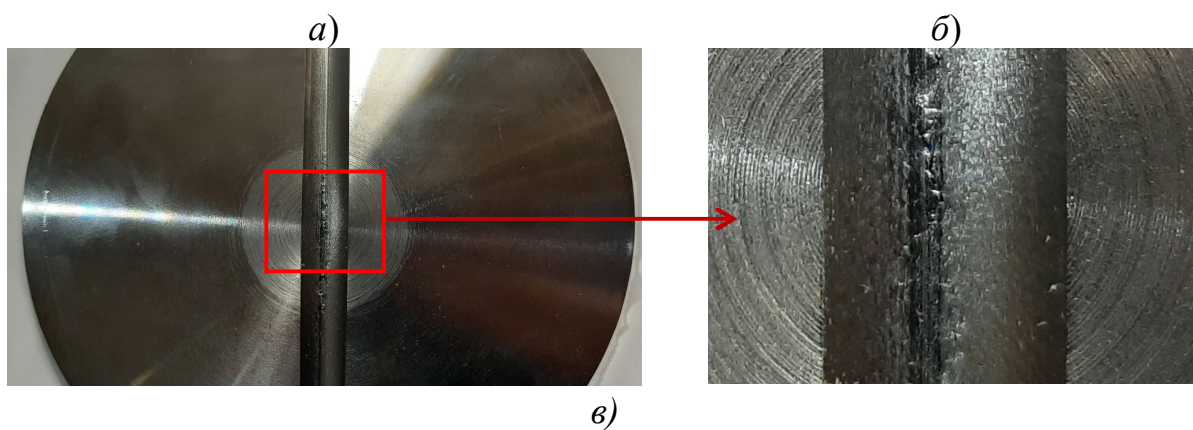


Рис. 12. Размещение усеченных дисковых образцов в опорном устройстве испытательной машины: *а)* канавка–концентратор расположена на поверхности опирания образцов, *б)* канавка–концентратор расположена на поверхности нагружения образцов

Разрушение рассматриваемых образцов показало следующее. В первой группе очаг разрушения образцов был расположен на поверхности канавки-концентратора (рис. 13).



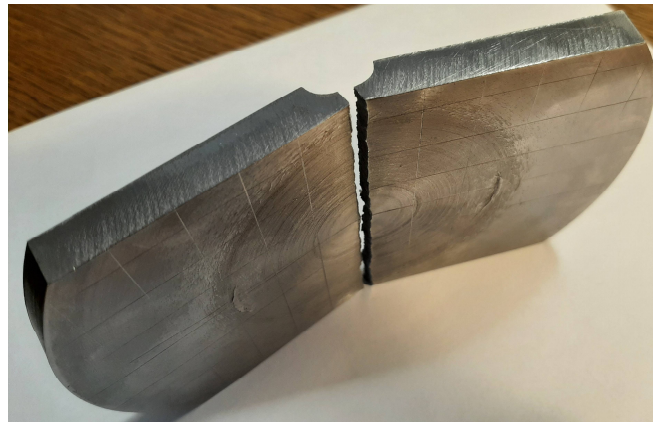


Рис. 13. Разрушенный усеченный дисковый образец из первой группы:

- а)* локализация трещины, *б)* возникновение трещины,  
*в)* разделение образца на части

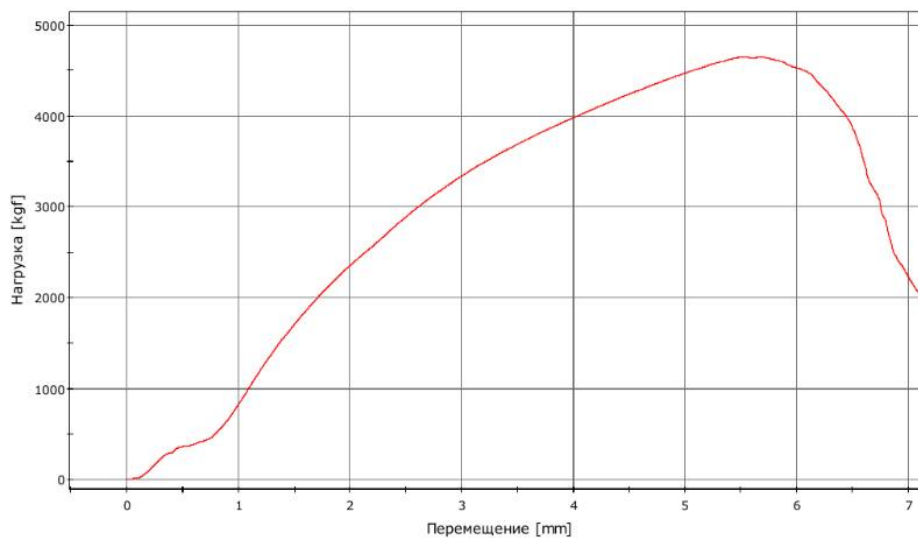


Рис. 14. Диаграмма нагружения усеченных дисковых образцов первой группы

Разрушение образцов первой группы (рис. 12, *а*) началось с появления на поверхности канавки-концентратора (в средней её части) трещин длиной 3 – 7 мм (рис. 13, *б*). Испытательное усилие, в этот момент было равным (в среднем по группе)  $45 \pm 1$  кН. Далее, по мере развития процесса разрушения, испытательное

усилие уменьшалось (рис. 14), а сам процесс сопровождался значительным формоизменением образца с последующим разделением его на части (рис. 13, в).

Во второй группе (рис. 12, б) очаг разрушения был расположен на поверхности опирания образцов в ее центральной части (рис. 15, б).

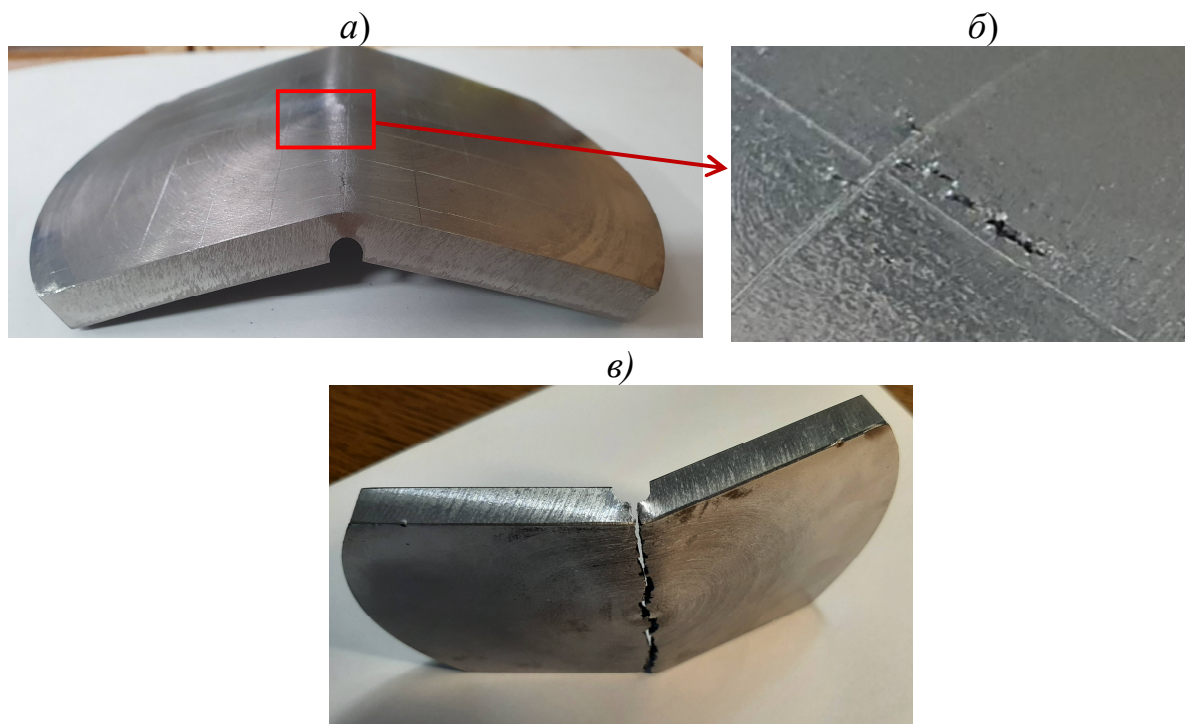


Рис. 15. Возникновение и развитие трещины на поверхности опирания

в усеченном дисковом образце из второй группы:

а) локализация трещины, б) возникновение трещины,

в) разделение образца на части

Разрушение образцов второй группы начиналось при испытательном усилии, равном (в среднем по группе)  $87 \pm 2$  кН. Процесс разрушения, как и в случае образцов первой группы, сопровождался значительным изменением формы образца и разделением его на части (рис. 15, в), происходившем на фоне уменьшения величины испытательного усилии (рис. 16).

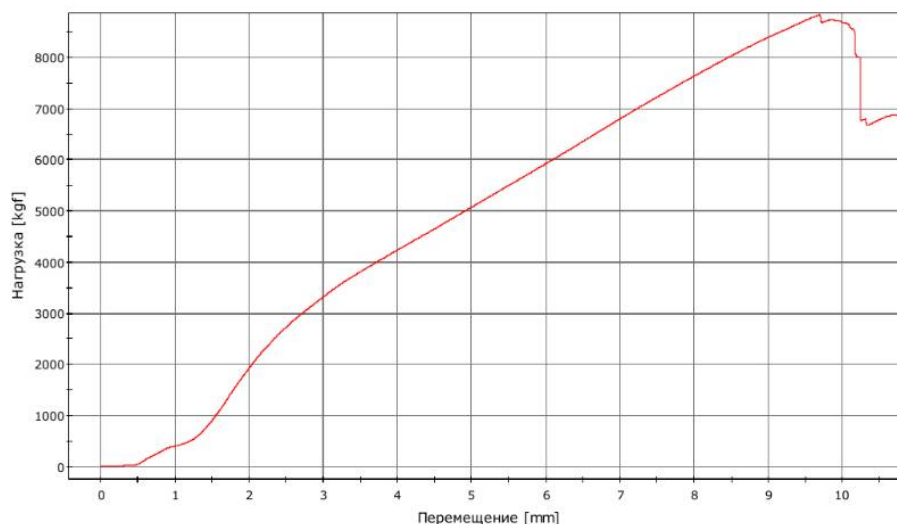


Рис. 16. Диаграмма нагружения усеченных дисковых образцов  
для второй группы

Существенное различие в значении разрушающих усилий и локализации разрушения образцов в рассматриваемых группах связано со значительным различием вида НДС в возможных очагах разрушения образцов этих групп. Так в первой группе НДС (при одинаковом значении в первой и второй группах значений коэффициента  $K_{\sigma}$ ) было максимально «жестким» ([2]) на поверхности канавки-концентратора. По этой причине очаг зарождения трещин, разрушивших образцы этой группы, располагался в указанной точке максимума. Во второй группе образцов на поверхности канавки-концентратора НДС было существенно более «мягким» и характеризовалось значением  $\Pi = -1,4$ . Зарождение трещин, разрушивших образцы второй группы, происходило на поверхности опирания в геометрическом центре этой поверхности, в котором НДС характеризовалось значением  $\Pi = 1,4$ . Отмеченное различие в уровне и виде НДС в очаге разрушения высоконагруженных конструктивных элементов [14, 21] характерно для различных

отраслей машиностроения – транспортной и энергетической техники, нефтехимической аппаратуры и в других отраслях. Рассмотренные в данной работе усеченные дисковые образцы позволяют в ряде случаев упростить, уточнить и ускорить оценку конструкционной прочности используемых в указанных отраслях материалов, а также локализацию и возможный характер разрушения рассматриваемых конструктивных элементов.

### **Заключение**

1. Показано, что образцы материалов для лабораторных механических испытаний на прочность, имеющие форму усеченные дисков, на рабочих поверхностях которых (поверхностях опирания или поверхностях нагружения) имеются концентраторы напряжений, позволяют за счёт изменения степени усечения образцов изменять уровень и вид НДС в их рабочей зоне в достаточно широком практически значимом диапазоне. Это обстоятельство существенно упрощает оценку конструкционной прочности материалов уже на стадии их лабораторных исследований с помощью типовых одноприводных испытательных машин.

2. В вычислительном эксперименте показано, что в исследованном диапазоне безразмерных значений геометрических параметров  $\rho$  (относительная кривизна поверхности канавки),  $\eta$  (относительная глубина канавки) и  $\delta$  (параметр усечения диска образца) коэффициент вида НДС  $\Pi$  и коэффициент концентрации напряжений  $K_\sigma$  изменяются в интервалах  $0 \leq \Pi \leq 2$ ;  $K_\sigma < 4$ . При необходимости канавки-концентраторы могут быть расположены на поверхности нагружения

рассматриваемых образцов, что позволяет исследовать конструкционную прочность различных материалов в условиях двухосного сжатия.

3. В вычислительном эксперименте показано, что в исследованном диапазоне значений геометрических параметров дисковых образцов (параметров  $\rho$ ,  $\eta$  и  $\delta$ ) выявленные зависимости характеристик вида НДС  $\Pi$  и  $K_{\sigma}$  от значений указанных геометрических параметров позволяют моделировать значения этих характеристик с помощью предлагаемых усечённых дисковых образцов.

4. Для конструкционной углеродистой стали Ст45 осуществлено экспериментальное разрушение рассматриваемых дисковых образцов, подтвердившее для этой стали определяющее влияние вида НДС на локализацию очагов разрушения изготовленных из неё высоконагруженных конструктивных элементов. Результаты таких испытаний могут быть использованы как для экспериментальной оценки конструкционной прочности материала таких элементов, так и для построения уравнений его предельного состояния, соответствующих заданному уровню и виду НДС.

### **Список источников**

1. Когаев В.П. Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
2. Смирнов-Аляев Г.А. Механические основы пластической обработки металлов. Инженерные методы. – Л.: Машиностроение, 1968. – 272 с.
3. Цвик Л.Б., Пимштейн П.Г., Борсук Е.Г. Экспериментальные исследования

напряженно-деформированного состояния многослойного цилиндра с монолитным вводом // Проблемы прочности. 1978. № 4. С. 74–77.

4. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Изд-во Дельта, 2008. – 816 с.

5. Васильев Б.Е., Магеррамова Л.А., Колотников М.Е., Голубовский Е.Р., Волков М.Е. Банк данных ЦИАМ по конструкционной прочности материалов // Труды МАИ. 2017. № 96. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=85876>

6. Koutiri I., Bellett D., Morel F. The effect of mean stress and stress biaxiality in high-cycle fatigue // Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2017, vol. 41 (6). DOI: [10.1111/ffe.12699](https://doi.org/10.1111/ffe.12699)

7. Mataka T. An explanation on fatigue limit under combined stress // Bulletin of JSME, 1977, issue 141, pp. 257-263. DOI: [10.1299/jsme1958.20.257](https://doi.org/10.1299/jsme1958.20.257)

8. Пхон Х.К., Сысоев Е.О., Кузнецов Е.А., Мин К.Х. Прогнозирования долговечности работы трубопроводов высокого давления при воздействии малоцикловых нагрузок // Труды МАИ. 2019. № 108. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=109237>. DOI: [10.34759/trd-2019-108-2](https://doi.org/10.34759/trd-2019-108-2)

9. Махутов Н.А. Конструкционная прочность, ресурс и техногенная безопасность: Монография. – Новосибирск: Наука, 2005. – 610 с.

10. Келлер И.Э., Петухов Д.С. Критерии прочности и пластичности. – Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2020. – 157 с.



11. Berto F., Campagnolo A., Lazzarin P. Fatigue strength of severely notched specimens made of Ti-6Al-4V // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2015, vol. 38 (5), pp. 503-517. DOI: [10.1111/ffe.12272](https://doi.org/10.1111/ffe.12272)
12. Leever P.S., Radon J.C., Culver L.E. Crack growth in plastic panels under biaxial stress // *Polymer*, 1976, vol. 17 (7), pp. 627-632. DOI: [10.1016/0032-3861\(76\)90282-2](https://doi.org/10.1016/0032-3861(76)90282-2)
13. Bellett D., Morel F., Morel A., Lebrun J.L. A biaxial fatigue specimen for uniaxial loading // *Strain*, 2011, vol. 47 (3), pp. 227-240. DOI: [10.1111/j.1475-1305.2009.00674.x](https://doi.org/10.1111/j.1475-1305.2009.00674.x)
14. Zenkov E.V., Tsvik L.B. Formation of divergent testing efforts and experimental evaluation of material strength under biaxial stretching // *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2015, no. 4, pp. 110-120. DOI: [10.15593/perm.mech/2015.4.07](https://doi.org/10.15593/perm.mech/2015.4.07)
15. Zenkov E.V., Tsvik L.B. Accuracy improvement for combined static strength criterion for structures under complex loading // *Materials Physics and Mechanics*, 2018, vol. 40, pp. 124-132. DOI: [10.18720/MPIM.4012018\\_15](https://doi.org/10.18720/MPIM.4012018_15)
16. Tsvik L.B., Zenkov E.V. A comparative analysis of the stress-strain state of disc specimens in assessing the structural strength of materials // *Engineering Solid Mechanics*, 2022, vol. 10, no. 1, pp. 25-34. DOI: [10.5267/j.esm.2021.12.001](https://doi.org/10.5267/j.esm.2021.12.001)
17. Бондарь В.С., Темис Ю.М., Матвиенко Ю.Г. и др. Конструкционная прочность материалов. Ресурс конструкций высоких параметров. – СПб.: Лань, 2024. – 256 с.
18. Третьякова Т.В., Третьяков М.П., Лунегова Е.М. Влияние вида напряженно-деформированного состояния на эффекты прерывистой текучести и кинетику полосообразования в сплаве АМг6б // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. 2021. № 4. С. 122–

135. DOI: [10.15593/perm.mech/2021.4.12](https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.4.12)
19. Drucker D.C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis for limit design // Quarterly of Applied Mathematics, 1952, no. 2, pp. 157–165. DOI: [10.1090/QAM/48291](https://doi.org/10.1090/QAM/48291)
20. ГОСТ 1497-84. Металлы. Методы испытаний на растяжение. - М.: Стандартиформ, 2008. – 26 с.
21. Зеньков Е.В., Цвик Л.Б. Уточнение уравнений предельного состояния материала конструкций с учетом реального вида их деформирования // Системы. Методы. Технологии. 2017. № 2 (34). С. 28-34.
22. Цвик Л.Б. Образец для механических испытаний конструкционных сталей в условиях циклического нагружения // Восьмая международная научно-практическая конференция «Транспортная инфраструктура Сибирского региона» (Иркутск, 28 марта – 01 апреля 2017). – Иркутск: ИрГУПС, 2017. Т. 2. С. 834–839.
23. Цвик Л.Б., Зеньков Е.В., Бочаров И.С., Еловенко Д.А. Дисковый образец для оценки конструкционной прочности материала. Патент на изобретение № 2734276, 14.10.2020. Бюл. № 29.
24. Zenkov E.V., Aistov I.P., Vansovich K.A. Modeling stress state stiffening of the nozzle zone of pressure vessel by finite element method // IP Conference Proceedings, 2019, vol. 2141, pp. 030042. DOI: [10.1063/1.5122092](https://doi.org/10.1063/1.5122092)
25. Цвик Л.Б., Тармаев А.А., Бочаров И.С. Гладкость контуров тел качения подшипников с цилиндрическими роликами и ресурс их циклической работы // Транспорт Урала. 2019. № 3 (62). С. 20-27. DOI: [10.20291/1815-9400-2019-3-20-27](https://doi.org/10.20291/1815-9400-2019-3-20-27)

26. Нормы для расчета и проектирования вагонов железных дорог МПС колеи 1520 мм (несамоходных). ГосНИИВ. – М.: ВНИИЖТ, 1996 (с изменениями и дополнениями).
27. Кротов С.В., Кононов Д.П. Анализ зоны контакта железнодорожного колеса и рельса // Известия Петербургского университета путей сообщения. 2022. Т. 19. № 2. С. 221-231. DOI: [10.20295/1815-588X-2022-19-2-221-23](https://doi.org/10.20295/1815-588X-2022-19-2-221-23)
28. Вилимок Я.А., Назаров К.А., Евдокимов А.К. Напряженное состояние плоских образцов при одноосном и двухосном растяжении // Известия ТулГТУ. Технические науки. 2013. № 11. С. 388–393.
29. ГОСТ 25.504-82. Расчеты и испытания на прочность. Методы расчета характеристик сопротивления усталости. – М.: ИКП Издательство стандартов, 2004. – 56 с.
30. ГОСТ 25.506-85. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристики трещиностойкости (вязкости разрушения) при статическом нагружении. – М.: Издательство стандартов, 1985. – 38 с.
31. Mathiak F., Krawietz A., Nowack H., Trautmann, K.H. Cruciform Planar Specimen for Biaxial Materials Testing, U.S. Patent 5 144 844, issued Sep. 8, 1992.
32. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
33. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. – М.: Наука, 1980. – 512 с.
34. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. – М.: Мир, 1976. – 464 с.

35. Рычков С.П. Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. – М.: ДМК Пресс, 2013. – 784 с.
36. Зеньков Е.В., Цвик Л.Б., Пыхалов А.А. Дискретное моделирование напряженно-деформированного состояния плоскоцилиндрических образцов с концентраторами напряжений в виде канавок // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2011. № 7 (54). С. 6-11.
37. Цвик Л.Б., Мухомедзянов Н.С., Зеньков Е.В., Еремеев В.К. Дискретное моделирование деформаций и напряжений колёс железнодорожных вагонов на основе их предварительного фрагментирования // Транспортная инфраструктура Сибирского региона. 2017. Т. 2. С. 786-791.
38. Петерсон Р.Е. Коэффициенты концентрации напряжений. – М.: Мир, 1977. – 302 с.
39. Нейбер Г. Концентрация напряжений. – Ленинград: Гостехиздат, 1947. – 205 с.
40. Цвик Л.Б., Щеглов Б.А., Федотова С.И., Борсук Е.Г. Укрепление отверстий и статическая прочность осесимметричных штуцерных узлов // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1993. № 1. С. 58.
41. Yosri A., Zayed A., Saad-Eldeen S., Leheta H. Influence of stress concentration on fatigue life of corroded specimens under uniaxial cyclic loading // Alexandria Engineering Journal, 2021, vol. 60, pp. 5205-5216. DOI: [10.1016/j.aej.2021.04.004](https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.04.004)
42. Antonio Carlos de Oliveira Miranda, Marcelo Avelar Antunes, Marco Vinicio Guamán Alarcón, Marco Antonio Meggiolaro et al. Use of the stress gradient factor to estimate

fatigue stress concentration factors  $K_f$  // Engineering Fracture Mechanics, 2019, vol. 206, pp. 250-266. DOI: [10.1016/j.engfracmech.2018.11.049](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2018.11.049)

43. ГОСТ 25.502-79. Расчеты и испытания на прочность в машиностроении. Методы механических испытаний металлов. Методы испытаний на усталость. – М.: Издательство стандартов, 1979. – 25 с.

44. ГОСТ 1050-2013.Metalloпродукция из нелегированных конструкционных качественных и специальных сталей. Общие технические условия. – М.: Стандартинформ, 2014. – 24 с.

## References

1. Kogaev V.P., Makhutov N.A., Gusenkov A.P. *Raschety detalei mashin i konstruksii na prochnost' i dolgovechnost': Spravochnik* (Calculations of machine parts and structures for strength and durability: Handbook), Moscow, Mashinostroenie, 1985, 224 p.

2. Smirnov-Alyayev G.A. *Mekhanicheskie osnovy plasticheskoi obrabotki metallov. Inzhenernye metody* (Mechanical principles of plastic processing of metals. Engineering methods), Leningrad, Mashinostroenie, 1968, 272 p.

3. Tsvik L.B., Pimshtein P.G., Borsuk E.G. *Problemy prochnosti*, 1978, no. 4, pp. 74–77.

4. Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.V. *Spravochnik po soprotivleniyu materialov* (Handbook on the strength of materials), Kiev, Izd-vo Del'ta, 2008, 816 p.

5. Vasil'ev B.E., Magerramova L.A., Kolotnikov M.E., Golubovskii E.R., Volkov M.E. *Trudy MAI*, 2017, no. 96. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=85876>

6. Koutiri I., Bellett D., Morel F. The effect of mean stress and stress biaxiality in high-cycle fatigue, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2017, vol. 41 (6). DOI: [10.1111/ffe.12699](https://doi.org/10.1111/ffe.12699)
7. Matake T. An explanation on fatigue limit under combined stress, *Bulletin of JSME*, 1977, issue 141, pp. 257-263. DOI: [10.1299/jsme1958.20.257](https://doi.org/10.1299/jsme1958.20.257)
8. Pkhon Kh.K., Sysoev E.O., Kuznetsov E.A., Min K.Kh. *Trudy MAI*, 2019, no. 108. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=109237>. DOI: [10.34759/trd-2019-108-2](https://doi.org/10.34759/trd-2019-108-2)
9. Makhutov N.A. *Konstruktsionnaya prochnost', resurs i tekhnogennaya bezopasnost': Monografiya* (Structural strength, resource and technogenic safety. Monograph), Novosibirsk, Nauka, 2005, 610 p.
10. Keller I.E., Petukhov D.S. *Kriterii prochnosti i plastichnosti* (Strength and plasticity criteria), Perm', Izd-vo PNIPU, 2020, 157 p.
11. Berto F., Campagnolo A., Lazzarin P. Fatigue strength of severely notched specimens made of Ti-6Al-4V, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2015, vol. 38 (5), pp. 503-517. DOI: [10.1111/ffe.12272](https://doi.org/10.1111/ffe.12272)
12. Leever P.S., Radon J.C., Culver L.E. Crack growth in plastic panels under biaxial stress, *Polymer*, 1976, vol. 17 (7), pp. 627-632. DOI: [10.1016/0032-3861\(76\)90282-2](https://doi.org/10.1016/0032-3861(76)90282-2)
13. Bellett D., Morel F., Morel A., Lebrun J.L. A biaxial fatigue specimen for uniaxial loading, *Strain*, 2011, vol. 47 (3), pp. 227-240. DOI: [10.1111/j.1475-1305.2009.00674.x](https://doi.org/10.1111/j.1475-1305.2009.00674.x)
14. Zenkov E.V., Tsvik L.B. Formation of divergent testing efforts and experimental evaluation of material strength under biaxial stretching, *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2015, no. 4, pp. 110-120. DOI: [10.15593/perm.mech/2015.4.07](https://doi.org/10.15593/perm.mech/2015.4.07)

15. Zenkov E.V., Tsvik L.B. Accuracy improvement for combined static strength criterion for structures under complex loading, *Materials Physics and Mechanics*, 2018, vol. 40, pp. 124-132. DOI: [10.18720/MPM.4012018\\_15](https://doi.org/10.18720/MPM.4012018_15)
16. Tsvik L.B., Zenkov E.V. A comparative analysis of the stress-strain state of disc specimens in assessing the structural strength of materials, *Engineering Solid Mechanics*, 2022, vol. 10, no. 1, pp. 25-34. DOI: [10.5267/j.esm.2021.12.001](https://doi.org/10.5267/j.esm.2021.12.001)
17. Bondar' V.S., Temis Yu.M., Matvienko Yu.G. et al. *Konstruktionsnaya prochnost' materialov. Resurs konstruksii vysokikh parametrov* (Structural strength of materials. Lifetime of high-parameter structures), Saint Petersburg, Lan', 2024, 256 p.
18. Tret'yakova T.V., Tret'yakov M.P., Lunegova E.M. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika*, 2021, no. 4, pp. 122–135. DOI: [10.15593/perm.mech/2021.4.12](https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.4.12)
19. Drucker D.C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis for limit design, *Quarterly of Applied Mathematics*, 1952, no. 2, pp. 157–165. DOI: [10.1090/QAM/48291](https://doi.org/10.1090/QAM/48291)
20. *GOST 1497-84. Metally. Metody ispytaniy na rastyazhenie* (GOST 1497-84. Metals. Tensile test methods), Moscow, Standartinform, 2008, 26 p.
21. Zen'kov E.V., Tsvik L.B. *Sistemy. Metody. Tekhnologii*, 2017, no. 2 (34), pp. 28-34.
22. Tsvik L.B. *Vos'maya mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya «Transportnaya infrastruktura Sibirskogo regiona»*. Irkutsk, IrGUPS, 2017, vol. 2, pp. 834–839.
23. Tsvik L.B., Zen'kov E.V., Bocharov I.S., Elovenko D.A. *Patent na izobretenie № 2734276*, 14.10.2020. Byul. no. 29.

24. Zenkov E.V., Aistov I.P., Vansovich K.A. Modeling stress state stiffening of the nozzle zone of pressure vessel by finite element method, *IP Conference Proceedings*, 2019, vol. 2141, pp. 030042. DOI: [10.1063/1.5122092](https://doi.org/10.1063/1.5122092)
25. Tsvik L.B., Tarmaev A.A., Bocharov I.S. *Transport Urala*, 2019, no. 3 (62), pp. 20-27. DOI: [10.20291/1815-9400-2019-3-20-27](https://doi.org/10.20291/1815-9400-2019-3-20-27)
26. *Normy dlya rascheta i proektirovaniya vagonov zheleznykh dorog MPS kolei 1520 mm (nesamokhodnykh)*. GosNIIV (Standards for the calculation and design of 1520 mm gauge railway carriages of the Ministry of Railways (non-self-propelled). GosNIIV), Moscow, VNIIZhT, 1996.
27. Krotov S.V., Kononov D.P. *Izvestiya Peterburgskogo universiteta putei soobshcheniya*, 2022, vol. 19, no, 2, pp. 221-231. DOI: [10.20295/1815-588X-2022-19-2-221-23](https://doi.org/10.20295/1815-588X-2022-19-2-221-23)
28. Vilimok Ya.A., Nazarov K.A., Evdokimov A.K. *Izvestiya TulGTU. Tekhnicheskie nauki*, 2013, no. 11, pp. 388–393.
29. *GOST 25.504-82. Raschety i ispytaniya na prochnost'. Metody rascheta kharakteristik soprotivleniya ustalosti* (GOST 25.504-82 Calculations and strength tests. Methods for calculating fatigue resistance characteristics), Moscow, IKP Izdatel'stvo standartov, 2004, 56 p.
30. *GOST 25.506-85. Raschety i ispytaniya na prochnost'. Metody mekhanicheskikh ispytanii metallov. Opredelenie kharakteristiki treshchinostoikosti (vyazkosti razrusheniya) pri staticheskom nagruzhenii* (GOST 25.506-85 Calculations and strength



tests. Methods of mechanical testing of metals. Determination of crack resistance characteristics), Moscow, Izdatel'stvo standartov, 1985, 38 p.

31. Mathiak F., Krawietz A., Nowack H., Trautmann, K.H. *Cruciform Planar Specimen for Biaxial Materials Testing*, U.S. Patent 5 144 844, issued Sep. 8, 1992.

32. Kachanov L.M. *Osnovy teorii plastichnosti* (Fundamentals of plasticity theory), Moscow, Nauka, 1969, 420 p.

33. Lur'e A.I. *Nelineinaya teoriya uprugosti* (Nonlinear theory of elasticity), Moscow, Nauka, 1980, 512 p.

34. Oden Dzh. *Konechnye elementy v nelineinoi mekhanike sploshnykh sred* (Finite elements in nonlinear continuum mechanics), Moscow, Mir, 1976, 464 p.

35. Rychkov S.P. *Modelirovanie konstruksii v srede Femap with NX Nastran* (Modeling of structures in the environment Femap with NX Nastran), Moscow, DMK Press, 2013, 784 p.

36. Zen'kov E.V., Tsvik L.B., Pykhalov A.A. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2011, no. 7 (54), pp. 6-11.

37. Tsvik L.B., Mukhomedzyanov N.S., Zen'kov E.V., Ereemeev V.K. *Transportnaya infrastruktura Sibirskogo regiona*, 2017, vol. 2, pp. 786-791.

38. Peterson R.E. *Koeffitsienty kontsentratsii napryazhenii* (Stress concentration factors), Moscow, Mir, 1977, 302 p.

39. Neiber G. *Kontsentratsiya napryazhenii* (Stress concentration), Leningrad, Gostekhizdat, 1947, 205 p.

40. Tsvik L.B., Shcheglov B.A., Fedotova S.I., Borsuk E.G. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 1993, no. 1, pp. 58.
41. Yosri A., Zayed A., Saad-Eldeen S., Leheta H. Influence of stress concentration on fatigue life of corroded specimens under uniaxial cyclic loading, *Alexandria Engineering Journal*, 2021, vol. 60, pp. 5205-5216. DOI: [10.1016/j.aej.2021.04.004](https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.04.004)
42. Antonio Carlos de Oliveira Miranda, Marcelo Avelar Antunes, Marco Vinicio Guamán Alarcón, Marco Antonio Meggiolaro et al. Use of the stress gradient factor to estimate fatigue stress concentration factors  $K_f$ , *Engineering Fracture Mechanics*, 2019, vol. 206, pp. 250-266. DOI: [10.1016/j.engfracmech.2018.11.049](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2018.11.049)
43. *GOST 25.502-79. Raschety i ispytaniya na prochnost' v mashinostroenii. Metody mekhanicheskikh ispytanii metallov. Metody ispytanii na ustalost'* (GOST 25.502-79 Calculations and strength tests in mechanical engineering. Methods of mechanical testing of metals. Fatigue test methods), Moscow, Izdatel'stvo standartov, 1979, 25 p.
44. *GOST 1050-2013. Metalloproduksiya iz nelegirovannykh konstruktsionnykh kachestvennykh i spetsial'nykh stalei. Obshchie tekhnicheskie usloviya* (GOST 1050-2013 Metal products made from unalloyed high-quality structural and special steels. General technical conditions), Moscow, Standartinform, 2014, 24 p.

Статья поступила в редакцию 08.07.2024

Одобрена после рецензирования 12.07.2024

Принята к публикации 25.10.2024

The article was submitted on 08.07.2024; approved after reviewing on 12.07.2024; accepted for publication on 25.10.2024