

Научная статья

УДК 62-233.3

URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177616>

ВЛИЯНИЕ ЖЕСТКОСТИ ШЛИЦЕВОГО СОЕДИНЕНИЯ НА ДИНАМИКУ РОТОРОВ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Михаил Константинович Леонтьев¹, Илья Витальевич Николаев²✉

^{1,2} Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Москва, Россия

² nikolaeviv@alfatran.com ✉

Аннотация. В авиационных газотурбинных двигателях (ГТД) шлицевые соединения (ШС) являются одним из самых распространенных конструкционных решений для передачи крутящего момента. Такие узлы характеризуются наличием зазоров в соединениях, работой в условиях перекосов соединяемых валов, действием на них различного рода сил и моментов. В задачах моделирования динамических характеристик роторов возникает необходимость учета жесткостных характеристик ШС как фактора, существенно влияющего на динамику роторов.

В статье авторы исследуют влияние жесткостных характеристик шлицевого соединения на критические скорости и амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) нагрузок роторной системы газотурбинного двигателя. Расчеты проводились для динамической системы с тремя вариантами жесткости ШС: абсолютно жесткого, абсолютно податливого и с жесткостью, рассчитанной в конечно-элементной (КЭ) программе с учетом зазоров и нагрузок, действующих на соединение.

Ключевые слова: жесткость шлицевого соединения, критические частоты роторной системы, DYNAMICS R4

Для цитирования: Леонтьев М.К., Николаев И.В. Влияние жесткости шлицевого соединения на динамику роторов газотурбинных двигателей // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 4. С. 150–158. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177616>

Original article

SPLINE JOINT STIFFNESS IMPACT ON THE GAS TURBINE ENGINE ROTOR DYNAMICS

Mikhail K. Leont'ev¹, Ilya V. Nikolaev²✉

^{1,2} Moscow Aviation Institute (National Research University),
Moscow, Russia

² nikolaeviv@alfatran.com ✉

Abstract

Spline coupling is the most common torque transmission way in the aviation engines building industry. These joints are being computed as pliable or rigid and very often is not being subjected to analysis. It may lead to the effect on the rotor system dynamic characteristics, namely on critical speeds, vibrations amplitudes and loading values on the supports. The authors of the article demonstrate the dependence between the above said parameters and the spline joint stiffness. In the first section, the spline stiffness was computed using finite-element model (FEM). Further, the authors show the difference between critical speeds for three options of the spline joint, such as rigid, pliable and obtained with finite-element analysis. For this purpose, the authors employ a model of aviation GTE created with the DYNAMICS R4 software pack. This software product is based on modal analysis

© Леонтьев М.К., Николаев И.В., 2023

and allows modeling complex structural dynamic system from beam elements and conjunctions. The results of the analysis reveal that the option of splines with computed stiffness has shapes similar to the critical speeds with the rigid option. Despite this, the difference between critical speeds values may be more than 5%.

The second section presents several graphs, demonstrating the impact of method, accounting for the spline joint stiffness, on the loads in supports values. It can be seen while comparing spline joints options with computed stiffness and rigid ones that loading curves look quite similar. The greatest difference is being observed in the third support between 12000 and 14000 rpm. At the same time, it should be noted the greatest differences can be observed for the pliable spline coupling and computed stiffness. These changes may be associated with loads redistribution in the system.

Finally, it should be noted that the spline joint is a nonlinear element and its characteristics depend on the applied loads.

Keywords: spline coupling stiffness, of rotor system critical speeds, DYNAMICS R4

For citation: Leont'ev M.K., Nikolaev I.V. Spline Joint Stiffness Impact on the Gas Turbine Engine Rotor Dynamics. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no. 4, pp. 150-158. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177616>

Введение

Рассматривая газотурбинный двигатель (ГТД) как динамическую систему, нельзя не отметить значительное количество элементов, влияющих на ее поведение. К этим элементам относятся подшипники, упругие элементы, части опорных узлов, стоечные узлы, фланцы и т. д. К ним относятся и шлицевые эвольвентные соединения, используемые в роторах для передачи крутящего момента, например от турбины к компрессору. Широкое распространение такие соединения получили благодаря высокой надежности, хорошей прочности и высокому ресурсу работы.

В литературе можно найти множество методик расчета прочности и надежности шлицевого соединения. Работы [1–3] показывают, что для подобных расчетов активно используются как аналитические, так и конечно-элементные методы.

В то же время существует необходимость оценки динамических свойств ШС и влияния этих свойств на работу роторной системы. К таким расчетам относятся определение жесткостных параметров, режимов работы при условиях перекоса, анализ влияния трения на вибрации. Потребность в данном анализе объясняется с тем, что шлицевое соединение может значительно влиять на параметры динамической системы. В работах [4, 5] приведены примеры такого влияния.

В отечественной литературе подобные исследования не представлены в значительном объеме. Существует несколько методов, разработанных авторами работ [6, 7], позволяющих моделировать зубчатые соединения без применения конечно-элементного подхода. Однако эти методы в основном описывают динамику зубчатых зацеплений колес редукторов и не могут быть использова-

ны при моделировании эвольвентного шлицевого соединения.

Для задач роторной динамики ШС обычно моделируется шарниром с моментной податливостью (жесткостью). Однако задача расчета жесткости такого соединения достаточно сложная, поэтому инженеры часто оценивают только степень влияния соединения на динамические свойства ротора. То есть решаются две задачи: либо моментная жесткость равна нулю, либо соединение рассматривается как абсолютно жесткое. Такой упрощенный подход в обоих случаях может внести значительные погрешности при определении динамических характеристик роторной системы. При этом не учитываются влияние зазоров, а также возможные перекосы в ШС соединяемых роторов, возникающие при работе двигателя.

Вопросы моделирования шлицевого соединения валов как нелинейного динамического элемента роторной системы рассматриваются и в зарубежных источниках. Подобные задачи решаются в нестационарной постановке с применением численных методов. Модели, используемые в таких работах, позволяют решать контактную задачу, учесть деформации зубьев в условиях различного нагружения, учитывать зазоры и перекосы, а также трение, возникающее в контактных парах.

Для определения жесткостных свойств шлицевого соединения применяются численные модели, построенные либо на базе аналитических методов, либо в конечно-элементных (КЭ) программах.

Примеры успешного применения численных алгоритмов на базе аналитических подходов приведены в работах [8–10]. Такие алгоритмы эффективны и для решения нелинейных нестационарных задач в роторной динамике.

Применение КЭ-подхода для оценки жесткостных характеристик ШС и факторов, влияющих на них, также описано в [11–13]. Несмотря на сложный процесс моделирования, такие КЭ-модели работают и позволяют решать перечисленные задачи. Вместе с тем их применение для решения нелинейных задач в нестационарной постановке весьма трудоемко.

Следует отметить, что в обоих случаях применяемые методы и модели нуждаются в верификации и тщательной проверке.

Целью данной работы является демонстрация степени влияния ШС на динамические параметры роторной системы и обоснование необходимости применения их численных моделей в практических задачах роторной динамики. Для исследуемого соединения расчет жесткостных свойств проводился в КЭ-программе.

Модель шлицевого соединения

Анализ влияния жесткости ШС на динамические параметры роторной системы осуществлялся с помощью модели стационарного ГТД, представленной на рис. 1.

Расчетная модели двигателя создавалась в программной системе DYNAMICS R4 [14]. Данный программный продукт использует принципы модального анализа для расчета параметров динамической модели: частот и форм собственных колебаний, критических частот вращения, амплитудно-частотных характеристик и т. д. [15–17].

Модель состоит из балочных и оболочечных элементов, моделирующих конструкцию двигателя, включающую ротор низкого давления, ротор высокого давления (ВД), ротор силовой турбины, статорную часть с опорами роторов.

В качестве исследуемого элемента было выбрано ШС роторов компрессора высокого давления (КВД) и турбины высокого давления (ТВД), рис. 2. Соединение в шлицевой паре моделируется связью, задаваемой матрицей коэффициентов жесткости и трением в контактных зонах.

Для определения коэффициентов жесткости была создана КЭ-модель в программном комплексе ANSYS с параметрами, представленными в табл. 1. Количество элементов модели 431230, количество

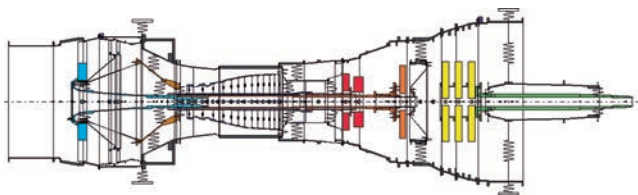


Рис. 1. Общий вид исследуемой модели двигателя

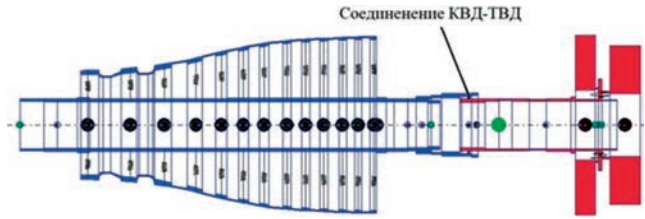


Рис. 2. Исследуемое шлицевое соединение

узлов 507166. В качестве метрики сетки использовался Jacobian Ratio (MAPDL) [18], рис. 3. Между боковыми поверхностями зубьев задается контакт с коэффициентом трения, равным 0,01.

Закрепление проводилось по внутренней поверхности ШС фиксацией по всем степеням свободы, нагружение – по внешней поверхности через центральный узел, соединенный с узлами поверхности нагружения интерполяционным элементом (RBE3).

Для получения коэффициентов жесткости к модели прикладывались нагрузки, определенные в расчете динамической системы с жестким ШС при разгоне от 0 до максимальной скорости вращения с учетом сил веса и дисбалансов. Радиальные и моментные дисбалансы задавались в центрах масс роторов: для КВД – 3330 г·мм и 280000 г·мм², для ТВД – 3184 г·мм и 58880 г·мм². Усилия, действующие на соединение и зависящие от частоты вращения ротора высокого давления, показаны на

Таблица 1

Параметры конечно-элементной модели ШС

Параметр	Значение
Модуль упругости E, МПа	210000
Коэффициент Пуассона μ	0,3
Плотность ρ , т/мм ³	7,850·10 ⁻⁹
Модуль ШС m , мм	2,5
Число ШС z	52
Длина ШС l , мм	55
Зазор по боковым поверхностям, мкм	80

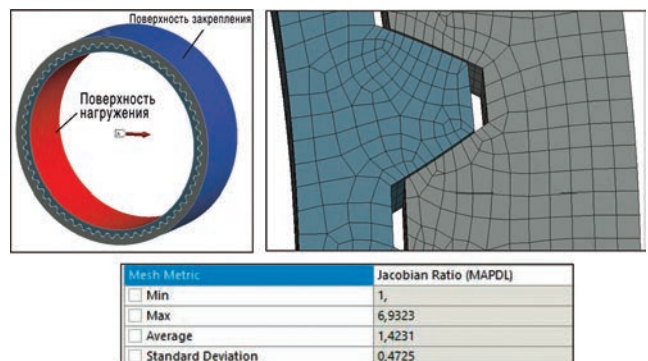


Рис. 3. Общий вид модели шлицевого соединения

рис. 4. Из полученных нагрузок для расчета жесткости были выбраны их максимальные значения на резонансах – 6800 Н и 1600 Н · м. Полученные в предварительном расчете динамической системы усилия использовались в КЭ-модели ШС для определения коэффициентов его жесткости [19].

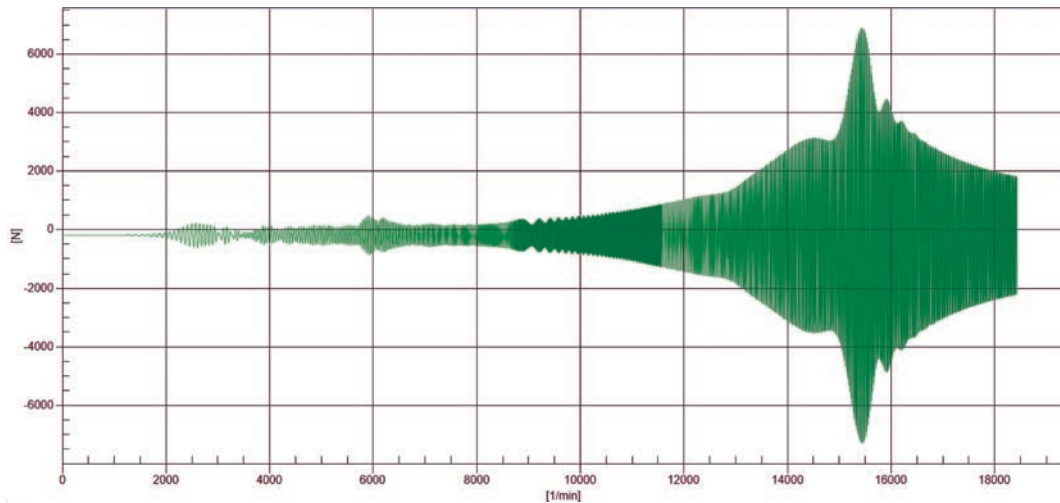
Полученные результаты конечно-элементного анализа были включены в матрицу жесткости, моделирующую в программной системе DYNAMICS R4 шлицевое соединение роторов КВД и ТВД (рис. 5).

Расчет коэффициентов жесткости проводился с учетом зазоров по боковым поверхностям. В соединении под действием нагрузок появляется перекося, величина которого зависит от значения зазоров (рис. 6). Перекося приводит к изменению жесткостной характеристики: поскольку в контакте участвуют

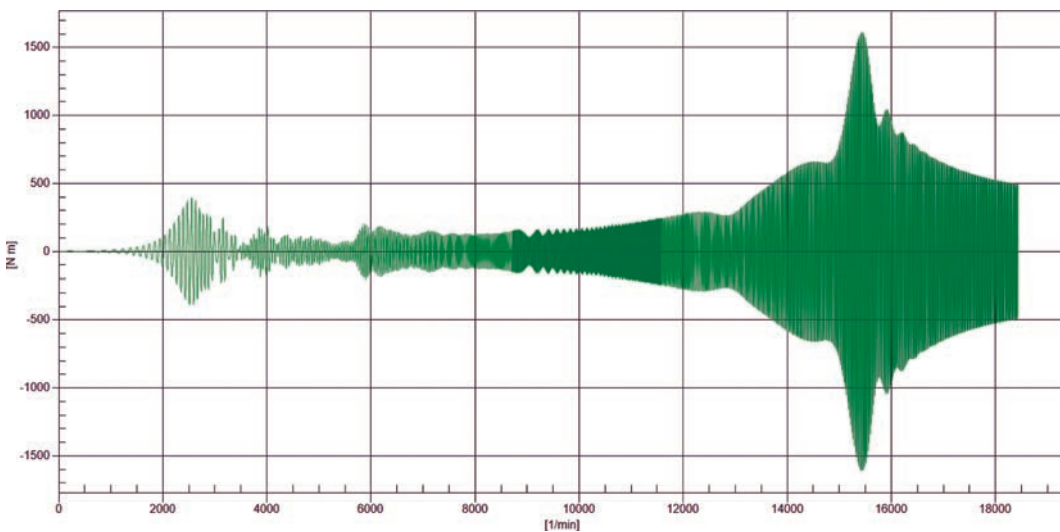
Жесткость							
		ut_x	ut_y	ut_z	ur_x	ur_y	ur_z
		m	m	m	rad	rad	rad
Fx	N	2.261e+10	0	0	0	0	0
Fy	N		2.261e+10	0	0	0	0
Fz	N			1e+11	0	0	0
Mx	N m				1.194e+07	0	0
My	N m					1.194e+07	0
Mz	N m						1e+11

Рис. 5. Рассчитанная в КЭ-программе матрица жесткости шлицевого соединения (формат DYNAMICS R4)

не все зубья, общая жесткость соединения будет меньше, чем без учета зазора. Некорректный учет зазоров в соединении может приводить к неоправданно завышенным значениям жесткости [20, 21].



а



б

Рис. 4. Усилия, действующие в соединении КВД–ТВД: а – сила, б – момент

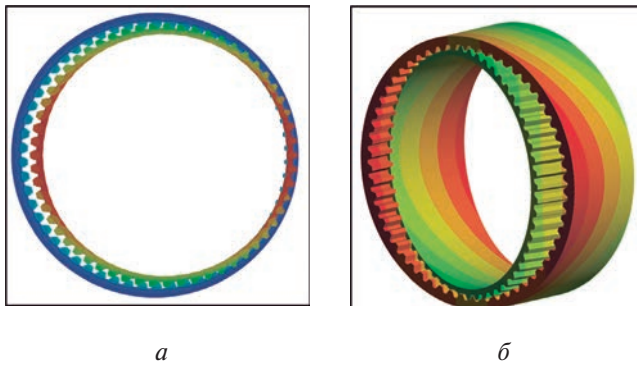


Рис. 6. Шлицевое соединение при перекосе:
а – радиальном; б – угловом

Как уже отмечалось, ШС в общем случае является нелинейным элементом, жесткостные характеристики которого зависят от усилий, действующих на него (режимов работы двигателя). В проведенных расчетах с учетом поставленной задачи принято допущение, что жесткость соединения является постоянной для всех частот вращения и действующих сил.

Влияние жесткости шлицевого соединения на критические частоты

В анализе влияния ШС на динамику двигателя рассматривались три модели – с рассчитанной матрицей жесткости, куда входят как радиальные, так и моментные коэффициенты жесткости, модель соединения с нулевой жесткостью (идеальный шарнир) и абсолютно жесткое соединение по всем степеням свободы.

Сравнение критических скоростей модели для вышеперечисленных вариантов соединения представлено в табл. 2. В таблице приведен список критических частот в диапазоне вращения ротора высокого давления (ВД) с прямой синхронной прецессией и различающихся более чем на 5%. Также приведены формы колебаний для данных частот.

Использование абсолютно податливого соединения в модели приводит к значительным изменениям частотного спектра и форм колебаний – 17% для формы 7395 об/мин и 40% для формы 9904 об/мин по сравнению с вариантом рассчитанной жесткости. Также необходимо отметить, что в модели с податливым соединением некоторые формы отсутствуют. Для большинства форм абсолютно жесткий вариант соединения имеет меньше отличий от варианта с рассчитанной жесткостью. Вместе с тем есть и формы колебаний с достаточно большими отличиями по частотам от абсолютно жесткого варианта соединения.

Аналогичные результаты наблюдаются и для собственных частот динамической системы, рас-

считанных на режиме с максимальными усилиями, действующими на соединение.

Поскольку жесткость шлицевого соединения является характеристикой нелинейной и зависит от прилагаемых нагрузок, значения собственных частот колебаний динамической системы, а следовательно, и критических частот вращения, могут варьироваться, что подтверждается результатами различных исследований [22, 23].

Полученные результаты демонстрируют важность корректного учета жесткости шлицевых соединений. Излишнее ужесточение системы приводит к изменению критических частот вращения. Недостаточная жесткость также влияет на частоты и на формы колебаний, причем значительно сильнее, чем ужесточение.

Жесткость шлицевого соединения в задачах о вынужденных колебаниях

Влияние шлицевого соединения на роторную систему двигателя не ограничивается критическими частотами. От его жесткости могут зависеть как общий уровень вибраций, так и реакции в опорах роторов. Для оценки такого влияния были проведены расчеты модели двигателя для всех трех вариантов жесткости от дисбалансов ротора ВД. Дисбалансы соответствовали значениям, использованным для расчета усилий, действующих на шлицевое соединение. Сравнились реакции в трех опорах ротора ВД.

На рис. 7–9 представлены графики нагрузок, приходящихся на опоры ротора ВД для трех рассчитанных вариантов модели.

Для опоры №2 КВД наиболее значительно отличие АЧХ нагрузок на опору податливого шлицевого соединения при частотах вращения от 8500 до 12000 об/мин. При этом между случаями жесткого и податливого соединения разница незначительна – величины усилий близки, за исключением резонанса на

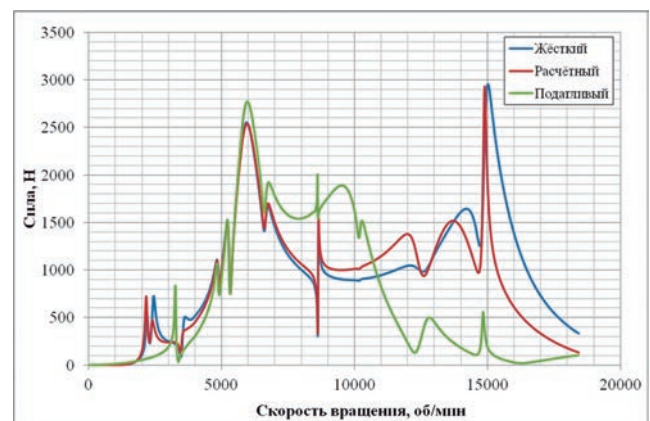


Рис. 7. Усилия, приходящиеся на опору №1 КВД

Таблица 2

Результаты расчетов для различных вариантов жесткости

Податливое соединение	Рассчитанная жесткость	Жесткое соединение
2285 	2163 	2209
—	2370 	2430
3263 	3487 	3553
7395 	6118 	6306
—	12366 	13389
9904 	13850 	14803

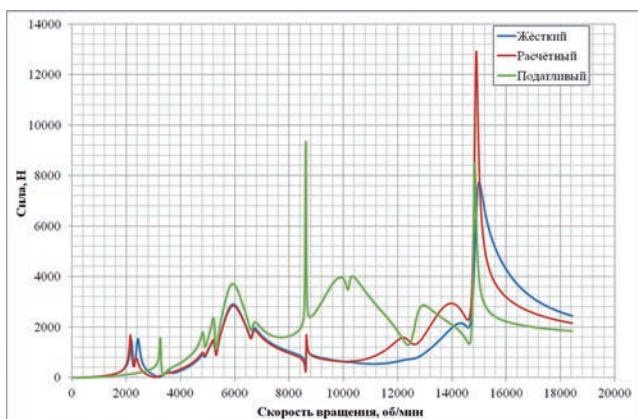


Рис. 8. Усилия, приходящиеся на опору №2 КВД

14857 об/мин, когда модель с расчетным вариантом жесткости ШС показывает увеличение нагрузки на опору на 40% по сравнению с остальными вариантами.

Нагрузки, приходящиеся на опору ТВД, для вариантов жесткого и расчетного вариантов имеют различия в значениях на пике ~2000 об/мин (разница 34%) и на резонансе 14857 об/мин (разница 31%). АЧХ нагрузок на опоры имеют схожий характер, что говорит о незначительных изменениях в динамической системе, связанных с перераспределением энергии деформаций между опорами. Вариант модели с податливыми шлицами более значительно отличается от варианта с рассчитанной жесткостью. Положение пика с 2000 об/мин изменяется до 3000 об/мин вместе с амплитудой нагрузки. Также в районе 13000 об/мин можно наблюдать резкий рост усилий, действующих на опору, затем их падение и снова рост к резонансу 14857 об/мин. Подобные изменения могут быть связаны с перераспределением нагрузок в системе: поскольку силы, действующие на опору №1 КВД, в тот момент были ниже, чем в варианте с рассчитанной жесткостью, опора ТВД поверглась действию более значительных сил.

Выводы

Из полученных результатов можно заключить, что жесткость шлицевого соединения сильно влияет как на значения критических скоростей, так и на вынужденные колебания. Некорректный учет жесткостных характеристик приводит к изменению частотного спектра – перестройке динамической системы. При учете шлицевого соединения как абсолютно жесткого или податливого амплитуды вибраций могут существенно отличаться от амплитуд вибраций в том варианте модели, в котором используется рассчитанная жесткость соединения из конечно-элементной модели. Результаты показывают, что шлицевое соединение является нелинейным

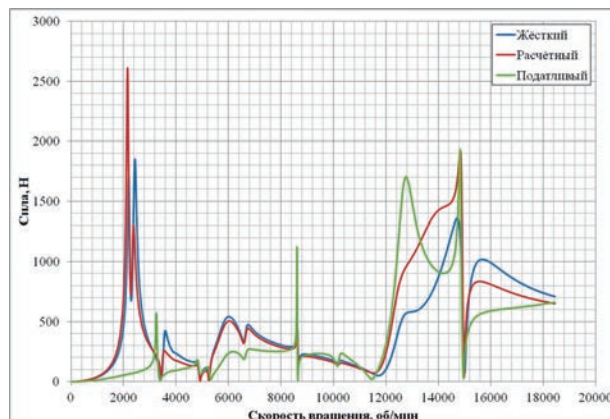


Рис. 9. Усилия, приходящиеся на опору ТВД

элементом, жесткостные характеристики которого зависят от режимов работы двигателя.

Список источников

1. Ванюхин С.М., Ломакин С.Н., Гришин А.И., Шурыгин А.Ю. Разработка и исследование конечно-элементных моделей различных типов соединений с использованием “ANSYS®MECHANICAL” для определения их прочностных характеристик и усталостной прочности // Научное обозрение. Международный научно-практический журнал. 2019. № 1. URL: <https://srjournal.ru/2019/id159/>
2. Ишмуратов Х.К. Определение величины износа шлицевых соединений агрегатов силовых передач // Universum: технические науки. 2019. № 6(63). URL: <http://7universum.com/ru/tech/archive/item/7478>
3. Карячкин Я.Г., Ефанов С.А., Дуданов Е.И. Динамический анализ деталей двухступенчатого редуктора в SOLIDWORKS // Известия ТулГУ. Технические науки. 2021. № 9. С. 407–411. DOI: 10.24412/2071-6168-2021-9-407-411
4. Амелькин А.С., Киянский Т.Н. Влияние шлицевого соединения на геометрические параметры расположенного над ним подшипника // Вестник Московского авиационного института. 2008. Т. 15. № 3. С. 90–94.
5. Колесников И.В., Коропец П.А. Анализ динамических процессов в зубчатой муфте трансмиссии хвостового винта вертолета // Динамика и виброакустика. 2019. Т. 6. № 1. С. 6–13. DOI: 10.18287/2409-4579-2020-6-1-6-13
6. Попов В.В., Сорокин Ф.Д., Иванников В.В., Дегтярев С.А. Разработка пространственной модели зубчатой передачи с отдельным хранением накопленных и дополнительных поворотов для решения нелинейных задач динамики авиационных трансмиссий // Труды МАИ. 2020. № 112. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=116336>
7. Попов В.В., Сорокин Ф.Д. Определение жесткостной функции эвольвентной прямозубой зубчатой передачи для моделирования движения зубчатых механизмов //

- XXVII Международная инновационно-ориентированная конференция молодых ученых и студентов (02–04 декабря 2015; Москва): Сборник трудов. М.: Изд-во ИМАШ РАН, 2015. С. 117–120.
8. Крючков А.Н., Плотников С.М., Сундуков А.Е., Сундуков Е.В. Вибродиагностика величины бокового зазора в зубчатом зацеплении дифференциального редуктора турбовинтового двигателя // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 3. С. 198–208. DOI: 10.34759/vst-2020-3-198-208
 9. Сундуков А.Е., Шахматов Е.В. Оценка влияния места постановки двигателя и типа воздушного винта на диагностические признаки износа зубьев его редуктора // Вестник Московского авиационного института. 2022. Т. 29. № 4. С. 208–218. DOI: 10.34759/vst-2022-4-208-218
 10. Su X., Lu H., Zhang X. et al. Analysis of dynamic characteristic for misalignment-spline gear shaft based on whole transfer matrix method // Journal of Vibroengineering. 2018. Vol. 20. No. 3, pp. 1392–1408. DOI: 10.21595/jve.2017.18761
 11. Fan W., Lu H., Zhang Y., Su X. Dynamic Characteristics of gear coupling and rotor system in transmission process considering misalignment and tooth contact analysis // Processes. 2020. Vol. 8. No. 11: 1336. DOI: 10.3390/pr8111336
 12. Curà F.M., Mura A. Experimental procedure for the evaluation of tooth stiffness in spline coupling including angular misalignment // Mechanical systems and signal processing. 2013. Vol. 40. No. 2, pp. 545–555. DOI: 10.1016/j.ymsp.2013.06.033
 13. Hu Y., Wang H., Tan Y. et al. Study on the meshing force of misaligned gear coupling // International Forum on Mechanical, Control and Automation (IFMCA, 30–31 December 2016; Shenzhen, China). DOI: 10.2991/ifmca-16.2017.70
 14. ООО «Альфа-Транзит». Программная система для решения задач роторной динамики «DYNAMICS R4». Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ RU 2018614888. Бюл. № 4, 19.04.2018.
 15. Иванов А.В., Леонтьев М.К. Модальный анализ динамических систем роторов // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2005. № 3. С. 31–35.
 16. Хейлен В., Ламменс С., Сас П. Модальный анализ: теория и испытания / Пер. с англ. — Химки МО: Leuven: Новатест, 2010. — 319 с.
 17. Леонтьев М.К., Иванов А.В., Дегтярев С.А. Моделирование роторных динамических систем с пространственным расположением валов // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2012. № 2. С. 231–239.
 18. Семенова А.С. Разработка расчетно-экспериментальной методики оценки долговечности межроторного подшипника по контактным напряжениям при проектировании ГТД: Дисс. ... канд. техн. наук. - М., 2022. — 117 с.
 19. ANSYS Meshing User's Guide. Canonsburg, PA. 2010, 350 p.
 20. Семенова А.С., Кузьмин М.В. Подбор дискретности конечно-элементной сетки для вращающихся деталей межроторного подшипника газотурбинного двигателя с учетом шероховатости поверхности // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 1. С. 171–179. DOI: 10.34759/vst-2020-1-171-179
 21. Программная система для анализа роторной динамики турбомашин DYNAMICS R4. Руководство пользователя. — НТЦ «Альфа-Транзит», 2021. — 267 с. URL: <https://rotordynamics.ru/wp-content/uploads/2022/06/obuchenie-rukovodstvo-polzovatelya.pdf>
 22. Hong J., Talbot D., Kahraman A. A generalized semi-analytical load distribution model for clearance-fit, major-fit, minor-fit, and mismatched splines // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2016. Vol. 230. Nos. 7–8, pp. 1126–1138. DOI: 10.1177/0954406215603741
 23. Wink C.H., Nakandakari M. Influence of gear loads on spline coupling // Power Transmission Engineering. 2014, pp. 42–49.
 24. Xue X., Huo Q., Dearn K.D. et al. Involute spline couplings in aero-engine: Predicting nonlinear dynamics response with mass eccentricity // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics. 2021. Vol. 235. No. 1, pp. 75–92. DOI: 10.1177/1464419320986290

References

1. Vanyukhin S.M., Lomakin S.N., Grishin A.I., Shurygin A.Yu. *Nauchnoe obozrenie. Mezhdunarodnyi nauchno-prakticheskii zhurnal*, 2019, no. 1. URL: <https://srjournal.ru/2019/id159/>
2. Ishmuratov Kh.K. *Universum: tekhnicheskie nauki*, 2019, no. 6(63). URL: <http://7universum.com/ru/tech/archive/item/7478>
3. Karyachkin Ya.G., Efanov S.A., Dudanov E.I. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki*, 2021, no. 9, pp. 407–411. DOI: 10.24412/2071-6168-2021-9-407-411
4. Amelkin A.S., Kiansky T.N. An influence of a spline connection on geometrical parameters of above-placed bearing. *Aerospace MAI Journal*, 2008, vol. 15, no. 3, pp. 90–94.
5. Kolesnikov I.V., Koropets P.A. *Dinamika i vibroakustika*, 2019, vol. 6, no. 1, pp. 6–13. DOI: 10.18287/2409-4579-2020-6-1-6-13
6. Popov V.V., Sorokin F.D., Ivannikov V.V., Degtyarev S.A. *Trudy MAI*, 2020, no. 112. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=116336>
7. Popov V.V., Sorokin F.D. *XXVII Mezhdunarodnaya*

- innovatsionno-orientirovannaya konferentsiya molodykh uchenykh i studentov (02–04 December 2015; Moscow). Sbornik statei.* Moscow, IMASh RAN, 2015, pp. 117–120.
8. Kryuchkov A.N., Plotnikov S.M., Sundukov A.E., Sundukov E.V. Vibration diagnostics of lateral clearance value in the toothed gearing of differential gearbox of a turboprop engine. *Aerospace MAI Journal*, 2020, vol. 27, no. 3, pp. 198–208. DOI: 10.34759/vst-2020-3-198-208
 9. Sundukov A.E., Shakhmatov E.V. Evaluation of both engine placement and propeller type effect on the diagnostic signs of its gearbox teeth wear. *Aerospace MAI Journal*, 2022, vol. 29, no. 4, pp. 208–218. DOI: 10.34759/vst-2022-4-208-218
 10. Su X., Lu H., Zhang X. et al. Analysis of dynamic characteristic for misalignment-spline gear shaft based on whole transfer matrix method. *Journal of Vibroengineering*, 2018, vol. 20, no. 3, pp. 1392–1408. DOI: 10.21595/jve.2017.18761
 11. Fan W., Lu H., Zhang Y., Su X. Dynamic Characteristics of gear coupling and rotor system in transmission process considering misalignment and tooth contact analysis. *Processes*, 2020, vol. 8, no. 11: 1336. DOI: 10.3390/pr8111336
 12. Curà F.M., Mura A. Experimental procedure for the evaluation of tooth stiffness in spline coupling including angular misalignment. *Mechanical systems and signal processing*, 2013, vol. 40, no. 2, pp. 545–555. DOI: 10.1016/j.ymsp.2013.06.033
 13. Hu Y., Wang H., Tan Y. et al. Study on the meshing force of misaligned gear coupling. *International Forum on Mechanical, Control and Automation (IFMCA, 30-31 December 2016; Shenzhen, China)*. DOI: 10.2991/ifmca-16.2017.70
 14. “Al’fa-Tranzit”. *Svidetel’stvo o gosudarstvennoi registratsii programm dlya EVM “Programmnyaya sistema dlya resheniya zadach rotornoi dinamiki DYNAMICS R4” RU2018614888*, 19.04.2018 (Certificate of state registration of computer programs “Software system for solving problems of rotary dynamics DYNAMICS R4”, no. RU2018614888, 19.04.2018).
 15. Ivanov A.V., Leont’ev M.K. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsonnaya tekhnika*, 2005, no. 3, pp. 31–35.
 16. Heylen W., Lammens S., Sas P. *Modal Analysis Theory and Testing*. Belgium, Katholieke Universiteit Leuven, Department of Mechanical Engineering, Division of Production Engineering, Machine Design and Automation, 1997.
 17. Leont’ev M.K., Ivanov A.V., Degtyarev S.A. *Vestnik KGTU im. A.N. Tupoleva*, 2012, no. 2, pp. 231–239.
 18. Semenova A.S. *Razrabotka raschetno-eksperimental’noi metodiki otsenki dolgovechnosti mezhrotornogo podshipnika po kontaktnym napryazheniyam pri proektirovanii GTD* (Development of a computational and experimental methodology for assessing the durability of an inter-rotor bearing by contact stresses in the design of a gas turbine engine). Ph.D. thesis. Moscow, MAI, 2022, 117 p.
 19. *ANSYS Meshing User’s Guide*. Canonsburg, PA. 2010, 350 p.
 20. Semenova A.S., Kuz’min M.V. Finite element grid discreteness selecting for rotating parts of inter-rotor bearing of a gas turbine engine considering surface roughness. *Aerospace MAI Journal*, 2020, vol. 27, no. 1, pp. 171–179. DOI: 10.34759/vst-2020-1-171-179
 21. *Programmnyaya sistema dlya analiza rotornoi dinamiki turbomashin DYNAMICS R4. Rukovodstvo pol’zovatelya*. NTTs “Al’fa-Tranzit”, 2021, 267 p. URL: <https://rotordynamics.ru/wp-content/uploads/2022/06/obuchenie-rukovodstvo-polzovatelya.pdf>
 22. Hong J., Talbot D., Kahraman A. A generalized semi-analytical load distribution model for clearance-fit, major-fit, minor-fit, and mismatched splines. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2016, vol. 230, nos. 7–8, pp. 1126–1138. DOI: 10.1177/0954406215603741
 23. Wink C.H., Nakandakari M. Influence of gear loads on spline coupling. *Power Transmission Engineering*, 2014, pp. 42–49.
 24. Xue X., Huo Q., Dearn K.D. et al. Involute spline couplings in aero-engine: Predicting nonlinear dynamics response with mass eccentricity. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 2021, vol. 235, no. 1, pp. 75–92. DOI: 10.1177/1464419320986290

Статья поступила в редакцию 12.09.2023; одобрена после рецензирования 04.10.2023; принята к публикации 06.10.2023.

The article was submitted on 12.09.2023; approved after reviewing on 04.10.2023; accepted for publication on 06.10.2023.