

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

кандидата физико-математических наук Егорчева Михаила Вячеславовича
на диссертационную работу Цапко Екатерины Дмитриевны
на тему «**Численные методы решения сингулярно возмущенных начальных и краевых задач для систем дифференциальных уравнений, моделирующих физические процессы**»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

В диссертационной работе Цапко Е. Д. разрабатываются численные методы решения сингулярно возмущенных начальных и краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений, моделирующих различные физические процессы. Показаны недостатки традиционных явных и неявных методов численного решения рассматриваемых задач. Это доказывает **актуальность** исследования.

В качестве более эффективного подхода предложено преобразование, состоящее в переходе от естественного аргумента к новому аргументу. Один из таких аргументов - наилучший аргумент, отсчитываемый вдоль касательной к интегральной кривой исходной задачи – хорошо зарекомендовал себя при решении жестких задач, позволяя значительно повысить эффективность явных численных методов. Однако в работе Е. Д. Цапко показано, что при решении задач с экспоненциальной скоростью изменения интегральных кривых наилучший аргумент оказывается недостаточно эффективным. Для устранения этого недостатка предлагается модификация наилучшего аргумента посредством включения в него экспоненциальной функции независимой переменной с некоторым параметром. Такой аргумент получил название экспоненциального наилучшего аргумента и был успешно апробирован на ряде тестовых задач.

В работе рассмотрена математическая модель течения стационарного потока газа в канале с постоянным или параболическим сечением, в котором при вдувании газа со сверхзвуковой скоростью происходит сверхзвуковой-дозвуковой переход. Задача сводится к сингулярно возмущенной краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения. Проведенное численное моделирование данной задачи показывает эффективность разработанного подхода при решении жестких задач.

Теоретическая часть работы посвящена исследованию устойчивости численных методов для преобразованных к новому аргументу задач. Доказанная ранее теорема об абсолютной устойчивости разностной схемы явного метода Эйлера для задачи, преобразованной к наилучшему аргументу, получила более общее доказательство. По аналогии с этой теоремой была сформулирована и доказана теорема об абсолютной устойчивости разностной схемы явного метода Эйлера для задачи, преобразованной к экспоненциальному наилучшему аргументу.

Всё вышесказанное подтверждает наличие **научной новизны** исследования. Численное моделирование задачи аэродинамики и наличие зарегистрированного программного комплекса подчеркивают **практическую значимость** рассматриваемой работы.

Основными результатами диссертации являются:

1. разработка нового численного метода решения сингулярно возмущенных задач с контрастными структурами;

Отдел документационного
обеспечения МАИ
«13» 12 2022.

2. разработка программного комплекса, получившего государственную регистрацию;
3. доказательство абсолютной устойчивости разностной схемы явного метода Эйлера при решении задач, преобразованных к наилучшему аргументу, для более общего случая;
4. доказательство абсолютной устойчивости разностной схемы явного метода Эйлера при решении задач, преобразованных к экспоненциальному наилучшему аргументу.

Общая характеристика работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения. Объем диссертации составляет 112 страниц.

Во введении обосновывается актуальность исследования, формулируются цели и задачи диссертационной работы, описывается подход к решению поставленных задач, характеризуется степень научной новизны исследований и их практическая значимость. Кроме того, перечисляются научные достижения и публикации автора диссертации.

В первой главе описываются численные методы решения начальных и краевых задач, используемые в диссертационной работе. Явный и неявный методы Эйлера, явный метод Рунге-Кутты 4-го порядка используются для решения задач Коши, а краевые задачи предлагается сводить к решению начальных задач с помощью метода стрельбы. Рассмотренный в этой главе метод наилучшей параметризации, позволяющий повысить эффективность явных численных методов, хорошо зарекомендовал себя для решения жестких и плохо обусловленных задач.

Во второй главе демонстрируются преимущества и недостатки метода наилучшей параметризации на примере тестовых начальных задач. Переход к наилучшему аргументу оказывается наиболее эффективен при решении задач со скоростью изменения интегральных кривых не выше степенной. В случае, когда интегральные кривые задачи имеют экспоненциальную скорость изменения, наилучший аргумент не приводит к повышению эффективности явных численных методов. Кроме того, рассматривается задача об одномерном стационарном потоке, возникающем при вдувании газа со сверхзвуковой скоростью в канал с постоянной или увеличивающейся площадью переменного сечения.

В третьей главе рассматривается общий подход к модификации наилучшего аргумента, на базе которого предлагается экспоненциальная модификация, предназначенная для устранения указанного в предыдущей главе недостатка наилучшего аргумента. Новый аргумент содержит дополнительный параметр, варьируя значения которого можно значительно повысить эффективность явных численных методов. Разработанный метод успешно апробируется на рассмотренных ранее задачах, демонстрируются его существенные преимущества.

В четвертой главе исследуется вопрос устойчивости разностной схемы явного метода Эйлера на примере тестовой задачи Далквиста до и после преобразований к наилучшему аргументу и его экспоненциальной модификации. Формулируется и доказывается ряд соответствующих теорем, утверждающих, что переход к наилучшему аргументу и его модификации расширяет область абсолютной устойчивости явного метода Эйлера.

Приложение А содержит описание программного комплекса решения жестких и

нежестких задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными или краевыми условиями с использованием метода продолжения решения по наилучшему аргументу и его модификации, разработанной в диссертационной работе.

По содержанию диссертации можно высказать некоторые **замечания**.

1. Не приводится графическое изображение области устойчивости.
2. Выбор значения параметра экспоненциального аргумента является эмпирическим. Отсутствуют пояснения причин выбора того или иного значения для рассмотренных задач. Также представляется перспективной формулировка экспоненциального аргумента, не зависящая в явном виде от исходной независимой переменной, а связанная с локальными свойствами системы.

Указанные замечания носят рекомендательный характер. Они не снижают качество результатов исследований соискателя и общую высокую оценку представленной диссертации.

Заключение

Диссертация Цапко Екатерины Дмитриевны на тему «Численные методы решения сингулярно возмущенных начальных и краевых задач для систем дифференциальных уравнений, моделирующих физические процессы» является самостоятельной завершенной научно-квалификационной работой на актуальную тему. Работа соответствует паспорту специальности 1.2.2.–«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (физико-математические науки). Диссертация отвечает всем требованиям положения «О порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 №842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а её автор, Цапко Екатерина Дмитриевна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Старший программист-исследователь
ООО «РобоСиВи»

Кандидат физико-математических наук Егорчев / М. В. Егорчев

Адрес: 121205, г. Москва, ул. Большой бульвар, д. 42, стр. 1

Тел.: +7(926)973-39-24

E-mail: mihail.egorchev@gmail.com

Подпись М. В. Егорчева ЗАВЕРЯЮ

М. В. Егорчев

08.12.2022



с отзывом ознакомлена 13.12.2022

Игорчев