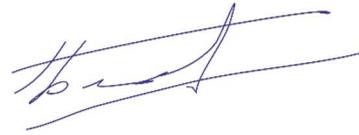


На правах рукописи



Большаков Павел Владиславович

**Моделирование процессов деформирования элементов конструкций на  
основе учета влияния их структуры на напряженно-деформируемое  
состояние**

Специальность: 1.1.8. – «Механика деформируемого твердого тела»

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Казань – 2024

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет».

**Научный руководитель:** **Саченков Оскар Александрович** кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой компьютерной математики и информатики федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет», г. Казань.

**Официальные оппоненты:** **Маслов Леонид Борисович**, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», г.Иваново

**Чекмарев Дмитрий Тимофеевич**, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры теоретической, компьютерной и экспериментальной механики федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», г.Нижний Новгород.

**Ведущая организация:** Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.», г. Саратов.

Защита диссертации состоится 9 октября 2024 г. в 14 часов 00 минут на заседании диссертационного совета 24.2.327.07 при федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4. и на сайте: [https://mai.ru/events/defence/?ELEMENT\\_ID=178378](https://mai.ru/events/defence/?ELEMENT_ID=178378)

Телефон для справок: +7 (499) 158-48-29

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2024 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Сердюк Д.О.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** Исследования в области аддитивного производства являются актуальной задачей в разных сферах деятельности. Фундаментальные и прикладные исследования проводятся ведущими странами научно-исследовательской активности. Развитие аддитивных технологий позволило переосмыслить понятие материала, в том числе. Так, стало возможным создание изделий, обладающих сложными комплексными свойствами, при этом сама структура изделия может быть рассмотрена как некий неоднородный, а зачастую обладающий сложной микроструктурой, материал. Такие материалы особенно актуальны в областях биоматериалов и метаматериалов.

Данное исследование посвящено методам коррекции микроструктуры и влиянию микроструктуры на напряженно-деформированное состояние элементов конструкций. Коррекция структуры производится на основе разработанных методов структурного моделирования. Разработка методов коррекции и проектирования пористых и решетчатых структур на данный момент является актуальной задачей. Так, для локального выбора микроструктуры необходимо определить базовый элемент или так называемую элементарную ячейку. На этапе формирования структур возникают проблемы, связанные с выбором элементарной ячейки, так как на начальном этапе предугадать работу ячейки крайне тяжело. Поэтому большинство работ в области проектирования и изготовления изделий с помощью аддитивных технологий рассматривают конструкции с однородным заполнением.

**Целью диссертационной работы** является реализация новых подходов к моделированию процессов деформирования элементов конструкций на основе учета влияния их структуры на напряженно-деформируемое состояние. Достижение цели планируется осуществить путем решения следующих задач:

- разработка численной методики расчета прочности и деформируемости трехмерных элементов конструкций решетчатой и пористой структуры, в том

числе и нерегулярной, с учетом влияния параметров (показателей), описывающих микроархитектуру и распределение структуры;

- разработка на основе предложенного ранее подхода к расчету прочности и деформируемости трехмерных элементов конструкций решетчатой или пористой структуры, в том числе и нерегулярной, численной методики коррекции структуры при условии сохранения прочностных свойств;

- формирование геометрии изделия с решетчатой, пористой в том числе нерегулярной структурой, для последующего изготовления с помощью аддитивных технологий и проведения натуральных экспериментов;

- решение на основе предложенных методик практических задач.

**Методология и методы исследования.** Механическое поведение моделей описывается задачей теории упругости в статической постановке. Решение задач выполнено численно с использованием метода конечных элементов. С этой целью был использован конечно-элементный пакет Ansys. Был использован метод представительных объемов в рамках проводимых вычислительных экспериментов. Были использованы методы кластеризации и обобщение метода построения ячеек Вороного. Экспериментальные исследования проводились на универсальной испытательной машине УТС 110М-100.

**Достоверность и обоснованность** результатов исследования обеспечиваются корректностью математической постановки задачи теории упругости, применением строгих математических методов, сравнением результатов с известными результатами других авторов, а также с результатами экспериментов.

**Научная новизна.** Предложен и реализован новый подход, в рамках которого разработана численная методика коррекции конструкций решетчатой структуры при условии сохранения прочностных свойств. Получены функции влияния геометрических параметров элементарной решетчатой ячейки (гексагональная бипирамида) на напряженно-деформированное состояние.

Предложена численная методика коррекции конструкций пористой структуры, у которых элементарной ячейкой является куб с порой. Получено

поле механических характеристик над пространством безразмерных параметров, описывающих геометрию пористой элементарной ячейки. Проведены натурные эксперименты конструкций, сформированных на основе результатов, полученных с помощью численной методики коррекции регулярной пористой структуры.

Предложен и реализован новый подход, в рамках которого разработана численная методика коррекции конструкций с нерегулярной пористой структурой, на основе обобщения численного метода коррекции конструкций с регулярной пористой структурой.

**Практическая значимость работы** заключается в возможности применения разработанных методов в проектно-конструкторской деятельности (в медицинской, аэрокосмической, архитектурно-строительной и прочих отраслях), в проведении оптимизации геометрии изделий, изготавливаемых с помощью аддитивного производства. В рамках работы был спроектирован и изготовлен эндопротез длинных костей, изделие прошло клинические испытания на животных.

**Положения, выносимые на защиту.** На защиту выносятся:

- методы и результаты оценки влияния геометрии решетчатой и пористой элементарной ячеек на физико-механические свойства;
- численные методы коррекции конструкции с решетчатой, а также регулярной и нерегулярной пористой структурами;
- метод формирования конструкций с неоднородной пористой структурой;
- распределение структурных параметров сформированных конструкций с помощью разработанных численных методов коррекции решетчатой, регулярной и нерегулярной пористой структурами;
- результаты экспериментальных исследований конструкций с решетчатой и регулярной пористой структурами, сформированных с помощью численной методики коррекции регулярной пористой структуры.

**Апробация основных результатов работы.**

Основные положения и полученные в диссертационной работе результаты докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях и симпозиумах:

– XXV международный научный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова, Кременки, 2019 г.

– Международная научная конференция «European society of biomechanics Congress», Вена, 2019г.

– VIII Международная научная конференция «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского», Москва, 2019г.

– Международный научный семинар «Joint Seminar of Kazan Federal University and Kanazawa University on Biomechanics, Optimization and its Related Research», Казань, 2020 г.

– XXVII Международный научный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова, Кременки, 2021 г.

– Международная научная конференция «Международная конференция по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам», Алушта, 2021г.

– XI Всероссийская научная конференция с международным участием «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред» им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского.

– Международный научный симпозиум «Japan-Russia Online Joint Symposium», Казань, 2021 г.

– XXVIII международный научный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова, Кременки, 2022 г.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 23 работы, в том числе 3 из них в журналах, входящих в Перечень ВАК Минобрнауки РФ, 6 – в журналах и изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus (3 статьи в журналах Q1), Russian Science Citation Index, и 17 — в тезисах докладов, получено 2 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ.

**Объём и структура диссертации.** Диссертационная работа общим объемом 131 страниц состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, включающего 123 источника. Текст иллюстрируется 70 рисунками и 14 таблицами.

### **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**В первой главе** описывается современное состояние и виды технологического процесса аддитивного производства. Поясняется роль выбора и проектирования элементарной ячейки, а также её распределение на всю конструкцию. Формулируется актуальность настоящего исследования.

**Во второй главе** диссертационной работы определены функции влияния геометрии на напряженно-деформированное состояние (НДС) решетчатых структур. В качестве элементарной решетчатой ячейки выступает гексагональная бипирамида. Предложен и реализован численный метод коррекции решетчатых структур. В качестве примера задачи коррекции решетчатой структуры был выбран эндопротез длинных костей.

Эндопротез состоит из наборов блоков, соединенных в продольном направлении (Рис.1). Каждый блок состоит из набора элементарных ячеек решетки. Элементарная ячейка описывается безразмерным параметром  $\lambda=h/r$ , характеризующим геометрию элементарной ячейки – отношение высоты бипирамиды к радиусу описанной окружности шестиугольника (Рис.2).

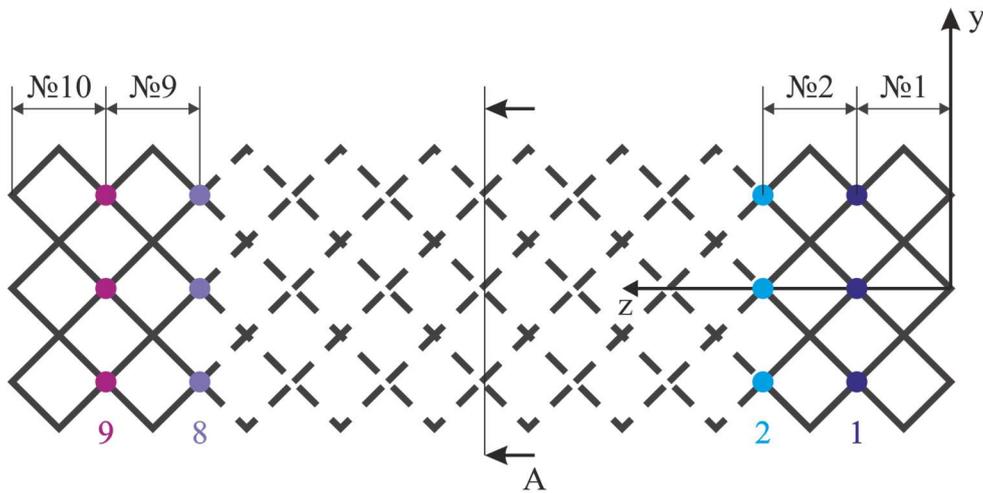


Рис.1. Решетчатая структура эндопротеза.

Тогда геометрия всей конструкции может быть описана набором  $\lambda_i$ . Тогда задачу можно сформулировать как минимизация суммы максимальных нормальных напряжений в каждом блоке при условии сохранения длины всей конструкции. Используя функции, связывающие максимальные нормальные напряжения с безразмерным параметром  $\lambda$  и нагрузкой задача сводится к следующей:

$$\begin{cases} J(\vec{\lambda}) = \sum_{j=1}^{10} (\alpha_j(\lambda_j)S_x(\lambda_j) + \beta_j(\lambda_j)S_y(\lambda_j) + \gamma_j(\lambda_j)S_z(\lambda_j)) \rightarrow \min \\ \sum_i^N \lambda_i = const \end{cases} \quad (1)$$

где  $S_x, S_y, S_z$  – функция влияния геометрических параметров элементарной ячейки на НДС, а коэффициенты  $\alpha, \beta, \gamma$  – масштабы сил, зависящие от геометрии и приложенной нагрузки.

Для реализации коррекции конструкции с решетчатой структурой был сформулирован алгоритм, состоящий из двух этапов. На первом этапе для всей конструкции решается задача определения НДС, и затем в каждом блоке определяются максимальные нормальные напряжения. Затем на основании функций влияния геометрических параметров производится коррекция безразмерных параметров каждого блока с сохранением общей длины

конструкции. Описанные шаги повторяются пока изменения безразмерных параметров не станут малыми величинами.

Идея второй части алгоритма состоит в удалении малонагруженных ребер эндопротеза. Для этого вводится пороговое напряжение  $\sigma_{\text{опт}}$ . Затем определяется НДС конструкции. После чего для каждого ребра сравнивается максимальное нормальное напряжение  $\sigma_{\text{max}}(i)$  и пороговое напряжение, если максимальное нормальное напряжение меньше – то такое ребро удаляется. Описанные шаги повторяются пока выполняется условие  $\sigma_{\text{max}}(i) < \sigma_{\text{опт}}$  хотя бы для одного ребра.

Для определения функций влияния геометрических параметров элементарной ячейки на НДС элементарная ячейка нагружалась сжимающими и изгибающими силами производились вычислительные эксперименты для различных значений безразмерного параметра.

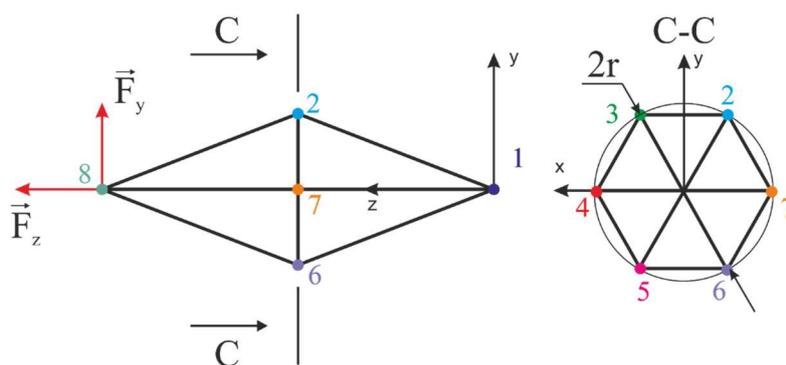


Рис.2. Гексагональная бипирамида.

Таким образом, для изгибных сил  $\vec{F}_x$  и  $\vec{F}_y$ , а также сжимающей силы  $\vec{F}_z$  были получены следующие функции влияния геометрии решетчатой структуры на НДС:

$$S_x = 70\lambda + 3; R^2 = 0.99 \quad (2)$$

$$S_y = 67.9\lambda + 8.75; R^2 = 0.99 \quad (3)$$

$$S_z = 4.156\lambda^{-0.887}; R^2 = 0.983 \quad (4)$$

Для исследования влияния структуры на НДС конструкции были проведены расчеты для эндопротеза, состоящего из двадцати блоков. В виду симметричности конструкции расчет проводился для половины конструкции.

Были проведены расчеты для различных пороговых напряжений  $\sigma_{\text{опт}}$  в интервале от 2%  $\sigma_T$  до 4%  $\sigma_T$ , где  $\sigma_T$  – предел текучести материала. Предел текучести материала в расчетах принимался равным 500 МПа, что соответствует материалу 17-4 PH.

На основании расчетов была построена диаграмма Парето (Рис.3). На рисунке 3 красным ромбом отмечена начальная конструкция с равномерным распределением элементарных ячеек, зеленым ромбом – конструкция после первого этапа корректирования, синим ромбом – конструкция после первого и второго этапов, красным квадратом – конструкция после второго этапа коррекции. Уже после коррекции на первом этапе максимальные нормальные напряжения в конструкции уменьшились на 54%.

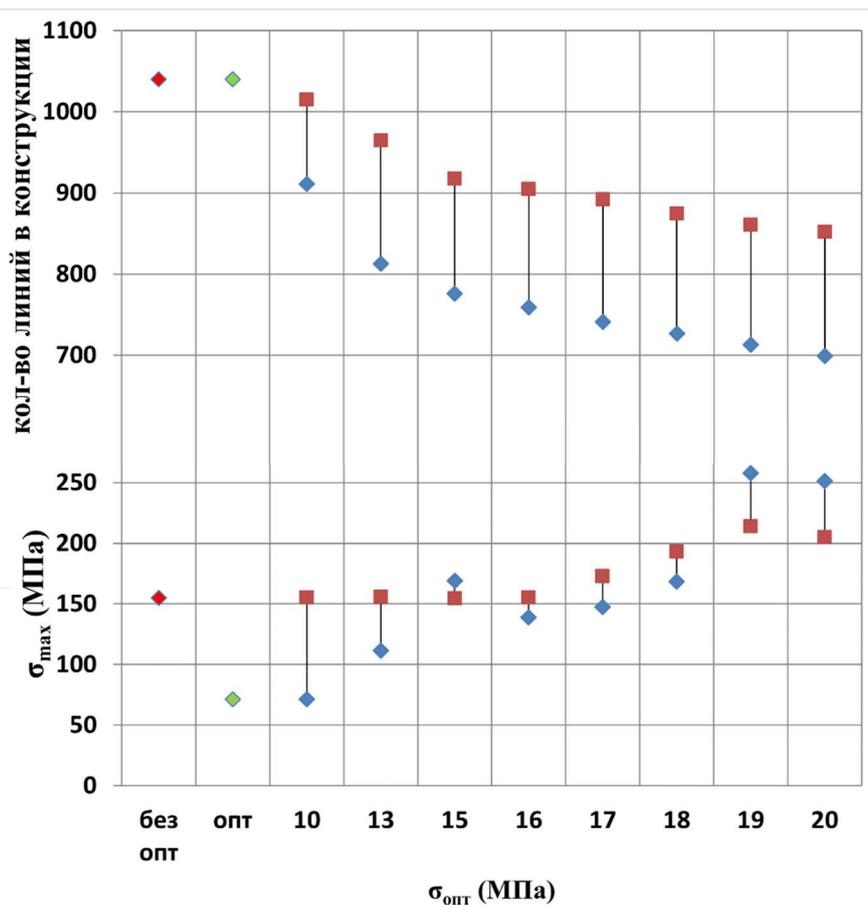


Рис.3. Диаграмма Парето.

Оптимальной по Парето оказалась скорректированная по двум этапам конструкция со значением пороговых напряжений  $\sigma_{\text{опт}}$  равным 17 МПа (3.4%  $\sigma_T$ ). В этом случае при уменьшении ребер на 28.7% относительно исходной конструкции нормальные напряжения уменьшились на 4.8%.

Были изготовлены опытные образцы спроектированного эндопротеза методом селективного лазерного плавления из материала 17-4 PH, затем эти образцы использовались в клинических исследованиях.

В третьей главе сформулирована и исследована задача о структурной коррекции пористых структур. Предложена методика для определения функциональной связи между внутренней структурой и диаграммой нагружения. В качестве элементарной пористой ячейки выступает куб с порой. Предложен и реализован численный метод коррекции конструкций с пористой структурой. Описаны численные и натурные эксперименты скорректированных изделий.

Механическое поведение системы, занимающей область  $V$  в  $R^3$  с границей  $\partial V$ , в рамках линейной теории упругости описывается следующей системой уравнений:

$$\nabla_i \cdot \sigma_{ij} = 0 \quad \forall \vec{x} \in V^0 \quad (5)$$

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) = \frac{1}{2} (u_{k,l} + u_{l,k}) \quad \forall \vec{x} \in V^0 \quad (6)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \forall \vec{x} \in V^0 \quad (7)$$

$$\vec{u} = 0 \quad \forall \vec{x} \in S_{kin} \quad (8)$$

$$\sigma_{ij} \cdot n_i = p_j \quad \forall \vec{x} \in S_{sta} \quad (9)$$

$$S_{sta} \cup S_{kin} = \partial V \quad (10)$$

где  $V^0 = V \cup \partial V$ ,  $u$ - вектор перемещений,  $\sigma_{ij}$  – тензор напряжений,  $\varepsilon_{kl}$  – тензор упругих деформаций,  $C_{ijkl}$  – тензор упругих свойств.  $S_{sta}$  – граница тела на которой заданы статические граничные условия,  $S_{kin}$  – граница тела на которой заданы кинематические граничные условия.

В расчетной области компоненты тензора упругих констант подразумеваются зависимыми от точки, и являются искомыми. Предполагая наличие локальной ортотропии среды. Из конструктивных условий дополнительно необходимо определить подобласть  $V_{con}$ , в которой компоненты тензора упругих свойств остаются неизменными.

Исследовались распределения тензора упругих констант  $C_{ij}^*$  в объеме  $V$  такие, что интенсивность напряжений по Мизесу достигают минимума при постоянных граничных условиях:

$$C_{ij}^* = C_{ij}^*(\vec{x}), \max_{\vec{x} \in V'} \|\sigma_i\| \rightarrow \min \quad (11)$$

здесь  $C_{ij}^*$  – тензор упругих констант в нотации Фойгта.

Основное предположение заключается в том, что анизотропия в материале достигается за счет изменения микроархитектуры, а сам материал считается изотропным. Тогда можно ввести в рассмотрение вектор параметров  $\vec{\lambda}$ , который отвечает за связь локальной микроархитектуры и тензора упругих констант. Дополнительно вводится вектор-функция инициализации  $\vec{\gamma}$ , которая определяет связь между напряженно-деформированным состоянием и локальной микроструктурой образца. Тогда тензор упругих констант можно представить как функцию, зависящую от вектора параметров и вектор-функции инициализации. Тогда всю область  $V$  можно разбить на набор подобластей – элементарных ячеек со следующим условием:

$$\begin{cases} \vec{\lambda}(\vec{\gamma}, \vec{x}) = \vec{\lambda}(\vec{\gamma}) \\ \vec{\gamma}(f(\sigma_i), \vec{x}) = \vec{\gamma}(f(\sigma_i)) \end{cases} \quad (12)$$

Вектор параметров  $\vec{\lambda}$  должен изменяться в соответствии с изменением вектора параметров  $\vec{\gamma}$ . Данная система уравнений говорит о том, что состояние инициализирующего вектора полностью определяет изменение микроструктуры в терминах вектора параметров  $\vec{\lambda}$ .

В качестве элементарной ячейки был выбран единичный куб с порой, которая описывается двумя параметрами: эллиптичность поры ( $\beta$ ) и размер поры ( $\lambda^*$ ). Пористость определяется исходя из объема поры  $V_p$  и элементарной ячейки  $V_b$ :

$$\eta(\vec{x}) = \frac{V_p(\lambda^*, \beta)}{V_b} \quad (13)$$

Для определения механических характеристик в численной модели для различных значения безразмерных параметров было проведено шесть численных экспериментов (три на одноосное сжатие, три на чистый сдвиг). Полученные результаты были аппроксимированы полиномом четвертого порядка:

$$C_{ij}(\lambda^*, \beta) = c_{00}^{ij} + c_{10}^{ij}\lambda^* + c_{01}^{ij}\beta + c_{11}^{ij}\lambda^*\beta + c_{21}^{ij}\lambda^{*2}\beta + c_{31}^{ij}\lambda^{*3}\beta + c_{12}^{ij}\lambda^*\beta^2 + c_{22}^{ij}\lambda^{*2}\beta^2 + c_{13}^{ij}\lambda^*\beta^3, \quad (14)$$

где  $C_{ij}$  – в зависимости от индекса соответствующая характеристика материала:  $E_{11}, E_{22}, E_{33}, G_{23}, G_{31}, G_{21}, \nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$ ;  $c^{ij}$  – коэффициенты аппроксимирующего полинома для соответствующей компоненты  $C_{ij}$ .

Подход к коррекции конструкций с пористой структурой основывается на итерационном процессе. На первом шаге определяется НДС конструкции. На втором шаге для каждой элементарной ячейки определяется: интенсивность напряжения по Мизесу  $\sigma_i$ , главные напряжения  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  и их направления  $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{r}_3$ . Оси ортотропии элементарной ячейки ориентируются по главным направлениям, и затем определяются безразмерные параметры:

$$\lambda^* = \begin{cases} 1 - \frac{\sigma_0 - \sigma_i}{\sigma_0}, & \sigma_i < \sigma_0 \\ 1, & \sigma_i < \sigma_0 \end{cases} \quad (15)$$

$$\beta = \begin{cases} \frac{|\sigma_3|}{|\sigma_1|}, & |\sigma_3| < |\sigma_1| \\ \frac{|\sigma_1|}{|\sigma_3|}, & |\sigma_1| < |\sigma_3| \end{cases} \quad (16)$$

На третьем шаге компоненты тензора упругих констант определялись по найденному соотношению (14). После этого возвращаемся на первый шаг. Условие остановки описанного итерационного процесса – малое изменение безразмерных параметров.

В качестве расчетной модели была выбрана балка с длиной  $L=140$  мм (Рис.4), с прямоугольным поперечным сечением со сторонами  $H=28$  мм,  $m=24$  мм, материал балки однородный и изотропный. В дальнейшем под первоначальной конструкцией будем понимать вышеописанную балку. Нагрузка прикладывалась в виде перемещения  $U= -0.1$  мм. Зеленым цветом обозначена неизменная подобласть балки  $V_{con}$  толщиной  $dh=2$  мм. Голубым цветом обозначен корректируемый объем конструкции. Кинематические условия были распределены по длине  $dl=20$  мм для уменьшения концентраторов напряжений в зоне действия нагрузки. Граничные кинематические условия можно описать следующим образом:

$$\vec{U}(x, y) = 0, \quad x = 0, \quad x = L, \quad y \in [0 : H] \quad (17)$$

$$\vec{U}(x, y) = -0.1 \text{ мм}, \quad x \in \left[ \frac{L-dl}{2} : \frac{L+dl}{2} \right], \quad y = H \quad (18)$$

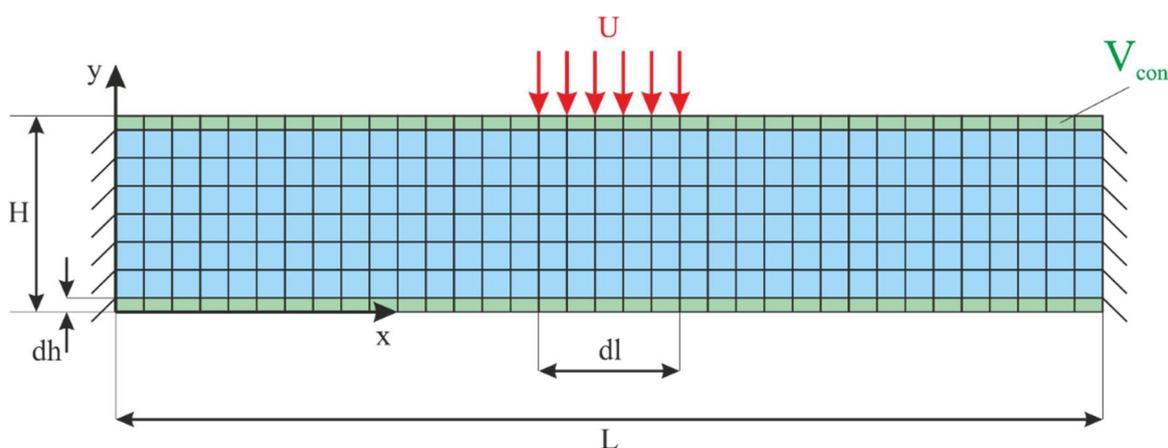


Рис.4. КЭ модель балки.

Расчетная область разбивалась на восьми узловые конечные элементы с линейной аппроксимацией, каждый конечный элемент понимался как базовая ячейка. Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу в начальной конструкции составили 204 МПа.

Оценивая НДС после коррекции, можно отметить следующее: максимальное значение эквивалентных напряжений по Мизесу уменьшилось незначительно. После проведения коррекции структуры производилось реконструкция геометрии всей балки. Для реконструированной геометрии также проводилась оценка НДС. Расчеты показали одинаковое распределение эквивалентных напряжений по Мизесу для реконструированной и гомогенизированной моделей (Рис.5).

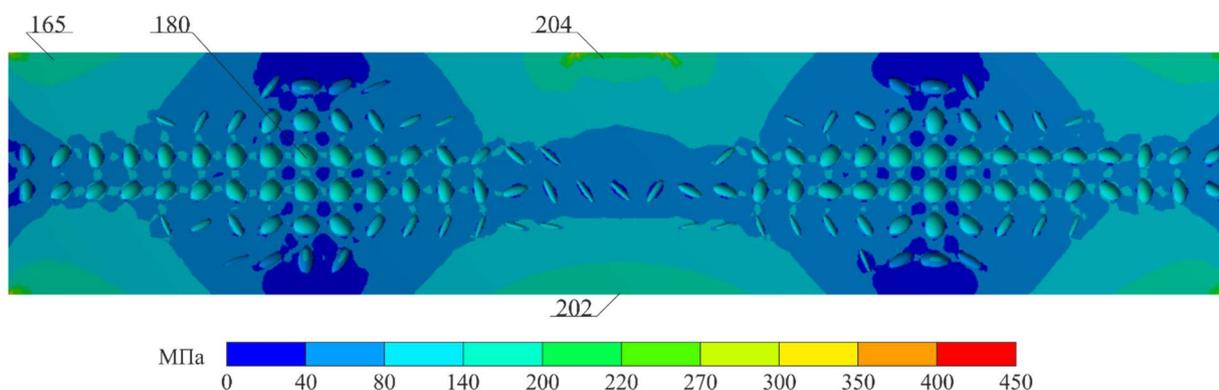


Рис.5. Распределение эквивалентных напряжений по Мизесу.

Скорректированные образцы были изготовлены методом послойного наплавления из акрилонитрилбутадиенстирола. Образцы были испытаны на испытательной машине УТС 110М-100.

Максимальная нагрузка для первоначального образца составила 1675 Н, прогиб при этом составил 3.35мм (черная линия на Рис.6). Максимальная нагрузка для структурно-скорректированного образца составила 1825 Н, прогиб при этом составил 3.56 мм (красная линия на Рис.6).

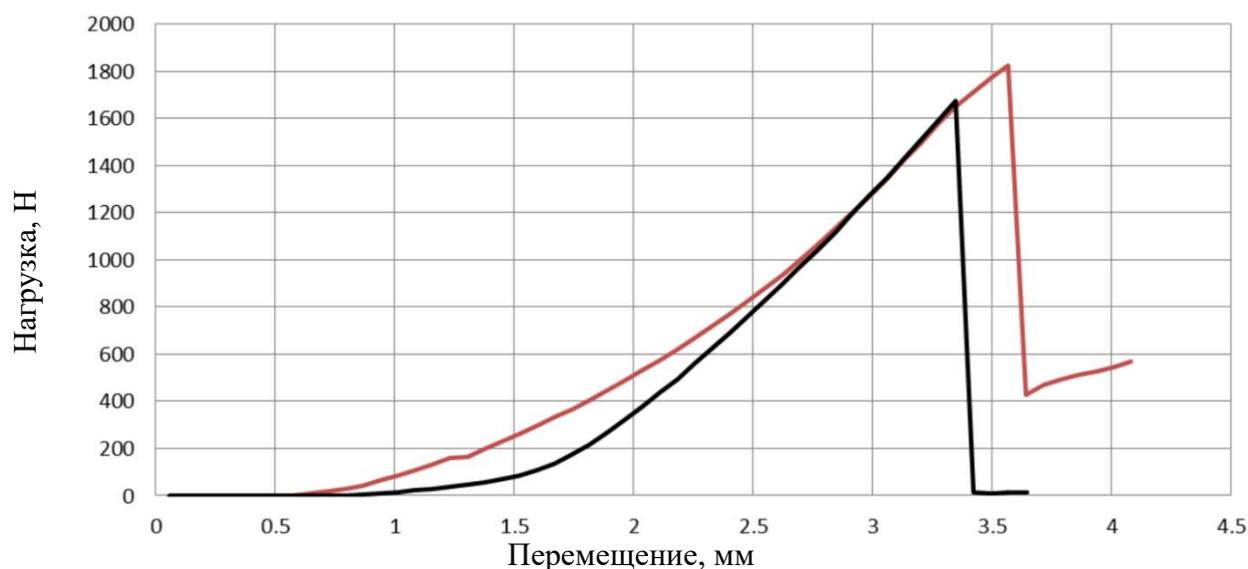


Рис.6. Диаграмма нагружения образца до (черная линия) и после коррекции (красная линия).

Таким образом, скорректированная конструкция обладала пористостью 6.96%, при этом численные результаты показали, что максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу остались неизменными. Предельное усилие скорректированного образца при натурных испытаниях оказалась на 8.2 % выше образца без пор.

В **четвертой главе** сформулирована и исследована задача о коррекции конструкций с нерегулярной пористой структурой. Предложена методика переноса данных о структуре с регулярной на нерегулярную пористую структуру. Предложен и реализован численный метод коррекции конструкций с нерегулярной пористой структурой, основанный на обобщении диаграммы Вороного. Описаны численные эксперименты скорректированных изделий.

В качестве входных параметров является распределение вектора параметров  $\vec{\lambda}$ , который описывает пористость  $\eta$ , эллиптичность  $\beta$  и вектор направлений ортотропии. Тогда можно сформулировать задачу кластеризации по параметру пористости  $\eta$ . То есть, весь рассматриваемый объем представляется как набор некоторых непересекающихся множеств. А каждое такое множество определяется распределением пористости со следующими свойствами:

$$\langle \eta(\vec{x}) \rangle = M_i, \vec{x} \in h_i \quad (19)$$

$$|M_i - \eta(\vec{x})| < \varepsilon, \vec{x} \in h_i \quad (20)$$

$$|M_i - \eta(\vec{y})| > \varepsilon, \vec{y} \notin h_i \quad (21)$$

где  $M_i$  – средняя пористость в кластере,  $\eta$  – пористость.

Тогда можно рассмотреть объем всей конструкции как набор подмножеств с кусочно-постоянными значениями пористости без требования геометрической близости. Эти подмножества можно понимать и как подмножества, ограниченные линиями уровня распределения пористости.

После кластеризации изначального объема  $V$  каждый кластер  $h_i$  может быть рассмотрен как некоторый физический объем с постоянной пористостью  $M_i$ . При этом сам объем обладает в общем смысле анизотропными свойствами, но локальная ортотропия известна, так как известно распределение вектора параметров  $\vec{\lambda}$ . Для восстановления геометрии было решено обобщить метод ячеек Вороного на случай локально ортотропного пространства.

Так, обобщенный многоугольник Вороного  $V(T)$  подмножества точек  $T$ , определяется как:

$$V(T) = \{p : \forall v \in T \forall w \in S / T, d(p, v) < d(p, w)\} \quad (22)$$

Тогда диаграмма Вороного порядка  $k$  можно определить как совокупность всех обобщенных многоугольников Вороного:

$$Vor_k(S) = \cup V(T), T \subset S, |T| = k \quad (23)$$

В данном случае подмножество точек  $T$  – центры кластеров. Основная особенность состоит в понимании расстояния для множества. Так каждый кластер будем понимать как ортотропное пространство, то есть пространство с ортогональными направлениями, обладающими собственными весами по направлениям, с точки зрения метрики пространства.

Для программной реализации диаграммы Вороного на ортотропном пространстве был реализован новый метод на основе алгоритма закрашивания. В качестве примера задачи коррекции нерегулярной структуры была рассмотрена задача из третьей главы. Коррекция нерегулярной пористой

структуры проводилась по найденному в третьей главе вектору параметров. Были рассмотрены случаи для 50, 75 и 100 кластеров. Для каждого случая производилась коррекция на основе разработанного алгоритма. Пористость образцов составила 22.8%, 21.8%, 21.5%, соответственно.

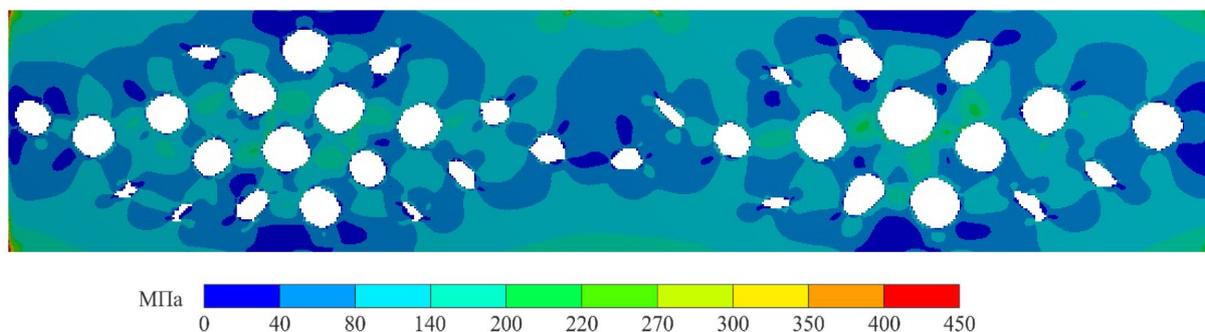


Рис.7. Эквивалентные напряжения по Мизесу в конструкции (количество кластеров 50) при прямом моделировании нерегулярной структуры

Изделия с нерегулярной пористой структурой обладали схожей жесткостью с первоначальным образцом, но при этом их пористость составляет от 21.5 до 22.8 %. При этом, в зоне действия кинематической нагрузки эквивалентные напряжения по Мизесу у образцов с нерегулярной структурой уменьшились на 20% (Рис.7).

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Предложен и реализован численный метод коррекции конструкций с решетчатой структурой. В качестве элементарной ячейки выступала гексагональная бипирамида. Определена функция влияния геометрии элементарной ячейки на напряженно-деформированного состояние. В качестве корректируемой конструкции был выбран эндопротез длинных костей. Определена диаграмма Парето для различных случаев коррекции эндопротеза. Согласно полученной диаграмме определена оптимально скорректированная конструкция. При условии облегчения скорректированного эндопротеза  $\sigma_{\text{опт}}$  равным 17 МПа, количество ребер уменьшилось на 28.7%, напряжения уменьшились на 4.8% относительно исходной конструкции. Эндопротез был изготовлен с помощью аддитивного производства, а именно с помощью

технологии селективного лазерного плавления. Конструкция эндопротеза печаталась в четырех разных направлениях: горизонтальное размещение, вертикальное, вертикальное под углом  $60^\circ$  к столу 3D принтера и вертикальное под углом  $45^\circ$ . Выявлено наиболее удачное расположение производства эндопротеза – вертикальное под углом  $45^\circ$  к базовой платформе. Изделие прошло клинические испытания на животных. Морфологические исследования свидетельствовали о сохранении диффузии веществ и миграции клеток через решетчатый эндопротез.

2. Предложен и реализован численный метод коррекции конструкций с регулярной пористой структурой. В качестве элементарной ячейки был выбран единичный куб с порой, которая описывается двумя параметрами: эллиптичность поры и размер поры. Для элементарной ячейки определена функция влияния параметров, описывающих геометрию поры, на эффективные механические свойства. В качестве исследуемой конструкции была принята балка с защемленными концами и действующей по центру нагрузкой. Проведены численные эксперименты первоначальной конструкции, скорректированной с использованием эффективных механических характеристик и прямым моделированием пористой структуры. Выявлено уменьшение напряжений по всему объему конструкции при использовании метода коррекции регулярной пористой структуры. Напряженно-деформированное состояние конструкции при прямом моделировании пор и напряженно-деформированным состоянием при заданных механических характеристиках показывает одинаковое распределение эквивалентных напряжений по Мизесу. Сформированная конструкция на основе результатов, полученных с помощью численной методики коррекции регулярной пористой структуры, была изготовлена с помощью аддитивного производства. Изделие печаталась в двух направлениях: продольное и поперечное. В случае печати с продольным направлением предельное усилие конструктивно скорректированного образца на  $8.2\%$  выше образца без пор. У образца, напечатанного в поперечном направлении, жесткость была на  $55\%$  выше, чем у

образца без пор. Данные результаты иллюстрируют значительное влияние направления печати на механические свойства.

3. Предложен и реализован численный метод коррекции конструкций с нерегулярной пористой структурой. Метод зависит от данных регулярной пористой структуры: пористости, эллиптичности, вектора эллиптичности. Для формирования неоднородной структуры был создан модифицированный метод построения диаграмм Вороного. Для отработки метода была решена тестовая задача. Величина погрешности пористости для всех кластеров тестовой задачи не превышает 2%. Метод показывает точное изменение угла эллиптичности. В качестве исследуемой конструкции была принята балка с заземленными концами и действующей по центру нагрузкой. Ввиду зависимости метода коррекции нерегулярной пористой структуры и задачи кластеризации метод является неустойчивым, поэтому произведена коррекция для конструкций, у которых количество кластеров составляет 50, 75 и 100. Пористость образцов с количеством кластеров 50, 75, 100 составляет 22.8%, 21.8%, 21.5%, соответственно. Проведены численные эксперименты конструкции с нерегулярной пористой структурой. Напряжения у образцов с нерегулярной структурой уменьшились на 20% в зоне действия кинематической нагрузки, но увеличились на 20% в зоне граничных условий в сравнении с образцом регулярной пористой структурой. Изделия с нерегулярной пористой структурой обладают схожей жесткостью с первоначальным образцом, но при этом их пористость составляет от 21.5 до 22.8 %.

## **СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРАТЦИИ**

### ***Публикации в журналах из перечня ВАК:***

1. Большаков П.В., Тихилов Р.М., Мазуренко А.В., Коноплев Ю.Г., Пряжевский Р.Д., Саченков О.А. Численное исследование влияния степени недопокрытия вертлужного компонента, подкрепленного винтом, на несущую

способность эндопротеза тазобедренного сустава// Российский журнал биомеханики. – 2018. – Т. 22, № 1. – С. 19–30. doi: 10.15593/RZhBiomeh/2018.1.02

2. Большаков П.В., Саченков О.А. Моделирование разрушения неоднородного тела методом конечных элементов с использованием данных компьютерной томографии// Российский журнал биомеханики. – 2020. – Т. 24, № 2. – С. 248–258. doi: 10.15593/RZhBiomeh/2020.2.12

3. Харин Н.В., Герасимов О.В., Большаков П.В., Хабибуллин А.А., Федянин А.О., Балтин М.Э., Балтина Т.В., Саченков О.А. Методика определения ортотропных свойств костного органа по данным компьютерной томографии// Российский журнал биомеханики. – 2019. – Т. 23, № 2. – С. 460–468. doi: 10.15593/RZhBiomeh/2019.3.11

***Публикации в журналах индексируемых Scopus и Web of Science:***

4. Kharin N., Bolshakov P., Kuchumov A.G. Numerical and Experimental Study of a Lattice Structure for Orthopedic Applications// Materials. - 2023. - Vol.16, Art№ 744. doi: 10.3390/ma16020744

5. Bolshakov P., Kharin N., Kashapov R., Sachenkov O. Structural design method for constructions: simulation, manufacturing and experiment// Materials. - 2021. - Vol.14, Art№6064. doi:10.3390/ma14206064

6. Bolshakov P., Raginov I., Egorov V., Kashapova R., Kashapov R., Baltina T., Sachenkov O. Design and optimization lattice endoprosthesis for long bones: Manufacturing and clinical experiment// Materials. - 2020. - Vol.13, Art№1185. doi:10.3390/ma13051185.

***Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ***

7. Саченков О.А., Большаков П.В., Харин Н.В., Акифьев К.Н., Спиридонова К.О., Москалев Я.И. Свидетельство о государственной регистрации для ЭВМ №2023618232 Российская Федерация. Программа оптимизированного проектирования решетчатого индивидуального эндопротеза длинных костей; заявл. 10.04.2023; опубл. 20.04.2023; заявитель Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

8. Саченков О.А., Большаков П.В., Харин Н.В., Акифьев К.Н., Вансков П.С., Москалев Я.И. Свидетельство о государственной регистрации для ЭВМ №2023669181 Российская Федерация. Программа оптимизированного проектирования сфероидально-пористых изделий; заявл. 29.08.23; опубл. 11.09.2023; заявитель Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

*Публикации в сборниках трудов конференций*

9. Kharin N., Vorob'Yev O., Bol'Shakov P., Sachenkov O. Determination of the orthotropic parameters of a representative sample by computed tomography// J. Phys. Conf. Ser. - 2019. - Vol.1158, Art№032012.

10. Харин Н.В., Акифьев К.Н., Багаутдинов И.А., Агафонов А.А., Большаков П.В., Саченков О.А. Оптимизация микроструктуры изделия для производства аддитивными технологиями// Материалы XXIX Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. - 2023. - Т.1 - С. 208-209.

11. Большаков П.В., Валеева Л.Р., Андреева С.Н., Шайхутдинова Л.В., Харин Н.В., Агафонов А.А., Саченков О.А. Структурная оптимизация изделий для производства аддитивными технологиями// Материалы XXVIII международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. - 2022. - Т.1 - С. 53-54.

12. Большаков П.В., Акифьев К.Н., Шарафутдинова К.Р., Саченков О.А. Исследование структуры неоднородных образцов компьютерным томографом при осевом сжатии// «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред». Сборник трудов 11-й Всероссийской научной конференции с международным участием. - 2021. - С. 16-22. doi: 10.33113/conf.mkmk.ras.2021.016\_022.02

13. Большаков П.В., Габсаттаров Р.М., Акифьев К.Н., Кашапов Р.Н., Рагинов И.С., Саченков О.А. Структурное проектирование и методы контроля

для аддитивного производства// Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021). - 2021. - С. 535.

14. Большаков П.В., Габсаттаров Р.М., Акифьев К.Н., Кашапов Р.Н., Рагинов И.С., Саченков О.А. Алгоритм структурной оптимизации для аддитивного производства// Материалы XXVII международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. - 2021. - Т.1 - С. 55-56.

15. Большаков П.В., Рагинов И.С., Егоров В.И., Балтина Т.В., Хабибуллин А.А., Кашапов Р.Н., Кашапова Р.М., Саченков О.А. Проектирование и оптимизация эндопротеза для длинных костей// Биомеханика-2020. Материалы XIV Всероссийской конференции с международным участием. - 2020. - С. 49-51.

16. Большаков П.В., Габсаттаров Р.М., Кашапов Р.Н., Рагинов И.С., Саченков О.А. Структурная оптимизация конструкции для аддитивного производства// Материалы XXVI международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. - 2020. - Т.2 - С. 24.

17. Большаков П.В., Габсаттаров Р.М., Кашапов Р.Н., Рагинов И.С., Саченков О.А. Структурная оптимизация конструкции на примере эндопротеза длинных костей// Материалы XXV международного симпозиума «динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. - 2019. - Т.1 - С. 53-54.

18. Большаков П.В. Оптимизация геометрии конструкции в условиях эксплуатации//XXIV Туполевские чтения (школа молодых ученых). Материалы Международной молодёжной научной конференции. - 2019. - Т.5 - С. 144 - 146.

19. Мазуренко А.В., Плиев Д.Г., Большаков П.В., Митряйкин В.И., Хабибуллин А.А., Зайцева Т.А., Саченков О.А. Оценка несущей способности вертлужного компонента эндопротеза// Современные достижения травматологии и ортопедии. Сборник научных статей. - 2018. - С. 165-168.

20. Большаков П.В., Кашапов Р.Н., Рагинов И.С., Кашапова Р.М., Саченков О.А. Проектирование и оптимизация ферменного эндопротеза длинных костей// «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред» Сборник тезисов докладов 8-й Всероссийской научной конференции с международным участием им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского. - 2018. - С.18.

21. Большаков П.В., Кашапова Р.М., Кашапов Р.Н., Саченков О.А. О ферменномм эндопротезе длинных костей// Адаптация развивающегося организма. Материалы XIV Международной научной конференции, посвященной 80-летию Заслуженного деятеля науки РФ и РТ Ситдикова Фарита Габдулхаковича. - 2018. - С. 23.

22. Большаков П.В., Кашапов Р.Н., Кашапова Р.М., Саченков О.А. Проектирование ферменного эндопротеза длинных костей// Материалы XXIV Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. - 2018. - Т.2 - С. 26-27.

23. Большаков П.В. О Проектировании ферменного эндопротеза длинных костей// XXIII Туполевские чтения (школа молодых ученых). Международная молодёжная научная конференция: Материалы конференции. - 2017. - Т.3 - С. 185-188.

24. Большаков П.В., Кашапова Р.М., Саченков О.А. О проектировании ферменного эндопротеза// Современные проблемы теории машин. - 2017. - № 5. - С. 42-44.

25. Большаков П.В., Кашапова Р.М. Оптимизация ферменного эндопротеза длинных костей// Фундаментальные основы механики. - 2017. - № 2. - С. 135-136.