

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»
МАИ (НИУ)

На правах рукописи



Волков Антон Николаевич

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ТРЕХСЛОЙНЫХ
КОНСТРУКЦИЙ С ДИСКРЕТНЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ**

Специальность 2.5.14.

«Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов»

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук, профессор
Зотов Анатолий Александрович

Москва - 2023

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1 ОБЗОРНО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ	11
1.1 Общие сведения о слоистых конструкциях с заполнителями.....	11
1.2 Обзор литературы по проблемам прочностных параметров панелей с заполнителем	15
1.3 Обзор литературы по расчету конструкций с заполнителе	27
1.4 Постановка задачи.....	29
1.5 Заключение к Главе 1.....	30
ГЛАВА 2 РАСЧЕТ ТРЕХСЛОЙНЫХ СТРУКТУР С ДИСКРЕТНЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ.....	31
2.1 Анализ влияния формы и кривизны элементов несущего слоя на деформированное состояние типовой ячейки.....	31
2.1.1 Влияние радиуса опорных областей	34
2.1.2 Влияние различного соотношения сторон	36
2.1.3 Элемент несущего слоя в форме параллелограмма.....	37
2.1.4 Элемент несущего слоя в форме трапеции.....	38
2.1.5 Криволинейный элемент несущего слоя	39
2.1.6 Геометрические соотношения типового элемента	40
2.2 Расчет трехслойных конструкций с конусообразным дискретным заполнителем	43
2.2.1 Расчет трехслойных панелей с учетом приведенных упругих характеристик заполнителя.....	44
2.3 Заключение к Главе 2	55
ГЛАВА 3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИВЕДЕННЫХ УПРУГИХ СВОЙСТВ КОНУСООБРАЗНОГО ДИСКРЕТНОГО ЗАПОЛНИТЕЛЯ.....	56

3.1 Особенности представления ячеистого заполнителя, как математической функции	57
3.2 Определение эквивалентных характеристик трехслойных панелей с ячеистым заполнителем.....	61
3.2.1 Определение приведенной толщины.....	61
3.2.2 Метод сведения трехслойной панели с конусообразным дискретным заполнителем к однородной ортотропной панели.....	66
3.2.3 Определение эквивалентных упругих характеристик ячеистого заполнителя.....	70
3.3 Сравнение методов аналитического расчета трехслойных пластин	77
3.4 Заключение к Главе 3	81
ГЛАВА 4 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОНСТРУКЦИЙ С ТРЕХСЛОЙНЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ	82
4.1 Испытание трехслойной панели на изгиб	82
4.1.1 Изготовление образцов	84
4.1.2 Устройство имитации шарнирного опирания	87
4.1.3 Результаты испытаний трехслойной панели	95
4.2 Оценка результатов испытаний.....	99
4.3 Экспериментальное определение эквивалентного модуля Юнга	103
4.4 Заключение к Главе 4	109
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	111
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	113
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	126
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	127
ПРИЛОЖЕНИЕ 3	128

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

При проектировании летательного аппарата возникает проблема обеспечения требуемого уровня прочности и жесткости конструкции с учетом условий эксплуатации изделия при минимально возможном весе. Данная проблема может быть разрешена за счет применения трехслойных конструкций или панелей в качестве силовых элементов и агрегатов планера.

Под трехслойной конструкцией подразумевается панель, которая в свою очередь состоит из верхней и нижней обшивок или несущих слоев, а также заполнителя между ними. Наиболее широкое распространение трехслойные конструкции в самолетостроении получили в качестве внешней обшивки, полов и стенок силовых конструкций. Также, с целью весовой оптимизации конструкции, трехслойное строение имеют элементы малой толщины: рули, элероны, цельноповоротное оперение и другие конструкции.

Несущие слои трехслойной панели обычно изготавливаются из любого, соответствующего установленным требованиям, конструкционного материала. В свою очередь заполнитель может изготавливаться из множества материалов и обладать различным строением. Разделяя виды заполнителей по типу внутреннего строения, можно выделить: газонаполненные или пористые заполнители, строение которых носит хаотичный характер, и заполнители, обладающие упорядоченной структурой.

Наиболее широкое распространение получили заполнители, внутреннее строение которых обладает упорядоченным строением, а именно сотовые заполнители. За счет применения подобных заполнителей достигается высокая весовая эффективность летательного аппарата, повышается жесткость и прочность конструкции, уменьшается количество деталей в конструкции. Однако, не смотря на преимущества, они обладают также определенными недостатками, наиболее существенный из которых

заключается в возникновении технологических трудностей при изготовлении конструкций сложной формы и отсутствие возможности эффективного и гибкого выбора геометрических и упругих характеристик заполнителя.

Данная проблема может быть разрешена с использованием заполнителей дискретной структуры или в форме гофр. В свою очередь гофр обладает повышенной жесткостью в только в одном направлении, что делает ее малоприменимой для работы в условиях сложного нагружения.

Применение конусообразных дискретных заполнителей позволяет изготавливать конструкции сложной формы без существенного деформирования структуры заполнителя, эффективно использовать пространство внутри конструкции с различными целями, например для транспортировки жидкости или газа, а также препятствует накоплению конденсата во внутреннем пространстве за счет ячеек открытой структуры.

С учетом активного развития авиастроения, возрастающих требований, предъявляемых к летательным аппаратам, а также особенностей строения, применения и эксплуатации трехслойных конструкций, проблемы моделирования и расчета трехслойных конструкций с дискретными заполнителями является актуальной проблемой прочности летательных аппаратов.

Степень разработанности темы исследования

На текущий момент существует значительное количество работ и исследований, посвященных трехслойным панелям с заполнителями. Однако большинство из них сосредоточены на наиболее распространенных заполнителях в форме сот, вспененных и гофр. Теоретическими и экспериментальными исследованиями в области перспективных форм заполнителей занимались: Халиулин В. И., Файзуллина Н. М., Паймушин В. Н., Абдуллин, И.Н, Гайнутдинов В. Г. и др. В свою очередь, свойства заполнителей конусообразной дискретной структуры и методы расчета конструкций с указанным заполнителем остаются малоисследованными.

Цель исследования

Целью исследования является разработка математических моделей и для решения задач определения напряженно деформированного состояния трехслойных конструкций с конусообразным дискретным заполнителем.

Задачами исследования являются:

1. Разработка метода определения приведенных упругих свойств конусообразного дискретного заполнителя
2. Формирование способов аналитического расчета трехслойной панели с конусообразным дискретным заполнителем
3. Определение допустимых геометрических параметров заполнителя
4. Экспериментальные и теоретические исследования трехслойных конструкций с дискретным конусообразным заполнителем.

Научная новизна

1. Предложены методы определения напряженно-деформированного состояния при изгибе трехслойных пластин с конусообразным дискретным заполнителем.

2. Предложены методы определения приведенных или эквивалентных упругих и геометрических параметров трехслойной конструкции с дискретным заполнителем.

3. Получено аналитическое выражение для функции цилиндрической жесткости конусообразного дискретного заполнителя

4. Определены граничные геометрические параметры типовой ячейки трехслойной конструкции с дискретным конусообразным заполнителем

5. Установлены особенности и предложены методы расчета местной потери устойчивости несущих слоев в трехслойной конструкции с дискретным заполнителем

Теоретическая значимость работы

Теоретическая значимость работы заключается в разработке метода прогнозирования приведенных упругих свойств конусообразного

дискретного заполнителя, на основе физических параметров исходного материала и геометрии типовой ячейки; в моделировании и расчете сложных трехслойных конструкций с дискретным заполнителем.

Практическая значимость работы

Практическая значимость исследований состоит: в разработке методов проведения численных и аналитических расчетов напряженно деформированного состояния трехслойных конструкций с дискретным заполнителем методами, основанными на гомогенизации структуры заполнителя; в разработке метода расчета местной потери устойчивости несущих слоев конструкции с учетом дискретной структуры заполнителя; исследовано влияние изменения параметров заполнителя при изготовлении конструкции на напряженно деформированное состояние.

Методология и методы исследования

Методологическую основу исследования составили научные труды отечественных и зарубежных ученых в области исследования прочностных свойств многослойных пакетов, включая поведение композитных материалов.

Информационные источники научного исследования:

- научные источники в виде данных и сведений из книг, журнальных статей, научных докладов, материалов научно-технических конференций;
- официальные документы: положения и ГОСТ;
- результаты собственных расчетов и проведенных экспериментов.

Положения, выносимые на защиту

1. Методы определения приведенных свойств заполнителя и трехслойной конструкции с конусообразным дискретным заполнителем.
2. Особенности и методы расчета трехслойных конструкций с конусообразным дискретным заполнителем

Степень достоверности результатов

Степень достоверности результатов подтверждается использованием математических моделей, основанных на теориях изгиба трехслойных панелей с легким наполнителем, а также сравнением результатов численных расчетов с результатами, полученными в процессе анализа методом конечных элементов. Теоретические исследования подтверждены экспериментальными данными.

Основные положения и результаты доложены и обсуждены

- на 19-ой Международной конференции вычислительных методов в науке и технике. 19th International Conference of Computational Methods in Sciences and Engineering (ICCMSE) (Кипр, Пафос, 2023 г.)

- на XXI Московском ежемесячном семинаре молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения им. Ю. Н. Работнова (МЕСМУС) (Москва, Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, 2022 г.)

- на Международной научно-технической конференции «Современные направления и перспективы развития технологий обработки и оборудования в машиностроении 2021» (ICMTMTE 2021) в рамках секции «Общие проблемы в машиностроении» (Севастополь, Севастопольский государственный университет, 2021 г.)

- на Международной молодежной научной конференции XLVII «Гагаринские чтения». Секция "Механика и моделирование материалов и технологий". (Москва, МАИ, 2021 г.)

- на 19-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика» (Москва, МАИ, 2019 г.)

Содержание результатов изложено в 12 публикациях, в том числе: 5 из перечня ВАК РФ; 2 статьи в журналах, индексируемых в международной базе SCOPUS, 3 тезиса докладов по материалам международных конференций, а также получено 2 патента на изобретения.

Личный вклад автора состоит в формировании метода определения приведенных упругих характеристик наполнителя, а также приведенных

геометрических и упругих параметров трехслойной конструкции с конусообразным дискретным заполнителем; определении допустимых геометрических параметров конусообразного дискретного заполнителя; в уточнении метода расчета на местную потерю устойчивости несущих слоев трехслойных конструкций с конусообразным дискретным заполнителем; изготовлении экспериментальных образцов; постановке и проведении серии экспериментов.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы и приложений с характеристиками применяемых материалов, результатами испытаний и актом внедрения. Работа содержит 132 страницы, 81 рисунок, 28 таблиц. Список литературы содержит 107 наименований.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цель и задачи исследования, объект и предмет исследования, научная новизна, теоретическая и практическая значимость полученных результатов, степень достоверности, положения, выносимые на защиту, методология и методы исследования, приводятся сведения об апробации результатов работы и публикациях.

В первой главе проведен анализ литературы по проблемам прочностных характеристик панелей с заполнителем, исследуются подходы по проектированию трехслойных панелей и определению свойств различных заполнителей, представлены общие сведения о трехслойных конструкциях с заполнителем.

Во второй главе представлены подходы к расчетам трехслойных структур с дискретным заполнителем. Рассмотрены особенности расчета и напряженно деформированного состояния характерные для конструкций, содержащих указанный заполнитель, с учетом связи между поперечным сдвигом заполнителя в континуальной постановке и распределением напряжений в типовой ячейке. Исследовано влияние формы типовых ячеек на деформированное состояние несущих слоев.

В третьей главе представлены методы определения приведенных геометрических и упругих параметров как для трехслойных панелей, так и для ячеистого конусообразного заполнителя. Рассмотрены особенности представления ячеистого заполнителя, как математической функции, проведен анализ влияния геометрических параметров заполнителя на приведенные упругие характеристики. Установлена функция цилиндрической жесткости конусообразного дискретного заполнителя. Выполнено сравнение методов расчета трехслойных панелей с данными конечно-элементного анализа.

В четвертой главе представлены результаты экспериментов по определению прогибов трехслойных панелей с конусообразным дискретным заполнителем. Эксперименты проведены с целью верификации рассмотренных методик расчета трехслойных пластин, подходов к определению приведенных упругих свойств, а также с целью исследования прочности клеевого соединения заполнителя и несущих слоев. Установлено, что расчетные величины подтверждаются экспериментальными данными.

В заключении сформулированы основные результаты по диссертационной работе и рассмотрены перспективы дальнейшей разработки темы.

ГЛАВА 1 ОБЗОРНО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

В данной главе проведен анализ литературы по проблемам прочностных характеристик панелей с наполнителем, исследуются подходы по проектированию трехслойных панелей и определению свойств различных наполнителей, представлены общие сведения о трехслойных конструкциях с наполнителем.

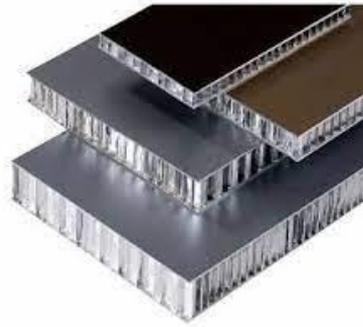
1.1 Общие сведения о слоистых конструкциях с наполнителями

В конструкциях летательных аппаратов часто возникает необходимость в применении панелей малой толщины, но обладающих достаточно высокой жесткостью и прочностью. Применение подкрепленных конструкций, таких как классические стрингерные панели или фрезерованные панели малоэффективно в таких случаях, поскольку увеличивает итоговую массу конструкции ввиду высокой частоты расположения стрингеров или ребер с целью повышения критических напряжений. Также значительной проблемой является снижение массы конструкции и проведение конструкторских работ по снижению веса. В подобных случаях для повышения весовой эффективности и удовлетворения требованиям по несущей способности конструкциям применяются трехслойные конструкции с наполнителем, состоящие из несущих слоев (верхнего и нижнего) и расположенного между ними наполнителя.

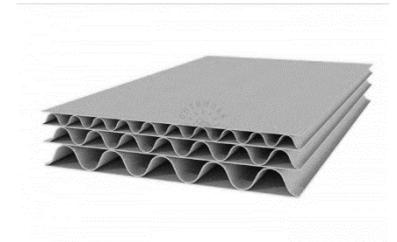
Исходя из типов наполнителя трехслойные конструкции или панели можно подразделить по виду наполнителя: пористые или вспененные, сотовые, в форме гофр, дискретные, ферменные и складчатые. Также существующие наполнители могут быть разделены на наиболее распространенные и исследованные, а также перспективные виды. (Рисунок 1.1-1.2).



(а) – пористый
заполнитель

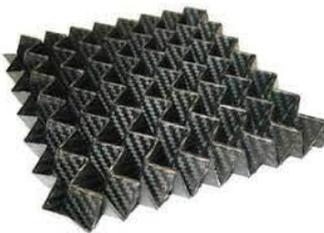


(б) – сотовый
заполнитель



(в) – заполнитель в
форме гофр

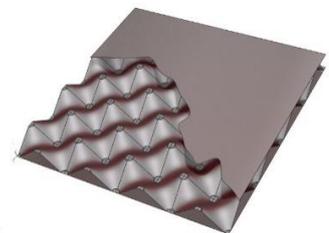
Рисунок 1.1 – Наиболее распространенные заполнители



(а) – складчатый
заполнитель



(б) – ферменный
заполнитель



(в) – дискретный
заполнитель

Рисунок 1.2 – Перспективные формы заполнителей

К пористым заполнителям (Рисунок 1.1а) можно отнести материал со случайным распределением пор и отверстий в своей структуре, которая в свою очередь может быть подразделена на заполнители с открытыми и закрытыми ячейками.

К сотовым заполнителям (Рисунок 1.1б) относятся регулярные структуры, которые формируют каналы, направленные по толщине заполнителя. Форма ячейки сотовых заполнителей может варьироваться в зависимости от выбранных конструктором условий, однако наиболее часто встречаются гексагональные и прямоугольные ячейки.

Заполнители в форме гофр (Рисунок 1.1в) представляют собой волнистую поверхность с чередующимися выступами и впадинами. Поверхность линейчатых гофров получается перемещением образующей в виде прямой линии по направляющей. Направляющая может иметь вид

любой ломаной линии или плавной кривой. В то же время образующая линия также может быть ломаной или криволинейной. Тогда ее плоскопараллельным перемещением можно получить так называемые зигзагообразные гофрированные структуры или складчатый наполнитель.

Ферменные наполнители (Рисунок 1.2а) представляют собой структуру из повторяющихся элементов, ребра которых составляют стержни. Удельная жесткость ферменного наполнителя как правило меньше сотового. Однако благодаря своей структуре данный вид наполнителя увеличивает сопротивление коррозии, позволяет формировать структуры со сложной геометрией.

Заполнитель дискретной структуры (Рисунок 1.2в) является промежуточным звеном между сотовыми и ферменными наполнителями, обеспечивая необходимую сдвиговую жесткость при малом удельном весе конструкции, а также обладая преимуществами и многофункциональностью ферменной структуры. Наиболее оптимальной формой дискретного наполнителя является структура, образованная усеченными конусами, ориентированными в противоположных направлениях и расположенными в шахматном порядке (Рисунок 1.2в -1.3).

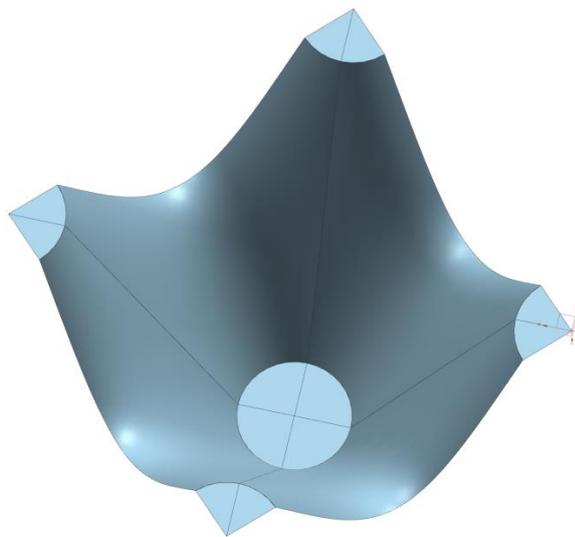


Рисунок 1.3 - Элемент конусообразного дискретного наполнителя

Помимо конусов основу структуры дискретных заполнителей могут составлять другие различные фигуры, например усеченные пирамиды (Рисунок 1.4) или форма заполнителя может быть образована двумя волнами в ортогональных направлениях (Рисунок 1.5)

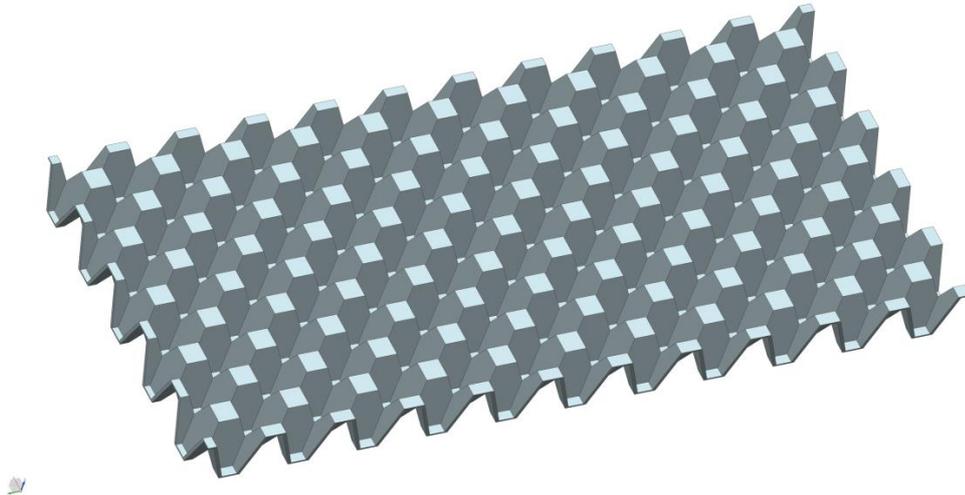


Рисунок 1.4 - Дискретный заполнитель с пирамидальными ячейками

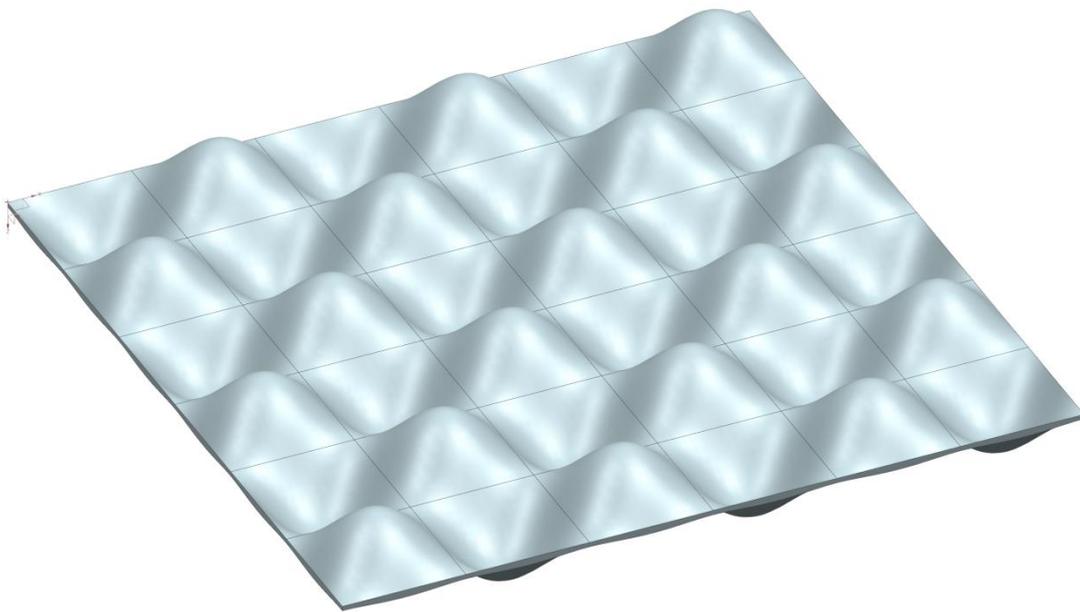


Рисунок 1.5 - Синусоидальный дискретный заполнитель

1.2 Обзор литературы по проблемам прочностных параметров панелей с наполнителем

Многослойные конструкции с различными наполнителями получили применение в конструкциях аппаратов различного направления; наиболее широко они применяются конструктивных элементах летательных аппаратов. Подобное распространение обусловлено отличными прочностными показателями трехслойных панелей при малом весе.

Обеспечение заявленных прочностных характеристик трехслойной панели с наполнителем является комплексной задачей из-за технологических особенностей изготовления данных конструкций, влияния различных внешних и внутренних факторов в процессе эксплуатации изделия, а также сложности проведения контроля качества при выпуске готовой продукции.

На данный момент существует множество работ, посвященных исследованию прочностных параметров многослойных панелей с наполнителями с учетом технологических особенностей изготовления и условий эксплуатации.

В статье [1] сделан всесторонний обзор инновационных сотовых структур за последние два десятилетия, включая заполненные, встроенные, тандемные, иерархические структуры и ауксетики с отрицательным коэффициентом Пуассона, а также были также проанализированы проблемы, а также будущие направления по проектированию облегченных сотовых конструкций нового поколения.

В трудах [2 - 12] проведена оценка влияния различных структурных дефектов и ударных и воздействий иной природы, возникающих в результате эксплуатации на прочность сотовой панели путем проведения численных и натуральных экспериментов.

Помимо ударных воздействий и структурных дефектов на остаточную прочность панелей с наполнителем оказывает влияние склонность к

накоплению конденсата и последующему постепенному разрушению. Данное явление описано и изучено в следующих публикациях [13 - 17]. Также ведутся исследования направленные на снижение влияния влаги на прочность и эксплуатационный период слоистых панелей [18,19]

Существует множество научных работ посвященных устойчивости и прочности панелей с наполнителем и самого наполнителя при воздействии нагрузок различного рода.

В работе [20] проведено изучение поведения шестиугольных сот, выполненных из арамида и фенольной смолы при сжатии. Исследовано влияние несовершенств на поведение данной сотовой структуры

В исследовании [21] рассмотрен изгиб панели с сотовым наполнителем с учетом искривления краев ячеек и краев переменной толщины. Установлено, что совокупность данных несовершенств не оказывает влияние на изгибную прочность панели.

В работе [22] численно проанализировано и представлено упругое выпучивание правильных шестиугольных сот с неоднородными по толщине краями ячеек при двухосном сжатии.

В статье [23] анализируется разрушение сотового наполнителя из-за потери устойчивости. Вводится новая теория больших деформаций с использованием метода жесткости для расчета поверхности разрушения сотовой структуры под действием двухосных напряжений в плоскости. Установлено, что форма поверхности разрушения сильно зависит от геометрии ячейки и может рассматриваться как независимая от плотности сот.

В работе [24] экспериментально и численно исследовано упруго-пластическое выпучивание сэндвич-панелей с наполнителем пирамидальной формы с локальными повреждениями при плоскостном сжатии. Учтены локальные повреждения, в том числе несвязанные узлы между решетчатой фермой и облицовочным листом, недостающие ячейки решетки и отверстия в облицовочном листе. Проведены испытания на плоскостное сжатие сэндвич-

панелей с ферменным сердечником и локальными повреждениями, а затем разработана конечно-элементная модель для имитации потери устойчивости панели со случайно распределенными повреждениями в определенной области. Экспериментальные и численные результаты показывают, что, помимо степени повреждения, существенное влияние на прочность на изгиб сэндвич-панелей с заполнителем пирамидальной фермы оказывает расположение несвязанных узлов и недостающих ячеек решетки. Кроме того, чувствительность к местным повреждениям сэндвич-панелей с круглыми отверстиями в лицевой панели ниже, чем с квадратными отверстиями.

В работе [25] экспериментально и численно исследованы критические нагрузки на изгиб для различных плотностей заполнителя и материалов сотовых композитных панелей. Установлено, что прочность образцов на изгиб увеличивается с увеличением плотности заполнителя; в панелях с заполнителем из алюминия наблюдается местное коробление ячеек и разрушение сот; в панелях с бумажными сотами помимо вышеперечисленных видов разрушений возникают трещины.

В работе [26] модель поперечного изгиба сотовой трехслойной панели с круговой осью сведена к расчетной схеме трехслойной балки с круговой осью и податливым на сдвиг заполнителем. Из условия стационарности функционала от перемещений трехслойной балки получены дифференциальные уравнения, позволяющие исследовать поперечный изгиб с учетом переменности деформаций сдвига по толщине заполнителя. Поперечные силы в несущих слоях (обшивках) найдены из условия равновесия выделенного элемента балки. Оценены границы применимости предложенного метода.

В работе [27] рассматривается задача поперечного изгиба прямоугольной панели с заполнителем. Сформирована система дифференциальных уравнений на основе вариационного принципа Лагранжа. Установлено, что максимальный прогиб трехслойной панели сопоставим с

прогибом трехслойной балки при многократном превышении шириной панели ее длины.

Помимо работ, посвященных исследованию конструкций с сотовым наполнителем проводятся исследования, направленные на изучение свойств вспененных заполнителей и заполнителей в форме гофр.

Так в работе [28] представлен всесторонний обзор недавних исследований по разработке и характеристике многослойных конструкций с гофрированными, сотовыми и пенопластовыми наполнителями. Кроме того, рассматриваются потенциальные области применения, в том числе применение в сверхлегких конструкциях. Выделяются направления дальнейших исследований.

В свою очередь работы [29-34] посвящены изучению механических свойств и механизма разрушения вспененных металлических и полимерных заполнителей в составе трехслойных конструкций при различных вариантах нагружения.

Из отечественных трудов, посвященных слоистым конструкциям с вспененными наполнителями можно отметить монографию [35]. В книге рассмотрены структура, физико-механические, тепловые и электрические характеристики пенопластов, конструкции с наполнителем из пенопластов и технология изготовления пенопластов. Приведены примеры использования пенопластов в самолетных конструкциях. Отдельные главы посвящены особенностям расчета на прочность конструкций с наполнителем из пенопластов и методам испытания этих конструкций.

В работе [36] проведена оценка реакции пенопластовых сэндвич-композитных панелей на вдавливание. Было получено хорошее совпадение конечно-элементного моделирования с экспериментальными данными. Данная работа рассматривается авторами исследования, как шаг к разработке более сложной численной модели, способной описывать вдавливание, а также механическое поведение многослойных конструкций после вдавливания

В исследовании [37] выполнены испытания на трех и четырех точечный изгиб трехслойных образцов с пенопластовыми заполнителями различных свойств. Результаты показывают, что в испытаниях на трех- и четырехточечный изгиб разрушение определяется свойствами пенопластовой сердцевины при растяжении, а на прочность не влияет соотношение радиусов микрошариков в структуре заполнителя. Разрушение при сдвиге происходит при испытаниях на сдвиг короткой балки, что делает отношение радиуса пенопластовой частицы (шарика) важным фактором при определении прочности сэндвич-композиата.

В статье [38] экспериментально и теоретически исследованы процессы пластического разрушения многослойных балок для случая пеноалюминиевого сплава с нагартованными алюминиевыми листовыми листами. Установлено, что пластическое разрушение происходит по трем механизмам: текучесть поверхности, вдавливание и сдвиг ядра, причем механизм разрушения зависит от выбора геометрии и свойств материала. Нагрузки на разрушение, предсказанные простыми решениями верхней границы для жесткой, идеально пластичной балки, и более точными расчетами методом конечных элементов, как правило, хорошо согласуются с измеренными прочностными характеристиками. Тем не менее, влияние толщины сердцевины из пенопласта на прочность на разрушение наблюдается при разрушении при сдвиге сердцевины: прочность на сдвиг сердцевины увеличивается с уменьшением толщины сердцевины по отношению к размеру ячейки.

В работе [39] выполнены аналитические прогнозы прочности на разрушение при трехточечном изгибе многослойных балок с композитными гранями и сердечниками из пенополимера. Установлено, что разрушение происходит из-за местной потери устойчивости внешних панелей, пластического сдвига сердечника и вмятины несущих слоев под нагрузочными роликами.

Перспективным направлением является изучение складчатых заполнителей или складчатых структур. Так значительный вклад в развитие складчатых заполнителей был сделан в Казанском авиационном институте Халиуллиным В. И. [40-42], а также в трудах [43-45] рассматриваются проблемы проектирования складчатых структур.

В работе [46] представлена характеристика механического поведения конструкций со складчатым заполнителем для усовершенствованных сэндвич-композитов при плоскостном сжатии с применением виртуальных испытаний. Полученные численные результаты показывают, что применение виртуальных испытаний является эффективным подходом для определения эффективных механических свойств и оптимизации геометрии ячеек складчатых структур заполнителя.

В работе [47] рассмотрены различные структуры складчатого заполнителя и установлены определенные конфигурации, позволяющие достичь более высокой жесткости на сдвиг по отношению к сотовым заполнителям при тех же весовых параметрах.

В работе [48] проведены исследования эквивалентных жесткостей складчатых композитных заполнителей. Конструкции со складчатым заполнителем были испытаны на комбинированное поперечное сжатие и сдвиг с целью получения значений жесткости и формирования критериев разрушения при многоосном напряженном состоянии. Для этого было разработано новое испытательное устройство, позволяющее одновременно прикладывать сдвигающие и сжимающие нагрузки. Результаты испытаний получены с использованием нелинейного описания жесткости и поведения при разрушении складчатой основной конструкции. Кроме того, полученные данные сравниваются с жесткостью и поведением при разрушении сотовых заполнителей.

В статье [49] рассмотрено геометрически нелинейное поведение жесткости складчатых конструкций при различных случаях нагружения. При выполнении исследования проводился численный анализ поведения

конструкций, результаты которого были подтверждены испытаниями образцов, выполненных по аддитивной технологии. Установлено, что при увеличении приложенных деформаций происходит увеличение жесткости конструкции.

В исследовании [50] предложена основанная на гомогенизации аналитическая модель, которую можно применять для любой формы гофра. Указанный метод основан на упрощенной геометрии элементарной ячейки и свойствах жесткости исходного листа. В статье подробно описан предложенный способ моделирования, а также приведены явные выражения для расчета эквивалентных свойств материалов и продемонстрирована эффективность подхода с использованием двух популярных форм гофра.

Отдельно стоит отметить, что различные виды складчатых заполнителей, рассматриваемых в трудах [40-50] позиционируются, как перспективные аэрокосмические материалы, позволяющие эффективно использовать пространство между несущими слоями с целью отведения тепла, прокладки коммуникаций или снижения процессов коррозионного разрушения, связанного с накоплением влаги в межслойном пространстве.

В работе [51] представлены аналитические формулы для определения осредненных упругих и прочностных характеристик заполнителя складчатой структуры в виде Z-гофр, основанные на введении предположения о безмоментной работе его элементов в процессе нагружения и на их исключении из работы после потери устойчивости в условиях двустороннего растяжения-сжатия со сдвигом. Содержащиеся в полученных структурных формулах безразмерные коэффициенты, появляющиеся в процессе решения сформулированных задач, подлежат определению исходя из данных специально проводимых экспериментов на растяжение, сжатие и чистый сдвиг в двух плоскостях.

В статье [52] получено приближенное аналитическое решение задачи определения осредненных упругих и прочностных параметров складчатого заполнителя в виде M-гофр при различных вариантах нагружения.

Полученные формулы для их определения, кроме основных физико-механических и геометрических определяющих параметров, содержат в себе безразмерные коэффициенты, подлежащие определению путем решения обратной задачи на основе результатов специально проводимых экспериментов.

В исследовании [53] рассматривается механизм деформирования конструкции сэндвич-панели с гофрированным наполнителем U-образного типа, используемой в судовых конструкциях под действием поперечной квазистатической сжимающей нагрузки с использованием экспериментальных, численных и аналитических методов. На основе результатов квазистатического эксперимента и конечно-элементного моделирования проанализированы характеристики деформации сэндвич-панели с гофрированным наполнителем U-образного типа под действием поперечной квазистатической сжимающей нагрузки. Результаты показывают, что деформацию сэндвич-панели с U-образным гофрированным сердечником можно разделить на два процесса в зависимости от того, находится ли сердечник в контакте во время процесса сжатия. На основании этого обобщен режим деформации сэндвич-панели с гофрированным сердечником U-типа и разработана аналитическая формула сопротивления деформации сэндвич-панели с гофрированным наполнителем U-типа. Показано, что предложенная теоретическая модель деформирования может отражать основной процесс деформирования, а аналитические результаты хорошо согласуются с экспериментальными и численными результатами.

Одновременно с началом научных изысканий посвященным складчатым наполнителям начались исследования в области наполнителей ферменной структуры.

Так в исследовании [54] проведенные исследования показали, что панели с ферменным наполнителем четырехугольной топологией выдерживают нагрузки на изгиб и сжатие при меньшем весе, чем конкурирующие структуры. Фундаментальной целью данного исследования

является проверка теоретических расчетов путем реализации экспериментального подхода, позволившего исследовать ключевые механические характеристики, обращая внимание на эксцентриситет узлов и прочность конструкции. Полученные измерения показали полную согласованность с прогнозами жесткости и предельной нагрузки, а также наиболее полно проиллюстрировали асимметричные реакции конструкции, возникающих из-за того, что поведение оптимизированных панелей на изгиб зависит от ориентации фермы.

В работах [55, 56] рассмотрено поведение трехслойных конструкций с ферменным заполнителем различной топологии при действии сжатия, изгиба и сдвига. Были получены выражения для определения приведённых механических характеристик заполнителя. Установлена связь между механическими и эквивалентными характеристиками, а также сформированы выражения для прогнозирования критических напряжений.

Наиболее полно вопросы проектирования конструкций с ферменным заполнителем были изучены в Казанском авиационном институте [57] кандидатом технических наук доцентом КНИТУ-КАИ Абдуллиным И.Н. В диссертации выполнена разработка методики определения рациональных параметров трехслойной конструкции с ферменным заполнителем; разработана методика определения области допустимых напряжений, возникающих в стержнях заполнителя; разработан способ изготовления ферменного заполнителя для трехслойной панели.

Также необходимо отметить исследование [58], где проведены исследования характеристик заполнителя, выполненного в виде стержневых структур. Проведена оценка жесткостей поперечного сдвига и сжатия. Выявлена зависимость относительной массы стержневого заполнителя от отношения строительной высоты и длины рациональной консольной изгибаемой трехслойной конструкции. Проведены расчеты относительных масс заполнителя рациональных консольных изгибаемых конструкций с различными типами стержневых заполнителей. Установлено, что структура

ферменного заполнителя позволяет значительно регулировать жесткость поперечного сдвига по сравнению с сотовым и складчатым заполнителем.

В статье [57] установлено, что критические напряжения в ферменной структуре заполнителя в первую очередь определяются геометрией ферменной структуры, установлена связь между эквивалентными напряжениями и напряжениями в стержнях заполнителя.

В работе [60] представлен полуаналитический метод расчета на изгиб сэндвич-панелей с гофрированным заполнителем, сотовым заполнителем и X-образным заполнителем. Принимается во внимание дискретная геометрическая структура заполнителя, представляя элементы заполнителя как балки, а сэндвич-панель как составную конструкцию из пластин и балок с условием совместности деформаций. Результаты предлагаемого метода хорошо согласуются с имеющимися в литературе результатами и результатами подробного анализа методом конечных элементов. Кроме того, проведено сравнение механических свойств трех видов сэндвич-панелей.

В работе [61] изучается поведение при изгибе композитных сэндвич-панелей с заполнителем из пены или ферменной структуры с помощью испытаний на трехточечный изгиб. Были разработаны аналитические модели и КЭ модели, чтобы охарактеризовать поведение при изгибе и эффект взаимодействия между заполнителем и композитными элементами. Полученные аналитические уравнения позволяют рассчитывать изгибную жесткость и критические нагрузки.

В работе [62] экспериментально и аналитически исследован сдвиг цельно композитной сэндвич панели с крестообразным заполнителем. Были проведены эксперименты на сдвиг сэндвич-панелей с X-образным заполнителем с тремя различными относительными плотностями. Установлено что расслоение заполнителя и несущих слоев является основным видом разрушения. Аналитические результаты показали, что сдвиговая деформация заполнителя и жесткость соединения заполнитель-

несущий слой оказали значительное влияние на модуль сдвига и обладали корреляцией с экспериментальными результатами.

В научной работе [63] рассматривается методика расчета ферменного заполнителя с пирамидальными ячейками. Проведены испытания специальных тест-образцов на сжатие и сдвиг в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, сравнение результатов с экспериментальными показателями. По результатам работы выполнена апробация методики проектирования ферменных заполнителей с повторяющимися пирамидальными ячейками, отработана технология сборки трехслойной конструкции с ферменным заполнителем. Верифицированы методики определения допускаемых напряжений на сжатие и сдвиг ферменного заполнителя, установлены границы расхождения экспериментальных данных с расчетными величинами.

В исследовании [64] выполнены теоретические исследования приведенных характеристик дискретного заполнителя в виде усеченной пирамиды для трехслойных конструкций. Получены формулы расчета несущей способности трехслойных цилиндрических конструкций.

В статье [65] представлен метод горячего прессования для изготовления композитной сэндвич-панели с Y-образным сердечником. Эксперименты на сдвиг были проведены для исследования механической реакции на сдвиг композитных сэндвич-панелей с Y-образным сердечником с различной относительной плотностью. Рассмотрено влияние относительной плотности на поведение при разрушении, кривые напряжения-деформации при сдвиге и свойства при сдвиге. Испытания на сдвиг показали, что относительная плотность значительно повлияла на механическую реакцию сэндвич-панелей с Y-образным сердечником из композитного материала. В ходе испытаний установлено, что разрушение из-за расслоения на стенке сердечника Y-образной рамы было доминирующим видом. Полученные данные сдвиговой жесткости сэндвич-панелей с композитным Y-образным сердечником хорошо согласуются с экспериментальными результатами.

В работе [66] экспериментальные исследования показали, что начальная прочность на смятие балок определяется вдавливанием Y-образной структурой заполнителя или гофрированного сердечника, а также что многослойные балки с Y-образной структурой или гофрированным заполнителем имеют сопоставимые реакции для различных вариантов нагружения.

В статье [67] представлены теоретические исследования изгиба сэндвич-панелей с ферменным заполнителем. Отклик оценивается путем преобразования первоначально дискретного сердечника в эквивалентный однородный континуум. Подход использует аналитические формулировки для определения эквивалентных жесткостных свойств пластины. Метод конечных элементов используется для определения внутренних усилий и перемещений пластины при заданной нагрузке и граничных условиях. Проверка настоящего подхода осуществляется с помощью КЭ анализа полноценной конструкции с заполнителем. Получено хорошее согласие между предложенной теорией и верификационным КЭ анализом.

Одной из ветвей развития перспективных структур трехслойных панелей являются дискретные заполнители. Так в Московском авиационном институте доктором технических наук, профессором Зотовым А.А. и др. [68-75] были рассмотрены способы проектирования формы конусообразного дискретного заполнителя, а также проведены исследования механических характеристик. Определенное развитие дискретные заполнители получили в работе [76], где были представлены принципиальные схемы различных конфигураций дискретных заполнителей. Также необходимо учитывать вклад [64, 77, 78] в развитие и исследование дискретных заполнителей различной формы.

1.3 Обзор литературы по расчету конструкций с заполнителем

При проектировании ЛА с учетом применения панелей с заполнителями различных видов возникает необходимость в подборе геометрических параметров панели, удовлетворяющим, в первую очередь, условиям прочности и жесткости, и, как следствие – выполнению проектировочных расчетов и анализу по подтверждению несущей способности панелей с заполнителем.

Так в литературе [79-81] представлены основные определения и соотношения теории анизотропных пластинок, сформированы уравнения устойчивости ортотропной пластины при продольном сжатии при различных видах граничных условий.

Исследования и рекомендации при проектировании трехслойных панелей, включая вопросы местной потери устойчивости были рассмотрены в работах Александрова А.Я. [82-98]. Стоит отметить труды [89-91], посвященные проектированию агрегатов планера самолета, содержащих многослойные конструкции.

Наиболее полно конструкции с сотовым заполнителем представлены в справочнике В.Ф. Панина и Ю.А. Гладкова [92]. В данной книге охватываются вопросы особенностей конструкций с сотовым заполнителем, рассматриваются материалы применяемые при изготовлении сот и несущих слоев. Особое внимание отведено расчету трехслойных панелей с сотовым заполнителем. Авторами выделены следующие формы потери несущей способности, характерной для подобных конструкций:

1. Общая потеря устойчивости панели ввиду искривления срединной поверхности
2. Потеря несущей способности при сдвиге заполнителя

3. Местная потеря устойчивости несущих слоев, как пластин на упругом основании, со следующими эффектами:

3.1 Разрыв сотового заполнителя

3.2 Отрыв несущих слоев

3.3 Смятие сотового заполнителя

3.4 Местная потеря устойчивости несущего слоя в пределах ячейки/заполнителя

Также даны рекомендации по определению приведенных упругих характеристик заполнителя, приложены методики по определению действующих истинных и условных напряжений для гомогенного приведенного заполнителя в трехслойном пакете, нахождению прогибов и проведению испытаний. В данной книге сформированы методики расчета трехслойных панелей с сотовым заполнителем на различные виды характерных разрушений, включая прочность клеевого соединения заполнителя и несущих слоев.

В монографии «Строительная механика летательных аппаратов» Образцова И. Ф. [93] приведены основные уравнения изгиба трехслойной пластины, определены частные расчетные случаи и получены решения для определенных граничных условий, а также рассмотрен вопрос потери устойчивости при продольном сжатии. Однако наиболее полно вопрос устойчивости трехслойной пластины рассматривается в [94-96].

В обзорной статье [97] обсуждаются особенности конструктивно-технологической концепции сетчатых аэрокосмических конструкций, методы их проектирования и основные приложения. Отмечаются результаты, полученные в этой области научной школой академика В.В. Васильева.

Также в [98] рассматриваются вопросы оптимального проектирования сетчатых композиционных панелей крыла самолета при одноосном сжатии. В статье рассматривается плоская прямоугольная панель, состоящая из системы перекрещивающихся ребер, изготовленных из однонаправленного композитного материала методом намотки или выкладки и служащая

элементом обшивки крыла летательного аппарата. Получены соотношения, определяющие оптимальные проектные параметры сетчатой панели - толщину панели, угол наклона ребер, толщину ребер и расстояния между ребрами, обеспечивающие минимум массы панели и удовлетворяющие ограничениям по прочности и устойчивости. Оптимизация осуществляется методом минимизации коэффициентов безопасности по возможным формам разрушения панели, позволяющим свести задачу минимизации с ограничениями в форме неравенств к задаче на условной экстремум.

Монография [99] посвящена разработке методов оптимального проектирования конструкций из композиционных и традиционных материалов, подверженных волновым и статическим воздействиям различной физической природы (электромагнитным, акустическим, температурным, упругим). Рассмотрены различные аспекты применения необходимых условий оптимальности в волновых задачах синтеза. Разработана модификация метода нелинейного математического программирования для решения задачи оптимального проектирования оболочечных конструкций с ограничениями в виде неравенств, учитывающих требования статической прочности и устойчивости, механики разрушения, акустики, жесткостные и конструктивные требования.

Стоит также отметить справочник [100] и труды [101 - 106], которые внесли значительный вклад в развитие расчетных методов композитных конструкций.

1.4 Постановка задачи

Согласно анализу литературных источников, можно сделать вывод об актуальности исследований, направленных на изучение новых перспективных форм заполнителя трехслойных конструкций, что обусловлено необходимостью в поиске новых форм и видов в связи с развитием технологий и необходимостью устранения недостатков

существующих видов заполнителей. В дальнейшем представленные алгоритмы и методы будут рассматриваться на конусообразном дискретном заполнителе основу которого составляет квадрат. (Рисунки 1.2-1.3), однако представленные соотношения будут справедливы и для других видов дискретных заполнителей, основанием которых также является четырехугольник.

В ходе работы предполагается получить расчетный алгоритм определения приведенных упругих характеристик заполнителя или приведенных геометрических и упругих параметров трехслойной конструкции, а также допустимых величин эквивалентных напряжений.

Разработать методы расчета трехслойных конструкций, содержащих конусообразный дискретный заполнитель, с учетом особенностей, возникающих в результате применения данного заполнителя.

Провести сравнение аналитических подходов к расчету трехслойных панелей при различных сдвиговых жесткостях заполнителя, тем самым осуществив проверку методов по определению эквивалентных параметров заполнителя.

1.5 Заключение к Главе 1

1. Проведен обзор и анализ литературы по вопросам разрушения различных трёхслойных конструкций, определению приведенных характеристик трехслойной панели и заполнителя, проектирования и расчета трехслойных панелей и конструкций.
2. Сформулирована постановка задачи диссертационной работы.

ГЛАВА 2 РАСЧЕТ ТРЕХСЛОЙНЫХ СТРУКТУР С ДИСКРЕТНЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

В данной главе представлены подходы к расчетам трехслойных структур с дискретным заполнителем. Рассмотрены особенности расчета, напряженно деформированное состояние (НДС) характерные для конструкций, содержащих указанный заполнитель, с учетом связи между поперечным сдвигом заполнителя в континуальной постановке и распределением напряжений в типовой ячейке, исследовано влияние формы типовых ячеек на деформированное состояние несущих слоев.

Базовая типовая ячейка трехслойной конструкции рассматриваемой конфигурации, представляет собой квадратный элемент несущего слоя с опорами на конусообразный элемент заполнителя по углам. Но при проектировании конструкций сложной геометрической формы вид элементов несущих слоев искажается, что отражается на величине и распределении напряжений и деформации.

При рассмотрении этого явления было подробно проанализировано влияние изменения формы и кривизны элементов несущих слоев, а также соотношение заполнителя и несущих слоев по сравнению с базовой квадратной формой несущего слоя типового элемента.

2.1 Анализ влияния формы и кривизны элементов несущего слоя на деформированное состояние типовой ячейки

При проектировании трехслойных конструкций сложной формы могут возникать различные несовершенства конструкции заполнителя, и соответственно типового элемента пакета, что может оказывать негативное влияние на НДС несущих слоев.

В качестве базового объекта исследования рассмотрен квадратный элемент несущего слоя трехслойной панели, имеющий по углам жесткие дискретные опоры круговой формы, нагруженный равномерным давлением q . Исследование влияния различных геометрических параметров заполнителя на НДС несущего слоя проведено посредством конечно-элементного (КЭ) анализа.

Расчет производился с помощью комплекса программ MSC Patran & MSC Nastran с использованием нелинейного решателя Sol 600. Применение нелинейного анализа обусловлено необходимостью учитывать мембранные деформации, которые при данной постановке задачи оказывают существенное влияние на результат. Прогиб определялся в геометрическом центре рассматриваемого участка.

Исходная КЭ модель представляет собой квадрат со стороной 300 мм, который состоит из 9 пластин, опертых на жесткие дискретные опоры круговой формы (Рисунок 2.1). Центральная пластина выполняет роль зачетной области (Рисунок 1.3, 2.2, 2.3). Граничные условия заданы по краям КЭ модели и вершинам заполнителя, с целью исключить внеплоскостные перемещения на указанных участках.

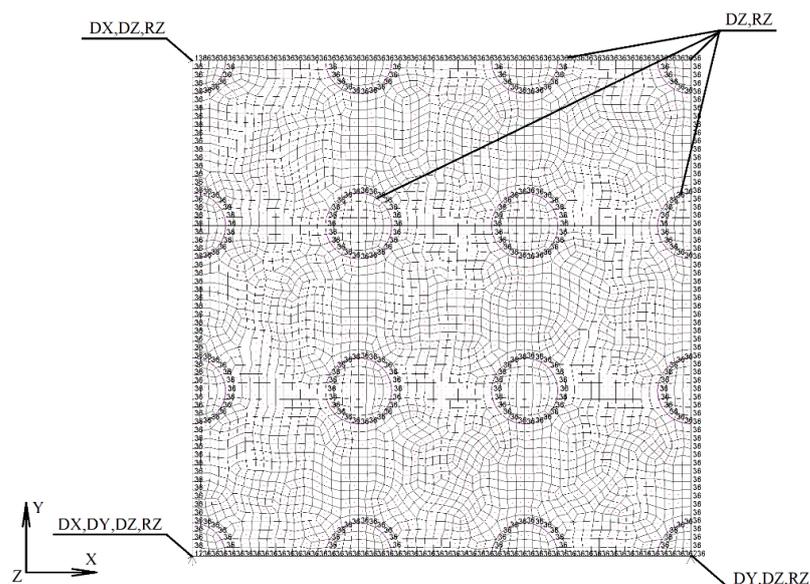


Рисунок 2.1 - Расчётная конечно-элементная модель (вид сверху) и граничные условия

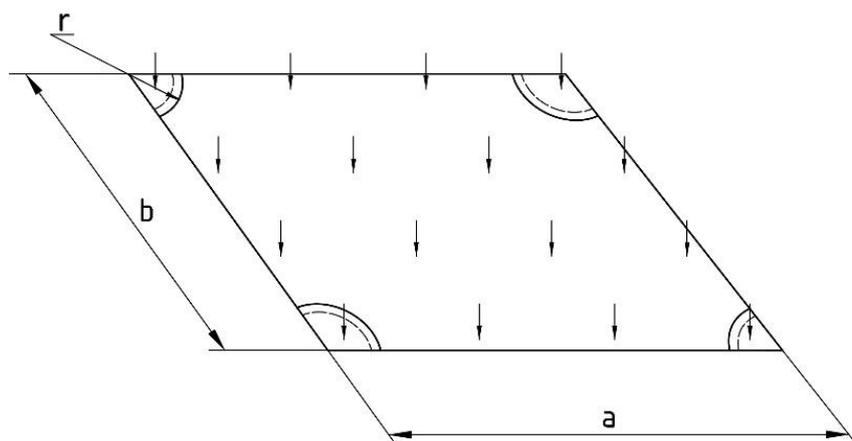


Рисунок 2.2 - Схематичное представление зачетной области (вид в изометрии)

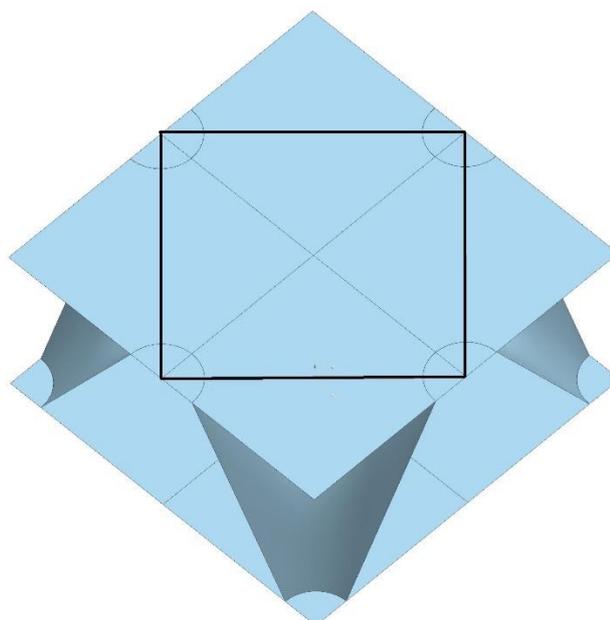


Рисунок 2.3 - Зачетная область

Исследуемая КЭ модель пластины имеет постоянную толщину $\delta = 1.0$ мм, нагружена равномерно давлением $q=0.1$ МПа. Площадь центральной пластины (зачетной области) постоянна и составляет $S = 10000$ мм². Физические характеристики материала - модуль упругости материала $E = 70.61$ ГПа, коэффициент Пуассона – 0.3 .

Для обозначения различных геометрических параметров центральной области используются следующие обозначения:

w_{max} – прогиб в центре исследуемого участка;

a – сторона квадрата (параллелепипеда), малая сторона прямоугольника, основание трапеции;

r – радиус вершин (опорных элементов) заполнителя;

b – наибольшая сторона прямоугольника;

φ – малый угол у основания параллелограмм;

h_1 – высота параллелограмма;

a_1 – малое основание трапеции;

h_2 – высота трапеции;

$k = \frac{a}{R}$ – кривизна поверхности пластины относительно a ;

R – радиус образующей рассматриваемой пластины.

В результате проведено 5 расчетов с различными входными варьируемыми параметрами. С целью приведения полученных результатов к безразмерной форме был применен подход аналогичный [104], однако в данном случае коэффициент α учитывает не граничные условия пластины и степень вырождения квадратной пластины в прямоугольник, а влияние геометрических параметров заполнителя и верхнего слоя совместно с граничными условиями, равнозначными для зачётной области:

$$\alpha = w_{\max} \frac{E \cdot \delta^3}{q \cdot a^4}$$

2.1.1 Влияние радиуса опорных областей

В Таблице 2.1 и на Рисунках 2.4, 2.5 представлены зависимости коэффициентов α и, соответственно, - максимальных прогибов w_{\max} в зависимости от радиуса r опорных элементов рассматриваемого квадратного элемента несущего верхнего слоя трехслойной панели при действии нормального давления и постоянной площади зачетной области S .

Таблица 2.1 Результаты расчетов

r/a	0.1	0.2	0.3	0.4
w_{max} [мм]	2.34	2.42	2.03	1.28
α	0.01632	0.01694	0.01421	0.00896

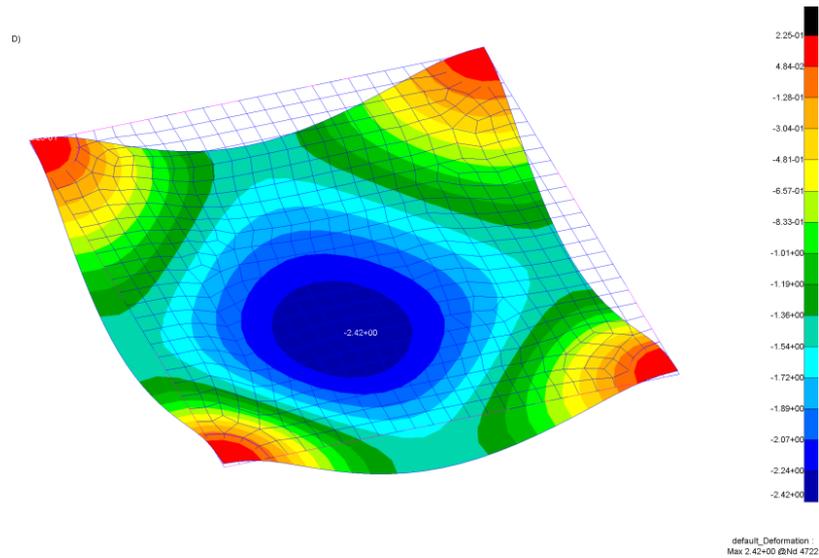
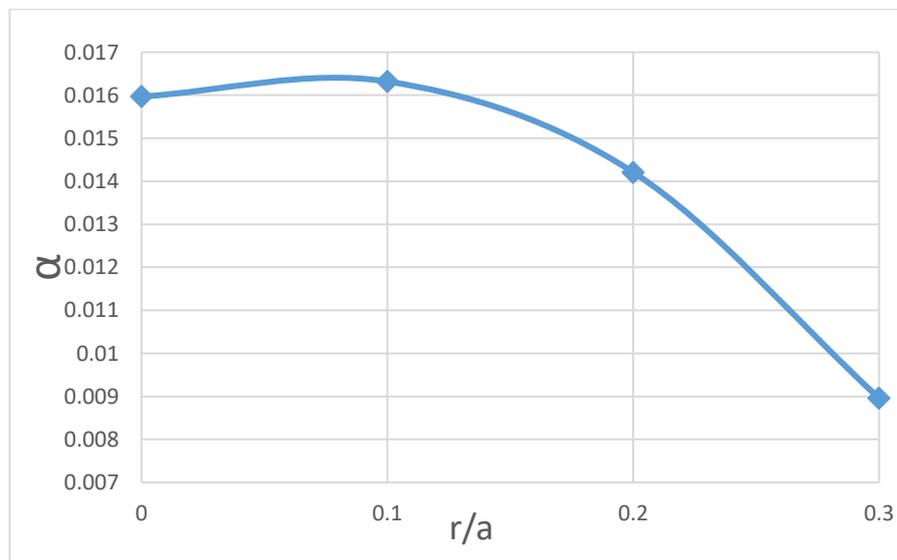
Рисунок 2.4 - Характерная картина деформирования В.С. в случае $r/a = 0.1$ 

Рисунок 2.5 - Зависимость прогибов от радиуса опорных элементов

2.1.2 Влияние различного соотношения сторон

Результаты расчета коэффициентов α для плоского элемента панели при различном соотношении длины сторон a/b и постоянной площади зачетной области S представлены в Таблице 2.2 и на Рисунках 2.6, 2.7.

Таблица 2.2 Результаты расчетов

a/b	b [мм]	a [мм]	r [мм]	w_{max} [мм]	α
1	100	100	20	2.23	0.01498
0.9	105.41	94.87	18.97	2.244	0.015708
0.8	111.80	89.44	17.89	2.48	0.01736
0.75	115.47	86.60	17.32	2.67	0.01869
0.5	141.42	70.71	14.14	4.61	0.03227

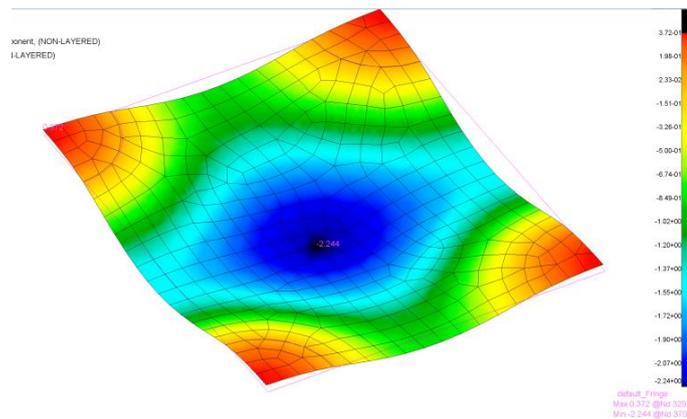


Рисунок 2.6 - Характерная картина деформирования В.С. в случае $a/b = 0.9$

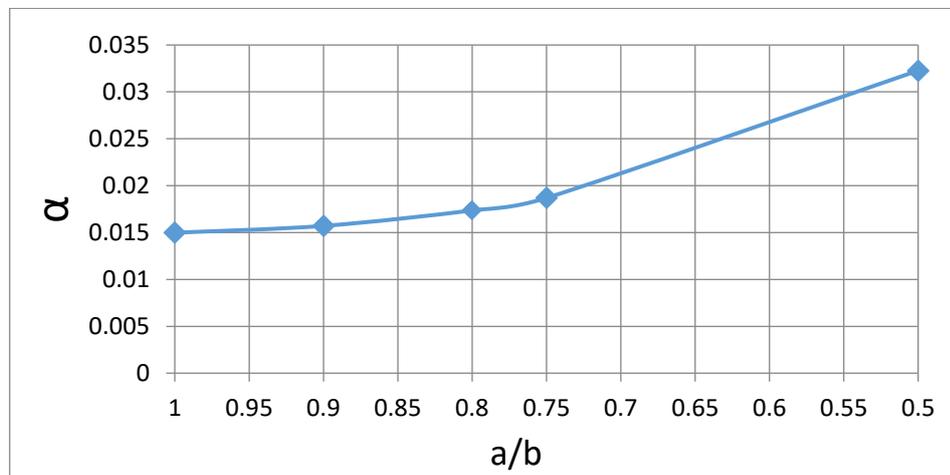


Рисунок 2.7 - Зависимость прогибов от соотношений сторон

2.1.3 Элемент несущего слоя в форме параллелограмма

В Таблице 2.3 и на Рисунках 2.8, 2.9 представлены результаты расчета коэффициентов α для плоского элемента панели в виде параллелограмма при различных углах φ при основании.

Таблица 2.3 Результаты расчетов

φ [°]	a [мм]	h_1 [мм]	r [мм]	W_{max} [мм]	α
90	100	100	20	2.13	0.01491
75	101.75	98.28	20.35	1.51	0.01057
60	107.46	93.06	21.49	1.05	0.00735
45	118.92	84.09	23.78	0.529	0.003703

Где:

r – расчетный радиус опорных элементов при условии постоянной площади расчетной области S .

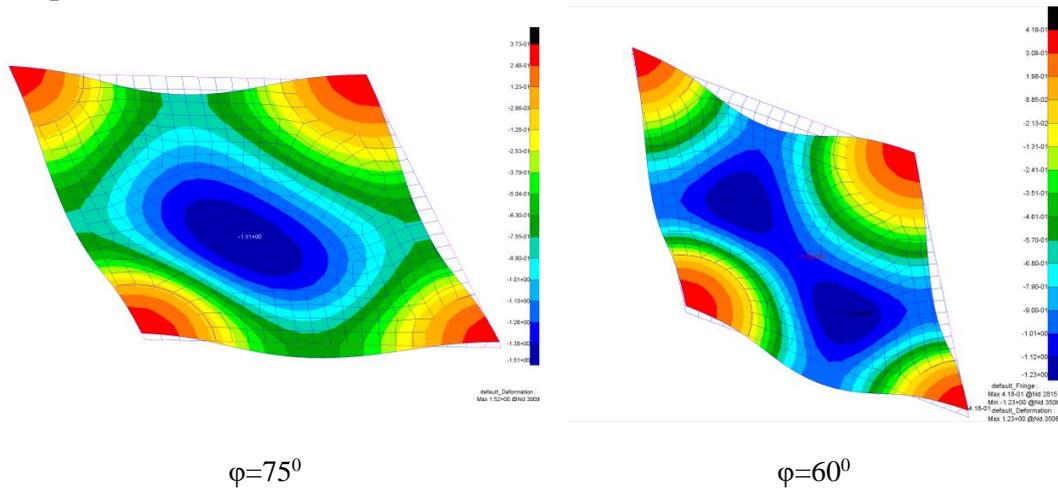


Рисунок 2.8 - Характерная картина деформирования при различном φ

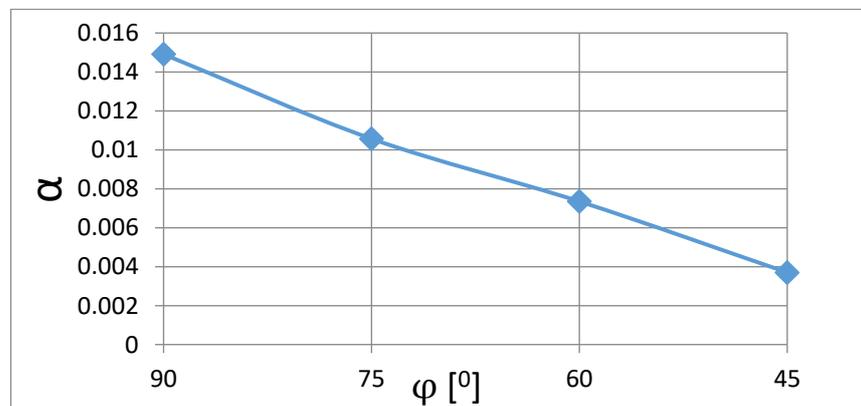


Рисунок 2.9 - Зависимость прогибов от угла наклона сторон

2.1.4 Элемент несущего слоя в форме трапеции

Далее были определены коэффициенты α для плоского элемента панели в виде трапеции при различном соотношении длины оснований a_1/a и постоянной площади зачетной области S . Результаты расчетных исследований показаны в Таблице 2.4 и на Рисунках 2.10, 2.11

Таблица 2.4. Результаты расчетов

a_1/a	a [мм]	a_1 [мм]	h_2 [мм]	W_{max} [мм]	α					
1	100	100	100	2.14	0.015					
0.9	100	90	105.26	2.20	0.0154					
0.75	100	75	114.29	2.53	0.0177					
0.6	100	60	125	0.0218	0.5	100	50	133.33	3.65	0.0256
0.5	100	50	133.33	3.65	0.0256					

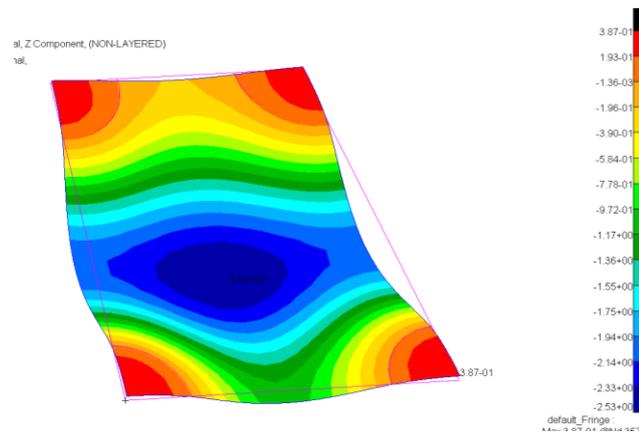


Рисунок 2.10 - Характерная картина деформирования В.С. в случае $a_1 / a = 0.75$

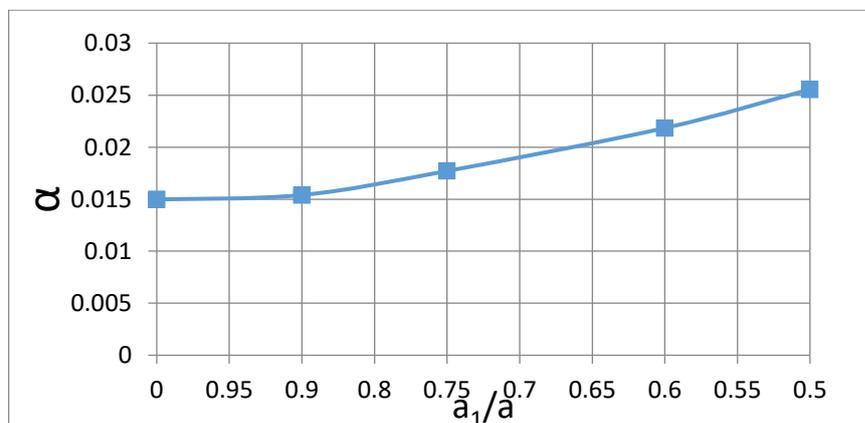


Рисунок 2.11 - Зависимость прогибов от степени трапециевидности пластины

2.1.5 Криволинейный элемент несущего слоя

В Таблице 2.5 и на Рисунках 2.12, 2.13 представлены результаты расчета коэффициентов α для криволинейного, квадратного в плане элемента панели при различном радиусе кривизны R исследуемой пластины и постоянной площади рассматриваемой области S .

Таблица 2.5 Результаты расчетов

k	0	0.1	0.2	1
w_{max} [мм]	2.13	2.2	2.16	0.489
α	0.01491	0.0154	0.01512	0.003423

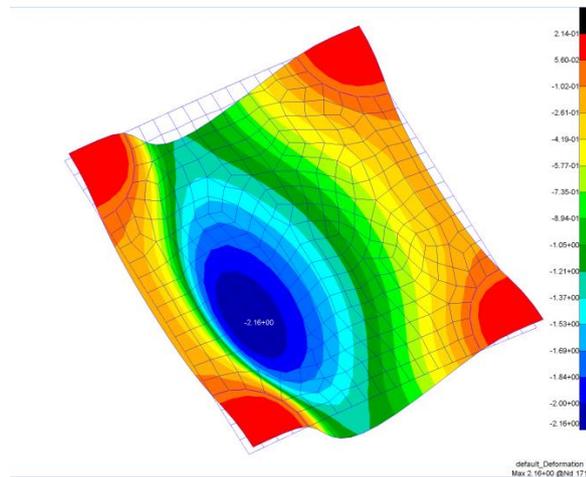


Рисунок 2.12 - Характерная картина деформирования В.С. в случае $k = 0.2$

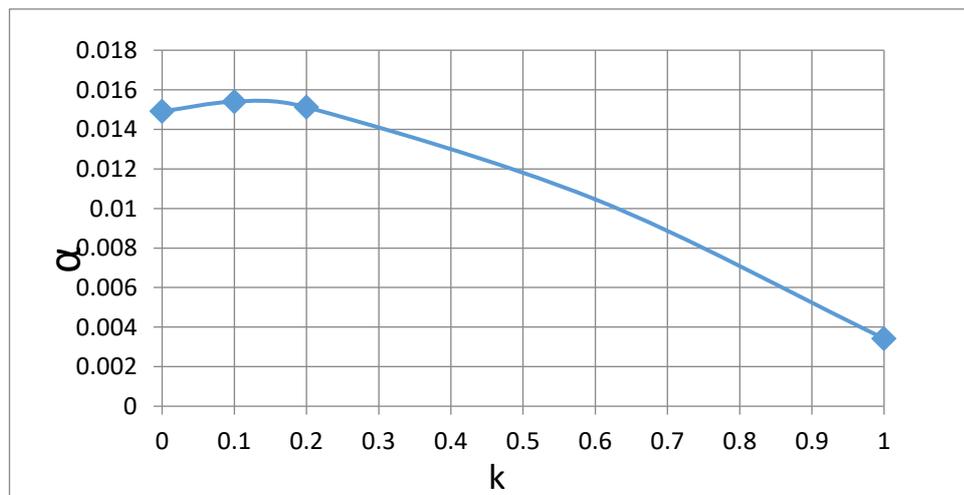


Рисунок 2.13 - Зависимость прогибов от кривизны пластины

2.1.6 Геометрические соотношения типового элемента

В процессе численного моделирования и анализа результатов исследованы зависимости соотношения длин сторон, углов и радиусов кривизны элементарной ячейки от размера опорных элементов и определены соответствующие величины прогибов фрагмента верхней пластины рассматриваемой ячейки.

Выбор допустимых диапазонов для различных геометрических соотношений обуславливается увеличением скорости возрастания коэффициента α . Рекомендуемые диапазоны варьирования рассмотренных структурных параметров панели и заполнителя при допустимых изменениях изгибной жесткости несущего слоя представлены в Таблице 2.6.

Таблица 2.6. Рекомендуемые геометрические соотношения типового элемента конструкции заполнителя.

параметр	r/a	a/b	φ	a_1/a	k
диапазон	0 - 0.2	1.0 – 0.75	90 ⁰ -75 ⁰	1.0 – 0.75	0 – 0.2

Лимитирующим фактором геометрии ячейки также может быть ее собственная геометрия, поскольку при превышении определенных параметров ячеистая дискретная конструкция будет вырождена в набор цилиндрических ячеек.

Рассмотрев несколько смежных типовых элементов заполнителя (Рисунок 2.14) можно предположить, что допустимые параметры типовой ячейки заполнителя будут ограничены расстоянием между вершинами заполнителя.

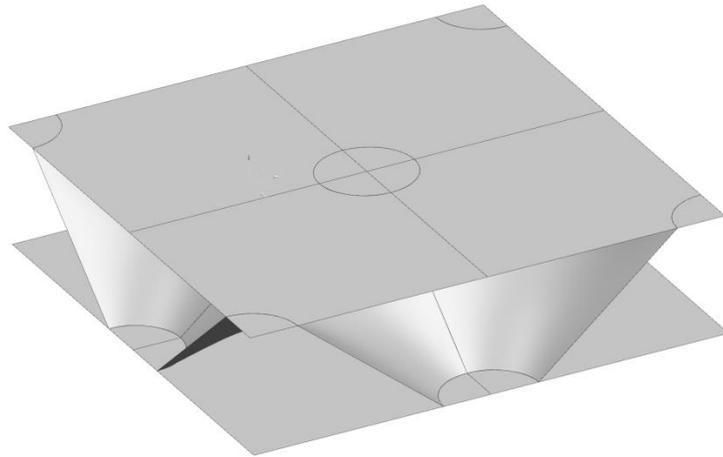


Рисунок 2.14 - Смежные элементы трехслойной конструкции

В случае если угловые вершины ячеек образуют параллелограмм, примем что a и b - наименьшее расстояние между соседними вершинами ячейки заполнителя по двум пересекающимся ребрам, φ - угол наклона прилежащих сторон, c - наименьшая диагональ, r - радиус оснований (Рисунок 2.15)

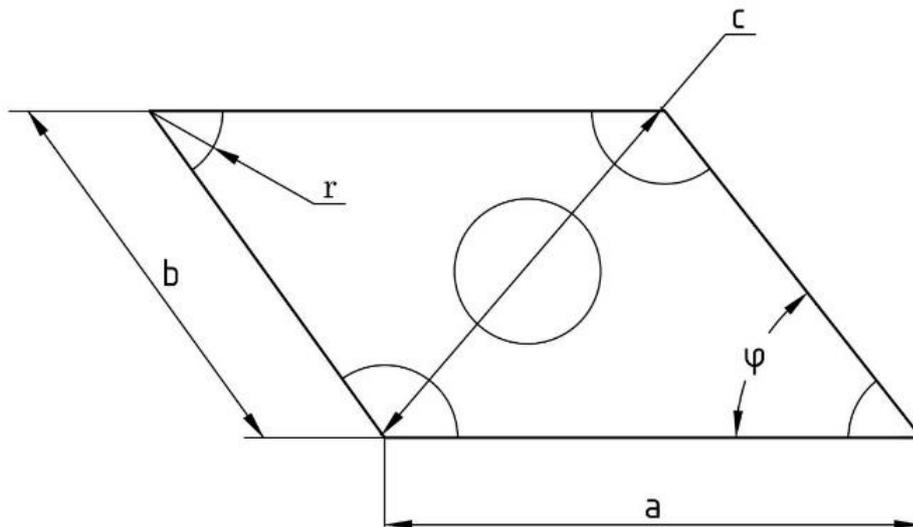


Рисунок 2.15 – Типовая ячейка заполнителя с основанием в форме параллелограмма. Вид сверху

Видно, что наибольшая величина r может быть описана следующим неравенством:

$$r < \frac{1}{4} \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \varphi}$$

В случае, если $a = b$ и $\varphi = 90^\circ$, то:

$$r < \frac{\sqrt{2}}{4} a \approx 0.35a$$

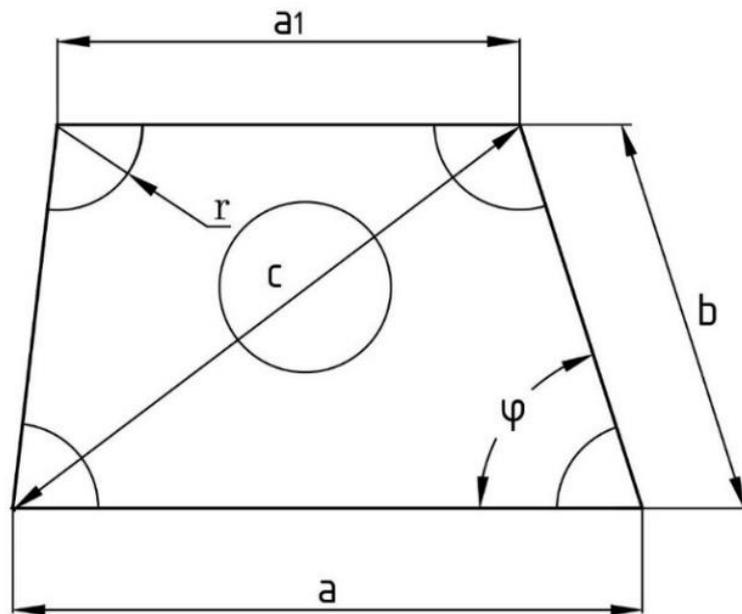


Рисунок 2.16 – Типовая ячейка заполнителя с основанием в форме трапеции.

Вид сверху

Для случаев, когда в основании ячейки расположена трапеция (Рисунок 2.16), наибольшая величина r может быть описана следующим неравенством:

$$r < \frac{1 + \frac{a}{a_1}}{2\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \varphi}}$$

2.2 Расчет трехслойных конструкций с конусообразным дискретным заполнителем

Трехслойные конструкции (панели) с заполнителями различной структуры применяются в качестве силовых элементов, обычно воспринимающих изгибный момент, сжатие и сдвиг [83, 86, 92].

Расчет трехслойных пластин может быть выполнен с использованием как численного, так и аналитического подходов. В случае численного решения, наиболее часто применяется метод конечных элементов, при использовании которого трехслойная конструкция может быть замещена однослойной с эквивалентными характеристиками, так и трехслойной моделью с континуальным заполнителем с заданными эквивалентными упругими свойствами.

При выполнении аналитического расчета на изгиб конструкции с рассматриваемым заполнителем, применение уравнения изгиба пластин переменной жесткости [106] приведет к значительным вычислительным трудностям, а также в подобной постановке задачи отсутствует возможность учитывать влияние поперечных сдвиговых жесткостей, вносящих значительный вклад в НДС трехслойных пластин с легким заполнителем. [93-94]

$$D(x, y)\nabla^2\nabla^2w + 2\frac{\partial D(x, y)}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}\nabla^2w + 2\frac{\partial D(x, y)}{\partial y}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2w + \\ + \nabla^2 D\nabla^2w - (1 - \mu)\left[\frac{\partial^2 D(x, y)}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2 D(x, y)}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 D(x, y)}{\partial y^2}\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2}\right] = q(x, y)$$

Соответственно при проведении аналитического расчета с целью определения НДС конструкции необходимо учитывать влияние поперечной сдвиговой жесткости заполнителя, а также пренебрегать структурой заполнителя, рассматривая ее как однородный материал с эквивалентными

или приведенными свойствами. Однако полученные результаты расчета не позволят определить несущую способность рассматриваемой конструкции.

При расчете трехслойных конструкций с дискретным заполнителем необходимо также уделять особое внимание следующим видам разрушения, которые обуславливаются влиянием формы заполнителя:

1. Потеря устойчивости несущих слоев в пределах границ ячейки
2. Разрушение заполнителя от сдвига или сжатия
3. Разрушение соединения между заполнителем и несущими слоями

2.2.1 Расчет трехслойных панелей с учетом приведенных упругих характеристик заполнителя

Рассмотрено два подхода по расчету трехслойных пластин. В первом - прогибы трехслойной пластины можно определить исходя из работ [92, 93]. Таким образом напряженно деформированное состояние пластины с несущими слоями равной толщины может быть описано системой из трех уравнений:

$$K \left(\frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial y^2} \right) - \varphi_x + K \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial y \partial x} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$K \left(\frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial y^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial x^2} \right) - \varphi_y + K \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial y \partial x} - \frac{\partial w}{\partial y} = 0$$

$$D \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + D \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} + D \nabla^2 w + Kq = 0$$

где

$$D = \frac{E_{нс} \delta_{нс} H_0^2}{1 - \mu_{нс}^2}, \quad C = 4G_{зан.прив} H_0, \quad K = \frac{D}{C}$$

φ_x, φ_y - углы поворота элемента нормального к срединной плоскости;

$E_{нс}$, $\mu_{нс}$ - модуль Юнга и коэффициент Пуансона материала несущих слоев соответственно;

$G_{зан.прив}$ - приведенный модуль сдвига заполнителя $G_{13}^{прив} = G_{23}^{прив}$

$\delta_{нс}$ - толщина несущего слоя

H_0 - половина расстояния между срединными плоскостями несущих слоев;

В рассматриваемой постановке предлагается руководствоваться известными гипотезами о несжимаемости заполнителя и восприятии несущими слоями растяжения-сжатия и кручения, а заполнителем сдвига в поперечном направлении. При этом поперечные сдвиговые напряжения будут определяться соотношениями:

$$\begin{aligned}\tau_{xz} &= G_{пр.зан} \left(\varphi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \tau_{xy} &= G_{пр.зан} \left(\varphi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right)\end{aligned}$$

Представленные уравнения изгиба трехслойной пластины могут быть приведены к одному путем введения разрешающей функции $F(x, y)$:

$$D\nabla^2\nabla^2 \left[1 - K \frac{1-\mu}{2} \nabla^2 \right] (F) = q$$

В свою очередь прогибы и углы поворота трехслойной панели с заполнителем могут быть определены, как:

$$w = K^2 \frac{1-\mu_{нс}}{2} \nabla^2 \nabla^2 F - K \frac{3-\mu_{нс}}{2} \nabla^2 F + F$$

$$\varphi_x = K^2 \frac{1-\mu_{нс}}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \nabla^2 F) - \frac{\partial F}{\partial x}$$

$$\varphi_y = K^2 \frac{1-\mu_{нс}}{2} \frac{\partial}{\partial y} (\nabla^2 \nabla^2 F) - \frac{\partial F}{\partial y}$$

Учитывая, что несущие слои достаточно тонкие, нормальные и сдвиговые напряжения в несущих слоях будут определяться как:

$$\sigma_x = \pm \frac{E_{nc} H_0}{1 - \mu_{nc}^2} \left(K^2 \frac{1 - \mu_{nc}}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\nabla^2 \nabla^2 F) - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \mu_{nc} K^2 \frac{1 - \mu_{nc}}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\nabla^2 \nabla^2 F) - \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right)$$

$$\sigma_y = \pm \frac{E_{nc} H_0}{1 - \mu_{nc}^2} \left(K^2 \frac{1 - \mu_{nc}}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\nabla^2 \nabla^2 F) - \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \mu_{nc} K^2 \frac{1 - \mu_{nc}}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\nabla^2 \nabla^2 F) - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right)$$

$$\tau_{xy} = \pm \frac{E_{nc} H_0}{(1 + \mu_{nc})} \left(K^2 \frac{(1 - \mu_{nc})}{2} \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} (\nabla^2 \nabla^2 F) - \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} \right)$$

В свою очередь, считается, что легкий наполнитель работает только на поперечный сдвиг:

$$\tau_{xz} = G_{зап.прив} \left[K^2 \frac{1 - \mu_{nc}}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \nabla^2 F) - \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(K^2 \frac{1 - \mu_{nc}}{2} \nabla^2 \nabla^2 F - K \frac{3 - \mu_{nc}}{2} \nabla^2 F + F \right) \right]$$

$$\tau_{yz} = G_{зап.прив} \left[K^2 \frac{1 - \mu_{nc}}{2} \frac{\partial}{\partial y} (\nabla^2 \nabla^2 F) - \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(K^2 \frac{1 - \mu_{nc}}{2} \nabla^2 \nabla^2 F - K \frac{3 - \mu_{nc}}{2} \nabla^2 F + F \right) \right]$$

Где в случае шарнирного закрепления по всем сторонам разрешающая функция примет вид

$$F = \sum_m \sum_n \frac{4 \sin\left(\frac{m\pi x}{a_{nl}}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b_{nl}}\right)}{a_{nl} b_{nl} D_{mn}} \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin\left(\frac{m\pi x}{a_{nl}}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b_{nl}}\right) dx dy$$

где:

$$D_{mn} = D \left[\left(\frac{m\pi}{a_{nl}} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b_{nl}} \right)^2 \right]^2 \left[1 + K \frac{1 - \mu_{nc}}{2} \left(\left(\frac{m\pi}{a_{nl}} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b_{nl}} \right)^2 \right) \right]$$

a_{nl}, b_{nl} - длина и ширина пластины

В основе второго подхода лежит теория изгиба пластин средней толщины Миндлина – Рейсснера [100].

На основе данной теории были получены уравнения изгиба трехслойной пластины, где несущие слои и наполнитель обладают ортотропными свойствами:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_0 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y) + \frac{4}{5} \left[\frac{D_x}{G_{xz}} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + D_0 \left(\frac{1}{G_{xz}} + \frac{1}{G_{yz}} \right) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{D_y}{G_{yz}} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} \right]$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = - \frac{q(x, y)}{2H_0}$$

$$D_x = \frac{2E_x H_0^2 \delta_{nc}}{(1 - \mu_{xy} \mu_{yx})} \quad D_y = \frac{2E_y H_0^2 \delta_{nc}}{(1 - \mu_{xy} \mu_{yx})} \quad D_0 = D_x \mu_{yx} + D_y$$

$$D_{xy} = 4G_{xy} H_0^2 \delta_{nc}$$

Данную систему уравнений можно решить в двойных тригонометрических рядах при условии шарнирного опирания кромок пластины. В таком случае функции перемещений, сдвига и поперечной нагрузки могут быть записаны в виде:

$$w(x, y) = \sum_n \sum_m W_{nm} \sin\left(\frac{n\pi x}{a_{nl}}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b_{nl}}\right)$$

$$\varphi(x, y) = \sum_n \sum_m \Phi_{nm} \sin\left(\frac{n\pi x}{a_{nl}}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b_{nl}}\right)$$

$$q(x, y) = \sum_n \sum_m q_{nm} \sin\left(\frac{n\pi x}{a_{nl}}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b_{nl}}\right)$$

В таком виде задач по аналогии с методом Навье решение сводится к определению неизвестных коэффициентов W_{nm} , Φ_{nm} , q_{nm} . В случае $q = const$ неизвестные коэффициенты принимают следующий вид:

$$q_{nm} = \frac{16q}{mn\pi^2}$$

$$\Phi_{nm} = \frac{16a_{nl}^2 b^2 q}{2\pi^4 H_0 mn (a_{nl}^2 m^2 + b_{nl}^2 n^2)}$$

$$W_{nm} = \frac{16a_{nl}^2 b_{nl}^2 q (D_y G_{xz} \pi^2 a_{nl}^2 m^4 + D_x G_{yz} \pi^2 b_{nl}^2 n^4 + \pi^6 G_{xz} G_{yz} H_0 mn (a_{nl}^2 m^2 + b_{nl}^2 n^2) \times + G_{xz} G_{yz} H_0 (a_{nl}^4 b_{nl}^2 m^2 + b_{nl}^4 a_{nl}^2 n^2) + \pi^2 D_0 a_{nl}^2 b_{nl}^2 m^2 n^2 (G_{xz} + G_{yz}))}{\times (D_x b_{nl}^4 n^4 + 2D_0 D_0 a_{nl}^2 b_{nl}^2 m^2 n^2 + D_y a_{nl}^4 m^4)}$$

Нормальные напряжения в несущих слоях будут определяться следующими соотношениями:

$$\sigma_x = \pm \frac{E_x H_0}{2(1 - \mu_{xy} \mu_{yx})} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{G_{xz} \partial x^2} + \mu_{xy} \frac{\partial^2 \varphi}{G_{yz} \partial y^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \mu_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$\sigma_y = \pm \frac{E_y H_0}{2(1 - \mu_{xy} \mu_{yx})} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{G_{xz} \partial y^2} + \mu_{yx} \frac{\partial^2 \varphi}{G_{yz} \partial x^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \mu_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$\tau_{xy} = \pm G_{xy} H_0 \left(\left(\frac{1}{G_{xz}} + \frac{1}{G_{yz}} \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)$$

Выражения касательных напряжений, действующих в плоскостях XZ и YZ, с учетом неизменного характера распределения по толщине заполнителя запишутся в следующем виде:

$$\tau_{xz} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$\tau_{yz} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

В случае, если поперечные сдвиговые свойства заполнителя одинаковы в поперечных плоскостях, а несущие слои выполнены из изотропного материала, то приведенные уравнения можно упростить, приняв что:

$$D_x = D_y = D_0 = \frac{2E_{nc} H_0^2 \delta_{nc}}{(1 - \mu_{nc}^2)}$$

$$G_{xz} = G_{yz} = G_{зап.прив}$$

Соответственно получаем:

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{q(x, y)}{D} + \frac{4}{5G_{\text{зан.прив}}} \left[\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} \right]$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = - \frac{q(x, y)}{2H_0}$$

В таком случае искомые неизвестные коэффициенты W_{nm} , Φ_{nm} , q_{nm} в случае $q = \text{const}$ принимают следующий вид:

$$q_{nm} = \frac{16q}{mn\pi^2}$$

$$\Phi_{nm} = \frac{16a_{nl}^2 b_{nl}^2 q}{2\pi^4 H_0 mn (a_{nl}^2 m^2 + b_{nl}^2 n^2)}$$

$$W_{nm} = \frac{16a_{nl}^2 b_{nl}^2 q \left(D\pi^2 (a_{nl}^2 m^4 + b_{nl}^2 n^4 + 2a_{nl}^2 b_{nl}^2 m^2 n^2) + G_{\text{зан.прив}} H_0 (a_{nl}^4 b_{nl}^2 m^2 + b_{nl}^4 a_{nl}^2 n^2) \right)}{\pi^6 D G_{\text{зан.прив}} H_0 mn (a_{nl}^2 m^2 + b_{nl}^2 n^2) (b_{nl}^2 n^2 + a_{nl}^2 m^2)^2}$$

В свою очередь нормальные и сдвиговые напряжения несущих слоев будут определяться следующими уравнениями

$$\sigma_x = \pm \frac{E_{\text{нс}} H_0}{2(1 - \mu_{\text{нс}}^2)} \left(\frac{1}{G_{\text{зан.прив}}} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \mu_{\text{нс}} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \mu_{\text{нс}} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$\sigma_y = \pm \frac{E_{\text{нс}} H_0}{2(1 - \mu_{\text{нс}}^2)} \left(\frac{1}{G_{\text{зан.прив}}} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \mu_{\text{нс}} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \mu_{\text{нс}} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$\tau_{xy} = \pm \frac{E_{\text{нс}} H_0}{2(1 + \mu_{\text{нс}})} \left(\frac{2}{G_{\text{зан.прив}}} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)$$

Выражения для поперечных сдвиговых напряжений τ_{xz} и τ_{yz} в заполнителе останутся неизменными

2.2.2 Определение местной потери устойчивости несущих слоев

В статье [70] было представлено исследование местной потери устойчивости несущих слоев слоистых конструкций, содержащих конусообразный дискретный наполнитель. Было рассмотрено 2 различных варианта приложения одноосной сжимающей нагрузки, относительно ориентации наполнителя (Рисунок 2.17, 2.18) на участке, ограниченном вершинами наполнителя.

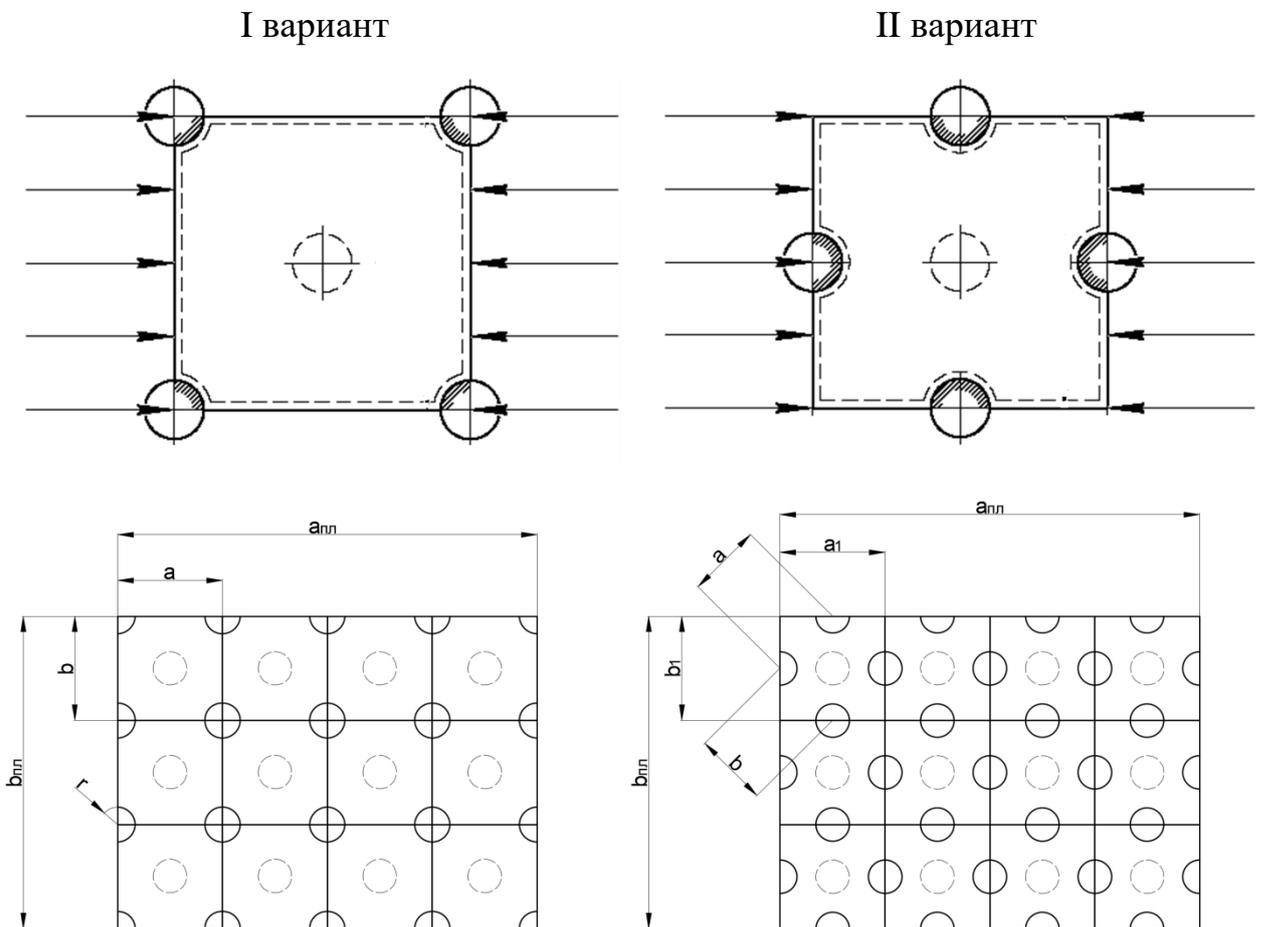


Рисунок 2.17 - Расчетные модели

В результате были получены значения коэффициента закрепления k в зависимости от различных соотношений радиуса к расстоянию между вершинами наполнителя и его ориентации, относительно угла приложения нагрузки (Рисунок 2.18).

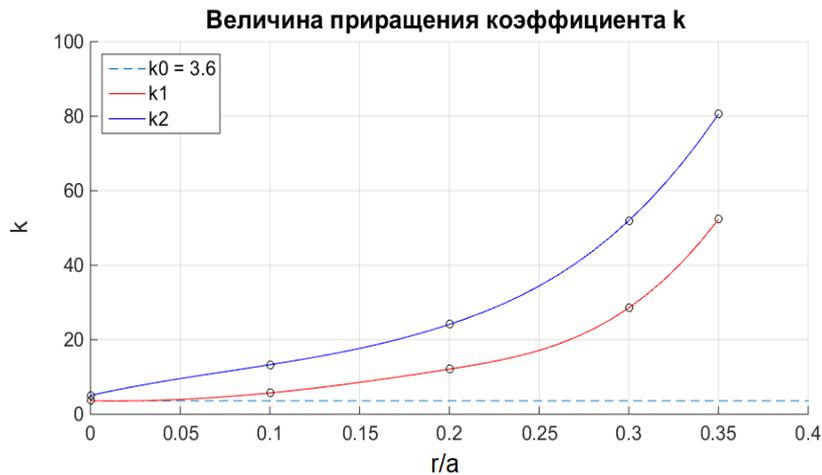


Рисунок 2.18 - Зависимость $k = f\left(\frac{r}{a}\right)$

При выполнении данного исследования было отмечено, что потеря устойчивости происходит на участке, границы которого определяются радиусом контактной области заполнителя и при значительной ширине пластины форма потери устойчивости имеет вид цилиндрической поверхности. Так в случае одноосного сжатия пластины при расчете местной потери устойчивости несущих слоев, учитывая, что сжимающая нагрузка приложена к необходимо рассматривать участок

Учет влияния радиуса контактной области при определении нагрузок в случае первого варианта расположения ячеек заполнителя можно произвести следующим образом:

$$N_{кр} = k \frac{\pi^2 D}{b^2}$$

где

$$D = \frac{E_{н.с} \delta_{н.с}^3}{12(1 - \mu_{н.с}^2)} - \text{цилиндрическая жесткость несущего слоя}$$

$$k = f\left(\frac{a_{экв}}{b}\right) - \text{коэффициент определяемый соотношением сторон}$$

пластины и граничными условиями удовлетворяющим шарнирному

опиранию пластины на краях при $x=0$; $x=a$ и свободному краю при $y=0$; $y=b$, учитывая $a_{\text{экв}} = a - \frac{\pi r^2}{b}$, а также что количество полуволин $m=1$

$$k = \left(\frac{b}{a_{\text{экв}}} \right)^2$$

При достаточно больших значениях $b_{\text{нл}}$ и соответственно $\frac{a_{\text{экв}}}{b} \ll 1$ критическая нагрузка может вычислена по формуле:

$$N_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E_{\text{н.с.}} \delta_{\text{н.с.}}^3}{12 \left(a - \frac{\pi r^2}{b} \right) (1 - \mu_{\text{н.с.}}^2)}$$

Таким образом величина критических напряжений при одноосном сжатии может быть определена:

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{N_{\text{кр}}}{\delta_{\text{н.с.}}}$$

В случае комбинированного нагружения пластины необходимо рассматривать элемент несущего слоя, как пластину, шарнирно опертую по 4-м сторонам со сторонами:

$$b_{\text{экв}} = \sqrt{b \left(b - \frac{\pi r^2}{a} \right)}$$

$$a_{\text{экв}} = \frac{a}{b} \sqrt{b \left(b - \frac{\pi r^2}{a} \right)}$$

При комбинированном действии на пластину сжимающих усилий, форма потери устойчивости на участке, ограниченном вершинами заполнителя, имеет также одну полуволину $m=n=1$ и коэффициент k определяется выражением:

$$k = \frac{\left(\frac{b_{\text{экв}}^4}{a_{\text{экв}}^4} \right)}{\frac{b_{\text{экв}}^2}{a_{\text{экв}}^2} + \frac{N_y^\delta}{N_x^\delta}}$$

Где N_y^δ и N_x^δ - действующие сжимающие усилия.

При действии сдвига необходимо рассматривать элемент несущего слоя, как пластину бесконечной длины шириной $b_{\text{экв}} = b - \frac{\pi r^2}{a}$. В таком случае критическое касательное напряжение определяется [94]:

$$\tau_{\text{кр}} = 5.66 \frac{\pi^2 D}{b^2 \delta_{\text{н.с}}}$$

При втором варианте расположения ячеек местную потерю устойчивости несущего слоя в пределах элементарной ячейки при одноосном сжатии, комбинированном сжатии и сдвиге необходимо рассматривать на области размерами:

$$a_{\text{экв}} = b_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{1}{2}(a+b)^2 - 2\pi r^2}$$

При данном типе ориентации заполнителя $m = 1$.

2.2.4 Расчет соединения заполнителя и несущих слоев при сдвиге

Прочность заполнителя на отрыв при сжатии будет определяться технологией выполнения соединения несущего слоя с заполнителем, а также геометрией ячейки. Дискретный конический заполнитель можно представить, как систему конусообразных ячеек, расположенных в шахматном порядке (Рисунок 2.19).

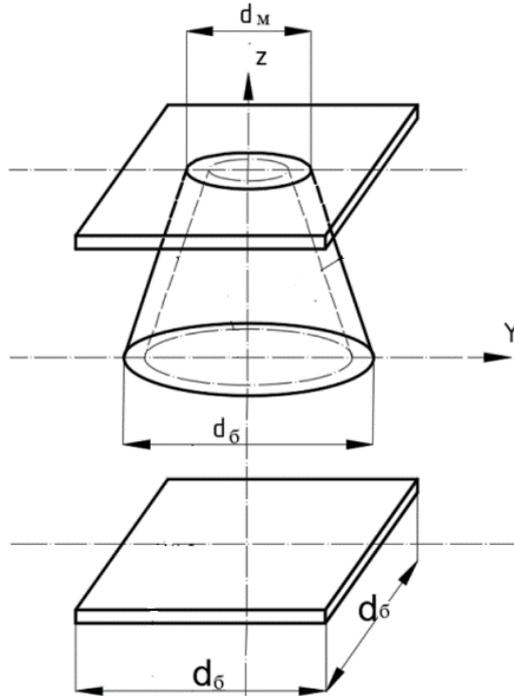


Рисунок 2.19 - Элемент трехслойной конструкции

Согласно [86] напряжения отрыва заполнителя при сжатии панели можно определить, как:

$$\sigma_{отр}^{зан} = \frac{2E_z^{з.нр}}{3E_{н.с.}} \sigma_{н.с.}^x$$

Исходя из [86, 106], а также из соотношения области склейки заполнителя и несущего слоя к ширине и длине типовой ячейки, условие прочности соединения для дискретного конического заполнителя может быть записано, как

$$\sigma_{отр}^{зан} \leq \frac{2\tau_{г}^{кл} \pi d_M^2}{d_б^2}$$

ИЛИ

$$\frac{2E_z^{з.нр}}{3E_{н.с.}} \sigma_{н.с.}^x \leq \frac{4\tau_{г}^{кл} \pi d_M^2}{2d_б^2}$$

2.3 Заключение к Главе 2

1. В результате исследований сформированы рекомендации по допустимым геометрическим соотношениям заполнителя.
2. Представлены методы аналитического расчета НДС трехслойных панелей при изгибе.
3. Рассмотрены особенности расчета трехслойной панели с дискретным заполнителем при потере устойчивости несущих слоев в пределах контактных областей с заполнителем, при потере устойчивости несущих слоев, при отрыве заполнителя от несущих слоев при сжатии.

ГЛАВА 3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИВЕДЕННЫХ УПРУГИХ СВОЙСТВ КОНУСООБРАЗНОГО ДИСКРЕТНОГО ЗАПОЛНИТЕЛЯ

В данной главе представлены методы определения приведенных геометрических и упругих параметров как для трехслойных панелей, так и для ячеистого конусообразного заполнителя (Рисунок 3.1). Рассмотрены особенности представления ячеистого заполнителя, как математической функции, проведен анализ влияния геометрических параметров заполнителя на приведенные упругие характеристики. Установлена функция цилиндрической жесткости конусообразного дискретного заполнителя.

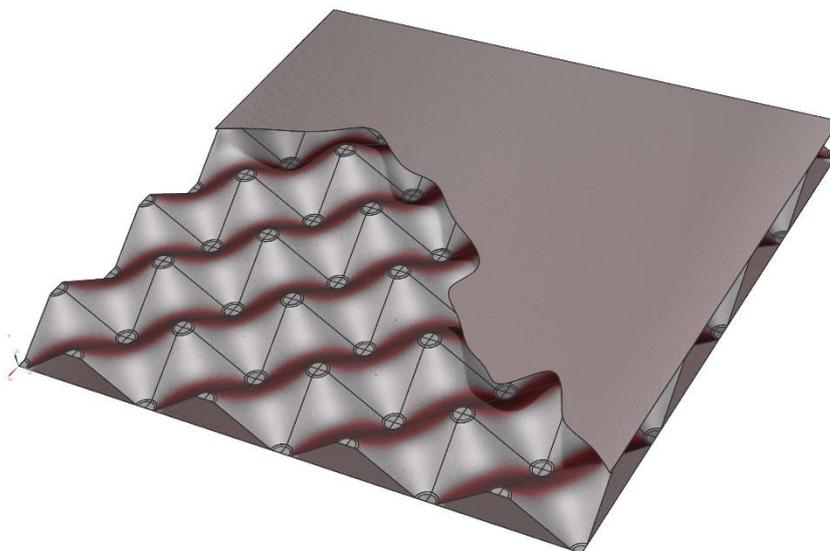


Рисунок 3.1 - Трехслойная панель с конусообразным ячеистым заполнителем

При выполнении прочностных расчетов наиболее целесообразно рассматривать конструкции с заполнителем, как некоторое сплошное тело, где свойства или характеристики заполнителя или панели приводятся к эквивалентным. В первую очередь такой подход позволяет значительно упростить задачу, понижая затрачиваемые мощности на проведение аналитических и КЭ расчетов, а также снижая время проведения анализа.

3.1 Особенности представления ячеистого заполнителя, как математической функции

При формировании методики по определению приведенных параметров заполнителя возникает необходимость в моделировании формы заполнителя путем представления его, как математической функции. Дискретный заполнитель с конусообразными ячейками, расположенными в шахматном порядке, возможно представить в виде периодической тригонометрической функции (Рисунок 3.2 – 3.3):

$$f_{зан}(x, y) = H_0 \sin \frac{\pi x}{d} \sin \frac{\pi y}{d}$$

где:

H_0 – высота трехслойного пакета,

d – диаметр основания ячейки (Рисунок 3.3)

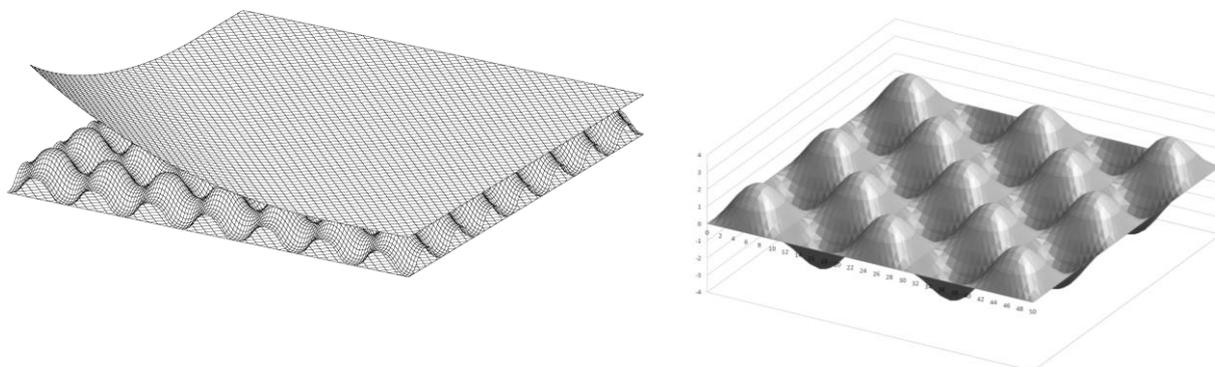


Рисунок 3.2 - Заполнитель, как математическая функция

При формировании формулы переменной цилиндрической жесткости заполнителя, необходимо учитывать не только переменный характер высоты, но также учитывать то, что проекция толщины заполнителя на ось Z также будет меняться.

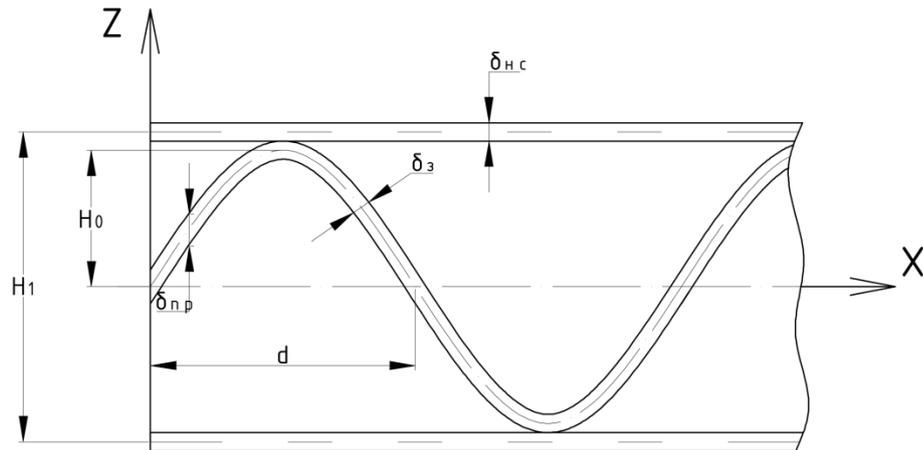


Рисунок 3.3 - Сечение панели

Проекция толщины заполнителя на ось Z δ_{np} определяется следующим соотношением:

$$\delta_{np} = \delta_3 \sqrt{1 + \left(\frac{H_0 \pi}{d}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi x}{d}\right) \cos^2\left(\frac{\pi y}{d}\right)}$$

Зная величину проекции толщины заполнителя, можно записать формулу цилиндрической жесткости:

$$D_3(x, y) = \frac{E_3}{(1-\mu^2)} \left[\frac{\delta_{np}^3}{12} + H_0^2 \sin^2\left(\frac{\pi x}{d}\right) \sin^2\left(\frac{\pi y}{d}\right) \delta_{np} \right]$$

В случае достаточно тонкого заполнителя данная формула может быть упрощена:

$$D_3(x, y) = \frac{H_0^2 E_3 \delta_{np}}{(1-\mu^2)} \sin^2\left(\frac{\pi x}{d}\right) \sin^2\left(\frac{\pi y}{d}\right)$$

Для панели с размерами 40×40 мм, $d = 10$ мм, $\delta_3 = 1$ мм, $H_0 = 5$ мм, $E_3 = 70.60$ МПа и $\mu = 0.3$ было построено распределение переменной жесткости $D_3(x, y)$ в пространстве (Рисунок 3.4, 3.5)

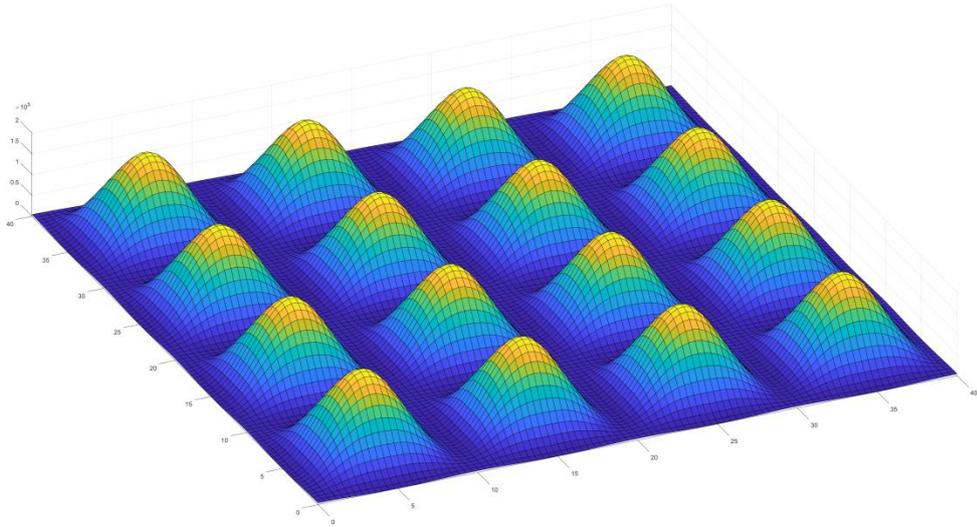


Рисунок 3.4 - Распределение цилиндрической жесткости

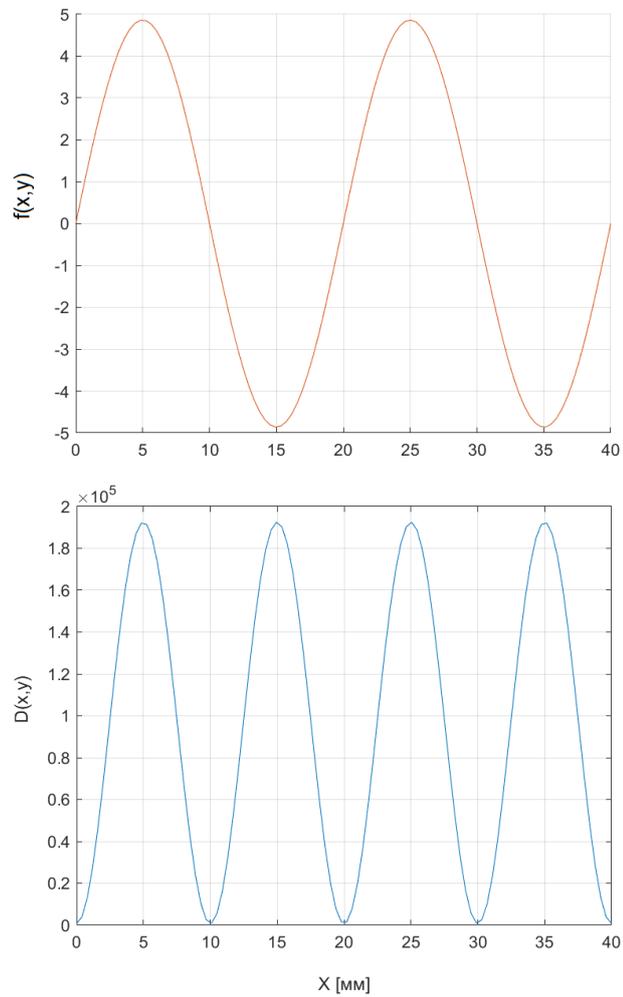


Рисунок 3.5.a - Форма заполнителя и распределение цилиндрической жесткости по оси X при $y = \frac{d}{2}$

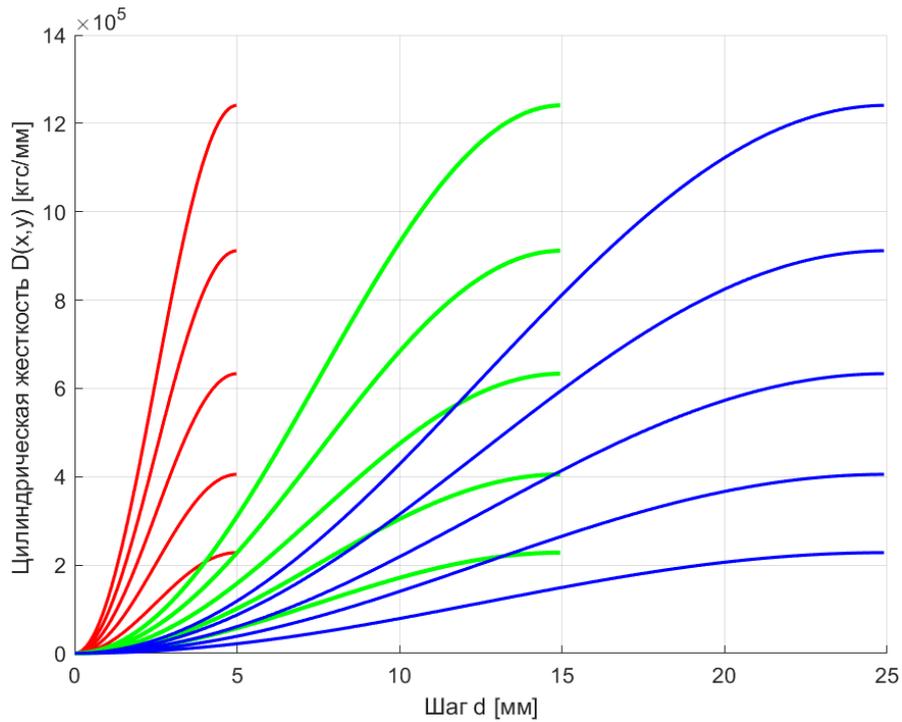


Рисунок 3.6.6 - Влияние шага d и H_0 на $D_s(x, y)$ вдоль оси X в пределах

$$x \in \left[0, \frac{d}{2} \right] \text{ при } y = \frac{d}{2}$$

Исходя из выражений переменной цилиндрической жесткости заполнителя можно также определить точное значение момента инерции балки длиной b и толщиной гофра δ относительно оси y с сечением в форме, описываемой функцией $f_\delta(y) = H_0 \sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)$

$$I(y) = H_0^2 \delta \int_0^b \sin^2\left(\frac{\pi y}{d}\right) \sqrt{1 + \left(\frac{H_0 \pi}{d}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi y}{d}\right)} dy.$$

В данном случае подкорневая часть выражения – это длина синусоиды. Получаемые интегралы являются эллиптическими и после серии преобразований, выражение цилиндрической жесткости для полуволны функции $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ принимает вид следующему виду:

$$I = \frac{\sqrt{2} H_0^2 \delta d}{3\pi} \cdot \left[4 \frac{\pi^2}{d} K\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \sin\left(\frac{\pi^2}{d}\right) \sqrt{3 + \cos\left(\frac{\pi^2}{d}\right)} \right]$$

Известно, что полный эллиптический интеграл первого рода $K\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ можно представить в виде степенного ряда, тогда:

$$I = \frac{\sqrt{2}H_0^2\delta d}{3\pi} \cdot \left[2\frac{\pi^2}{d} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(2n)!}{2^{2n}n!^2} \right) \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{2n} - \sin\left(\frac{\pi^2}{d}\right) \sqrt{3 + \cos\left(\frac{\pi^2}{d}\right)} \right]$$

3.2 Определение эквивалентных характеристик трехслойных панелей с ячеистым наполнителем

Полученное в Главе 2 точное выражение для трехслойной панели с конусообразным дискретным наполнителем, малоприменимо при решении практических инженерных задач. Поэтому наиболее целесообразным шагом является представление рассматриваемого наполнителя в виде системы разнонаправленных конусов (полных и усечённых), расположенных в шахматном порядке.

Приведенные значения могут применяться при проведении расчетов на устойчивость пластины, определении прогибов, в том числе и аналитические, и т.д., значительно упрощая и ускоряя расчет и снижая трудоёмкость. При этом были рассмотрены несколько вариантов определения приведенных параметров.

3.2.1 Определение приведенной толщины

Регулярную трёхслойную структуру панели с дискретным коническим наполнителем можно представить, как систему ячеек, расположенных в шахматном порядке. В данном случае элементарный фрагмент панели, содержащий типовую ячейку, представлен в форме полного (Рисунок 3.7.а) и усечённого конуса (Рисунок 3.7.б) и сопряженных с ними несущих слоев.

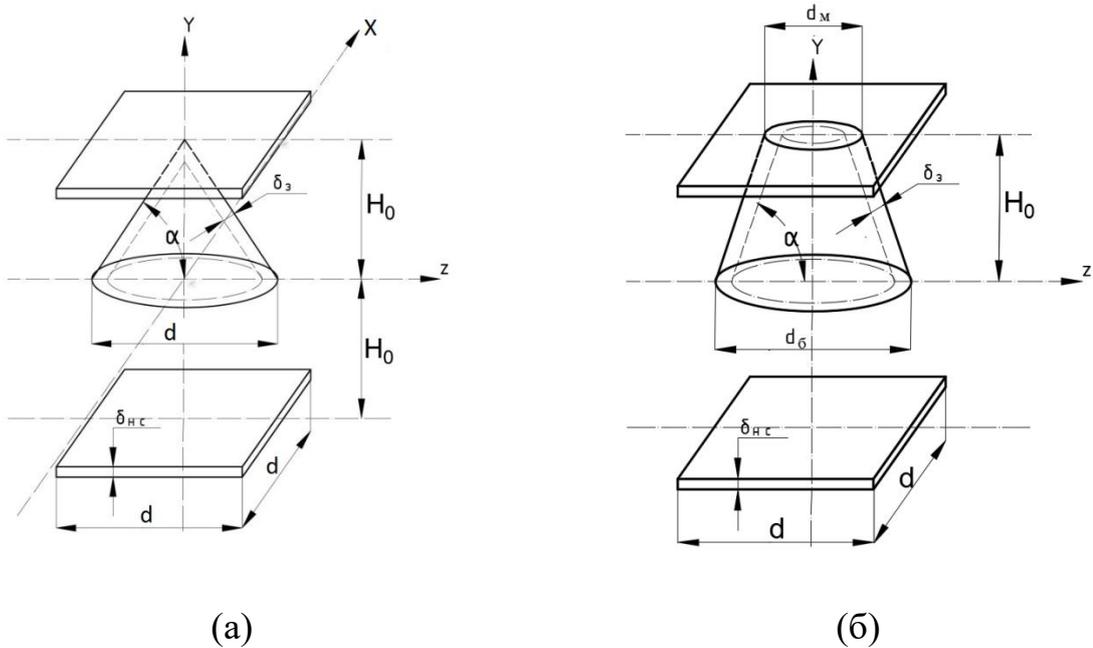


Рисунок 3.7 – Способы представления элементарных фрагментов трехслойной панели

В случае представления элементарного фрагмента с заполнителем в форме простого конуса массовый момент инерции конуса относительно оси Z можно представить, как:

$$I_z^{\text{кон}} = \frac{\pi}{24} d \delta_3 \left(\frac{3}{4} d^2 + 2H_0^2 \right) \sqrt{\left(\frac{d}{2} \right)^2 + H_0^2}$$

где d – размер (диаметр) основания конической ячейки и соответствующих участков несущих слоев;

H_0 – высота конической ячейки;

δ_3 – толщина ячейки заполнителя .

Для верхнего и нижнего несущих слоев массовый момент инерции относительно оси Z:

$$I_z^{\text{нс}} = \delta_{\text{нс}} d^2 \frac{\delta_{\text{зан}}^2 + d^2}{12} + \delta_{\text{зан}} d^2 H_0^2$$

где $\delta_{\text{нс}}$ – толщина несущего слоя

Полный момент инерции фрагмента трехслойной структуры относительно оси z равен:

$$I_z^\Sigma = \frac{\pi}{24} d \delta_3 \left(\frac{3}{4} d^2 + 2H_0^2 \right) \sqrt{\left(\frac{d}{2} \right)^2 + H_0^2} + 2\delta_{nc} d^2 \left(\frac{\delta_{зан}^2 + d^2}{12} + H_0^2 \right)$$

Определение приведенной толщины панели заключается в замене рассмотренного фрагмента трехслойной панели на однослойный с искомой приведенной толщиной δ_{np} и аналогичными размерами d по осям x и z :

$$I_z^{np} = d^2 \delta_{np} \frac{(\delta_{np}^2 + d^2)}{12}$$

Исходя из равенства момента инерции фрагмента трехслойной структуры I_z^Σ моменту инерции однослойного фрагмента I_z^{np} , получим кубическое алгебраическое уравнение для определения приведенной толщины δ_{np} :

$$\delta_{np}^3 + d^2 \delta_{np} = \frac{\pi}{2d} \delta_3 \left(\frac{3}{4} d^2 + 2H_0^2 \right) \sqrt{\left(\frac{d}{2} \right)^2 + H_0^2} + 24\delta_{nc} \left(\frac{\delta_{зан}^2 + d^2}{12} + H_0^2 \right)$$

Если рассматривать элементарную ячейку заполнителя как усеченный конус, то массовый момент инерции усеченного конуса относительно оси Z принимает следующий вид:

$$I_z^{кон} = \frac{\delta_{зан} \pi}{2} (d_\delta + d_m) \sqrt{H_0^2 + \frac{1}{4} (d_\delta - d_m)^2} \left[\frac{d_\delta^2 + d_m^2}{16} + \frac{H_0^2 \left(1 + \frac{2d_\delta d_m}{(d_\delta + d_m)^2} \right)}{18} + \frac{H_0^2 (2d_m + d_\delta)^2}{9(d_m + d_\delta)^2} \right]$$

где d_δ и d_m - диаметры большего и малого основания конуса

Соответственно, суммарный момент инерции может быть записан, как:

$$I_z^\Sigma = I_z^{\text{кон}} + 2\delta_{\text{нс}} d_{\text{б}}^2 \left(\frac{\delta_{\text{зан}}^2 + d_{\text{б}}^2}{12} + H_0^2 \right)$$

Далее по аналогии с получением приведенной толщины трехслойной панели, где наполнитель рассматривается, как простой конус, получаем кубическое уравнение:

$$\delta_{\text{пр}}^3 + \delta_{\text{пр}} d_{\text{б}}^2 = \frac{12}{d_{\text{б}}^2} \left[I_z^{\text{кон}} + 2\delta_{\text{нс}} d_{\text{б}}^2 \left(\frac{\delta_{\text{зан}}^2 + d_{\text{б}}^2}{12} + H_0^2 \right) \right]$$

Разрешая данное уравнение относительно $\delta_{\text{пр}}$ получаем значение приведенной толщины панели.

Полученная приведенная толщина позволяет воспользоваться при расчете на изгиб трехслойной структуры с дискретным наполнителем уравнениями изгиба изотропных пластин постоянной толщины.

В качестве примера в Таблицах 2.1-2.2 приведены результаты расчета $\delta_{\text{пр}}$ для наполнителя высотой $H_0 = 5$ мм и толщиной несущих слоев $\delta_{\text{нс}} = 1$ мм при различных соотношениях высоты и диаметра основания ячеек наполнителя H_0 / d и толщины наполнителя и несущих слоев $\delta_3 / \delta_{\text{нс}}$.

В таблице приведено также удельное приращение приведенной толщины $\Delta\% = 100 \frac{\delta_{\text{пр}}^{(i)} - \delta_{\text{пр}}^{(0)}}{\delta_{\text{пр}}^{(0)}}$ при увеличении толщины наполнителя и неизменной толщине несущих слоев.

Таблица 3.1. Значения приведенной толщины для конического
заполнителя

$\delta_3 / \delta_{нс}$	0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$H_0 / d = 1 \rightarrow d=5\text{мм} (\alpha=63,5^\circ)$							
δ_{np}	7.11	7.25	7.38	7.63	7.86	8.09	8.3
$H_0 / d = 2 \rightarrow d=2,5\text{мм} (\alpha=75,8^\circ)$							
δ_{np}	7.68	7.87	8.05	8.39	8.7	8.99	9.27
$H_0 / d = 0.5 \rightarrow d=10\text{мм} (\alpha=45^\circ)$							
δ_{np}	5.35	5.5	5.64	5.92	6.18	6.44	6.68

Таблица 3.2. Значения приведенной толщины для заполнителя в форме
усеченного конуса

$\delta_3 / \delta_{нс}$	0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$H_0 / d = 1 \rightarrow d=5\text{мм} (\alpha=63,5^\circ)$							
δ_{np}	7.11	7.28	7.44	7.74	8.02	8.28	8.53
$H_0 / d = 2 \rightarrow d=2,5\text{мм} (\alpha=75,8^\circ)$							
δ_{np}	7.68	7.92	8.15	8.58	8.97	9.33	9.66
$H_0 / d = 0.5 \rightarrow d=10\text{мм} (\alpha=45^\circ)$							
δ_{np}	5.35	5.51	5.67	5.97	6.26	6.53	6.79

3.2.2 Метод сведения трехслойной панели с конусообразным дискретным заполнителем к однородной ортотропной панели

При выполнении КЭ расчетов трехслойные конструкции моделируются как комбинация несущих слоев из плоских КЭ элементов и заполнителя, который в свою очередь выполняется из объёмных элементов. Данный подход позволяет достаточно точно моделировать поведение трехслойных панелей при различном нагружении, однако его применение может повлечь за собой ошибки моделирования, а также увеличение времени расчета, особенно при работе с общими/силовыми или массивными КЭ моделями.

Для решения указанной проблемы трехслойная конструкция может быть сведена к однородной ортотропной путем выполнения элементарных КЭ расчетов или виртуальных испытаний, направленных на определение мембранных, сдвиговых и изгибных свойств.

Для ортотропной пластины могут быть заданы такие параметры, как:

1. δ_{np} – толщина пластины
2. E_{11} – модуль упругости в направлении 1
3. E_{22} – модуль упругости в направлении 2, ортогональном 1
4. G_{12} – модуль сдвига в плоскости пластины
5. G_{23} – модуль сдвига в плоскости 23
6. G_{13} – модуль сдвига в плоскости 23
7. μ_{12} и μ_{21} – коэффициенты Пуассона относительно направления 1 и 2

Поскольку форма ячеек заполнителя обладает осевой симметрией, а несущие слои предполагаются из изотропного материала, то принимается, что упругие свойства заполнителя в направлении 1 и 2 одинаковы: $E_1 = E_2 = E$ и $\mu_{12} = \mu_{21} = \mu$. Исходя из данного предположения, для

определения мембранных характеристик необходимо вычислить удлинение панели U в направлении 1 и сужение V в направлении 2 (Рисунок 3.8) при растяжении вдоль оси 1 силой P . При этом противоположная грань панели должна быть закреплена таким образом, чтобы не препятствовать поперечным деформациям

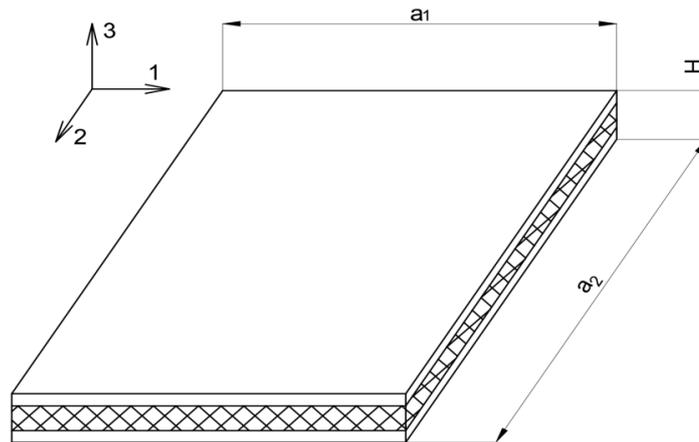


Рисунок 3.8 - Принятые обозначения и СК при определении эквивалентных характеристик

В большинстве программ, предназначенных для КЭ анализа закон Гука для двумерного изотропного материала представлен следующим образом [79]:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_2)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \mu\sigma_1)$$

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G}$$

С учетом полученных величин, из формул Закона Гука можно вывести следующие соотношения:

$$\frac{U}{a_1} = \frac{P_1}{a_2 \delta_{np} E}$$

$$\frac{V}{a_2} = -\mu \frac{P_1}{a_1 \delta_{np} E}$$

Откуда далее получаем:

$$E \delta_{np} = \frac{P_1 a_2}{U a_1} \quad (3.1)$$

$$\mu = -\frac{V}{P_1} E \delta_{np}$$

С учетом формул найденной деформации сдвига γ_{12} получим:

$$G \delta_{np} = \frac{Q}{a_2 \gamma_{12}} \quad (3.2)$$

где Q - сдвиговая нагрузка в направлении 2.

При цилиндрическом изгибе прогиб определяется уравнением:

$$D \frac{d^2 w}{dx^2} = M(x) \quad (3.3)$$

$$D = \frac{E \delta_{np}^3}{12(1 - \mu^2)}$$

Закрепив одну грань пластины, как при определении мембранных свойств, и приложив к противоположной изгибающий момент M получаем:

$$D w = \frac{M a_1^2}{2 a_2} \quad (3.4)$$

где w - максимальный прогиб пластины

Тогда из (3.4) с учетом (3.3) получим:

$$E \delta_{np}^3 = 6M \frac{a_1^2 (1 - \mu^2)}{w a_2} \quad (3.5)$$

Объединяя уравнения (3.5) и (3.1) в систему получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} E\delta_{np} = \frac{Pa_2}{Ua_1} \\ E\delta_{np}^3 = 6M \frac{a_1^2(1-\mu^2)}{wa_2} \end{array} \right.$$

Исходя из данной системы уравнений, становится возможным определение приведенного модуля Юнга и приведенной толщины, а также согласно формулам (3.2) нахождение G и μ .

При определении поперечных сдвиговых модулей упругости принимается, что $G_{23} = G_{13}$. Схема нагружения при вычислении модуля сдвига представлена на Рисунке 3.9.

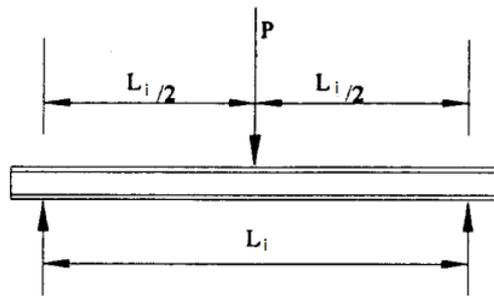


Рисунок 3.9 - Схема нагружения образца

Известно, что прогиб трехслойной балки состоит из изгибной и сдвиговой компоненты и может быть представлен, как [92]:

$$w = w_{изг} + w_{сд} \quad (3.6)$$

В свою очередь в случае шарнирно опертой балки с длиной L_i (в данном случае расстояние между опорами) и нагруженной силой P сдвиговую и изгибную компоненты можно выразить как:

$$w_{изг} = \frac{PL_i^3}{48Da_1} \text{ и } w_{сд} = \frac{PL_i}{4FG_{13}^{прив}} \quad (3.7)$$

где

Цилиндрическая жесткость панели $D = \frac{E_{nc} \delta_{nc} H_{cmp}^2}{2(1 - \mu^2)}$

H_{cmp} - расстояние между срединными поверхностями несущих слоев

F - площадь в поперечном сечении, занимаемая заполнителем.

Соответственно, исходя из формул (3.6) и (3.7), экспериментальную величину модуля сдвига можно определить как:

$$G_{13}^{np} = \left(\frac{P}{w_{\max} b} \right) \frac{L_i}{4H_{cmp} \left(1 - \frac{PL_i^3}{48Da_1 w_{\max}} \right)}$$

3.2.3 Определение эквивалентных упругих характеристик ячеистого заполнителя

При выполнении прочностных расчетов может возникать ситуация, когда приведения трехслойной пластины к однослойной недостаточно и необходимо рассматривать задачу, как трехслойную конструкцию. В таком случае заполнитель представляется, как сплошная среда с приведенными упругими характеристиками.

Так, в случае представления заполнителя, в виде системы конусов, расположенных в шахматном порядке (Рисунок 3.7), и предполагая прямую зависимость приведенных упругих характеристик материала от удельной плотности, можно представить упругие характеристики заполнителя, как [57]:

$$E_{33}^{np} = E_{m.зан} \sin^4(\alpha) \bar{\rho}$$

$$G_{13}^{np} = G_{23}^{np} = \frac{1}{6} E_{m.зан} \sin^2(2\alpha) \bar{\rho}$$

где

$\bar{\rho} = \frac{\pi \delta_{зан}}{2dH} \sqrt{\frac{d^2}{4} + H^2}$ - удельная плотность типовой ячейки в форме полного конуса

В случае представления заполнителя, как системы усеченных конусов (Рисунок 2.1), формулы для упругих параметров останутся неизменными, а удельная плотность типовой ячейки примет следующую форму:

$$\bar{\rho} = \frac{\pi \delta_{зан}}{4d_o H_0} \sqrt{H_0^2 + \frac{1}{4}(d_o + d_m)^2}$$

Верификация рассмотренного метода определения G_{13}^{np} проведена путем выполнения сравнительного анализа методов расчета трехслойных панелей и представлена в пункте 3.2 третьей главы.

Далее представлены результаты виртуальных испытаний по определению приведенных упругих параметров и их сравнение с расчетными величинами. Для расчета E_{33}^{np} были проведены следующие виртуальные испытания. Был проведен расчет КЭ моделей на сжатие по толщине пакета с учетом геометрической нелинейности при различной высоте панели $H = 2H_0$ [мм] и $H = [5 \text{ мм}, 10 \text{ мм}, 15 \text{ мм}, 20 \text{ мм}]$. Верификационная КЭ модель представлена на Рисунке 3.10

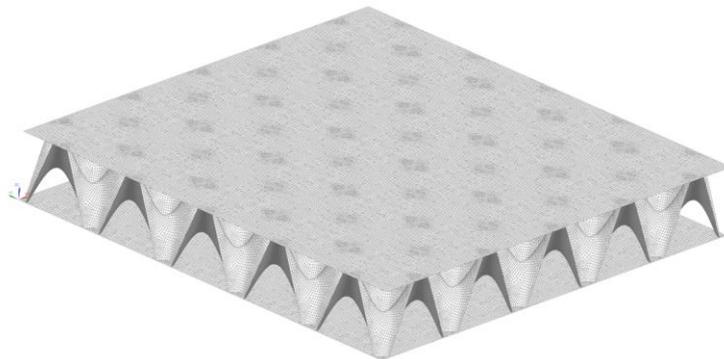


Рисунок 3.10 – Верификационная модель при $H = 15 \text{ мм}$

Ширина и длина образца составила 100 мм. Материал заполнителя и несущих слоев изотропен и обладает следующими свойствами:

$$E_{нс} = E_{зап} = 70.61 \text{ ГПа} \text{ и } \mu = 0.3.$$

Эффективный модуль упругости определяется, как тангенс угла наклона прямолинейного участка кривой к оси абсцисс диаграммы $\sigma_{сж}^{np} = f(\varepsilon)$

:

$$E_{33}^{np} = \frac{\sigma_{сж}^{np}}{\varepsilon} = \frac{\Delta P}{\Delta u} \cdot \frac{t}{F}$$

где

$$\frac{\Delta P}{\Delta u}$$

Δu - отношение приращения приложенной силы к приращению поперечных перемещений

t - высота заполнителя

ε - поперечная деформация образца

Пример результата расчета представлен на Рисунке 3.11. Полученные результаты для различных высот заполнителя представлены в Таблице 3.3 и на Рисунке 3.12

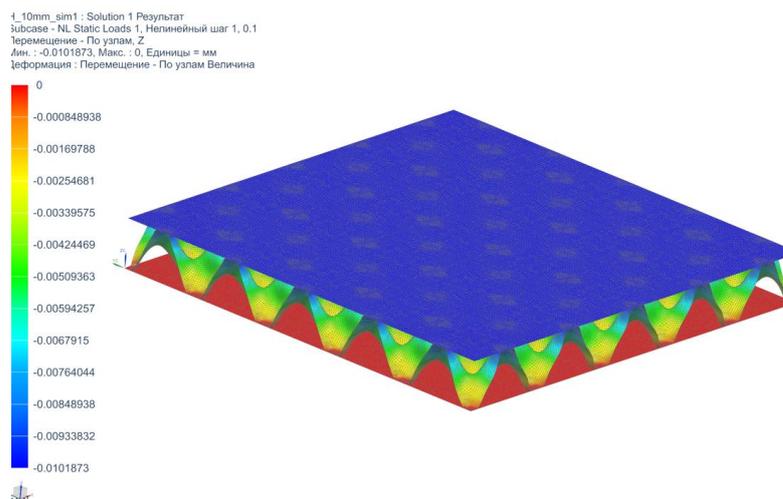
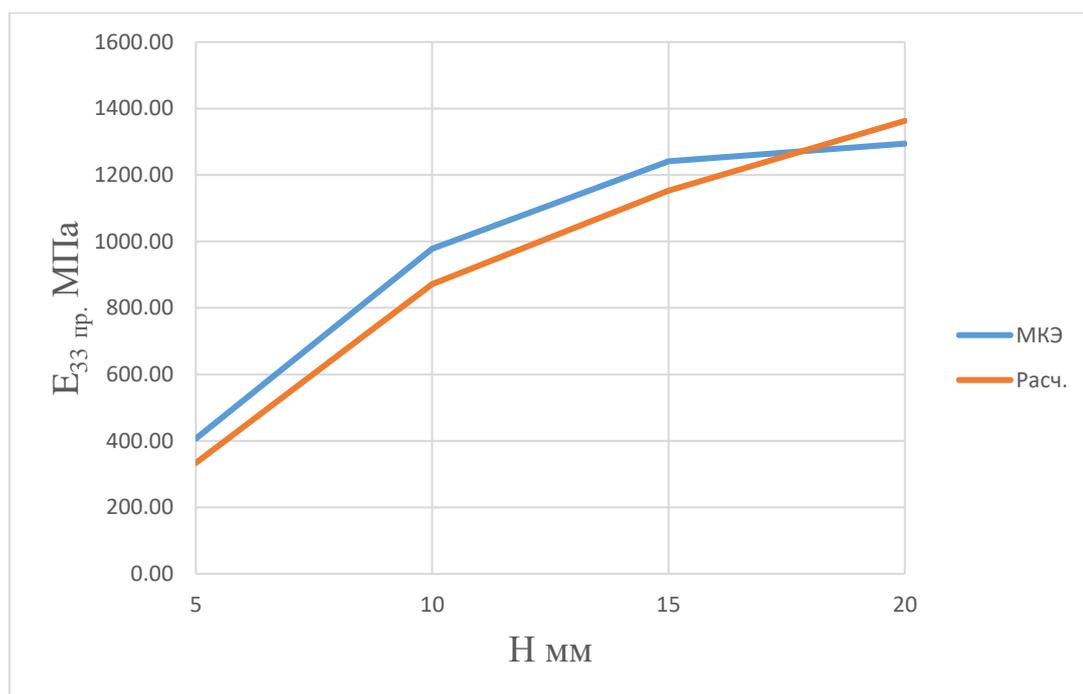


Рисунок 3.11 – Результаты перемещений верификационной модели при $H = 15 \text{ мм}$

Таблица 3.3 – Верификация метода определения E_{33}^{np}

$2H_0$ [мм]	E_{33}^{np} [ГПа] по результатам КЭ анализа	E_{33}^{np} [ГПа] по результатам расчета
5	0.40	0.33
10	0.97	0.86
15	1.24	1.15
20	1.29	1.36

Рисунок 3.12 - Верификация метода определения E_{33}^{np}

Для расчета $G_{зан}^{np}$ также был проведен КЭ расчет на трёхточечный изгиб панели с учетом геометрической нелинейности при различной высоте панели $H = 2H_0$ [мм] и $H = [5 \text{ мм}, 10 \text{ мм}, 15 \text{ мм}, 20 \text{ мм}]$ по аналогии с [107]. Верификационная КЭ модель представлена на Рисунке 3.10. Расчетная схема – Рисунок 3.12

Ширина и длина образца составила 100 мм. Материал заполнителя и несущих слоев изотропен и обладает следующими свойствами:
 $E_{нс} = E_{зан} = 70.60$ ГПа и $\mu = 0.3$.

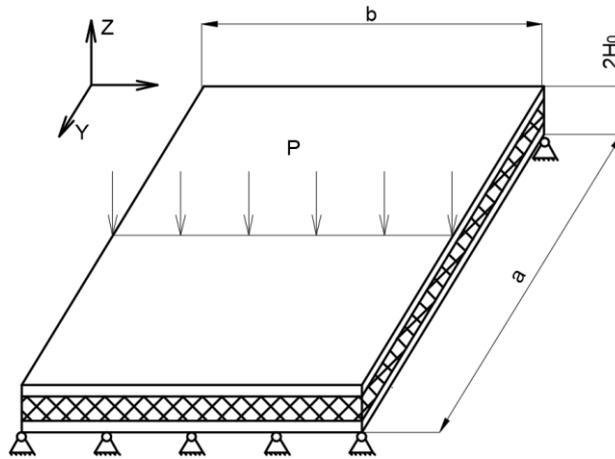


Рисунок 3.12 – Расчетная схема

Приведенный модуль поперечного сдвига заполнителя можно определить исходя:

$$G_{зан}^{прив} = \left(\frac{P}{w_{\max} b} \right) \frac{a}{8H_0 \left(1 - \frac{Pa^3}{48Dbw_{\max}} \right)}$$

Пример результата расчета представлен на Рисунке 3.11. Полученные результаты для различных высот заполнителя представлены в Таблице 3.3 и на Рисунке 3.14.

Таблица 3.3 – Верификация метода определения $G_{зан}^{прив}$

$2H_0$ [мм]	$G_{зан}^{прив}$ [ГПа] по результатам КЭ анализа	$G_{зан}^{прив}$ [ГПа] по результатам расчета
5	2.95	2.86
10	1.76	1.73
15	0.94	0.97
20	0.52	0.59

H_10mm_sim1 : Статика Результат
 Subcase - Static Loads 1, Статический шаг 1
 Перемещение - По узлам, Z
 Мин. : -0.373, Макс. : 0.000, Единицы = мм
 Деформация : Перемещение - По узлам Величина

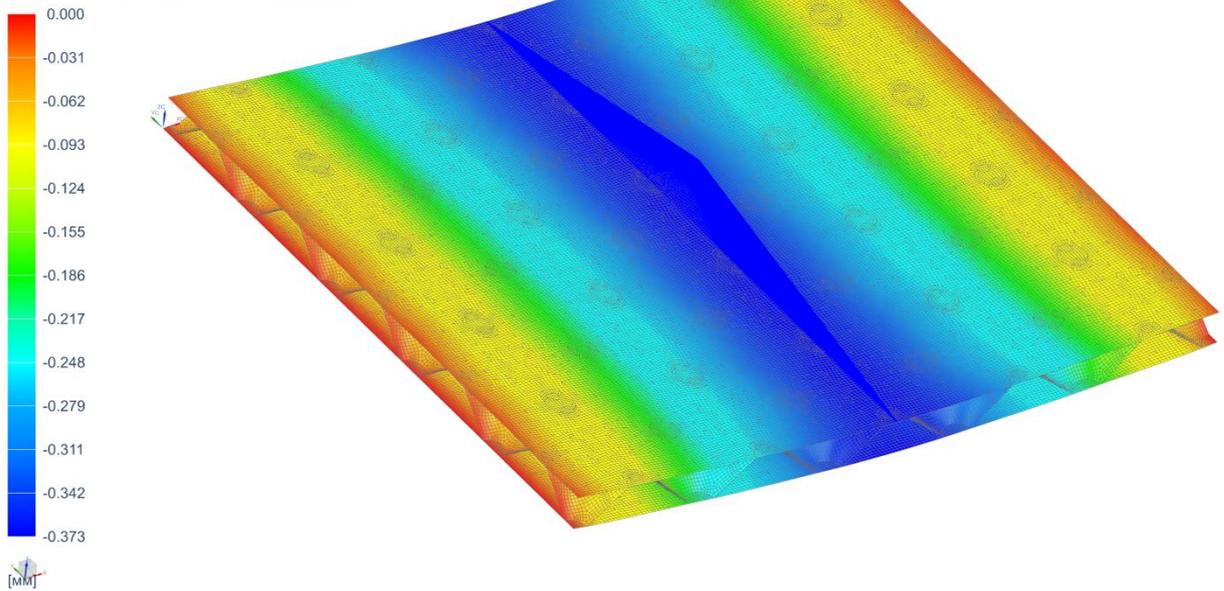


Рисунок 3.14 – Результаты перемещений верификационной модели

$$H = 15 \text{ мм}$$

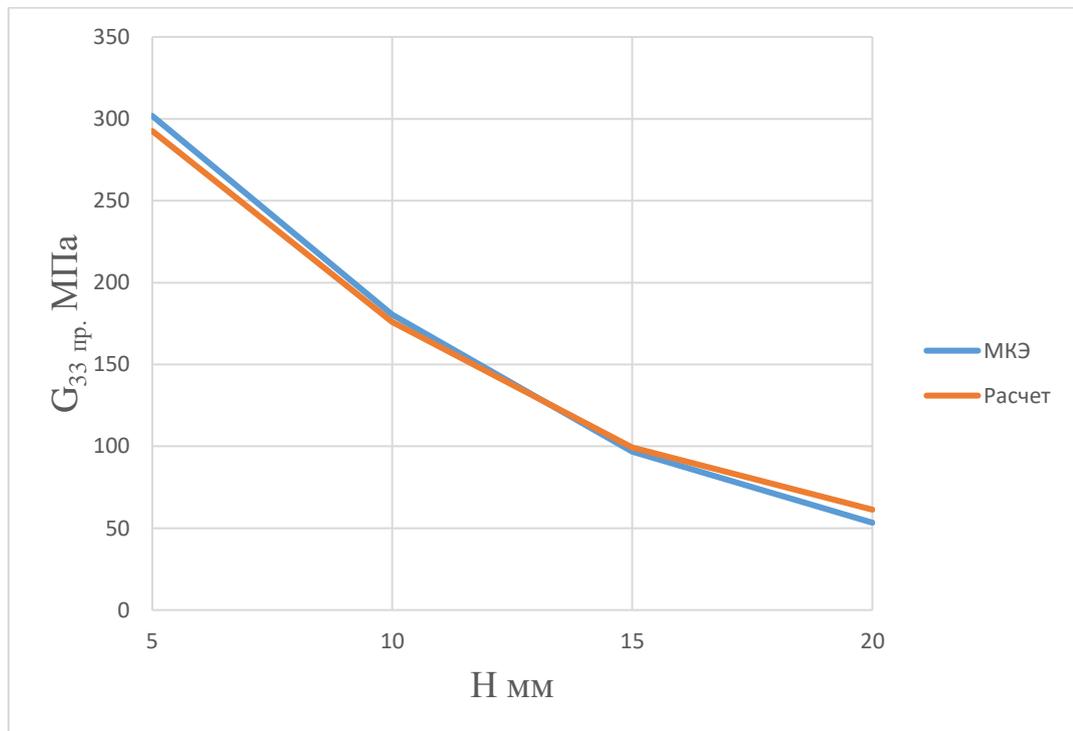


Рисунок 3.15 - Верификация метода определения G_{33}^{np}

3.2.4 Расчет трехслойных панелей, как однослойной с приведенной толщиной

В подразделе второй главы «Приближенный метод» были получены 2 выражения для элементарных ячеек заполнителя в виде полного и усеченного конуса (Рисунок 3.7):

Для полной конической ячейки:

$$\delta_{np}^3 + d^2 \delta_{np} = \frac{\pi}{2d} \delta_{nc} \left(\frac{3}{4} d^2 + 2H_0^2 \right) \sqrt{\left(\frac{d}{2} \right)^2 + H_0^2} + 24\delta_{nc} \left(\frac{\delta_{зан}^2 + d^2}{12} + H_0^2 \right)$$

Для ячейки в форме усеченного конуса:

$$\delta_{np}^3 + \delta_{np} d_{\delta}^2 = \frac{12}{d_{\delta}^2} \left[I_z^{кон} + 2\delta_{nc} d_{\delta}^2 \left(\frac{\delta_{зан}^2 + d_{\delta}^2}{12} + H_0^2 \right) \right]$$

$$I_z^{кон} = \frac{\delta_{зан} \pi}{2} (d_{\delta} + d_m) \sqrt{H_0^2 + \frac{1}{4} (d_{\delta} - d_m)^2} \left[\frac{d_{\delta}^2 + d_m^2}{16} + \frac{H_0^2 \left(1 + \frac{2d_{\delta} d_m}{(d_{\delta} + d_m)^2} \right)}{18} + \frac{H_0^2 (2d_m + d_{\delta})^2}{9(d_m + d_{\delta})^2} \right]$$

На основе данных уравнений получены значения приведенной толщины δ_{np} , используемые при решении уравнений изгиба тонких пластин или пластин средней толщины при $\left(\frac{2H_0^2}{b} > \frac{1}{5} \right)$

3.3 Сравнение методов аналитического расчета трехслойных пластин

Поскольку рассмотренные в предыдущих пунктах способы аналитического расчета трехслойных панелей основываются на определенных допущениях, как несжимаемость пластины по толщине и работой заполнителя только на поперечный сдвиг, необходимо провести сравнение описанных способов, а также исследовать влияние соотношения толщин заполнителя и несущих слоев на получаемые результаты рассмотренными методами.

Верификация рассмотренных методов проводилась путем сравнения максимальных прогибов шарнирно закрепленной трехслойной панели при действии постоянной нормально распределенной нагрузки $q = const$ (Рисунок 3.16) с результатами КЭ расчета.

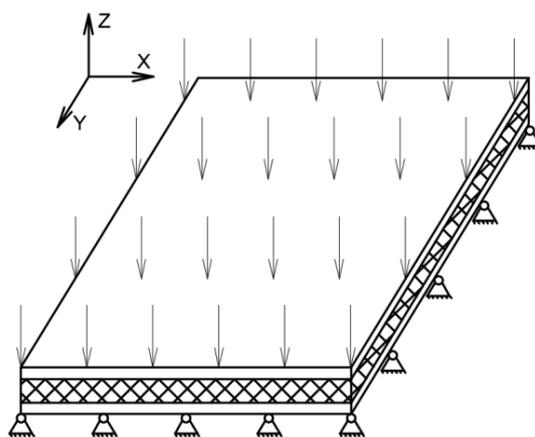


Рисунок 3.16 – Постановка задачи при проведении верификационного анализа

При выполнении расчетов были приняты следующие параметры: размеры пластины $a = 200$ мм, $b = 200$ мм, $H = 10$ мм (соответственно $H_0 = 5$ мм), действующая нагрузка $q = 1$ МПа, толщина несущих слоев $\delta_{nc} = 1$ мм.

В качестве заполнителя рассматривается конусообразный дискретный заполнитель с шагом между ячейками $d_{\sigma} = 10 \text{ мм}$ и диаметром верхнего основания, направленного в сторону несущих слоев, $d_{\mu} = 3 \text{ мм}$. Материал заполнителя и несущих слоев изотропен и обладает следующими свойствами: $E_{\text{нс}} = E_{\text{зап}} = 70.60 \text{ ГПа}$ и $\mu = 0,3$.

С учетом того, что при выполнении процедуры верификации необходимо также исследовать точность предложенного метода определения приведенных свойств заполнителя, при создании КЭ модели структура заполнителя была сохранена (Рисунок 3.16). При моделировании структуры заполнителя и несущих слоев были применены плоские конечные элементы. С целью учета мембранных характеристик расчет проводился геометрически нелинейной постановке. Для КЭ анализа при $\delta_{\text{зан}} = 0.4 \text{ мм}$ представлено распределение прогибов (Рисунок 3.17)

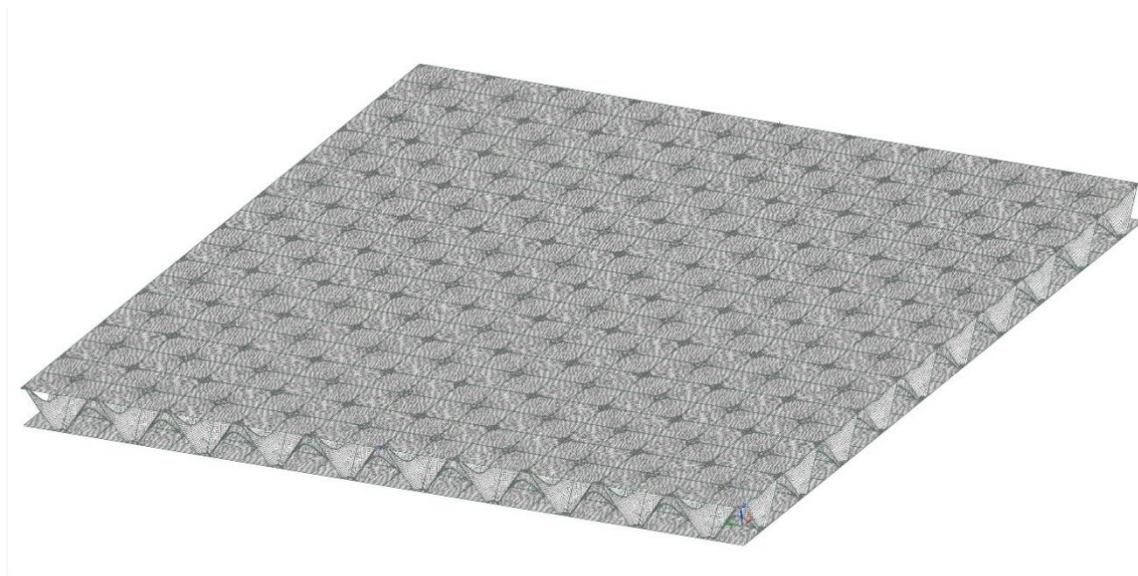


Рисунок 3.17 – Верификационная КЭ модель

При выполнении расчетов рассмотрены заполнители толщиной: $\delta_{\text{зан}} = [0.1 \text{ мм}, 0.2 \text{ мм}, 0.4 \text{ мм}, 0.8 \text{ мм}, 1 \text{ мм}]$. Полученные результаты расчета максимальных прогибов представлены в Таблице 3.4 и на рисунке 3.18.

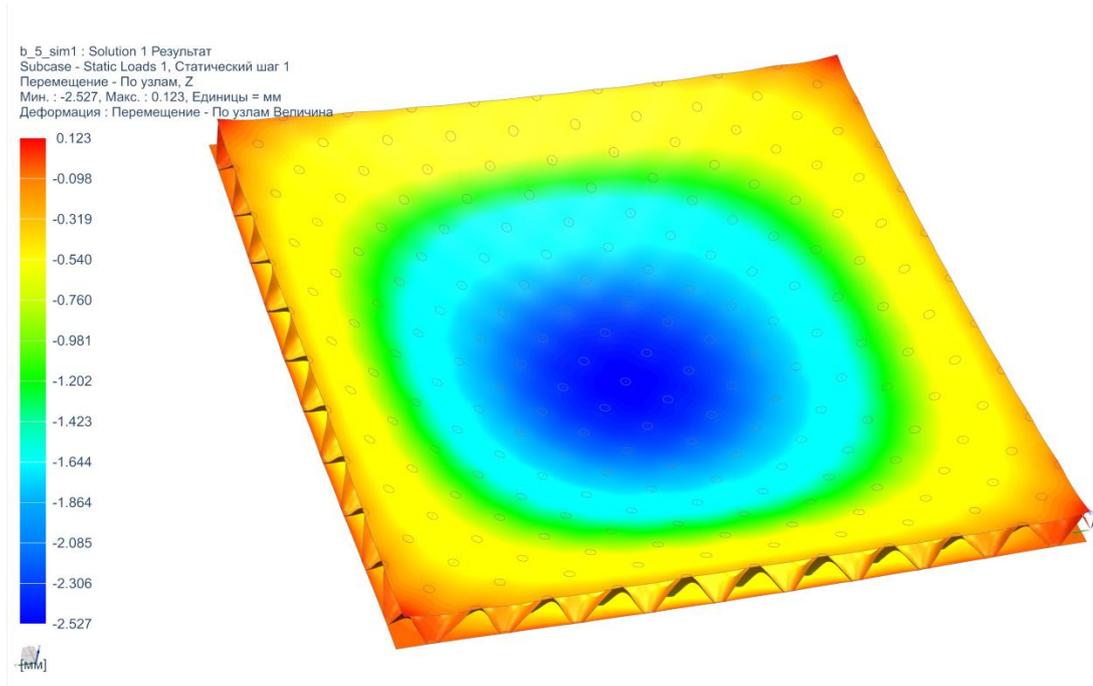


Рисунок 3.18 – Распределение прогибов при $\delta_{зан} = 0.4 \text{ мм}$

Таблица 3.4 - Результаты анализа

$\delta_{зан}$	0.1 мм	0.2 мм	0.4 мм	0.8 мм	1 мм
w_1^{\max} [мм]	3.52	3.39	3.16	2.76	2.60
w_2^{\max} [мм]	3.88	2.76	2.20	1.92	1.87
w_3^{\max} [мм]	5.44	3.55	2.56	1.98	1.84
w_4^{\max} [мм]	4.14	3.10	2.53	2.19	2.11

В таблице 3.4 приняты следующие обозначения:

w_1^{\max} [мм] - максимальные прогибы в центре пластины, определенные по приближенному методу;

w_2^{\max} [мм] - максимальные прогибы в центре пластины, определенные на основе метода [47];

w_3^{\max} [мм] - максимальные прогибы в центре пластины, определенные на основе метода [102];

w_4^{\max} [мм] максимальные прогибы в центре пластины, согласно данным КЭ анализа.

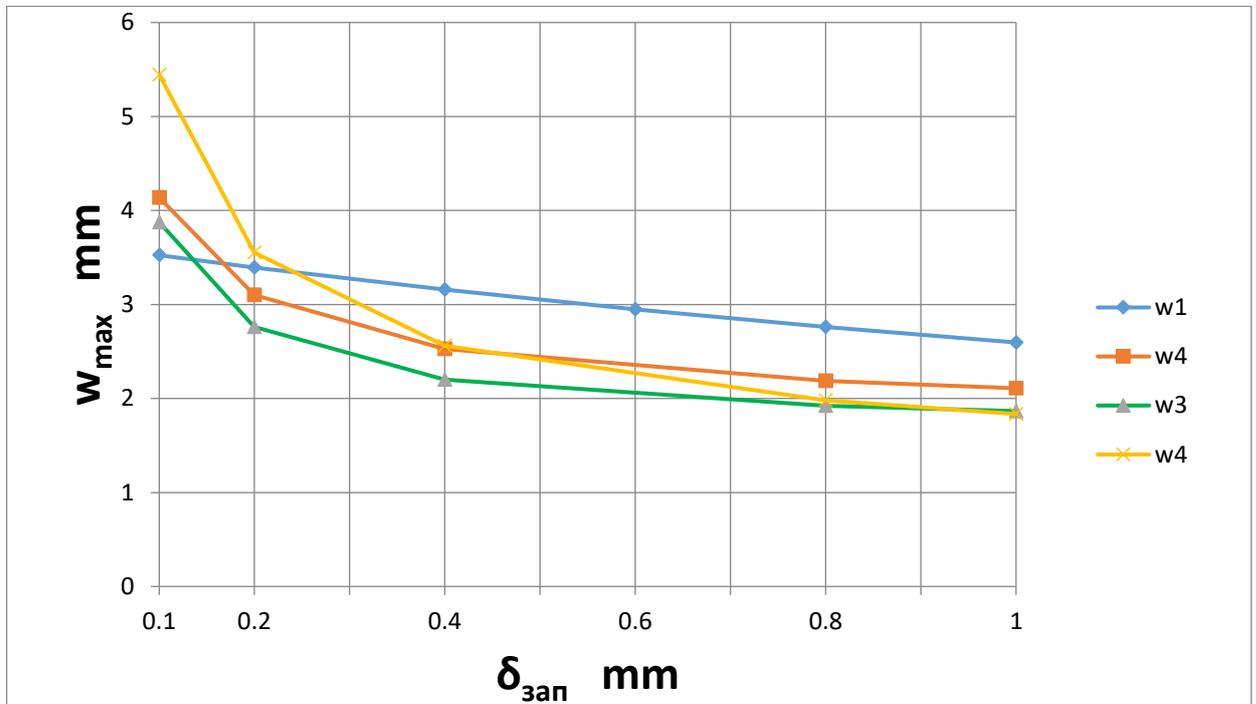


Рисунок 3.19 – Максимальные прогибы

Результаты, полученные в ходе расчета представленными методами, сравнивались с конечно-элементным решением и зависимость прогибов от толщины заполнителя имеет схожий характер.

Анализируя полученные зависимости (Рисунок 3.19), можно утверждать, что разработанные прикладные методы расчета трехслойных панелей с дискретным заполнителем позволяют получить допустимую для практического применения точность результатов.

3.4 Заключение к Главе 3

1. Получено уравнение переменной цилиндрической жесткости заполнителя, сформировано выражение для математического представления формы заполнителя
2. Представлены методы определения приведенных эквивалентных характеристик трёхслойной панели и конусообразного дискретного заполнителя.
3. Проведено сравнение методов аналитического расчета эквивалентных упругих свойств заполнителя с результатами КЭ расчета
4. С целью верификации методов определения приведенных упругих свойств конусообразного дискретного заполнителя, а также исследования возможности применения методов расчёта трехслойных пластин в случае заполнителя рассматриваемой структуры проведено сравнение 3-х методов расчета с результатами КЭ анализа.
5. Установлено, что методы расчета эквивалентных упругих свойств заполнителя и прикладные подходы к расчету трехслойных панелей с дискретным заполнителем позволяют получить допустимую для практического применения точность результатов. Наиболее близкие результаты относительно данных, полученных с использованием метода конечных элементов, достигаются при использовании метода расчета трехслойных пластин Григолюка – Чулкова.

ГЛАВА 4 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОНСТРУКЦИЙ С ТРЕХСЛОЙНЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

В данной главе представлены результаты экспериментов по определению прогибов трехслойных панелей с конусообразным дискретным наполнителем. Эксперименты проведены с целью верификации рассмотренных методик расчета трехслойных пластин, подходов к определению приведенных упругих свойств, а также с целью исследования прочности клеевого соединения наполнителя и несущих слоев.

4.1 Испытание трехслойной панели на изгиб

В данном эксперименте проводилось исследование прогибов шарнирно опертой панели, нагруженной локально в центральной части. В качестве образцов рассматривались квадратные трехслойные панели со стороной $a = 128 \text{ мм}$, высотой наполнителя $H = 10 \text{ мм}$, толщиной листа наполнителя $\delta_{\text{зан}} = 0.8 \text{ мм}$ и различными толщинами несущих слоев $\delta_{\text{нс}} = 1; 1.2; 1.6; 2 \text{ мм}$ (Рисунок 4.1). Шаг наполнителя $d = 20 \text{ мм}$, диаметр контактной площадки $d_{\text{м}} = 8 \text{ мм}$. Общее количество испытанных образцов составило 12 единиц, по 3 на каждую толщину несущего слоя (Таблица 4.1).

Таблица 4.1 - Количество и толщина несущих слоев образцов

№ образца	H [мм]	$\delta_{\text{зан}}$ [мм]	$\delta_{\text{нс}}$ [мм]
1-3	10	0.8	1
3-6			1.2
6-9			1.6
9-12			2

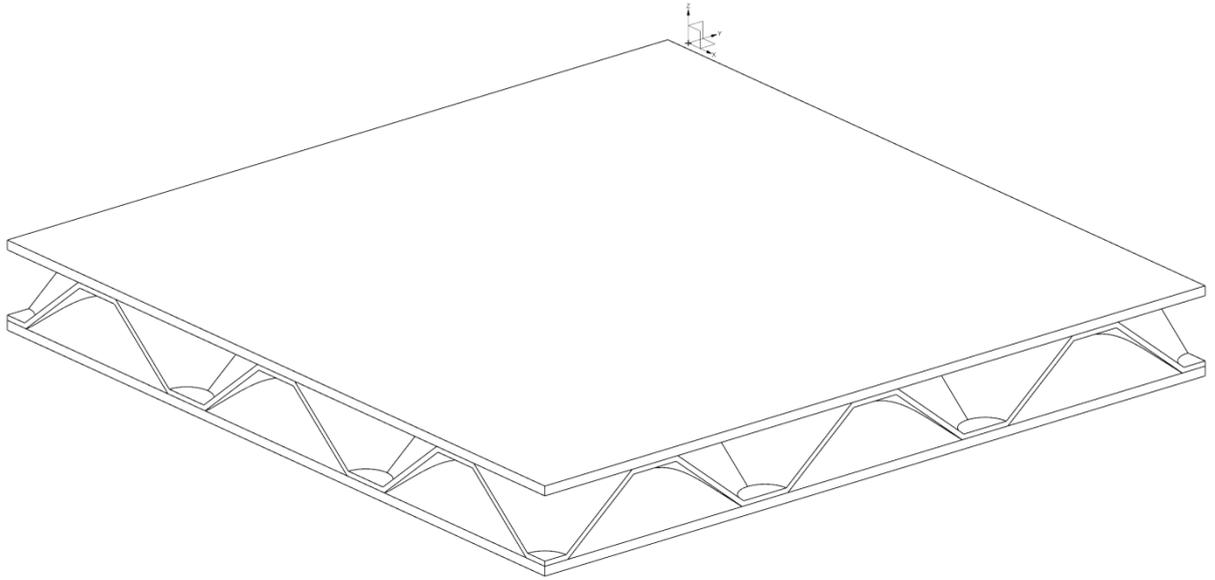


Рисунок 4.1 а – Модель образца. Вид в изометрии

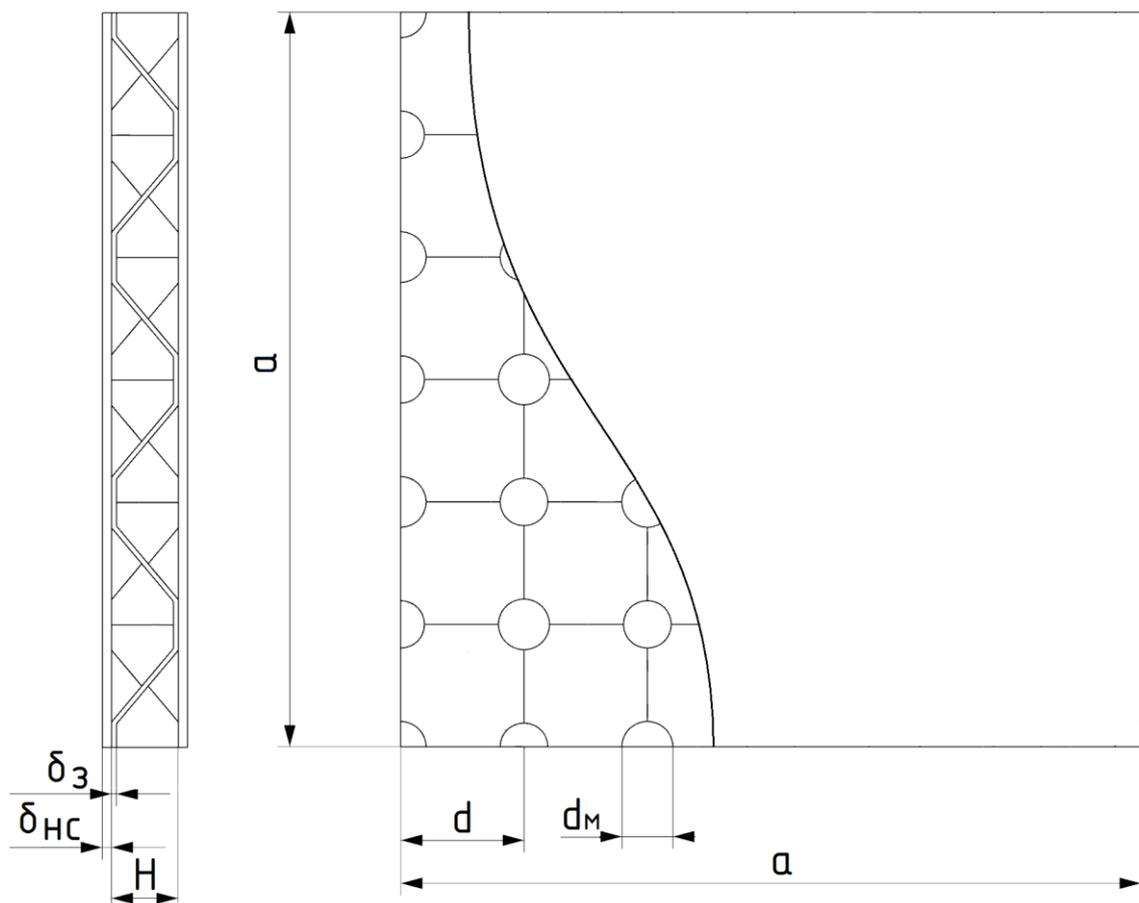


Рисунок 4.1 б – Модель образца. Вид сверху и сбоку. Несущий слой частично скрыт

Материал заполнителя – Д16аМ со свойствами $E_{\text{зап}} = 70.60$ ГПа и $\mu = 0.3$. Материал несущих слоев – Д16аТ с аналогичными упругими свойствами (Таблицы 4.2-4.4).

Таблица 4.2 - Механические свойства Д16аТ
(плакированный, закаленный, естественно состаренный)

Сортамент	Толщина [мм]	E [ГПа]	μ	$\sigma_{0.2}$ [МПа]	σ_{ϵ} [МПа]
Лист	1-4	70.60	0.3	274.59	426.60

Таблица 4.3 - Механические свойства Д16аМ
(плакированный, отожженный)

Сортамент	Толщина [мм]	E [ГПа]	μ	$\sigma_{0.2}$ [МПа]	σ_{ϵ} [МПа]
Лист	0.6-2	70.60	0.3	-	230.46

Таблица 4.4 - Механические свойства Д16аМ после закалки и старения

Сортамент	Толщина [мм]	E [ГПа]	μ	$\sigma_{0.2}$ [МПа]	σ_{ϵ} [МПа]
Лист	0.6-2	70.60	0.3	313.81	431.50

4.1.1 Изготовление образцов

Заданная форма заполнителя была получена путем холодной штамповки заготовки (Рисунок 4.2)

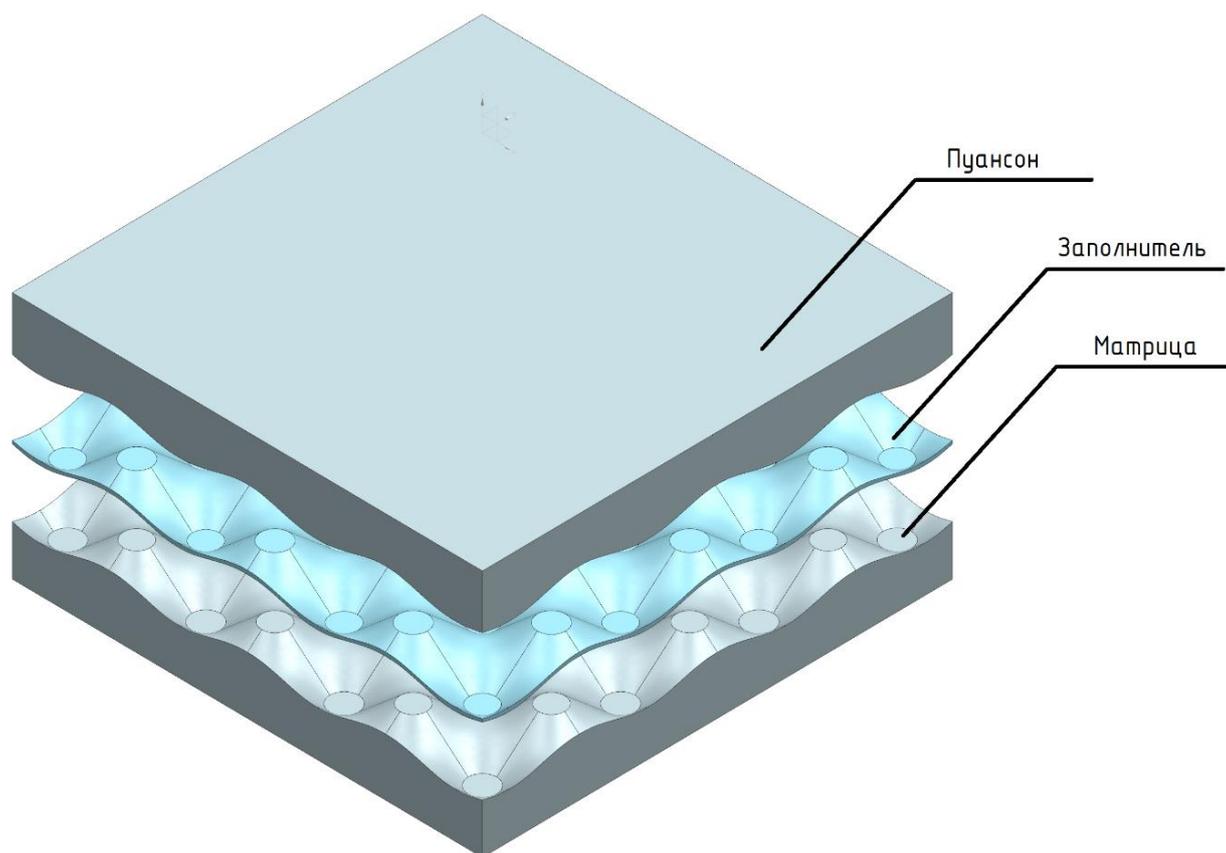


Рисунок 4.2 – Схема процесса холодной штамповки заполнителя

По окончании процесса штамповки, полученная структура заполнителя была подвергнута процедуре закалки и старения. Необходимость данных технологических операций обуславливается тем, что материал заполнителя Д16аМ обладает достаточно низкой прочностью и твердостью, но высокой штампуемостью в отожжённом состоянии. Закалка производилась при температуре 495 C° с последующим одолжением в масляной ванне до температуры 95 C° . Старение происходило при температуре 20 C° в течении 5 суток. По окончании процесса старения проведено обезжиривание заготовок как заполнителя, так и несущих слоёв (Рисунок 4.3).



Рисунок 4.3 – Листы заполнителя с несущими слоями при подготовке к склеиванию. Сушка после обезжиривания

Клеевое соединение заполнителя и несущих слоев выполнено на основе двухкомпонентного клея ВК – 9. Данный клей представляет собой составную двухкомпонентную композицию холодного отверждения. В основе клея ВК-9 - эпоксидные и полиамидные смолы, модифицированные кремнийорганическими соединениями и минеральными наполнителями. Механические свойства клея ВК-9 согласно паспорту на продукцию (приложение 1) представлены в Таблице 4.5

Таблица 4.5 - Механические свойства клея ВК-9. Предел прочности при сдвиге клеевых соединений сплава Д16

Температура эксплуатации [°C]	Норма по ТУ [МПа]	По результатам испытаний производителя [МПа]
20	13.73	15.79
80	53.94	-
125	44.13	58.84

Перед нанесением клея заготовки несущих слоев и заполнителя были зачищены с использованием наждачной бумаги, а также обезжирены с использованием нефтяного растворителя и ацетона. После нанесения клея и совмещения исходных частей, панели были помещены под пресс на 24 часа при температуре окружающей среды в 20 С°. Образцы представлены на Рисунке 4.4

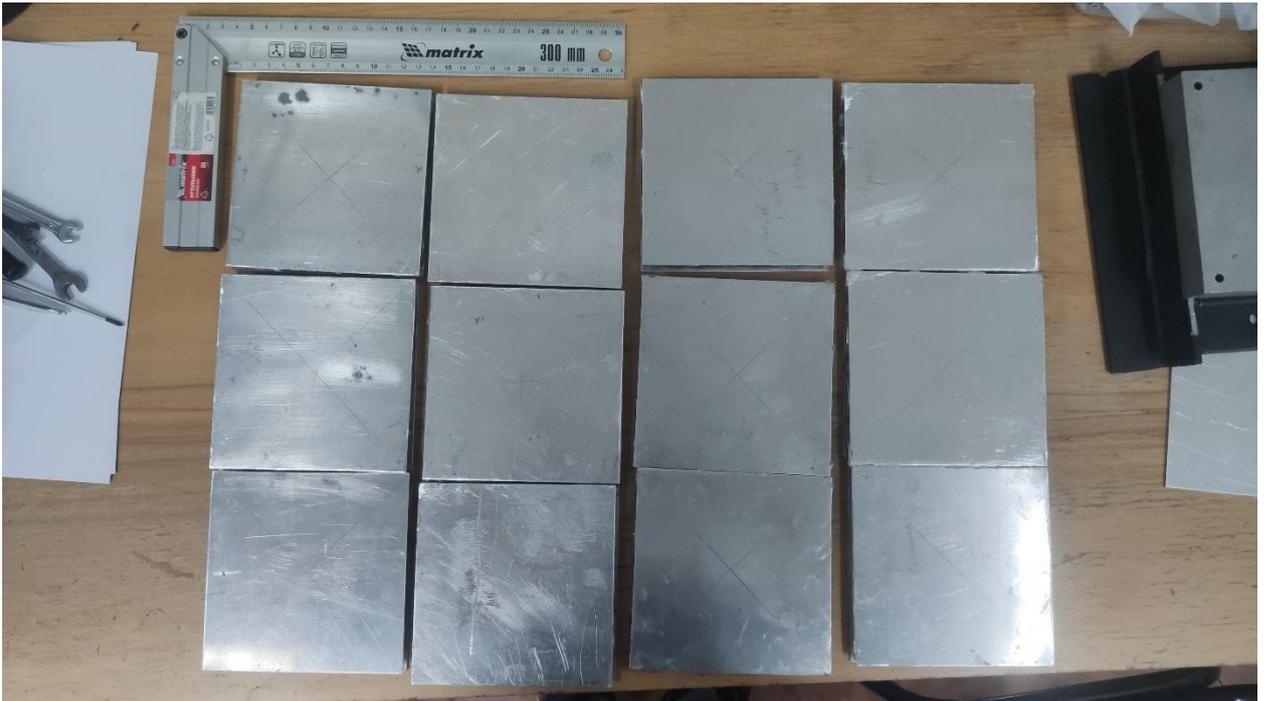


Рисунок 4.4 – Готовые образцы

4.1.2 Устройство имитации шарнирного опирания

Поскольку цель испытаний – определение максимальных прогибов шарнирно опертой пластины при действии сосредоточенной нагрузки в центре, то возникает необходимость в проектировании и изготовлении специальной конструкции, позволяющей имитировать шарнирное опирание по четырем сторонам пластины. Предполагается, что опирание пластины на узкую кромку эквивалентно шарнирному закреплению.

Закрепляющее устройство представляет сборную конструкцию, состоящую из опорного диска нагружающего устройства, плиты и опорной

рамы, выполненной из уголкового профиля (Рисунки 4.5, 4.6). Для центрирования опорной рамы на нижней части выполнен паз глубиной 1.5 мм под плиту.

Передача нагрузки на образец осуществлялась посредством стального стержня длиной 50 мм с плоскими торцами диаметром 6 мм (Рисунок 4.5), установленного в захват нагружающего устройства. Материал стержня – закаленная сталь 45.

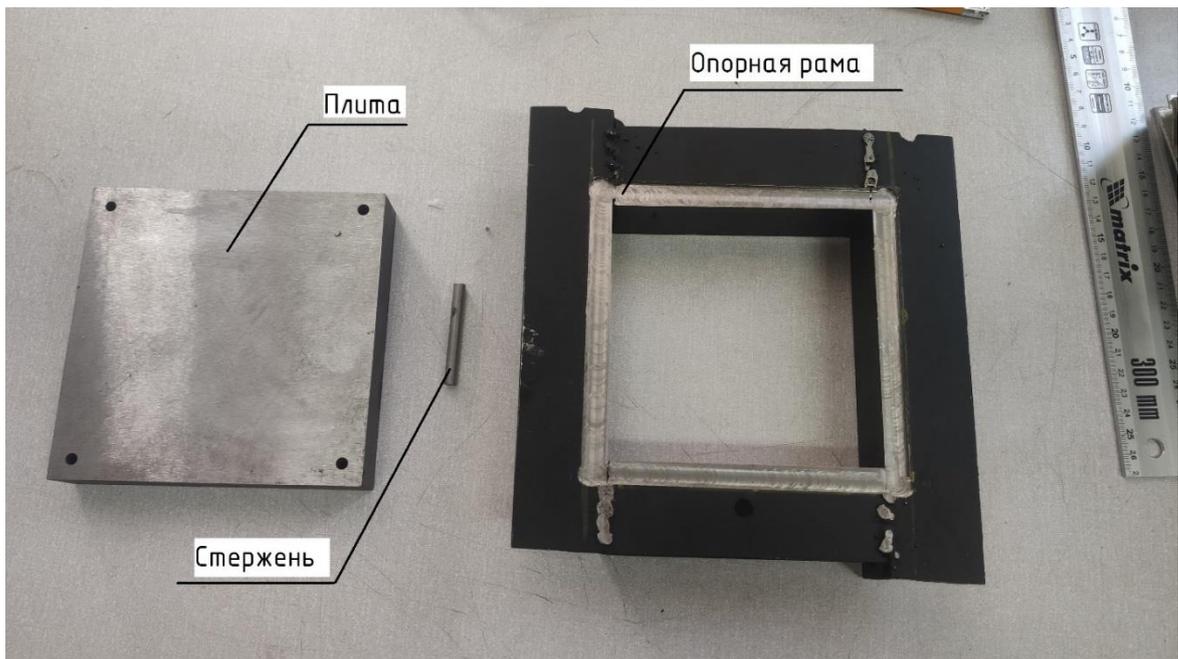


Рисунок 4.5 – Оснастка. Вид на паз опорной рамы

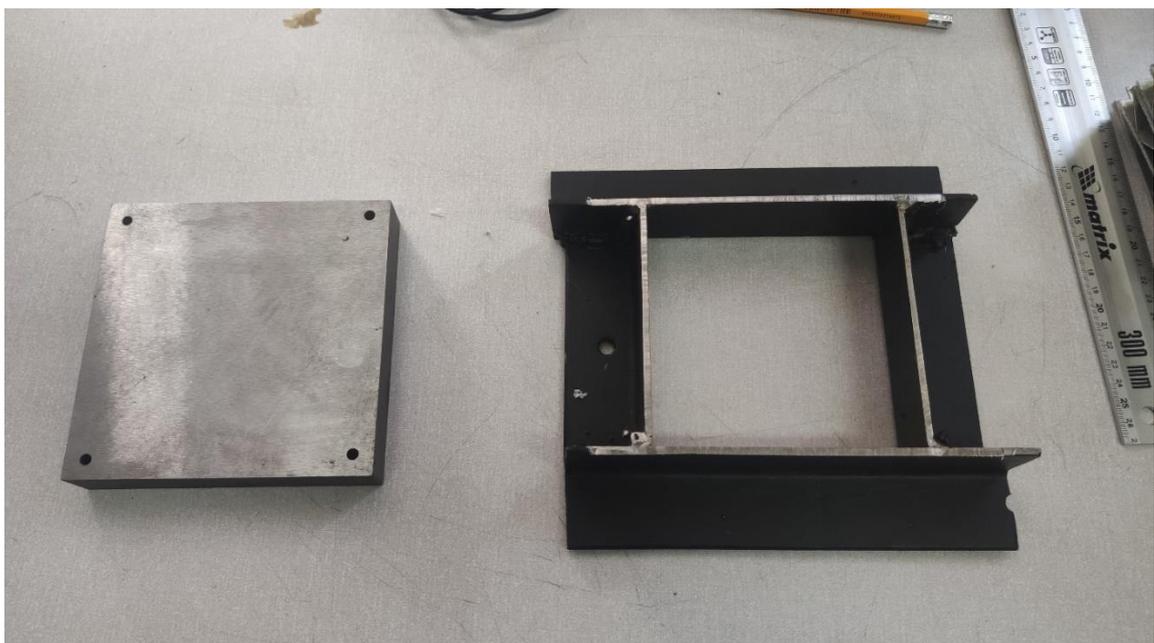


Рисунок 4.6 – Оснастка. Вид на зону установки образца

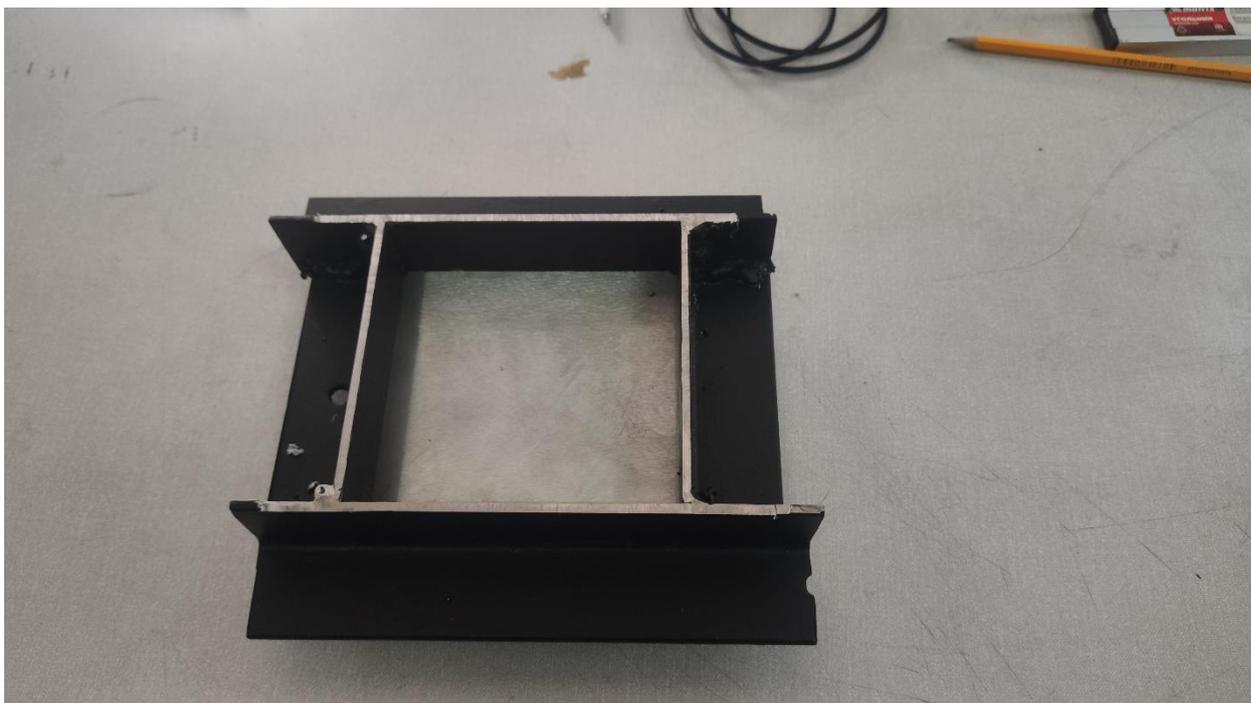


Рисунок 4.7 –Пластина с установленной опорной рамой

Пластина изготовлена из стали 45 с последующей закалкой и отпуском. Размеры пластины $140 \times 140 \times 30$ мм. Механические свойства закаленной стали 45 представлены в Таблице 4.6

Таблица 4.6 - Механические свойства стали 45.

Сортамент	Толщина, диаметр [мм]	E [ГПа]	μ	$\sigma_{0.2}$ [МПа]	σ_e [МПа]
Плита	50	196.13	0.28	715.88	813.95
пруток	8				

Опорная рама изготовлена из стали 20. Размеры опорной рамы представлены на рисунках 4.8, 4.9. Механические свойства – в Таблице 4.7.

Таблица 4.7 - Механические свойства стали 20

Сортамент	Размеры [мм]	E [ГПа]	μ	$\sigma_{0.2}$ [МПа]	σ_e [МПа]
Уголок	$140 \times 140 \times 30$	207.90	0.28	411.88	264.78

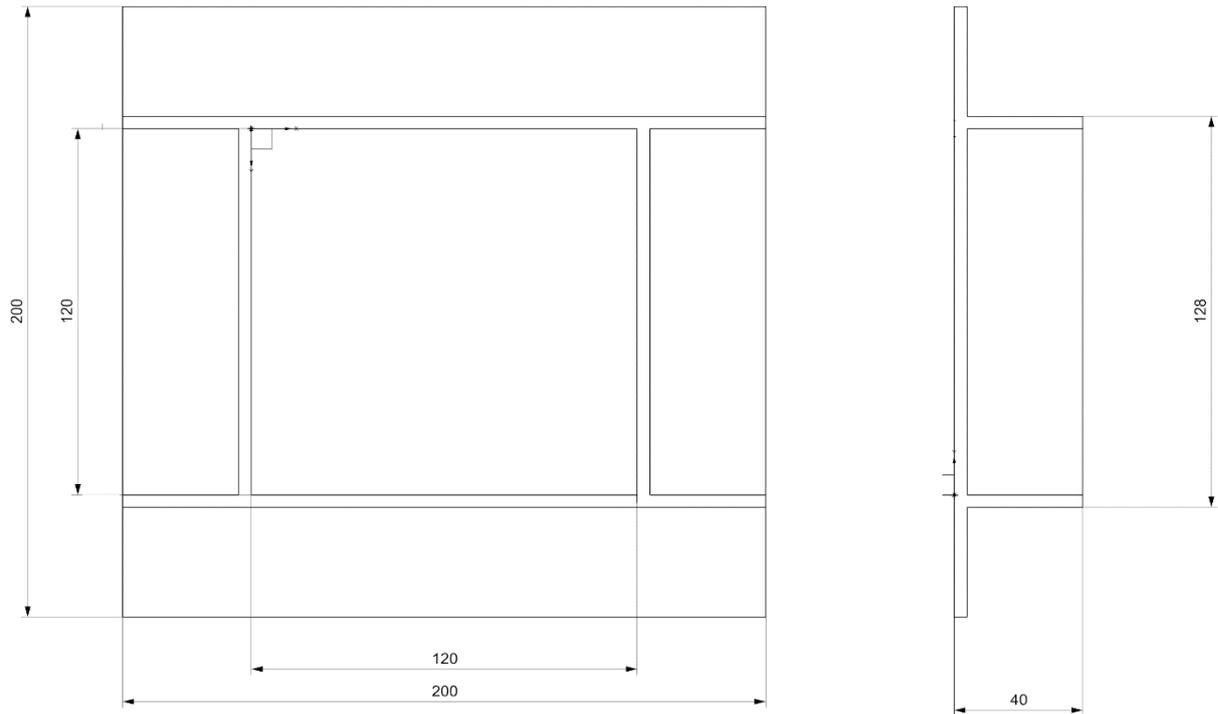


Рисунок 4.8 – Размеры опорной рамы

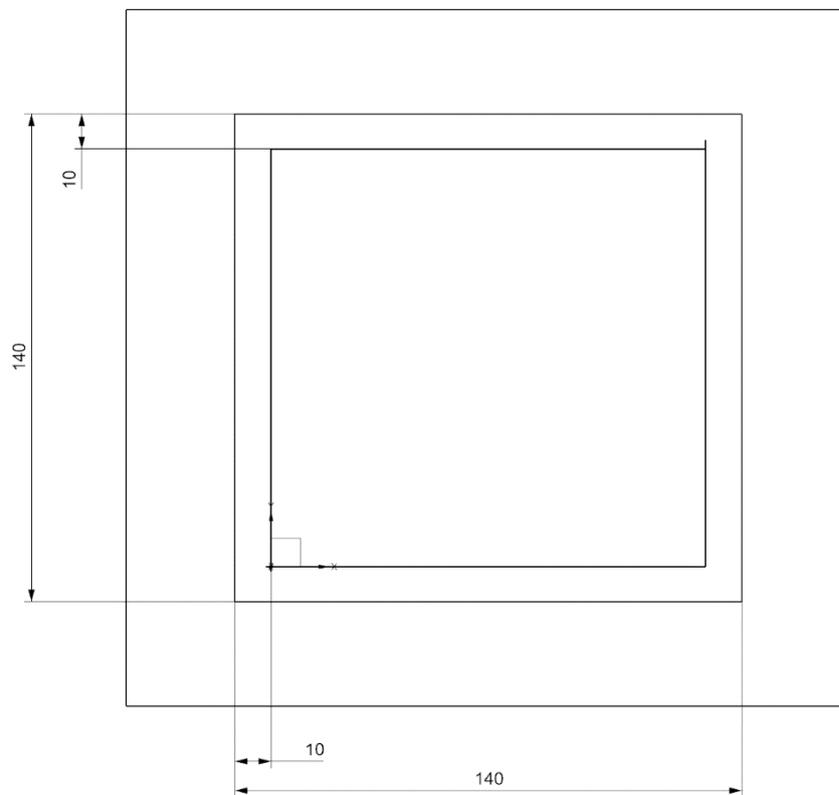


Рисунок 4.9 – Размеры паза опорной рамы

Для оценки корректности работы оснастки при исследовании прогибов образцов трехслойных панелей был выполнен верификационный эксперимент и серия расчетов, при котором сосредоточенно нагружались пластины в количестве 3-х единиц из сплава Д16аТ толщиной 1.9 мм, установленные на данную оснастку (Рисунки 4.10, 4.11). Свойства Д16аТ представлены в Таблице 4.2. Размеры образцов представлены в Таблице 4.8.

Таблица 4.8 - Результаты контрольного измерения образцов.

№ образца	Длина [мм]	Ширина [мм]	Толщина [мм]
1	127.81	128.09	1.90
2	128.04	128.48	1.91
3	127.06	128.36	1.91

Нагружение проводилось на устройстве Instron 34TM-50 при нормальных условиях. Максимальные перемещения определялись по величине хода траверсы с точностью до 0.0001 мм. Величина нагрузки определялась по встроенному силоизмерителю с точностью до 0.001 Н. Скорость нагружения – 1 мм/мин. Нагружение производилось до достижения величины в 50 Н.

Расстояние между опорами рамы (Рисунок 4.8) – 120.04 и 120.01 мм (длина и ширина). Подобная установка образца позволяет рассматривать его, как пластину со стороной равной расстоянию между опорами

Результаты эксперимента представлены в Таблице 4.9, а также на Рисунке 4.11 для образца 1. Для образцов №2 и №3 диаграммы деформирования показаны в Приложении 2.

Таблица 4.9 - Максимальные перемещения и нагрузки

№ образца	Перемещение [мм]	Нагрузка [Н]
1	0.2096	50.090
2	0.1907	50.042
3	0.2043	50.067



Рисунок 4.10 – Проведение эксперимента по нагружению пластины

Согласно полученным результатам зависимости нагрузки от перемещений (Рисунок 4.11) установлено, что левая часть кривой до линейной зоны обуславливается зазорами в местах контакта опорной рамы и плиты, а также в зоне контакта образца и рамы.

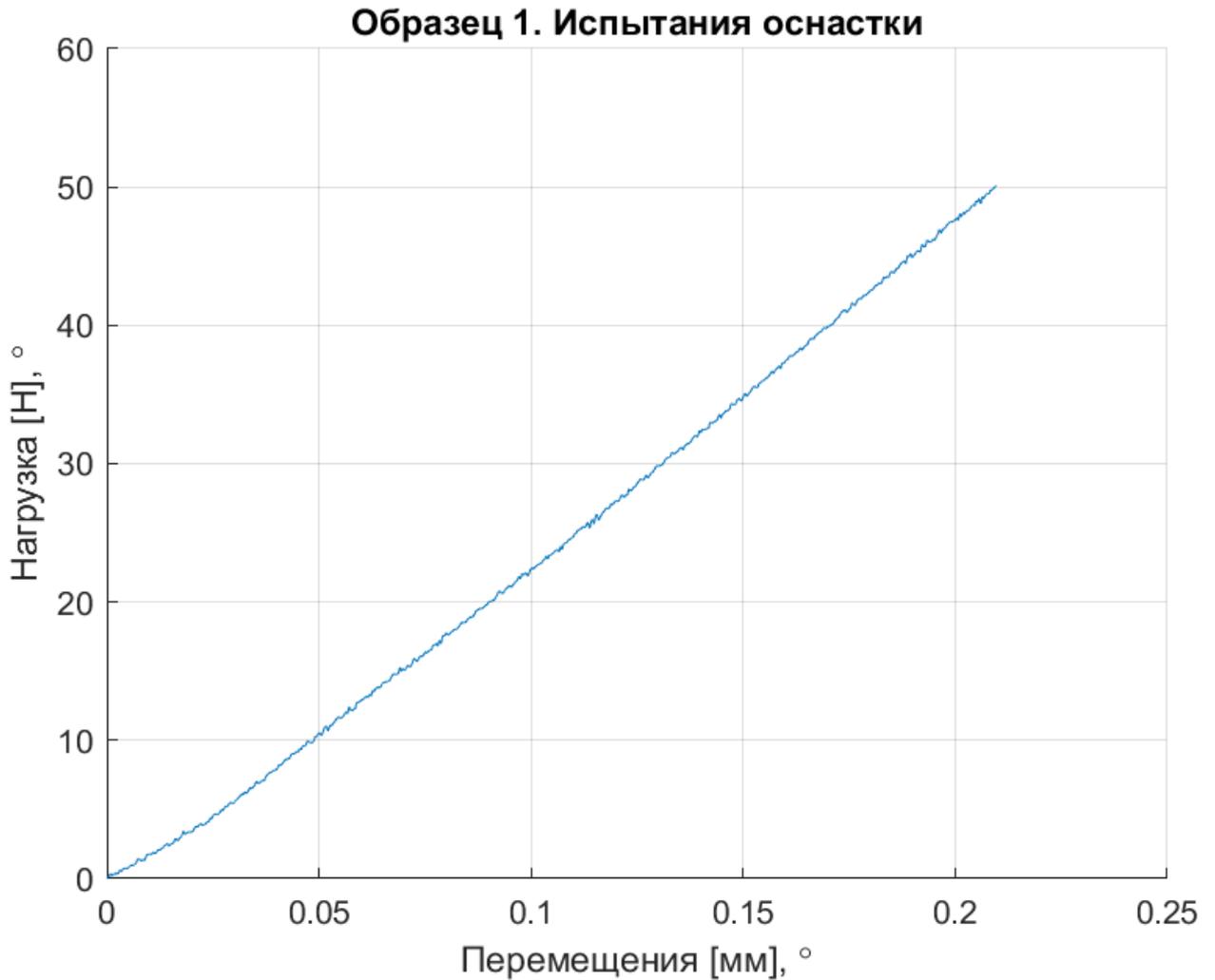


Рисунок 4.11 – График нагрузка-перемещение для образца №1
при испытании оснастки

Подтверждение экспериментальных данных проведено путем КЭ расчета пластины и приближенного решения Навье для сосредоточенной нагрузки. Так максимальные перемещения в шарнирноопертой пластине, нагруженной сосредоточенной нагрузкой в центре, можно определить исходя из формулы [94]:

$$w_{\max}^{м.н.} = \frac{4P}{\pi^4 a^2 D} \sum_m \sum_n \frac{\sin^2\left(\frac{m\pi}{2}\right) \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{a^2}\right)^2}$$

При $a = 120 \text{ мм}$ и $\delta = 1.9 \text{ мм}$, а также при механических свойствах материала согласно Таблице 4.2 $w_{\max} = 0.1883 \text{ мм}$.

Результаты КЭ расчета при тех же входных параметрах представлены на Рисунке 4.12, а $w_{\max}^{\text{МКЭ}} = 0.181 \text{ мм}$. Сравнение экспериментальных и расчетных данных представлено в Таблице 4.10.

test_1_9_sim1 : Solution 1 Результат
Subcase - Static Loads 1, Статический шаг 1
Перемещение - По узлам, Z
Мин. : 0.000, Макс. : 0.188, Единицы = мм
Деформация : Перемещение - По узлам Величина

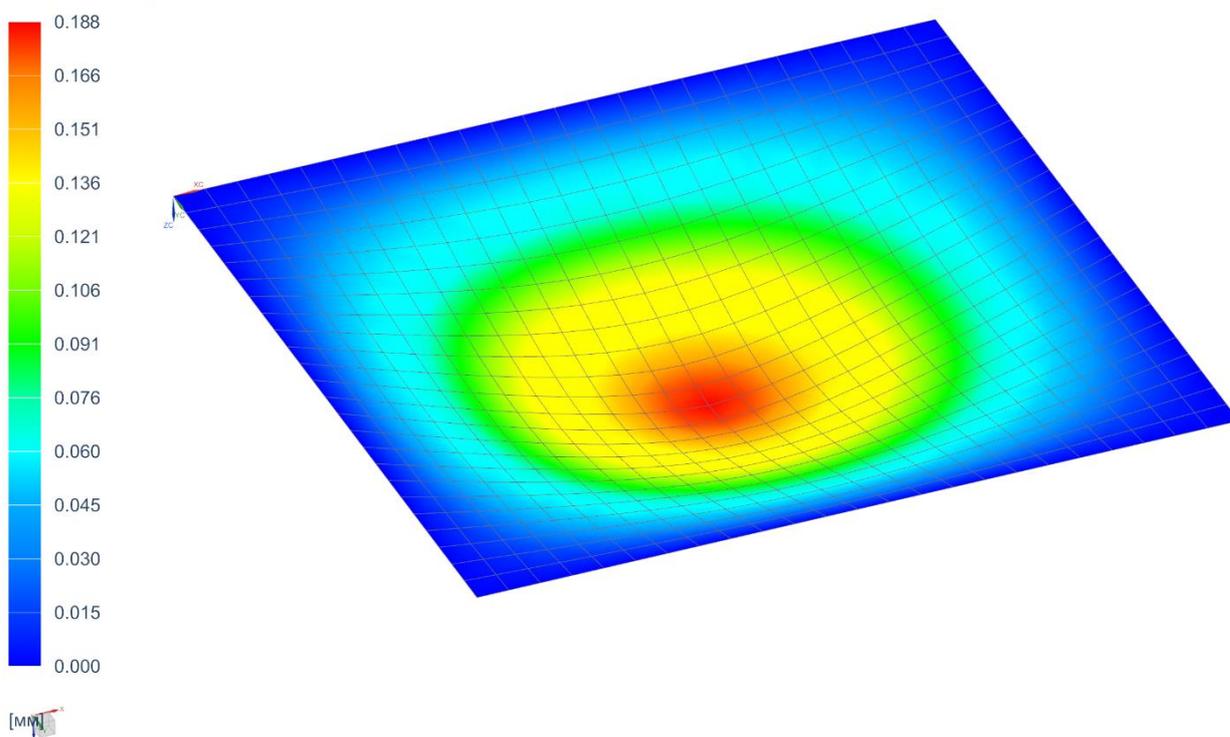


Рисунок 4.12 – Результаты КЭ анализа пластины

Таблица 4.10 - Сравнение экспериментальных и расчетных данных.

№ образца	$w_{\max}^{\text{эксп}}$ [мм]	$w_{\max}^{\text{МКЭ}}$ [мм]	погрешность %	$w_{\max}^{\text{М.Н.}}$ [мм]	погрешность %
1	0.2096	0.1883	11.31	0.1814	15.80
2	0.1907		1.27		5.35
3	0.2043		8.67		12.87

Данные, полученные в результате расчетов и серии предварительных экспериментов, позволяют утверждать, что предложенная оснастка для проведения испытания трехслойных пластин на изгиб при действии сосредоточенной нагрузки удовлетворяет условиям закрепления образца.

При последующих испытаниях была проведена доработка оснастки с целью снижения влияния зазоров

4.1.3 Результаты испытаний трехслойной панели

Было проведено 12 испытаний образцов с различными толщинами несущих слоев (Таблица 4.1). Перед испытаниями было проведено контрольное измерение геометрических параметров образцов. (Таблица 4.11). Были измерены следующие величины: высота заполнителя (H_3), толщина панели (H_n), толщина несущих слоев, а также длина и ширина образца.

Таблица 4.11 - Контрольное измерение геометрических параметров образцов.

Образец	Длина [мм]	Ширина [мм]	$\delta_{н.с.}$ [мм]	H_3 [мм]	H_n [мм]
1	128.14	127.36	1.00	9.81	11.87
2	127.52	128.01	1.01	9.86	11.96
3	127.66	127.78	1.00	9.89	12.11
4	127.80	128.02	1.19	9.91	12.94
5	128.15	127.52	1.20	10.28	13.09
6	127.24	127.99	1.20	10.07	12.94
7	127.95	127.91	1.60	9.89	13.55
8	127.96	127.65	1.60	9.84	13.54
9	128.18	126.63	1.60	9.96	13.61
10	128.12	127.72	2.00	10.16	14.01
11	127.32	128.87	2.00	10.22	14.21
12	127.59	128.91	1.99	10.11	14.25

Необходимо также учитывать, что расстояние между опорами рамы после доработки составляет (Рисунок 4.8) – 120.00 и 120.01 мм (длина и ширина). Подобная установка образца позволяет рассматривать его, как панель со стороной равной расстоянию между опорами, что подтверждается испытанием пластины на изгиб при сосредоточенной нагрузке (Таблица 4.10)

Нагружение проводилось на устройстве Instron 34ТМ-50 при нормальных условиях. Максимальные перемещения определялись по величине хода траверсы с точностью до 0.0001 мм. Величина нагрузки определялась по встроенному силоизмерителю с точностью до 0.001 Н. Скорость нагружения – 1 мм/мин. Нагружение производилось до достижения нагрузки в 750 Н. Каждый образец был нагружен 3 раза с целью выборки оставшихся зазоров и несовершенств. В качестве результирующих данных выбирались второе и третье нагружения, расхождения между которыми не превышали 2 %.

На Рисунке 4.13 представлен образец №11 во время испытаний. Результаты эксперимента представлены в Таблице 4.12, а также на Рисунках 4.14-4.16 для образцов 1-3. Для образцов 4-12 диаграммы деформирования показаны в Приложении 3.

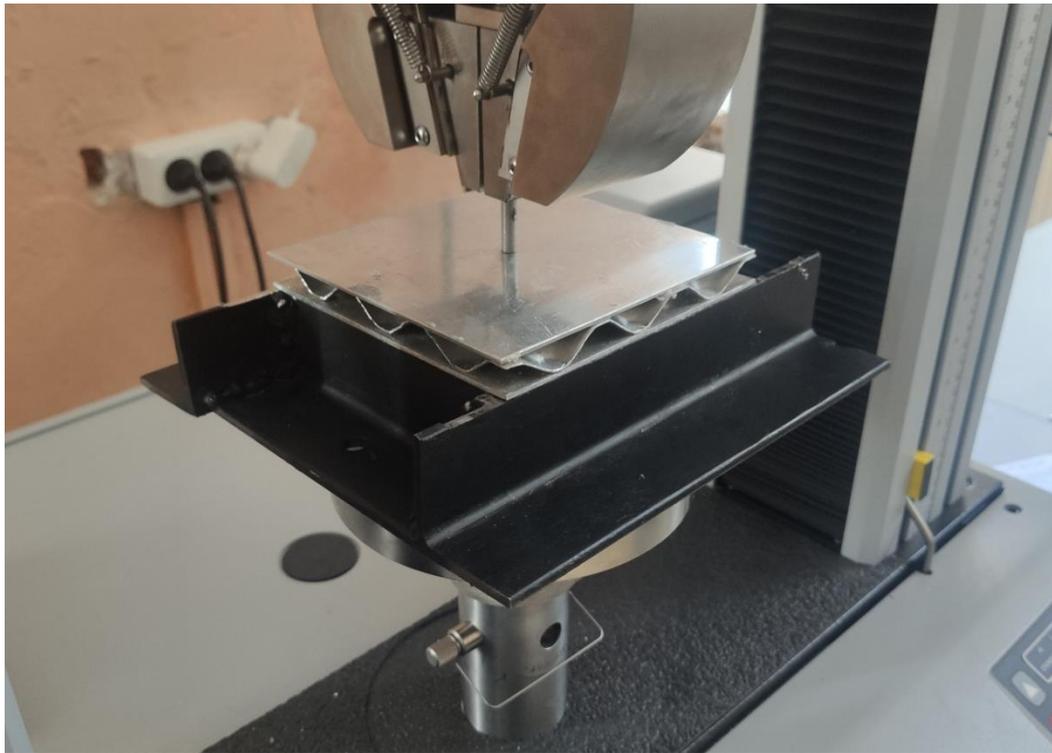


Рисунок 4.13 – Образец №11 при проведении испытаний

Таблица 4.12 - Результаты испытаний образцов

Образец	$\delta_{н.с.}$ [мм]	Перемещение [мм]	Нагрузка [Н]
1	1.0	0.1495	750.024
2		0.1501	750.049
3		0.1591	750.005
4	1.2	0.1273	750.025
5		0.1353	750.008
6		0.1587	750.037
7	1.6	0.1284	750.020
8		0.1183	750.006
9		0.1209	750.028
10	2.0	0.1098	750.044
11		0.1001	750.026
12		0.1074	750.023

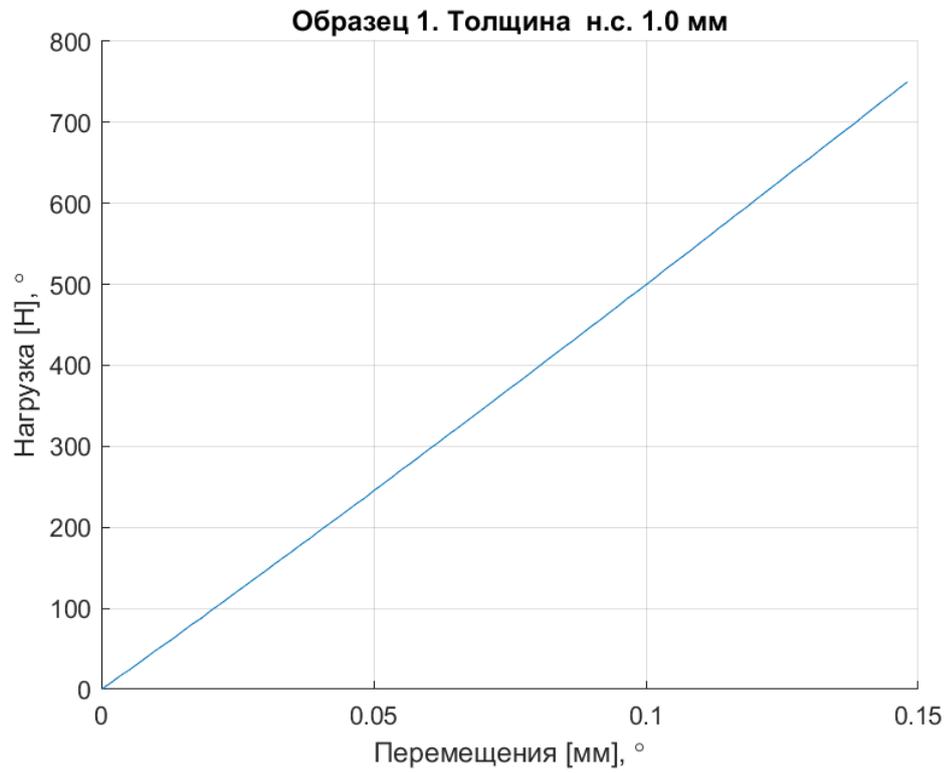


Рисунок 4.14 – График нагрузка-перемещение для образца №1

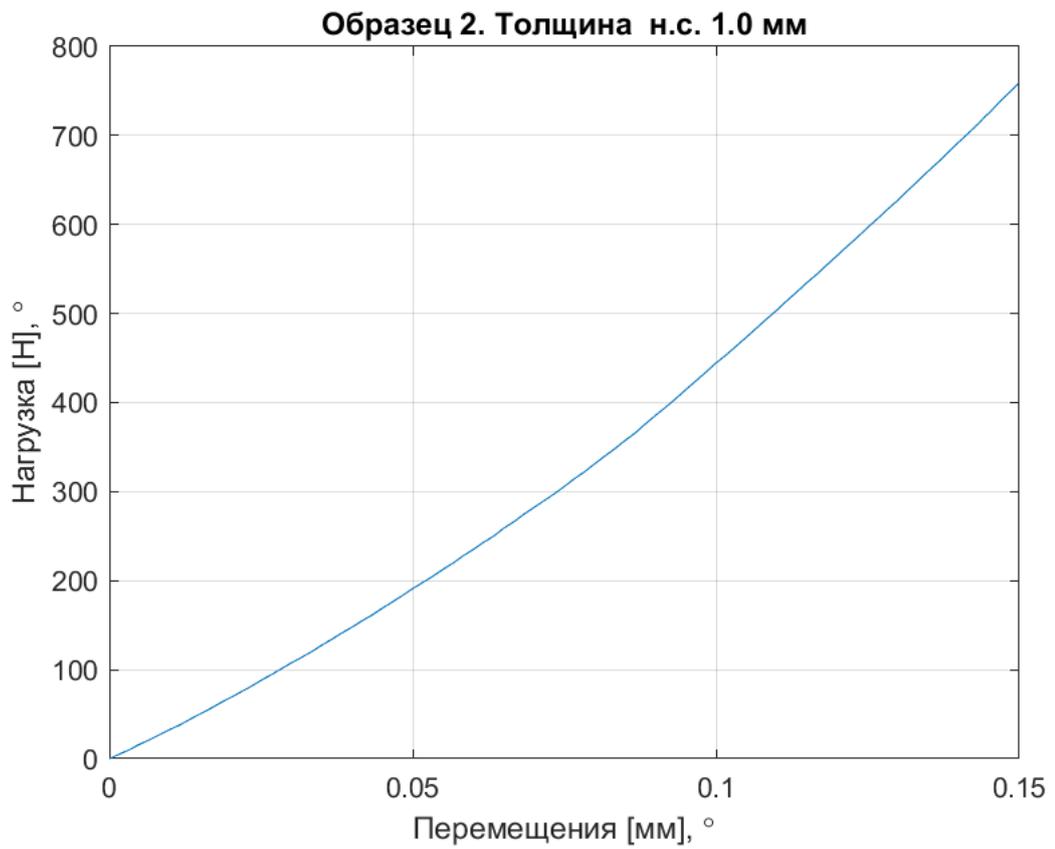


Рисунок 4.15 – График нагрузка-перемещение для образца №2

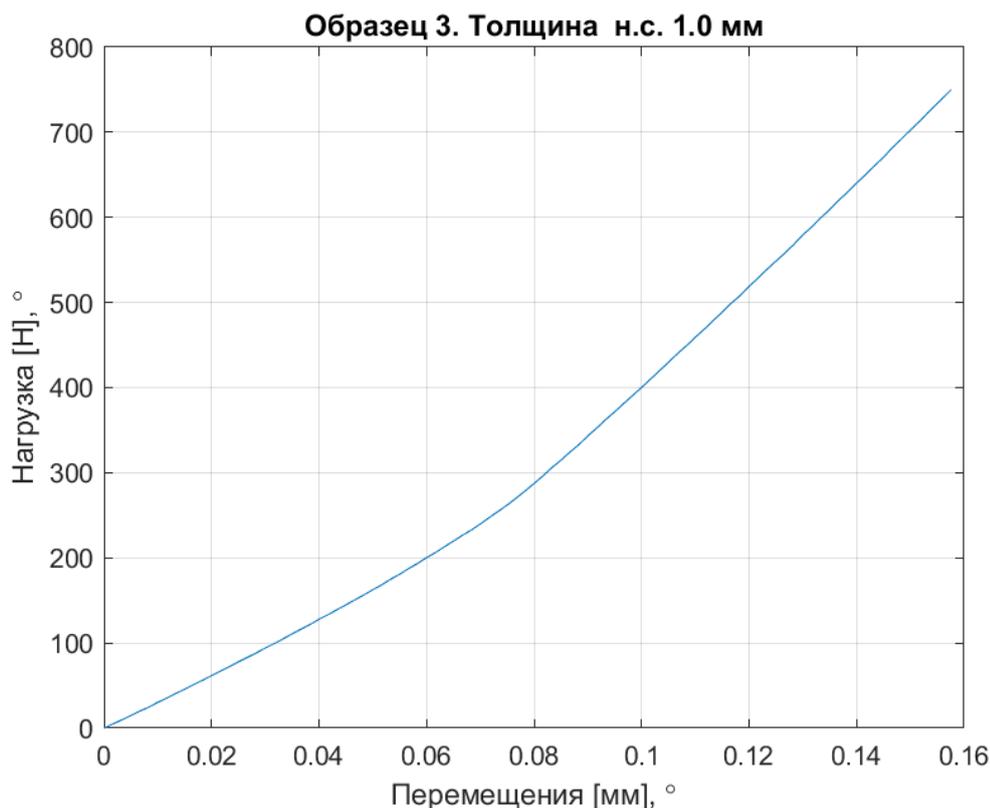


Рисунок 4.16– График нагрузка-перемещение для образца №3

4.2 Оценка результатов испытаний

Подтверждение экспериментальных данных проведено путем КЭ расчета панели и решений на основе решений Григолюка - Чулкова, решения Навье для модели Миндлина - Рейснера для трехслойных пластин, а также приближенного метода с использованием приведенной толщины.

Исходя из уравнений прогиба трехслойной панели Григолюка – Чулкова:

$$F = \sum_m \sum_n \frac{4 \sin\left(\frac{m\pi x}{a_{nl}}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b_{nl}}\right)}{a_{nl} b_{nl} D_{mn}} \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin\left(\frac{m\pi x}{a_{nl}}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b_{nl}}\right) dx dy$$

с использованием метода, схожего с получением решения Навье для сосредоточенной нагрузки получено выражение прогибов трехслойной панели при аналогичном нагружении:

$$F = \sum_m \sum_n \frac{P \sin\left(\frac{m\pi x}{a_{nl}}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b_{nl}}\right)}{a_{nl} b_{nl} D_{mn}} \sin\left(\frac{m\pi \xi}{a_{nl}}\right) \sin\left(\frac{n\pi \eta}{b_{nl}}\right)$$

где:

$$D_{mn} = D \left[\left(\frac{m\pi}{a_{nl}} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b_{nl}} \right)^2 \right]^2 \left[1 + K \frac{1 - \mu_{нс}}{2} \left(\left(\frac{m\pi}{a_{nl}} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b_{nl}} \right)^2 \right) \right]$$

a_{nl}, b_{nl} - длина и ширина пластины

ξ и η - координаты точки, к которой приложена сосредоточенная нагрузка P .

Также, используя данный метод можно модифицировать решение уравнений Миндлина-Рейснера для шарнирноопертой трехслойной пластины:

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{q(x, y)}{D} + \frac{4}{5G_{зан.прис}} \left[\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} \right]$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = - \frac{q(x, y)}{2H_0}$$

$$w(x, y) = \sum_n \sum_m W_{nm} \sin\left(\frac{n\pi x}{a_{nl}}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b_{nl}}\right)$$

$$\varphi(x, y) = \sum_n \sum_m \Phi_{nm} \sin\left(\frac{n\pi x}{a_{nl}}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b_{nl}}\right)$$

В итоге сведя решение к вычислению неизвестных коэффициентов W_{nm} и Φ_{nm} :

$$\Phi_{nm} = \frac{B_{mn} (a_{nl} b_{nl})^2}{H \pi^2 \left((a_{nl} n)^2 + (b_{nl} m)^2 \right)^2}$$

$$W_{mn} = B_{mn} \left(\frac{1}{D \left(\left(\frac{\pi m}{a_{nl}} \right)^2 + \left(\frac{\pi n}{b_{nl}} \right)^2 \right)} + \frac{(a_{nl} b_{nl})^2}{G_3 H \pi^2 \left((a_{nl} n)^2 + (b_{nl} m)^2 \right)^2} \right)$$

$$B_{mn} = \frac{4P}{a_{nl} b_{nl}} \sin\left(\frac{m\pi\xi}{a_{nl}}\right) \sin\left(\frac{n\pi\eta}{b_{nl}}\right)$$

Сравнение результатов расчета максимальных прогибов при действии нагрузки в 750 Н с экспериментальными данными представлено Таблице 4.13 и на Рисунке 4.17 где:

$w_{\text{экс}}$ - результаты эксперимента

$w_{\text{г.ч.}}$ - максимальные прогибы, полученные с использованием метода

Григолоука – Чулкова

$w_{\text{м.р.}}$ - максимальные прогибы, полученные на основе модели

трехслойной пластины Миндлина- Рейснера

$w_{\text{мкэ}}$ - максимальные прогибы, полученные на основе КЭ расчета

$w_{\text{ин}}$ - максимальные прогибы, полученные на основе приближенного решения с приведенной толщиной.

В Таблице 4.13 погрешность рассчитана относительно результатов, полученных с использованием метода конечных элементов.

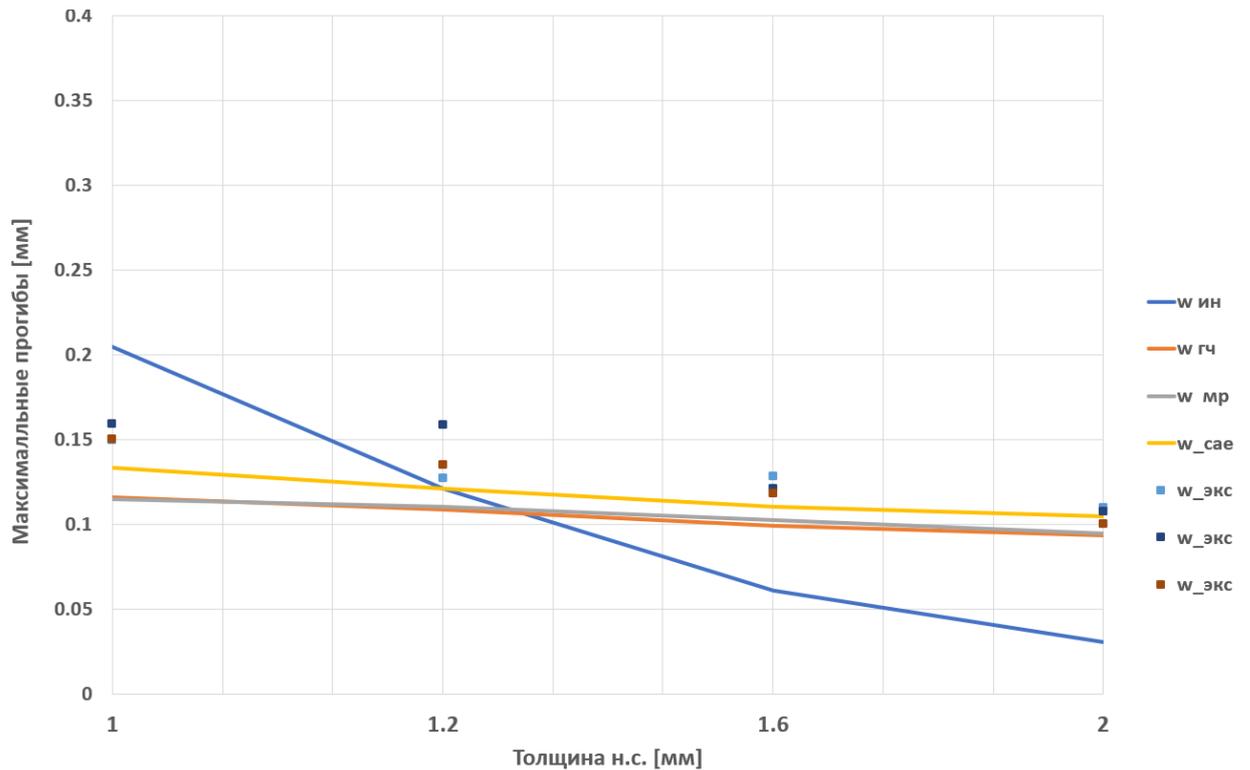


Рисунок 4.17 – Сравнение экспериментальных данных с результатами расчетов

Таблица 4.13 - Сравнение экспериментальных и расчетных данных.

№ образца	$w_{экс}$ [мм]	$w_{г.ч.}$ [мм]	$w_{м.р.}$ [мм]	$w_{мкэ}$ [мм]	$w_{ин}$ [мм]	Погрешность [%]
1	0.1495	0.1161	0.1149	0.1334	0.2047	10.80
2	0.1501					11.17
3	0.1591					16.17
4	0.1273	0.1086	0.1107	0.1208	0.1211	5.08
5	0.1353					10.70
6	0.1587					23.84
7	0.1284	0.0991	0.1024	0.1106	0.0611	13.85
8	0.1183					6.50
9	0.1209					8.54

Таблица 4.13 - (продолжение). Сравнение экспериментальных и расчетных данных.

№ образца	$w_{экс}$ [мм]	$w_{з.ч.}$ [мм]	$w_{м.р.}$ [мм]	$w_{мкэ}$ [мм]	$w_{ин}$ [мм]	Погрешность [%]
10	0.1098	0.0935	0.0944	0.1051	0.0308	4.28
11	0.1001					4.93
12	0.1074					2.18

4.3 Экспериментальное определение эквивалентного модуля Юнга

Результаты испытаний и их сравнение с расчетными величинами позволяют подтвердить способ определения эквивалентного модуля сдвига заполнителя G_3 и корректность предложенных решений, однако в силу гипотезы о несжимаемости заполнителя трехслойной панели отсутствует возможность оценить точность метода расчета приведенного модуля Юнга E_{33} .

Для оценки изложенного способа определения эквивалентного модуля Юнга E_{33}^{np} конусообразного дискретного заполнителя проведена серия из испытаний трех образцов на сжатие (по толщине образца). При проведении эксперимента использованы образцы №10, 11 и 12 (Таблицы 4.11, 4.13; Рисунок 4.18).

Таблица 4.13 - Геометрические параметры образцов.

Образец №	Длина [мм]	Ширина [мм]	A [мм ²]	$\delta_{н.с.}$ [мм]	H_3 [мм]	H_n [мм]
10	128.12	127.72	16363.49	2.00	10.16	14.01
11	127.32	128.87	16407.73	2.00	10.22	14.21
12	127.59	128.91	16447.63	1.99	10.11	14.25



Рисунок 4.18 – Отобранные образцы

Нагружение проводилось на устройстве INOVA-ИК6033 при нормальных условиях. Передача усилий на образце осуществлялась при помощи 2-х плит из стали 45. Максимальные перемещения определялись по величине хода траверсы с точностью до 0.001 мм. Величина нагрузки определялась по встроенному силоизмерителю с точностью до 0.2 Н. Скорость нагружения – 0.8 мм/мин. Нагружение производилось до момента достижения показаний датчика в 60.00 КН или до момента возникновения пластичных деформаций. После образцы №10,11 были разгружены, а образец №12 подвергался нагружению до момента достижения траверсой перемещения в 5 мм.

На Рисунке 4.19 представлен образец №12 до начала испытаний, на Рисунке 4.20 – по окончании испытаний. Результаты эксперимента представлены в Таблице 4.14, а также на Рисунках 4.21 - 4.23 для образцов № 10 - 12, где

ε_{33} - деформация образца по толщине;

$$\sigma_{33}^{np} = \frac{P}{A} - \text{приведенные или эквивалентные напряжения}$$

P - усилие, определяемое датчиком

A - площадь образца в плане

w_{mp} - ход траверсы

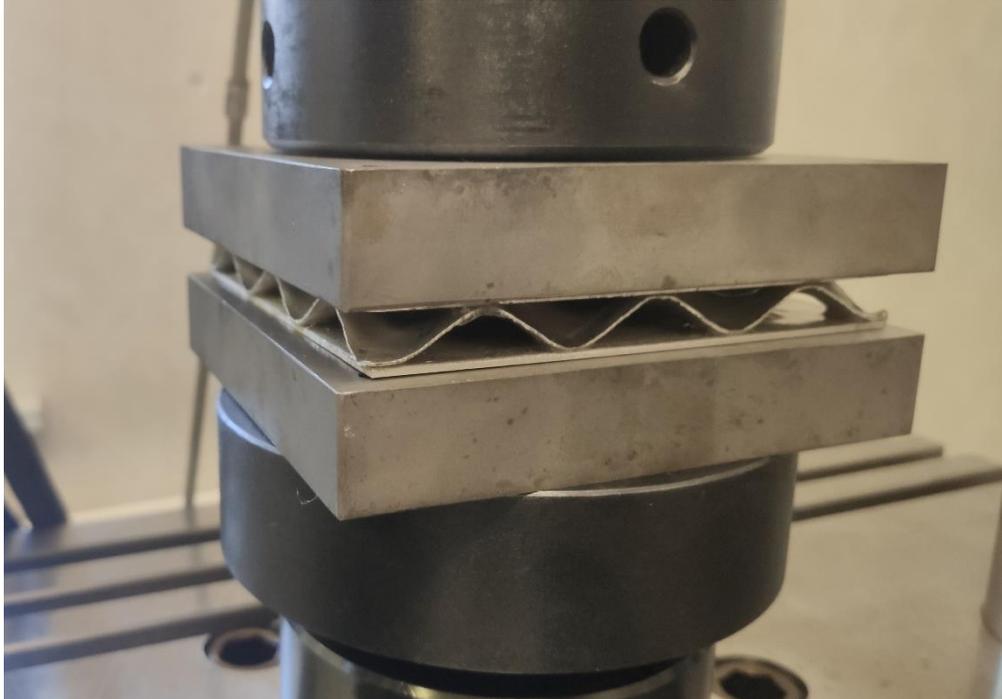


Рисунок 4.19 – Состояние образца №12 до начала нагружения

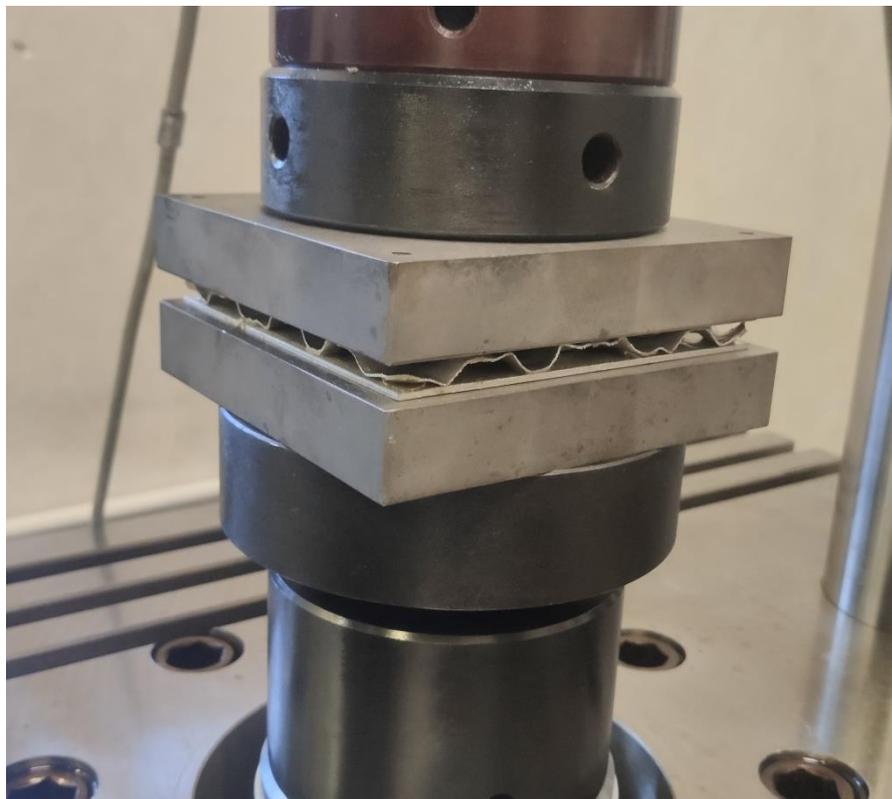


Рисунок 4.20 – Состояние образца №12 после снятия нагрузки

Стоит отметить, что потеря несущей способности образцов сопровождалась пластическими деформациями и разрушением клеевого соединения между несущими слоями и заполнителем.

Таблица 4.14 - Результаты испытаний образцов на сжатие.
Максимальные величины.

Образец №	w_{mp} [мм]	P [Н]	σ_{33}^{np} [МПа]	ε_{33}
10	0.059	59411.03	3.63	0.005938
11	0.055	47962.52	2.88	0.005541
12	0.061	49620.21	3.02	0.006119

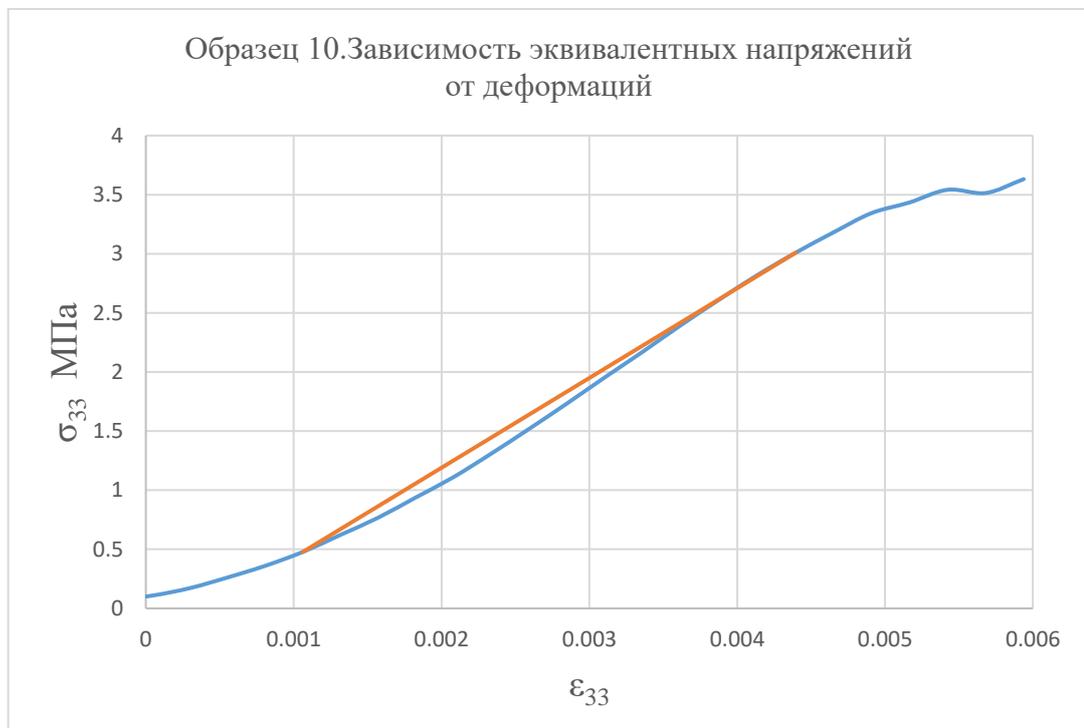


Рисунок 4.21 – Диаграмма сжатия образца №10

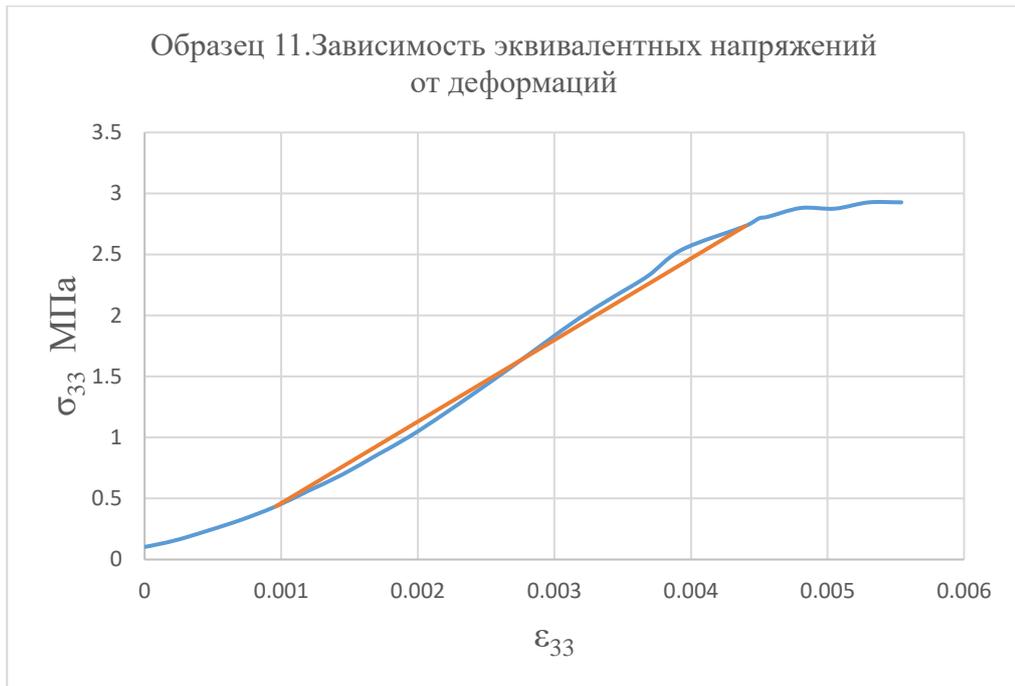


Рисунок 4.22 – Диаграмма сжатия образца №11

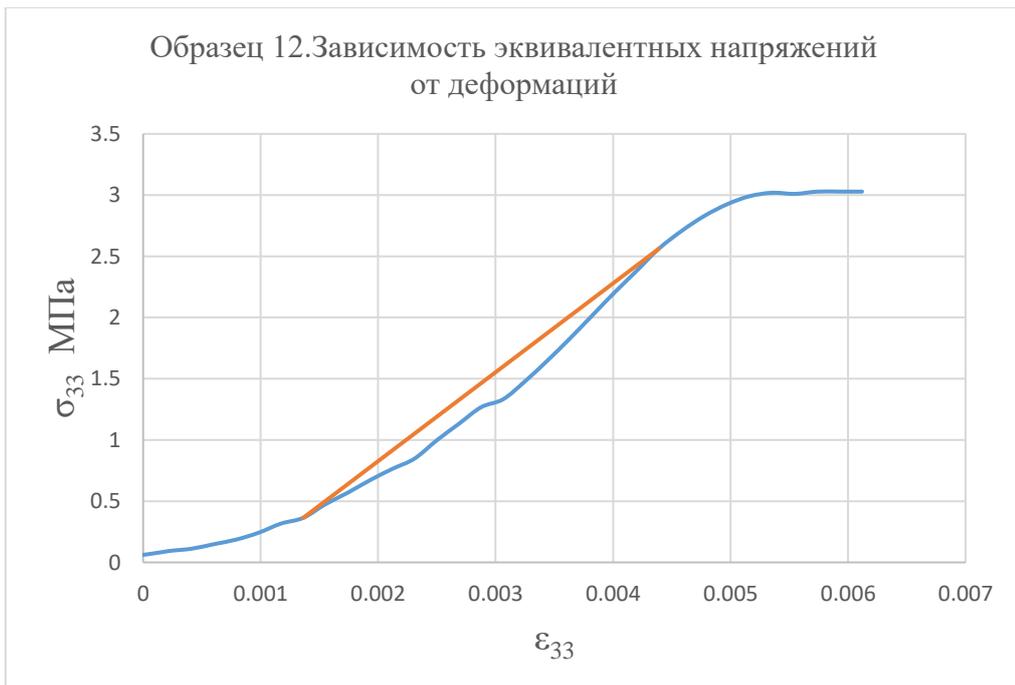


Рисунок 4.23 – Диаграмма сжатия образца №12

Для определения эквивалентного модуля Юнга заполнителя были выбраны крайние точки области кривой с линейным характером изменения на диаграммах сжатия (Рисунки 4.21-4.23). Модуль Юнга непосредственно

определен, как отношение приращения напряжений к деформациям (Таблица 4.15):

$$E_{33}^{np} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{\sigma_{33}^{\kappa} - \sigma_{33}^{\mu}}{\varepsilon_{33}^{\kappa} - \varepsilon_{33}^{\mu}}$$

Таблица 4.15 – Результаты экспериментального определения эквивалентного модуля Юнга.

Образец №	ε_{33}^{μ}	$\varepsilon_{33}^{\kappa}$	σ_{33}^{μ} [МПа]	σ_{33}^{κ} [МПа]	E_{33}^{np} [МПа]
10	0.001062	0.004397	0.478	3.010	759.33
11	0.001156	0.004131	0.435	2.540	707.59
12	0.001362	0.00439	0.363	2.563	726.31

С целью верификации полученных значений данный эксперимент было проведено компьютерное моделирование процесса с применением МКЭ. Задача была решена в нелинейной постановке с учетом диаграммы растяжений-сжатия материала образца (Д16аМ). Результаты решения представлены на Рисунке 4.24.

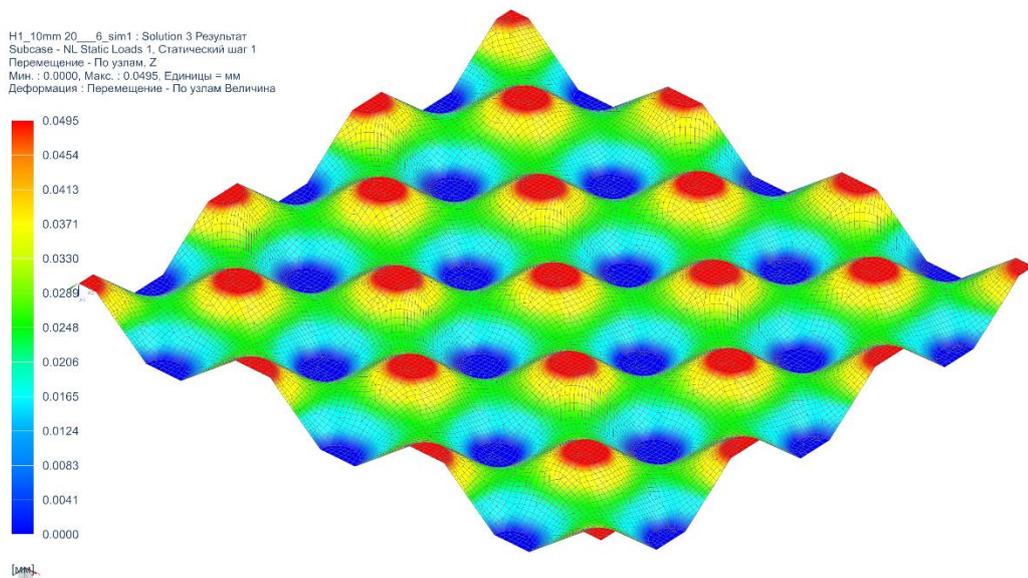


Рисунок 4.24 – Результаты моделирования эксперимента

Исходя из полученных значений перемещений в результате КЭ анализа был также рассчитан приведенный модуль Юнга заполнителя $E_{33}^{np.MKЭ}$. Одновременно выполнен расчет упругой характеристики с использованием рассмотренного метода $E_{33}^{np.расч}$. Полученные данные представлены в Таблице 4.16. Погрешность в таблице определена относительно величин, полученных в результате аналитического расчета ($E_{33}^{np.расч}$).

Таблица 4.16 – Сравнение экспериментальных и расчетных данных

Образец №	E_{33}^{np} [МПа]	$E_{33}^{np.расч}$ [МПа]	$E_{33}^{np.MKЭ}$ [МПа]	Погрешность [%]
10	759.33	803.83	937.38	5.54
11	707.59			11.97
12	726.31			9.65

4.4 Заключение к Главе 4

1. Изучен и отлажен процесс изготовления трехслойных панелей с конусообразным дискретным заполнителем с учетом процесса холодного штампования заполнителя.
2. Спроектирована и изготовлена оснастка для проведения экспериментальных исследований.
3. Проведена верификация оснастки перед проведением основного исследования путем изгиба пластины сосредоточенной силой.
4. Выполнена серия экспериментов по нагружению пластины сосредоточенной нагрузкой, а также проведено сравнение полученных данных с результатами расчетов.
5. Экспериментально определен эквивалентный модуль Юнга, а также выполнено подтверждение метода расчета эквивалентной упругой

характеристики путем сравнения расчетных величин с данными эксперимента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе работы над диссертацией выполнено моделирование и расчет сложных трехслойных конструкций с дискретным заполнителем.

Основные новые научные результаты, полученные в диссертационной работе, состоят в следующем:

1. Разработаны методы определения приведенных упругих свойств и геометрических параметров конусообразного дискретного заполнителя. Предложенные методы хорошо сходятся с результатами КЭ расчета, а также подтверждаются экспериментальными исследованиями.
2. Сформированы способы аналитического расчета трехслойной панели с конусообразным дискретным заполнителем. По результатам анализа установлено, что наиболее близкий результат к конечно-элементному решению дает подход на основе решения Григолюка-Чулкова.
3. Определены допустимые геометрических параметров заполнителя. Установлено, что различные геометрические параметры конструкции оказывают влияние на НДС типовой ячейки.
4. Проведены экспериментальные и теоретические исследования трехслойных конструкций с дискретным конусообразным заполнителем. При подготовке к первому эксперименту, посвященному исследованию прогиба трехслойной панели сосредоточенной силой, изготовлена оснастка позволяющая имитировать шарнирное опирание, что подтверждается верификационными испытаниями и расчетами. Данные, полученные в результате эксперимента, обладают корреляцией с расчетными значениями. При втором эксперименте, посвященному подтверждению метода определения эквивалентного модуля Юнга, достигнута сходимость с расчетными величинами и результатами КЭ анализа.

5. Получено выражение переменной цилиндрической жесткости заполнителя. Благодаря полученной формуле, возможно повысить точность расчетов, учитывая изгибные характеристики заполнителя при значительной толщине исходного материала.
6. Установлены особенности расчета на местную потерю устойчивости несущих слоев трехслойной конструкции с дискретным заполнителем.
7. Представлены методы расчета трёхслойных пластин, исходя из эквивалентной толщины трехслойной панели, а также на основе пяти эквивалентных параметров: модуля Юнга, модуля сдвига в продольном направлении, коэффициента Пуассона, толщины пластины и модуля сдвига в поперечном направлении.

Основные результаты диссертационной работы в дальнейшем могут успешно применяться при аналитическом и численном расчете трехслойных конструкций с дискретным конусообразным заполнителем. Благодаря установленным зависимостям упругих эквивалентных характеристик от различных параметров конусообразного дискретного заполнителя значительно облегчается проведение расчетов конструкций, основанных на принципе гомогенизации структуры заполнителя.

Перспективы дальнейшей разработки темы

В дальнейшем предполагается использовать полученные результаты исследования и методики исследования для уточнения предложенных методов расчета трехслойных конструкций с дискретным заполнителем, провести комплексное исследование прочности соединения заполнителя и несущих слоев, оценить влияние технологии изготовления заполнителя или трехслойной конструкции на упругие характеристики пакета или заполнителя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wang Z. Recent advances in novel metallic honeycomb structure //Composites Part B: Engineering. – 2019. – V. 166. – PP. 731-741.
2. Wang Z. Li Z., Zhou W., Hui D. On the influence of structural defects for honeycomb structure //Composites Part B: Engineering. – 2018. – V. 142. – PP. 183-192.
3. Yamashita M., Gotoh M. Impact behavior of honeycomb structures with various cell specifications—numerical simulation and experiment //International Journal of Impact Engineering. – 2005. – V. 32. – №. 1-4. – PP. 618-630.
4. Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В., Дедова Д.В. Численный анализ поведения трехслойной панели с сотовым наполнителем при наличии дефектов под действием динамической нагрузки // Строительная механика инженерных конструкций. – 2021. – №17(4). - С. 357 – 365.
5. Zhang X. C. Liu Y., Wang B., Zhang Z. M. Effects of defects on the in-plane dynamic crushing of metal honeycombs //International Journal of Mechanical Sciences. – 2010. – Т. 52. – №. 10. – PP. 1290-1298.
6. Халиков А.А., Беззаметнов О.Н. Исследование панелей с сотовым наполнителем на воздействие низкоскоростного удара // Мат. конф. XXIV Туполевские чтения (Школа молодых ученых). – Тексты докладов участников Международной молодежной научной конференции. – Изд. ИП Сагиева А.Р. – 2019. – т.1. – С. 516 – 521.
7. Jiawei W., Bin L., Wongxiang L., Lixiong W., Yuwei L. Mechanical modeling of being stiffness degradation for soft-honeycomb sandwich structure under CW laser heating // AIP Advances, – 2020. – V.10 – PP. 25 - 32.
8. Митряйкин, В. И. Испытание сотовых конструкций на воздействие низкоскоростного удара / В. И. Митряйкин, О. Н. Беззаметнов //

- Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред : Сборник трудов 10-й Всероссийской научной конференции с международным участием им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского, посвященной 100-летию со дня рождения академика И.Ф. Образцова, Москва, 17–19 ноября 2020 года. – Москва: Общество с ограниченной ответственностью "Сам Полиграфист", 2020. – С. 190-195.
9. Максименков, В. И. Термодеформирование сотовых панелей с электроконтактным нагревом / В. И. Максименков, С. С. Одинг // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2012. – Т. 8, № 12-2. – С. 108-110.
 10. Chen D. H., Masuda K. Estimation of stress concentration due to defects in a honeycomb core //Engineering Fracture Mechanics. – 2017. – V. 172. – PP. 61-72.
 11. Матвеев, К. А. Выпучивание и послекритическое поведение пластин с дефектами / К. А. Матвеев, И. П. Олегин, Д. В. Моховнев // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2012. – № 1(18). – С. 105-111
 12. Гладких А.В., И.С. Курс, Курс М.Г. Анализ данных наружных климатических испытаний, совмещенных с применением эксплуатационных факторов, неметаллических материалов (обзор) // Труды ВИАМ - № 10(70). – 2018.
 13. Keseci E., Asmatulu R. Effects of moisture ingressions on mechanical properties of honeycomb-structured fiber composites for aerospace applications //The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2017. – V. 88. – PP. 459-470.
 14. Cise D., Lakes R. S. Moisture ingressin in honeycomb core sandwich panels //Journal of materials engineering and performance. – 1997. – V. 6. – PP. 732-736.

15. Shi X., Hinderliter B. R., Croll S. G. Environmental and time dependence of moisture transportation in an epoxy coating and its significance for accelerated weathering //Journal of coatings technology and research. – 2010. – V. 7. – PP. 419-430.
16. Scudamore R. J., Cantwell W. J. The effect of moisture and loading rate on the interfacial fracture properties of sandwich structures //Polymer composites. – 2002. – V. 23. – №. 3. – PP. 406-417.
17. Кириллов В. Н., Старцев О. В., Ефимов В. А. Климатическая стойкость и повреждаемость полимерных композиционных материалов, проблемы и пути решения //Авиационные материалы и технологии. – 2012. – №. 5. – С. 412.
18. Fogarty J. H. Honeycomb core and the myths of moisture ingress //Applied Composite Materials. – 2010. – V. 17. – P. 293-307.
19. Keceli E., Asmatulu R. Effects of Hydrophobic Barrier Films on the Mechanical Properties of Fiber Reinforced Composites Immersed in Water // ASME 2011 International Mechanical Engineering Congress and Exposition. – 2011. – V.1. – PP. 913 – 919.
20. Asprone D. Auricchio F., Menna C., Morganti S., Prota A., Reali A. Statistical finite element analysis of the buckling behavior of honeycomb structures //Composite Structures. – 2013. – V. 105. – PP. 240-255.
21. Yang M. Y., Huang J. S., Hu J. W. Elastic buckling of hexagonal honeycombs with dual imperfections //Composite structures. – 2008. – V. 82. – №. 3. – PP. 326-335.
22. Yang M. Y., Huang J. S. Elastic buckling of regular hexagonal honeycombs with plateau borders under biaxial compression //Composite structures. – 2005. – V. 71. – №. 2. – PP. 229-237.
23. Zhang J., Ashby M. F. Buckling of honeycombs under in-plane biaxial stresses //International journal of mechanical sciences. – 1992. – V. 34. – №. 6. – PP. 491-509.

24. Yuan W. Song H., Lu L., Huang C.. Effect of local damages on the buckling behaviour of pyramidal truss core sandwich panels //Composite Structures. – 2016. – V. 149. – PP. 271-278.
25. Kaman M. O., Solmaz M. Y., Turan K. Experimental and numerical analysis of critical buckling load of honeycomb sandwich panels //Journal of composite materials. – 2010. – V. 44. – №. 24. – PP. 2819-2831.
26. Осадчий Н. В., Шепель В. Т. Исследование поперечного изгиба сотовой трехслойной панели с круговой осью //Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2018. – №. 1. – С. 86-93.
27. Осадчий Н. В., Малышев В. А., Шепель В. Т. Исследование изгиба трехслойной прямоугольной панели вариационным методом //Деформация и разрушение материалов. – 2016. – №. 7. – С. 6-10..
28. Xiong J. Sandwich structures with prismatic and foam cores: A review //Advanced Engineering Materials. – 2019. – V. 21. – №. 1. – PP. 180.
29. McCormack T. M. Failure of sandwich beams with metallic foam cores //International Journal of Solids and Structures. – 2001. – V. 38. – №. 28-29. – PP. 4901-4920.
30. Andrews E., Sanders W., Gibson L. J. Compressive and tensile behaviour of aluminum foams //Materials Science and Engineering: A. – 1999. – V. 270. – №. 2. – PP. 113-124.
31. Gioux G., McCormack T. M., Gibson L. J. Failure of aluminum foams under multiaxial loads //International Journal of Mechanical Sciences. – 2000. – V. 42. – №. 6. – PP. 1097-1117.
32. Vengatachalam B.. Initial yield behaviour of closed-cell aluminium foams in biaxial loading //International Journal of Mechanical Sciences. – 2021. – V. 191. – PP. 106063.
33. Zhang Z.. Three-point bending performances of integral-forming aluminum foam sandwich //Materials & Design. – 2023. – V. 229. – P. 111889.
34. Yalkin H. E., Icten B. M., Alpyildiz T. Tensile and compressive performances of foam core sandwich composites with various core

- modifications //Journal of Sandwich Structures & Materials. – 2017. – V. 19. – №. 1. – PP. 49-65.
- 35.Александров А.Я., Бородин М.Я., Павлов В.В. Конструкции с заполнителями из пенопластов. М.: Оборонгиз,1962 – 187 с.
- 36.Rizov V., Shipsha A., Zenkert D. Indentation study of foam core sandwich composite panels / Composite structures. – 2005. – V. 69. – №. 1. – С. 95-102.
- 37.Gupta N., Woldesenbet E. Characterization of flexural properties of syntactic foam core sandwich composites and effect of density variation / Journal of composite materials. – 2005. – V. 39. – №. 24. – С. 2197-2212.
- 38.Chen C., Harte A. M., Fleck N. A. The plastic collapse of sandwich beams with a metallic foam core / International Journal of Mechanical Sciences. – 2001. – V. 43. – №. 6. – С. 1483-1506.
- 39.Steeves C. A., Fleck N. A. Collapse mechanisms of sandwich beams with composite faces and a foam core, loaded in three-point bending. Part II: experimental investigation and numerical modelling / International Journal of Mechanical Sciences. – 2004. – V. 46. – №. 4. – С. 585-608.
40. Двоеглазов И. В., Халиулин В. И. К вопросу проведения экспериментальных исследований прочности складчатых заполнителей типа z-гофр на поперечное сжатие //Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика СП Королёва (национального исследовательского университета). – 2012. – №. 5-2 (36). – С. 275-281.
41. Халиулин В. И. О методе синтеза структуры складчатых заполнителей многослойных панелей //Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2005. – №. 1. – С. 7-12.
42. Халиулин В. И. Складчатый заполнитель сэндвич-панелей с шестилучевой структурой / В. И. Халиулин, А. В. Шабалов, Р. Ш. Гимадиев // Новые технологии, материалы и оборудование российской авиакосмической отрасли : Материалы Всероссийской научно-

- практической конференции с международным участием. Материалы докладов, Казань, 08–10 августа 2018 года. Том 2. – Казань: Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева, 2018. – С. 93-96.
43. Файзуллина Н. М. Конструкция и технология изготовления полимерного складчатого заполнителя с плоской площадкой контакта дис. ... канд. техн. наук: 05.07.02 / Файзуллина Найля Ивановна. — Москва., 2019. — 129 с.
44. Алексеев К. А., Файзуллина Н. М. Разработка модели складчатого заполнителя с плоской гранью контакта //Фундаментальные и прикладные исследования в современном мире. – 2015. – №. 11-1. – С. 21-24.
45. Закиров И. М., Алексеев К. А., Файзуллина Н. М. Разработка технологической оснастки для формообразования складчатого заполнителя с плоской гранью контакта //Авиационная промышленность. – 2016. – №. 4. – С. 26-28.
46. Heimbs S. Experimental and numerical analysis of composite folded sandwich core structures under compression //Applied Composite Materials. – 2007. – Т. 14. – PP. 363-377.
47. Lebée A., Sab K. Transverse shear stiffness of a chevron folded core used in sandwich construction //International Journal of Solids and Structures. – 2010. – Т. 47. – №. 18-19. – PP. 2620-2629.
48. Kintscher M.. Stiffness and failure behavior of folded sandwich cores under combined transverse shear and compression //Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. – 2007. – V. 38. – №. 5. – PP. 1288-1295.
49. Thurnherr C.. Stiffness analysis of corrugated laminates under large deformation //Composite Structures. – 2017. – V. 160. – PP. 457-467.
50. Xia Y., Friswell M. I., Flores E. I. S. Equivalent models of corrugated panels //International Journal of Solids and Structures. – 2012. – V. 49. – №. 13. – PP. 1453-1462.

51. Паймушин В. Н., Закиров И. М., Карпиков Ю. А. Теоретико-экспериментальный метод определения механических характеристик заполнителя складчатой структуры в виде Z-гофра (сдвиг заполнителя в плоскостях поперечных сечений) // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2013. – №. 3. – С. 19-26.
52. Паймушин В. Н. Теоретико-экспериментальное определение осредненных упругих и прочностных характеристик складчатого заполнителя в виде M-гофра // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. – 2014. – Т. 156. – №. 4. – С. 60-86.
53. Kun Liu, Shuai Zong, Yao Li, Zeping Wang, Zhiqiang Hu, Zili Wang Structural response of the U-type corrugated core sandwich panel used in ship structures under the lateral quasi-static compression load / Marine Structures. – 2022. – Т. 84. – PP. 103198
54. Chiras S. The structural performance of near-optimized truss core panels // International Journal of Solids and Structures. – 2002. – V. 39. – №. 15. – С. 4093-4115.
55. Côté F., Deshpande V. S., Fleck N. A., Evans A. G. The compressive and shear responses of corrugated and diamond lattice materials // International Journal of Solids and Structures. – 2006. – V. 43. – №. 20. – С. 6220-6242.
56. Deshpande, V. S. Collapse of truss core sandwich beams in 3-point bending/V. S. Deshpande, N. A. Fleck // Int. J. Solids & Structures, 2001.- V. 38.- PP. 62-75.
57. Абдуллин, И.Н. Рациональное проектирование трехслойных конструкций со стержневым заполнителем дис. ... канд. техн. наук: 05.07.02 / Абдуллин Ильфир Наильевич. — Казань., 2016. — 125 с.
58. Гайнутдинов В. Г. Прочностной анализ конструкций со стержневым заполнителем // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2015. – №. 1. – С. 3-7.

59. Гайнутдинов В. Г., Гайнутдинова Т. Ю., Абдуллин И. Н. О построении диаграмм ограничений при определении проектных параметров жёсткости и прочности ферменного заполнителя //Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. – 2018. – Т. 17. – №. 4. – С. 27-36.
60. Li He, Yuan-Sheng Cheng Precise bending stress analysis of corrugated-core, honeycomb-core and X-core sandwich panels // Composite Structures. – 2012. - V. 94. – №. 5. – PP. 1656-1668.
61. Mei J., Liu J., Huang W. Three-point bending behaviors of the foam-filled CFRP X-core sandwich panel: experimental investigation and analytical modelling //Composite Structures. – 2022. – V. 284. – PP. 115206.
62. Mei J., Ao Y., Jiang W., Liu J., Zhou Z., Huang W. Investigation on the shear behaviors of carbon fiber composite sandwich panels with the X-core //Marine Structures. – 2021. – V. 77. – С. 102897.
63. Абдуллин И. Н. Расчетные и экспериментальные исследования жесткости и прочности трехслойных конструкций с заполнителем в виде повторяющихся пирамидальных ячеек //Вестник Казанского государственного технического университета им. АН Туполева. – 2015. – Т. 71. – №. 1. – С. 5-11.
64. Устарханов О. М., Муселемов Х. М., Акаева З. К. Расчёт параметров дискретного заполнителя в виде усеченной пирамиды //Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. – 2010. – Т. 18. – №. 3. – С. 96-102.
65. Liu J. et al. Mechanical response of a novel composite Y-frame core sandwich panel under shear loading //Composite Structures. – 2019. – V. 224. – PP. 111064.
66. Rubino V., Deshpande V. S., Fleck N. A. The three-point bending of Y-frame and corrugated core sandwich beams //International Journal of Mechanical Sciences. – 2010. – V. 52. – №. 3. – PP. 485-494.

67. Romanoff J., Varsta P. Bending response of web-core sandwich beams //Composite structures. – 2006. – V. 73. – №. 4. – PP. 478-487.
68. Зотов А. А., Колпаков А. М., Волков А. Н. Алгоритм построения 3D-модели трехслойной оболочки вращения с конусообразными ячейками заполнителя и изменяемой формой образующей //Труды МАИ. – 2018. – №. 103. – С. 5-5
69. Зотов А. А., Долгов О. С., Колпаков А.М., Волков А.Н. Основные аспекты технологического проектирования закрылка с управлением пограничным слоем //Вестник Московского авиационного института. – 2020. – Т. 27. – №. 1. – С. 88-99
70. Зотов А. А., Долгов О. С., Колпаков А.М., Волков А.Н. Особенности местной потери устойчивости элементов трехслойных систем с дискретной структурой заполнителя //Полет. Общероссийский научно-технический журнал. – 2020. – №. 3. – С. 25-29
71. Зотов А. А., Волков А. Н., Бойков А. А. Проектирование и изготовление по технологии 3D-печати трехслойной сферической оболочки с дискретным заполнителем //Вестник машиностроения. – 2020. – №. 8. – С. 41-44
72. Zotov A. A., Volkov A. N., Kokurov A. M. Determination of Rational Structural Parameters for Sandwich Panels with a Cone-Shaped Filler's Cells //Key Engineering Materials. – Trans Tech Publications Ltd, - 2022. – V. 910. – PP. 826-833
73. Киявов У. А., Муселемов Х. М., Устарханов О. М., Устарханов Т. О. Влияние на напряженно-деформированное состояние трехслойной балки параметров дискретного заполнителя //Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. – 2014. – Т. 34. – №. 3. – С. 68-74.
74. Зотов А. А., Волков А. Н. Приближенный метод расчета на изгиб трехслойных панелей с дискретным заполнителем//ДЕФОРМАЦИЯ И РАЗРУШЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ. – 2023 – №. 7. – С. 12-16.

75. Zotov A. A., Pashkov O. A., Volkov A. N. Concept of an Active Thermal Protection System with a Three-Layer Design–Force Scheme and a Discrete Filler for a Hypersonic Aircraft //Russian Metallurgy (Metally). – 2022. – V. 2022. – №. 10. – PP. 1130-1136
76. Колпаков А.М. Исследование трехслойных несущих поверхностей авиационных конструкций с возможностью управления пограничным слоем дис. ... канд. техн. наук: 05.07.02 / Колпаков Андрей Михайлович. — Москва., 2020. — 166 с.
77. Киявов У.А, Муселемов Х. М., Устарханов О. М., Устарханов Т. О. Влияние на напряженно-деформированное состояние трехслойной балки параметров дискретного заполнителя //Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. – 2014. – Т. 34. – №. 3. – С. 68-74.
78. Устарханов О. М. Расчет стойкости трехслойной конструкции пирамидальным дискретным заполнителем к действию динамической нагрузки с применением метода конечных элементов //Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. – 2019. – Т. 46. – №. 3. – С. 167-176.
79. С.Г.Лехницкий Устойчивость анизотропных пластинок. — М.: Гостехиздат, 1943. — 66 с.
80. С.Г. Лехницкий Теория упругости анизотропного тела. — М.: Гостехиздат, 1950. – 416 с.
81. И.А. Бригер Прочность. Устойчивость. Колебания. / И.А. Бригер, Я.Г. Пановко. – М.:Машиностроение, 1968. – 612 с.
82. Александров, А. Я. Расчет трехслойных панелей/А. Я. Александров и др.- М. : Оборонгиз, 1960. – 270 с.
83. Александров, А. Я. Конструкции с заполнителем из пенопласта/ А. Я. Александров и др. - М. : Машиностроение, 1972. – 211 с.
84. Александров, А. Я., Трофимов Э. П.. Местная устойчивость трехслойных пластин с сотовым заполнителем при продольном

- сжатии.// Расчеты элементов авиационных конструкций. -М. : Машиностроение, Т. 4, 1965.- С.3-72.
85. Александров, А. Я. Многослойные пластинки и оболочки / А. Я. Александров, Л. И. Куршин //VII Всесоюзная конференция теории оболочек и пластинок. - М.: Наука, 1970. - С.714-721.
86. Александров, А. Я., Куршин Л. И.. Трехслойные пластинки и оболочки// Прочность, устойчивость, колебания. -М. : Машиностроение, Т. 2. 1968. - С. 243-326.
87. Александров, А. Я., Григолин Э. И., Куршин Л. И. Расчет элементов авиационных конструкций -М. : Машиностроение. Вып. 3. - 1965. – 274 с.
88. Александров, А. Я. Расчет элементов авиационных конструкций. Трехслойные пластины и оболочки. - М. : Машиностроение. 1985. –203 с.
89. Ендогур А. И. Конструкция самолетов. Конструирование агрегатов планера: Учебник. - Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2012. - 496с.
90. Ендогур, А. И., Жуков С. М., Колганов А. Ф. Проектирование трехслойных конструкций с объемносержневым наполнителем: Методы синтеза современных самолетов -М. : Изд-во МАИ,1989.
91. Ендогур А. И., Вайнберг М. В., Иерусалимский К. М. Сотовые конструкции. - М.: Машиностроение, 1986. - 200с.
92. Панин В.Ф., Гладков Ю.А. Конструкции с наполнителем: Справочник – М: Машиностроение, 1991. – 272 с.
93. Образцов И.Ф., Булычев Л.А., Васильев В.В., Елпатьевский А.Н., Жеков К.А., Иванов Ю.И., Коновалов Б.А., Матюшев Ю.С., Шклярчук Ф.Н.. Строительная механика летательных аппаратов: учебник – М: Машиностроение, 1986. – 536 с.
- 94.Сухинин С.Н. Прикладные задачи устойчивости многослойных композитных оболочек - М: Физматлит, 2010. – 248 с.

95. Сухинин С.Н., Микишева В.И., Смыкова В.И. Экспериментально-теоретические исследования устойчивости ортотропных оболочек с наполнителем при осевом сжатии / Механика полимеров. – 1978. - № 3. – С. 85 – 489.
96. Григорлюк Э.И., Чулков П.И. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек. М.: Машиностроение, 1973. – 172 с.
97. Азаров А. В. Проблема проектирования аэрокосмических сетчатых композитных конструкций // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2018. – №. 4. – С. 85-93.
98. Азаров А. В., Бабичев А. А., Разин А. Ф. Оптимальное проектирование сетчатой композитной панели крыла самолета при одноосном сжатии // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2020. – Т. 26. – №. 4. – С. 490-500.
99. Бакулин В.Н., Гусев Е.Л., Марков В.Г. Методы оптимального проектирования и расчета композиционных конструкций. Т 1. - М.: Физматлит, 2008. - 256 с.
100. Бойцов Г.В., Палий О.М. и др. Справочник по строительной механике корабля. Т. 2: Пластины. Теория упругости, пластичности и ползучести. Численные методы. - Л.: Судостроение, 1982. – 464с
101. С. А Амбарцумян. Разномодульная теория упругости. - М.: Наука, 1982. - 320 с.
102. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных пластин. - М.: Наука, 1967. – 266 с.
103. Шиманский Ю.А. Справочник по строительной механике корабля - Л.: Судпромгиз, 1958. Т. 2. - 528 с.
104. Биргер И. А., Пановко Я. Г. Прочность• Устойчивость• Колебания - М: Машиностроение. – 1968. – 468 с.
105. Zahn J. J., Kuenzi E. W. Classical Buckling of Cylinders of Sandwich Construction in Axial Compression: Orthotropic Cores. – US Department of

Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 1963. – V. 18. – 21 р.

106. Олимов М. К расчету пластин переменной жесткости // Молодой ученый. – 2016. – №. 5. – С. 62-69.
107. Astm C. Standard Test. Method for Flexural Properties of Sandwich Constructions // American Society for Testing and Materials Annual Book of ASTM Standards: West Conshohocken, PA, USA. – 2000.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ООО «ПИКАР 2000»
г. Москва, ул. Енисейская, д. 1, строение 3



ПАСПОРТ НА ПРОДУКЦИЮ

Клей ВК-9

ТЕХДОКУМЕНТАЦИЯ	ТУ 1-595-14-842-2009 с изм. 1,2
ПАРТИЯ	ПИ 1.2А.526-99 изм. 1
ДАТА ИЗГОТОВЛЕНИЯ ПАСТЫ	№ 30/06-23
МАССА НЕТТО	30.06.2023 г.
КОЛИЧЕСТВО МЕСТ	1,0кг
	2

ОСНОВНЫЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

№	НАИМЕНОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ	НОРМА ПО ТУ	ФАКТИЧЕСКИ
1	Внешний вид	Однородная вязко-текучая масса от серого до белого цвета без посторонних включений	Соответствует
2	Жизнеспособность при температуре 15°C до 20 °С, ч, не менее	2,5	2,5
3	Предел прочности при сдвиге клеевых соединений сплава Д16АТ анодированного в хромовой кислоте, кгс/см ² , не менее		
	при температуре 20°C	140	161
	при температуре 80°C	55	—
	при температуре 125°C	45	60

СВИДЕТЕЛЬСТВО О ПРИЕМКЕ

Примечание: Клей ВК-9 состоит из компонентов № 1,2
Гарантийный срок хранения клея ВК-9 – 12 месяцев от даты комплектации.
Заключение: Клей ВК-9 - партия № 30/06-23 от 30.06.2023 г. соответствует требованиям ТУ 1-595-14-842-2009 с изм. 1,2 ПИ 1.2А.526-99 изм. 1

Данная продукция изготовлена на предприятии с интегрированной системой менеджмента, сертифицированной в соответствии с требованиями ISO 9001.

Начальник ОТК



ОТК
ООО «ПИКАР 2000»
Сидорова « 01 » 08

2023 г.



Рисунок 1 – Паспорт клея ВК-9

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Образец 2. Испытания оснастки

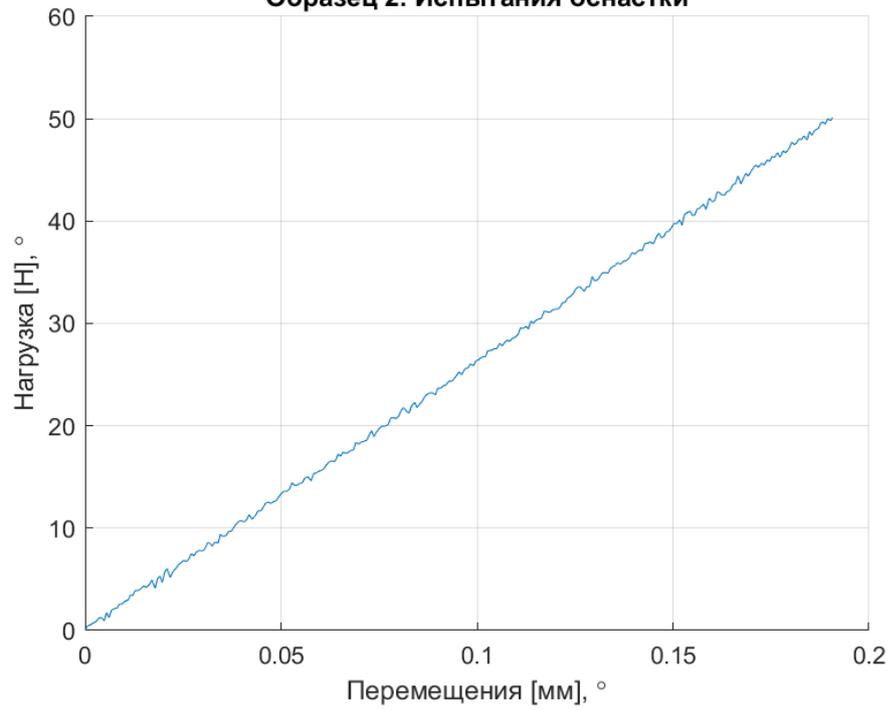


Рисунок 1 – График нагрузка-перемещение для образца №4 при испытании оснастки

Образец 3. Испытания оснастки

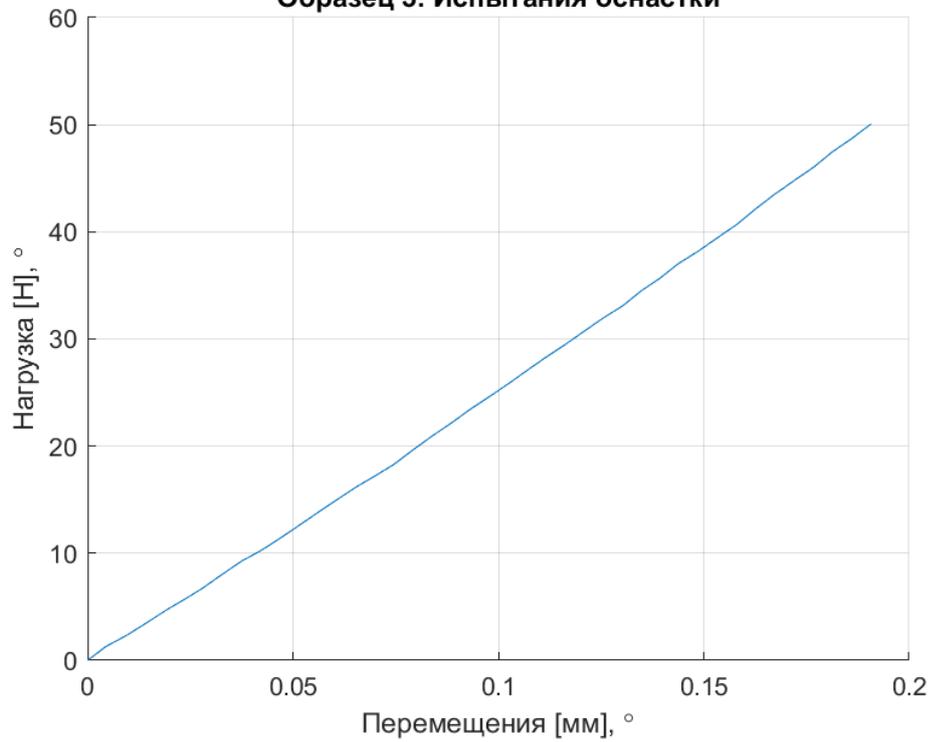


Рисунок 2 – График нагрузка-перемещение для образца №3 при испытании оснастки

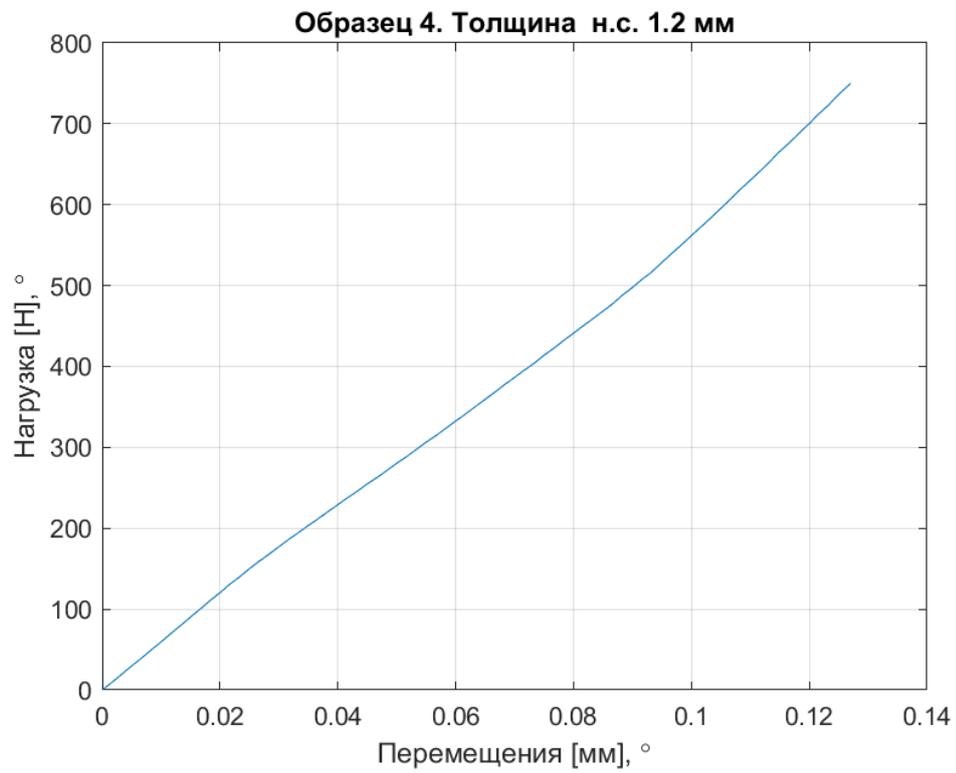
ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Рисунок 1– График нагрузка-перемещение для образца №4

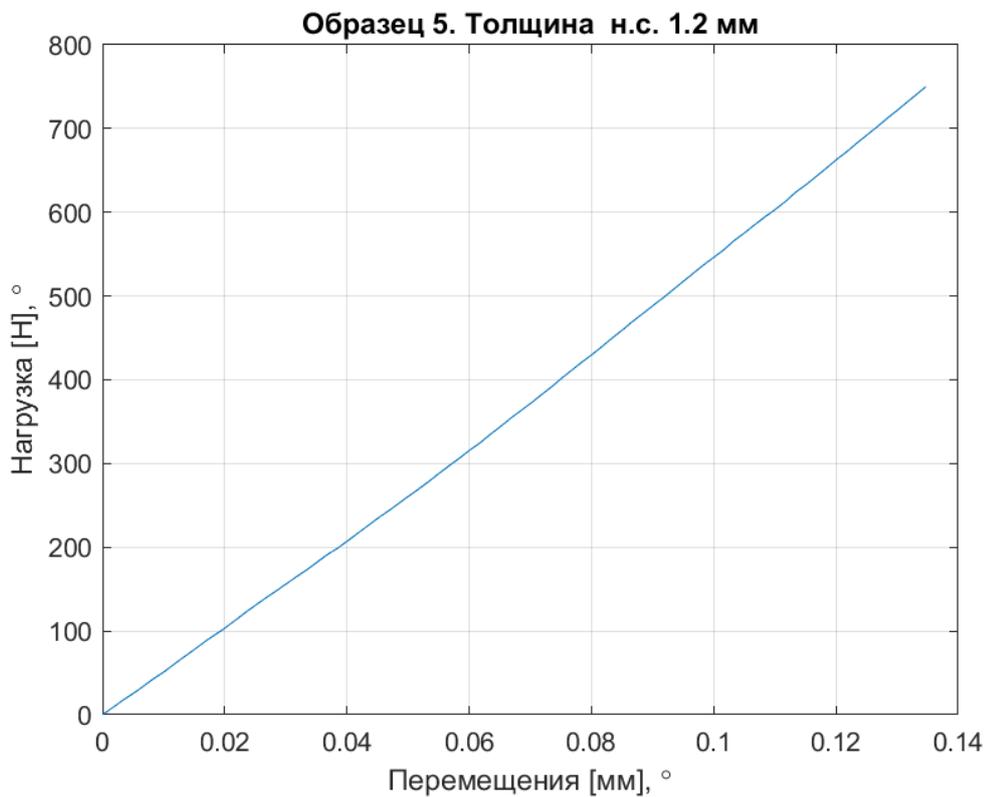


Рисунок 2 – График нагрузка-перемещение для образца №5

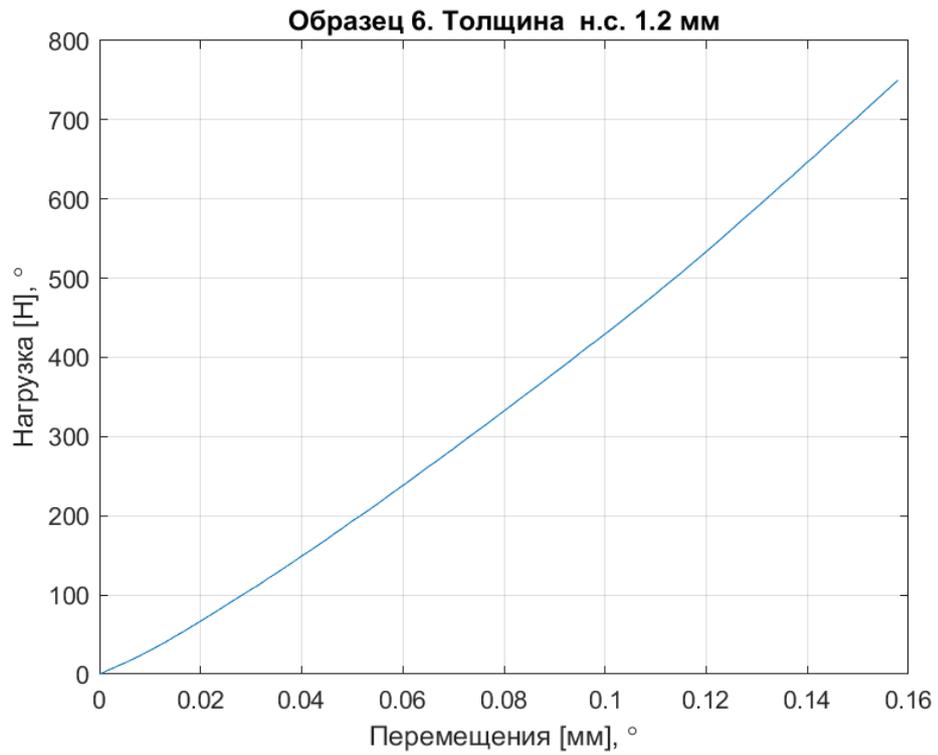


Рисунок 3 - График нагрузка-перемещение для образца №6

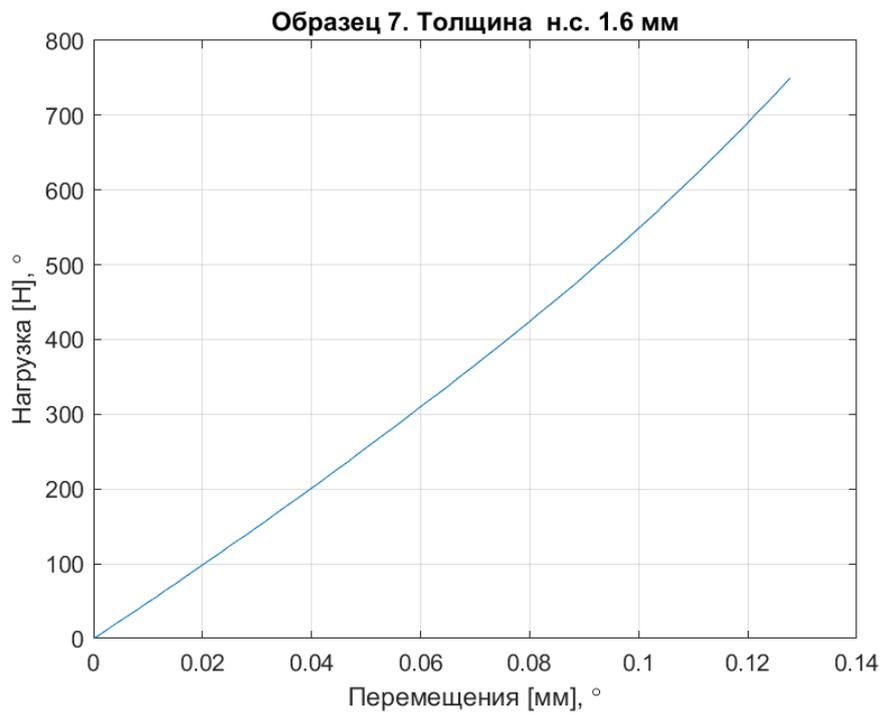


Рисунок 4 – График нагрузка-перемещение для образца №7

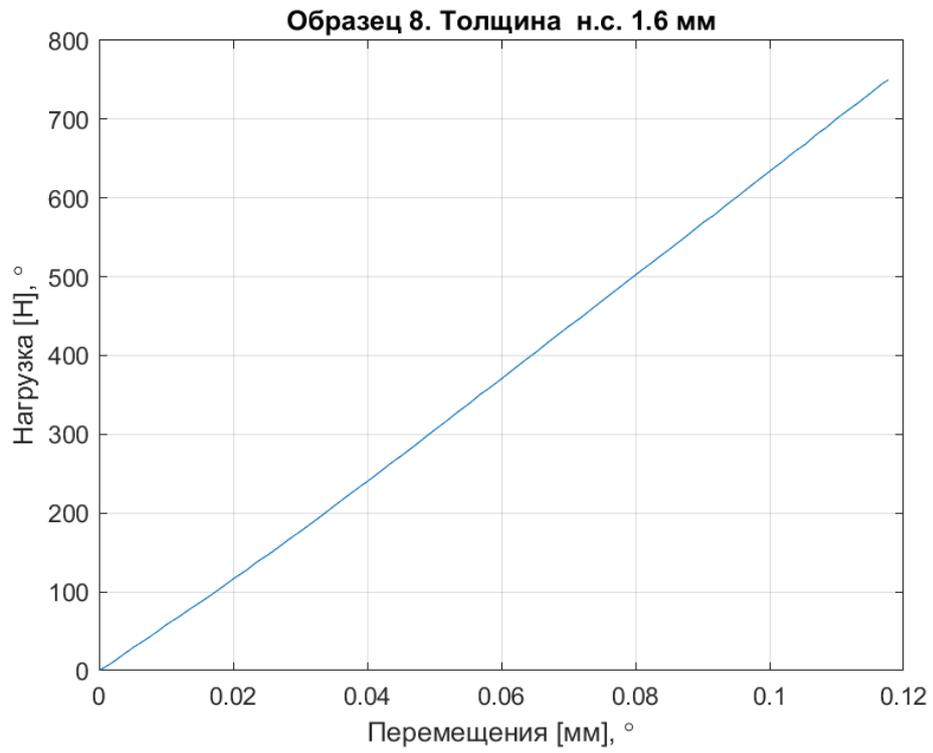


Рисунок 5 – График нагрузка-перемещение для образца №8

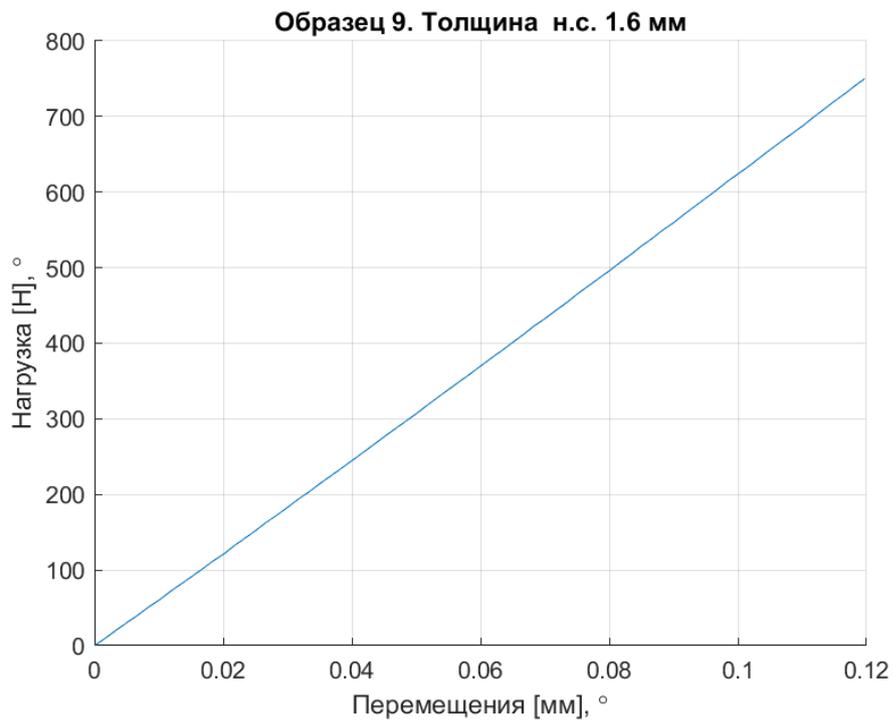


Рисунок 6 – График нагрузка-перемещение для образца №9

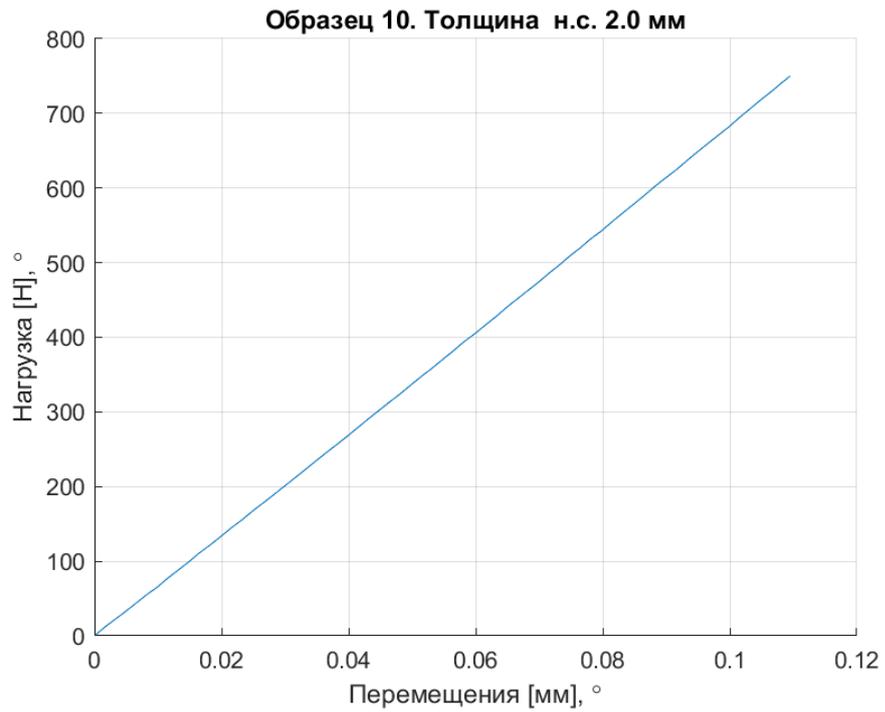


Рисунок 7 – График нагрузка-перемещение для образца №10

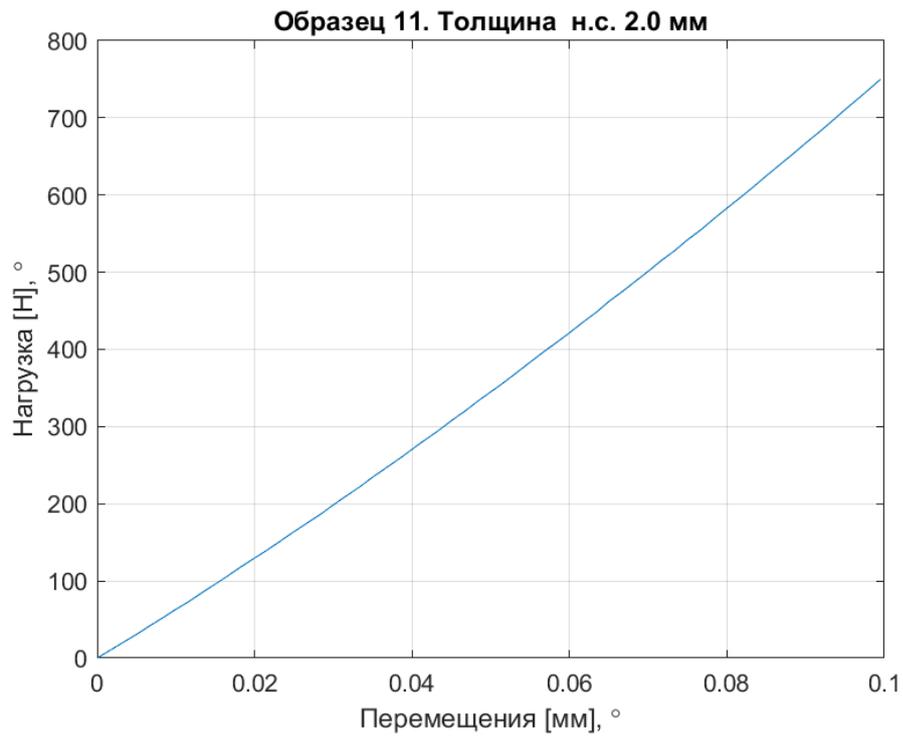


Рисунок 8 – График нагрузка-перемещение для образца №11

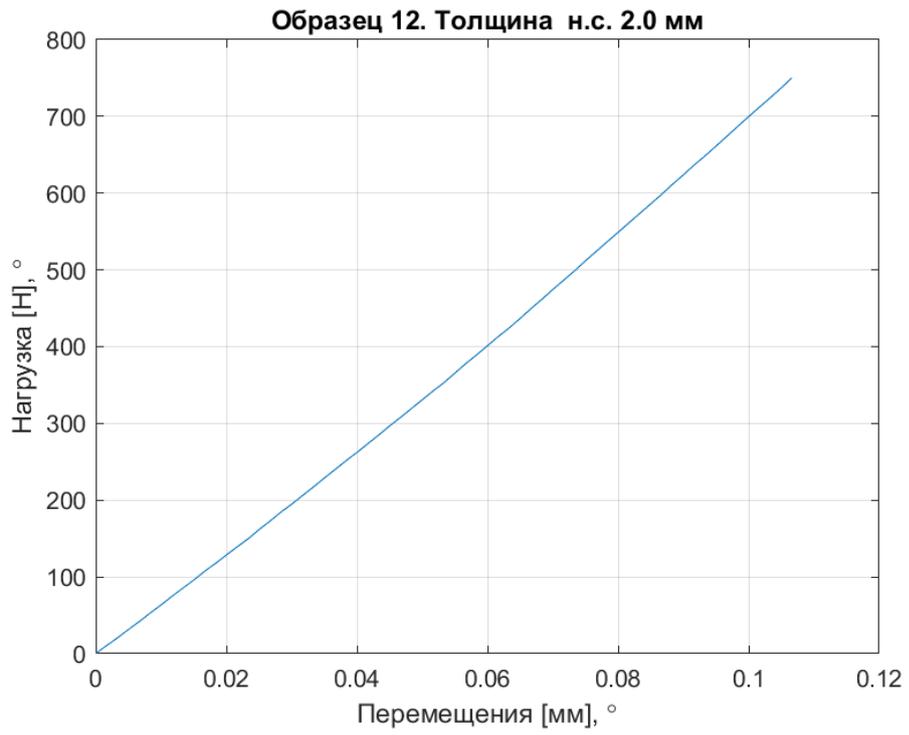


Рисунок 9 – График нагрузка-перемещение для образца №12