

Научная статья
УДК 629.7.036.3434
URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=180655>

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРАЩЕНИЯ МЕЖРОТОРНОГО ПОДШИПНИКА С ИМИТАЦИЕЙ РЕАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ РАБОТЫ

Анна Сергеевна Семенова¹ ✉, Максим Владимирович Кузьмин², Андрей Родионович Кирсанов³

^{1, 2, 3} ОКБ им. А. Люльки – филиал ОДК-УМПО,
Москва, Россия

¹ anna.semenova.lulka@gmail.com ✉

² maxim.kuzmin@okb.umpo.ru

³ kar3112@yandex.ru

Аннотация. Рассматривается метод расчетного определения действительных углов перекоса колец межроторного подшипника (МРП) и контактных напряжений смятия путем численного моделирования роторной системы двигателя АЛ-31Ф со спутным и биротативным вращением роторов. Расчетная модель для определения величины перекоса колец подшипника максимально приближена к реальным конструктивным особенностям и условиям его работы. Отмечается, что динамическая постановка задачи, реализованная в численном подходе, позволяет получить более точные результаты по напряжениям и, следовательно, долговечности подшипника [1].

Ключевые слова: межроторный подшипник, контактные напряжения смятия, роторная система

Для цитирования: Семенова А.С., Кузьмин М.В., Кирсанов А.Р. Численное моделирование вращения межроторного подшипника с имитацией реальных условий работы // Вестник Московского авиационного института. 2024. Т. 31. № 2. С. 124–132. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=180655>

Original article

NUMERICAL MODELING OF INTER-ROTOR BEARING ROTATION WITH REAL OPERATING CONDITIONS SIMULATION

Anna S. Semenova¹ ✉, Maksim V. Kuz'min², Andrei R. Kirsanov³

^{1, 2, 3} Lyulka Desing Bureau - branch "ODK UMPO",
Moscow, Russia

¹ anna.semenova.lulka@gmail.com ✉

² maxim.kuzmin@okb.umpo.ru

³ kar3112@yandex.ru

Abstract

The article being presented considers the method for the estimated determining of the actual skew angles of the inter-rotor bearing rings and contact crumple stresses while numerical modeling of the AL-31F engine system with both satellite and birotating rotation of rotors. Computational model for determining the skew value of the bearing rings is as close as possible to the real structure specifics and its operating conditions. It is noted that the dynamic setting of the problem, realized in the numerical approach, allows obtaining more accurate stresses results and, hence, the inter-rotor bearing endurance.

As of today, the inter-rotor roller bearings, which are owing to their structure intervened between the two shafts of the rotors, rotating with different speeds, are rather widely applied in the structures of the state-of-the-art two-stage engines.

One of the main causes for the inter-rotor bearing failure during operation is the initiation of significant contact stresses and the wear of rolling surfaces accompanying it. The task of the bearings durability determining is solved today mainly by analytical methods based on the results of numerous experimental studies, and on which basis of a number of standards are introduced, both Russian and foreign. Moreover, it should be noted that when contact stresses evaluating these standards do not account for a large number of factors acting while the bearing assembly operation, which often leads to the overestimation of durability. The ring skews, compliance of the thin-walled shafts and housings surrounding the bearing structure, mounting tensions and clearances during installation of bearings in the rotor support, compliance of bearing rings, etc. are among these factors. That is, the problem of contact stresses computing and, accordingly, durability is multifactorial itself. Solution of this problem on contact stresses with account for all existing factors can be obtained in the finite-element setting by numerical methods.

These factors evaluation was accomplished with the LS-Dyna software complex. The rotors were brought to rotation by the explicit method up to 100%.

Two rotors and all transmission bearings completely, including the inter-rotor bearing were modeled. The rotors were spun explicitly to 100%.

Keywords: inter-rotor bearing, contact crumple stresses, rotor system

For citation: Semenova A.S., Kuz'min M.V., Kirsanov A.R. Numerical Modeling of Inter-Rotor Bearing Rotation with Real Operating Conditions Simulation. *Aerospace MAI Journal*, 2024, vol. 31, no. 2, pp. 124–132. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=180655>

Введение

В турбинной части двигателя АЛ-31Ф для соединения валов вращающихся с разной скоростью роторов реализована конструктивная схема межроторного подшипника качения. Традиционно межроторные подшипники терминологически отличаются от межвальных подшипников, которые располагаются в районе разделительного корпуса [2]. В настоящее время подобная конструктивная схема для подшипников качения применяется на многих двухкаскадных двигателях.

Данная схема применяется на двигателе АЛ-31Ф. Межроторный подшипник является одним из самых ответственных узлов двигателя, так как нарушения его функционирования приводят к заклиниванию роторов. Поэтому в эксплуатации межроторный подшипник подвергается особенному контролю, и в случае обнаружения дефекта весь двигатель отстраняется от эксплуатации. В период с октября 2011 по август 2013 года в Индии произошло сорок выключений данного двигателя в полете, из них десять выключений — из-за отказа межроторного подшипника. Статистика представлена на рис. 1.

Межроторные подшипники отличаются от подшипников обычного типа условиями работы с высокой относительной частотой вращения валов, перекосами колец из-за условий сборки, а также перекосами в результате прецессии, сложностью подвода масла для охлаждения и другими особенностями. В результате действия подобных факторов,

совместного или по отдельности, в подшипниках могут возникать запредельные контактные напряжения, которым сопутствует износ поверхностей качения [3].

Из-за сложности и многофакторности рассматриваемой системы в настоящее время имеется очень мало аналитических моделей этих явлений для возможности решения задач определения долговечности межроторных подшипников. А существующие аналитические методы, на основе которых создан ряд российских и зарубежных стандартов, хоть и построены на многочисленных экспериментах, совсем не учитывают многие из тех факторов, которые могут действовать в узле межроторного подшипника. Для прогнозирования функционирования рассматриваемой сложной системы используются точные конечно-элементные модели, включающие в себя роторные узлы и подшипники. С помощью полномасштабных численных моделей можно учесть влияние на износ



Рис. 1. Дефекты МРП двигателя АЛ-31Ф, приведшие к выключению в полете (октябрь 2011 — август 2013 г.)

подшипника таких факторов, как перекося колец и податливость корпусов, валов и колец подшипника и монтажные зазоры в опоре ротора [4].

Техническая спецификация ISO 281:2007 вместе с расширением [5] и стандарт ГОСТ 18855-2013 [6] рассчитывают ресурс подшипника с помощью динамической грузоподъемности, используя так называемый параметр предела усталостной нагрузки. Специалисты ЦИАМа активно уточняют методики расчета подшипников качения с учетом действия различных эксплуатационных факторов, в том числе частоты вращения роторов, характеристик смазки и нагрева подшипника. Гидродинамические процессы в зоне контакта тел качения учитываются с помощью эмпирических коэффициентов [7].

В существующей литературе крайне мало доступных работ с решением задачи определения эквивалентной нагрузки, контактных напряжений в подшипнике при действии всей совокупности факторов. Эта задача осложняется необходимостью глубокой проработки аналитических зависимостей, если она решается в аналитической постановке, а ее численное решение требует значительных вычислительных затрат. Грубая и точная настройка моделей при численном моделировании системы межроторного подшипника, включающая подготовку данных по условиям работы подшипникового узла на расчетных режимах, способы описания граничных условий при контактном взаимодействии деталей между собой, можно найти в отдельных немногочисленных отечественных [8, 9] и зарубежных работах [10]. Скудость публикаций по этому направлению ограничивает развитие и создание новых расчетных методик.

Объект исследования

Объектом исследования является межроторный подшипник в составе роторной системы двигателя АЛ-31Ф.

Радиальный роликовый подшипник 5-272822P2У с габаритными размерами 110 × 140 × 19, сверхлег-

кой серии с центрированием сепаратора по наружному кольцу показан на рис. 2.

В двигателе подшипник находится между двумя роторами и является одной из опор ротора высокого давления. Рассматривается вращение роторов как в одну сторону, так и в противоположные стороны. Основные параметры подшипника приведены в табл. 1 [11].

Долговечность по аналитической методике [12]

При высокой частоте вращения подшипника, когда центробежные силы тел качения становятся соизмеримыми с нагрузками, приходящими на тела качения от внешних сил, или даже превышают их, долговечность подшипника может ограничиваться усталостной контактной прочностью его наружного кольца или тел качения.

Долговечность (в часах) по напряжениям смятия для роликоподшипников

$$L_h = \frac{10^7}{60n_0z} \left(\frac{[\sigma]_{см}'}{\sigma_{см}} \right)^{6,66}, \tag{1}$$

где n_0 – частота вращения сепаратора;

$[\sigma]_{см}'$ – допускаемое напряжения смятия при базе 10^7 циклов изменений напряжений смятия при линейном контакте;

$\sigma_{см}$ – максимальное расчетное напряжение смятия на площадках контакта ролика с дорожкой качения наружного кольца, определенное с учетом центробежной силы тел качения.

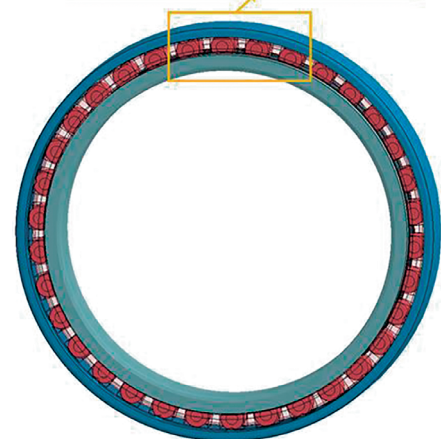
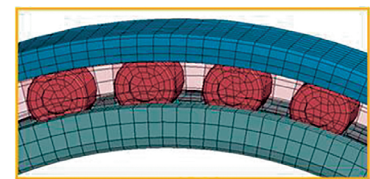


Рис. 2. Межроторный роликовый подшипник

Таблица 1

Основные параметры МРП

Параметр	Обозначение	Значение
Внутренний диаметр наружного кольца, мм	Dн	133
Диаметр окружности центров роликов, мм	D0	125
Диаметр ролика, мм	Dw	8
Длина ролика, мм	l	10
Длина площадки контакта ролика, мм	lr	9
Количество тел качения	z	34
Частота вращения ротора НД, об/мин	n1	10200
Частота вращения ротора ВД, об/мин	n2	13300

Напряжение смятия для линейного начального контакта определяется по формуле

$$\sigma_{см} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{\Sigma \rho}{\eta}} q, \quad (2)$$

где $\Sigma \rho$ – суммарная кривизна поверхностей контактирующих тел:

$$\Sigma \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}. \quad (3)$$

При одинаковых механических характеристиках ролика и кольца коэффициент η определяется по формуле

$$\eta = \frac{2(1 - \mu^2)}{E}, \quad (4)$$

где E – модуль упругости;

μ – коэффициент Пуассона.

Линейная интенсивность распределения нагрузки по длине контакта

$$q = \frac{P_{\Sigma H}}{l_r}, \quad (5)$$

где l_r – длина площадки контакта;

$P_{\Sigma H}$ – суммарная сила, действующая со стороны тела качения на дорожку качения наружного кольца:

$$P_{\Sigma H} = P_r + \frac{P_c}{\cos \alpha}, \quad (6)$$

где P_r – радиальная составляющая, действующая в контакте тела качения с дорожкой качения наружного кольца подшипника;

α – угол контакта тела качения с дорожкой качения.

Для подшипников с начальным линейным контактом тела качения с кольцом подшипника

$$P_r = \frac{4,6 F_r}{z}, \quad (7)$$

где F_r – суммарная радиальная нагрузка (без учета реакции, возникающей от действия гироскопических моментов при эволюциях самолета в полете):

$$F_r = (R^{\text{дис}} + R^G) \cdot V \cdot K_6 \cdot K_T, \quad (8)$$

где R^G – реакции, возникающие в опорах от масс роторов;

$R^{\text{дис}}$ – реакции, возникающие от действия остаточного дисбаланса при вращении ротора ВД на расчётном режиме;

K_6 – коэффициент безопасности, учитывающий влияние на долговечность подшипников вибрационных перегрузок и динамических условий работы;

K_T – температурный коэффициент, с помощью которого учитывается влияния на долговечность подшипников твердости поверхностей качения колец и тел качения;

V – коэффициент вращения;

P_c – центробежная сила тела качения:

$$P_c = 0,5 \cdot m \cdot D_0 \cdot \omega_c^2, \quad (9)$$

где m – масса тела качения;

D_0 – диаметр окружности центров комплекта роликов;

ω_c – угловая скорость сепаратора.

Для цилиндрического ролика

$$m = \frac{\gamma}{g} \pi \frac{D_W^2}{4} l, \quad (10)$$

где γ – удельный вес материала тела качения;

D_W – диаметр ролика.

Для роликового подшипника, у которого кольца вращаются в одном направлении, частота вращения сепаратора

$$n_0 = n_B \cdot K_1 + n_H \cdot K_2. \quad (11)$$

Для роликового подшипника, у которого кольца вращаются в разных направлениях, частота вращения сепаратора

$$n_0 = n_B \cdot K_1 - n_H \cdot K_2. \quad (12)$$

В формулах (11) и (12) коэффициенты K_1 и K_2 определяются как

$$K_1 = \frac{D_0 - D_W \cdot \cos \beta}{2D_0}; \quad (13)$$

$$K_2 = \frac{D_0 + D_W \cdot \cos \beta}{2D_0}. \quad (14)$$

В табл. 2 представлены расчетные параметры, полученные по аналитическим формулам инженерной методики. Они показывают существенное различие кинематических и силовых факторов для межроторного подшипника с разными направлениями вращения колец.

Численное моделирование контактных напряжений смятия и действительных углов перекоса

Для определения контактных напряжений смятия и оценки долговечности был проведен динамический расчет МРП в составе роторной системы двигателя АЛ-31Ф в двух вариантах вращения колец [13, 14].

На рис. 3 представлена конечно-элементная модель роторной системы двигателя АЛ-31Ф с подшипниками трансмиссии.

Таблица 2
Расчетные параметры МРП, полученные аналитическим методом

Параметр	Однонаправленное вращение колец	Противоположное вращение колец
Суммарная кривизна поверхностей контактирующих тел ρ , мм ⁻¹	0,248	0,248
Радиальная составляющая, действующая в контакте тела качения с дорожкой качения наружного кольца подшипника P_r , кгс	30,7	30,7
Центробежная сила тела качения P_c , кгс	40,86	1,54
Суммарная сила, действующая со стороны тела качения на дорожку качения наружного кольца $P_{\Sigma H}$, кгс	71,52	32,21
Линейная интенсивность распределения нагрузки по длине контакта q , кгс/мм	7,95	3,58
Расчетное напряжение смятия $\sigma_{см}$, кгс/мм ²	85,07	57,09
Частота вращения сепаратора n_0 , об/мин	11849,2	2302,0
Расчетная долговечность по напряжениям смятия L_h , ч	1827,5	26041,8

Смоделированы два ротора и полностью все подшипники трансмиссии, включая межроторный подшипник. Роторы раскручивались явным методом до 100% от расчетной частоты вращения за 200 мс. Общее время расчета составило 230 мс.

В модели задана гравитация.

Упругопластический расчет выполнялся с использованием кода LS-Dуна [15]. В модели учитывалась податливость опор с помощью дискретных элементов, связанных с жесткими телами, имитирующими статор и закрепленными по вращательным степеням свободы (рис. 4) [16]. Также в модели учитывались максимальные чертежные дисбалансы массовыми элементами по балансировочным поясам (рис. 5) и нелинейные свойства материалов [17].

Между кольцами и телами качения заданы контактные взаимодействия с коэффициентом трения 0,0011 [18].

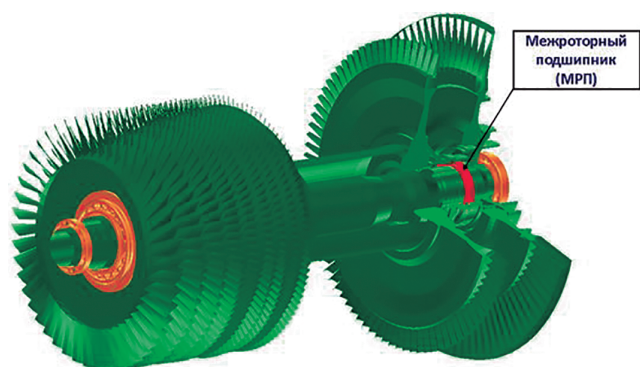


Рис. 3. Конечно-элементная модель роторной системы двигателя АЛ-31Ф

Вращение колец задавалось в двух вариантах: в первом кольца вращаются в одном направлении (рис. 6), во втором – в противоположных направлениях (рис. 7).

Контроль расчета и его стабильности осуществлялся по значениям кинетической энергии вращающихся элементов конструкции во времени (рис. 8). По графикам видно, что раскрутка роторов происходила равномерно, без динамических всплесков от 0 до 200 мс для обоих вариантов расчета [19].

В табл. 3 представлены расчетные параметры, полученные численным методом. Видно существенное различие кинематических и силовых факторов для межроторного подшипника с разными направлениями вращения колец.

Сравнение показывает необходимость проведения численных расчетов, позволяющих уточнить в динамической постановке контактные напряжения смятия и долговечность МРП [20].

Контактные напряжения при двух вариантах вращения колец МРП, полученные методом чис-

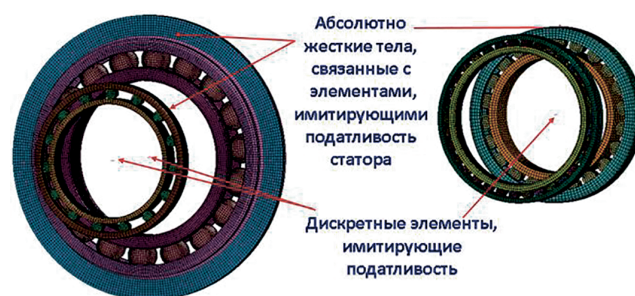


Рис 4. Подшипники трансмиссии

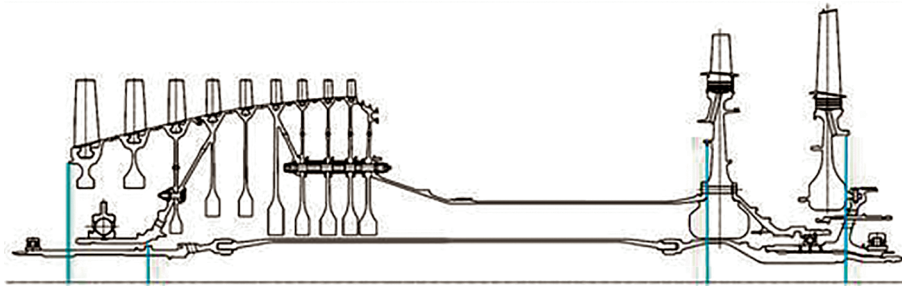


Рис. 5. Балансировочные пояса роторов двигателя АЛ-31Ф

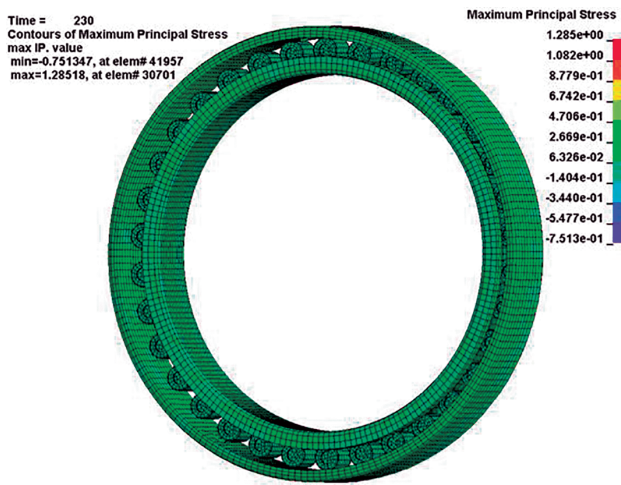


Рис. 6. Максимальные контактные напряжения МРП с вращением колец в одну сторону составили 128,5 кгс/мм²

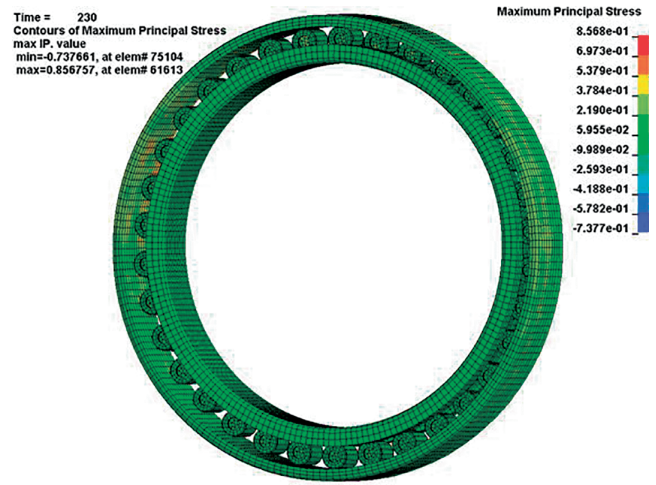


Рис. 7. Максимальные контактные напряжения МРП с вращением колец в противоположные стороны составили 85,6 кгс/мм²

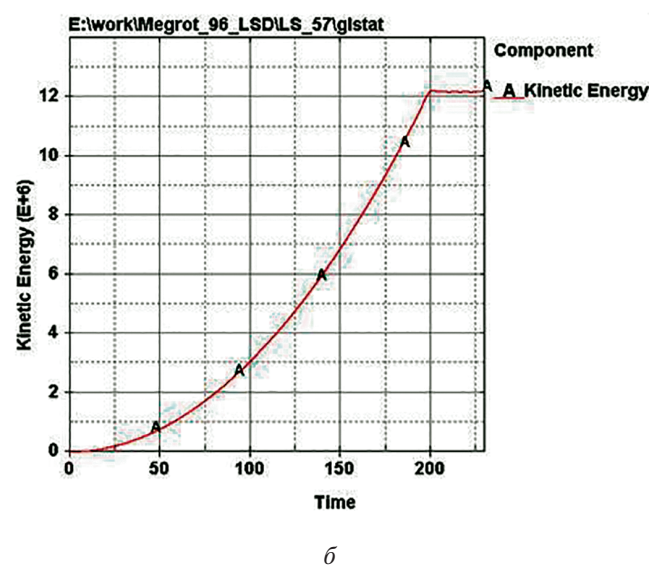
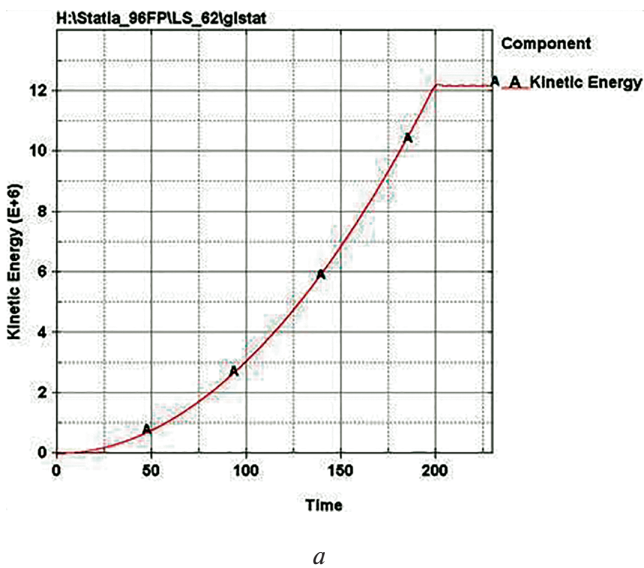


Рис. 8. Кинетическая энергия вращающихся элементов конструкции:
а – кольца вращаются в одном направлении; б – кольца вращаются в противоположных направлениях

Таблица 3

Расчетные параметры, полученные численным методом

Параметр	Кольца вращаются в одном направлении	Кольца вращаются в противоположных направлениях
Контактные напряжения (аналитический метод), кгс/мм ²	85,07	57,09
Контактные напряжения (численный метод), кгс/мм ²	128,5	85,6
Расчетная долговечность по контактным напряжениям смятия, рассчитанным аналитическим методом, ч	1827,5	26041,8
Расчетная долговечность по контактным напряжениям мятя, рассчитанным численным методом (по максимальным значениям напряжений), ч	117,2	1754,0

ленного моделирования, в ~1,5 раза больше, чем полученные аналитическим методом.

Долговечность при двух вариантах вращения колец МРП, полученная методом численного моделирования, в ~15 раз меньше, чем полученная аналитическим методом.

При противовращении роторов, когда частота вращения роликов многократно превышает частоту вращения роликов при однонаправленном вращении роторов, следует учитывать вращение роликов, приводящее к значительному увеличению инерционных сил и, следовательно, контактных напряжений.

Выводы

1. Возможно расчетное исследование межроторного подшипника посредством моделирования поведения роторов при их совместной работе.

2. Расчетная оценка позволяет учесть и проанализировать влияние различных факторов, которые невозможно реализовать в стендовых условиях.

3. Посредством численного моделирования можно проводить сравнительный анализ различных конструктивных вариантов подшипников трансмиссии.

4. Анализ результатов показывает существенное различие значений контактных напряжений и долговечности, полученных численным и аналитическим методами.

5. Значения полученных контактных напряжений можно использовать для предварительной оценки при расчете долговечности МРП.

Список источников

1. Семенова А.С., Кузьмин М.В., Леонтьев М.К. Оценка долговечности межроторного подшипника по контактным напряжениям смятия // Вестник Московского авиационного института. 2022. Т. 29. № 4. С. 138–150. DOI: 10.34759/vst-2022-4-138-150

2. Семенова А.С., Кузьмин М.В. Отработка методики численного анализа напряжений смятия в роликовых подшипниках // Вестник Московского авиационного института. 2022. Т. 29. № 3. С. 180–190. DOI: 10.34759/vst-2022-3-180-190

3. Повреждения подшипников качения и их причины. SKF АВ, Санкт-Петербург, 2002, 47 с. URL: www.promshop.info/cataloguespdf/reasons_damage_bearings.pdf

4. Семенова А.С. Разработка расчетно-экспериментальной методики оценки долговечности межроторного подшипника по контактным напряжениям при проектировании ГТД: Дис. ... канд. техн. наук. – М., 2022. – 117 с.

5. ISO/TR 1281-1. Rolling bearings - Explanatory notes on ISO 281. Part 1: Basic Dynamic load rating and basic rating life. 2021, 50 p.

6. ГОСТ 18855-2013 Подшипники качения. Динамическая грузоподъемность и номинальный ресурс. – М.: Стандартинформ, 2014. – 57 с.

7. Петров Н.И., Николаев С.М. Уточненная оценка напряженно-деформированного состояния в подшипниках качения методом конечных элементов с учетом их эксплуатации в ГТД // Новые технологические процессы и надежность ГТД: Научно-технический сборник. Выпуск 9. Подшипники и уплотнения. М.: ЦИАМ, 2013. 222 с.

8. Макаруч В.В. Разработка методов расчета и проектирования высокоскоростных межвальных роликовых подшипников: Дис. ... канд. техн. наук. – Самара, 2009. – 165 с.

9. Сакало В.И., Ольшевский А.А. Использование конечно-элементных моделей для решения контактных задач с учетом шероховатости поверхностей тел // Вестник Брянского государственного технического университета. 2018. № 11(72). С. 45–56. DOI 10.30987/article_5be14a2f880092.17128502

10. Qu F., Xie H., Jiang Z. Finite element method analysis of surface roughness transfer in micro flexible rolling // MATEC Web of Conferences. Vol. 80 12th International Conference

- (25–29 June 2023; Krakow, Poland): 04002. DOI: 10.1051/mateconf/20168004002
11. *Нарышкин В.Н., Коросташевский Р.В.* (ред.) Подшипники качения: Справочник-каталог. — М.: Машиностроение, 1984. — 280 с.
 12. *Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б.* Расчет на прочность деталей машин. Справочник. — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1993. — С. 150–156.
 13. *Морозов Е.М., Никишков Г.П.* Метод конечных элементов в механике разрушения. — Изд. 2-е, испр. — М.: URSS, 2008. — 254 с.
 14. *Августович В.Г., Шмотин Ю.Н., Сипатов А.М. и др.* Численное моделирование нестационарных явлений в газотурбинных двигателях. — М.: Машиностроение, 2005. — 523 с.
 15. LS-Dyna Keyword User's Manual (Version 971). — Livermore Software Technology Corporation (LSTC), California, 2012. Vol. 1, 1953 p.
 16. *Степанов А.В.* Моделирование жесткости шероховатых поверхностей при оценке точности технологического оборудования: Дис. ... канд. техн. наук. — М., 1998. — 171 с.
 17. *Биргер И.А., Мавлютов Р.Р.* Сопротивление материалов: Учебное пособие. — М.: Наука, 1986. — 560 с.
 18. *Перель Л.Я., Филатов А.А.* Подшипники качения. Расчет, проектирование и обслуживание опор: Справочник. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1992. — С. 43.
 19. *Семенова А.С., Гогаев Г.П.* Оценка разрушающей частоты вращения дисков турбомашин с использованием деформационного критерия в программном комплексе LS-Dуна // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 3. С. 134–142.
 20. *Назаренко Ю.Б., Потанов А.Ю.* Устранение критических частот вращения роторов газотурбинных двигателей с помощью регулирования жесткости опоры // Двигатель. 2014. № 1(91). С. 14–16.

References

1. Semenova A.S., Kuz'min M.V., Leontiev M.K. Durability evaluation of the inter-shaft bearing by the contact bearing stress. *Aerospace MAI Journal*, 2022, vol. 29, no. 4, pp. 138–150. DOI: 10.34759/vst-2022-4-138-150
2. Semenova A.S., Kuz'min M.V. Development of a method for numerical analysis of contact stresses in roller bearings. *Aerospace MAI Journal*, 2022, vol. 29, no. 3, pp. 180–190. DOI: 10.34759/vst-2022-3-180-190
3. *Povrezhdeniya podshipnikov kacheniya i ikh prichiny.* SKF AB, Sankt-Peterburg, 2002, 47 p. URL: www.promshop.info/cataloguespdf/reasons_damage_bearings.pdf
4. Semenova A.S. *Razrabotka raschetno-eksperimental'noi metodiki otsenki dolgovechnosti mezhrotornogo podshipnika po kontaktnym napryazheniyam pri proektirovanii GTD* (Development of a computational and experimental methodology for the durability assessing of interrotor bearing by contact stresses in the design of a gas turbine engine). PhD thesis. Moscow, MAI, 2022, 117 p.
5. *ISO/TR 1281-1. Rolling bearings - Explanatory notes on ISO 281. Part 1: Basic Dynamic load rating and basic rating life.* 2021, 50 p.
6. *ISO 281:2007 Rolling bearings. Dynamic load ratings and rating life.* 2007, 51 p.
7. Petrov N.I., Nikolaev S.M. *Novye tekhnologicheskie protsessy i nadezhnost' GTD: nauchno-tekhnicheskii sbornik. Vypusk 9. Podshipniki i uplotneniya* (New technological processes and reliability of gas turbine engine: scientific and technical collection. Issue 9. Bearings and seals), Moscow, TsIAM, 2013, 222 p.
8. Makarchuk V.V. *Razrabotka metodov rascheta i proektirovaniya vysokoskorostnykh mezhval'nykh rolikovykh podshipnikov* (Development of calculation and design methods for high-speed shaft roller bearings). PhD thesis. Samara, Samarskii gosudarstvennyi aerokosmicheskii universitet im.S.P. Koroleva, 2009, 165 p.
9. Sakalo V.I., Ol'shevskii A.A. *Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2018, no. 11(72), pp. 45–56. DOI: 10.30987/article_5be14a2f880092.1712850
10. Qu F., Xie H., Jiang Z. Finite element method analysis of surface roughness transfer in micro flexible rolling. *MATEC Web of Conferences. Vol. 80 12th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes (25–29 June 2023; Krakow, Poland)*: 04002. DOI: 10.1051/mateconf/20168004002
11. Naryshkin V.N., Korostashevskii R.V. (eds) *Podshipniki kacheniya. Spravochnik-katalog* (Rolling bearings. Directory-catalog). Moscow, Mashinostroenie, 1984, 280 p.
12. *Birger I.A., Shorr B.F., Iosilevich G.B. Raschet na prochnost' detalei mashin. Spravochnik* (Strength calculation of machine parts. Handbook), Moscow, Mashinostroenie, 1993, pp. 150–156.
13. Morozov E.M., Nikishkov G.P. *Metod konechnykh elementov v mekhanike razrusheniya* (Finite element method in fracture mechanics). 2nd ed. Moscow, URSS, 2008, 254 p.
14. Avgustovich V.G., Shmotin Yu.N., Sipatov A.M. et al. *Chislennoe modelirovanie nestatsionarnykh yavlenii v gazoturbinykh dvigatelyakh* (Numerical simulation of unsteady phenomena in gas turbine engines), Moscow, Mashinostroenie, 2005, 523 p.
15. *LS-Dyna Keyword User's Manual (Version 971)*. Livermore Software Technology Corporation (LSTC), California, 2012, vol. 1, 1953 p.
16. Stepanov A.V. *Modelirovanie zhestkosti sherokhovatykh poverkhnostei pri otsenke tochnosti tekhnologicheskogo oborudovaniya* (Modeling of the stiffness of rough surfaces in assessing the accuracy of technological equipment). PhD. thesis. Moscow, MGTU "STANKIN", 1998, 171 p.
17. Birger I.A., Mavlyutov R.R. *Soprotivlenie materialov* (Resistance of materials), Moscow, Nauka, 1986, 560 p.

18. Perel' L.Ya., Filatov A.A. Podshipniki kacheniya. *Raschet, projektirovanie i obsluzhivanie opor: Spravochnik* (Rolling bearings. Calculation, design and maintenance of supports. Handbook). 2nd ed. Moscow, Mashinostroenie, 1992, p. 43.
19. Semenova A.S., Gogaev G.P. Evaluation of destructive rotation frequency of turbo-machine disks applying deformation criterion with LS-Dyna software. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 3, pp. 134-142.
20. Nazarenko Yu.B., Potapov A.Yu. *Dvigatel'*, 2014, no. 1(91), pp. 14-16.

Статья поступила в редакцию 07.04.2024; одобрена после рецензирования 23.04.2024; принята к публикации 06.05.2024.
The article was submitted on 07.04.2024; approved after reviewing on 23.04.2024; accepted for publication on 06.05.2024.