

## МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

Научная статья

УДК 531.011

URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177622>

### НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ РОБОТОТЕХНИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ ИЗ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Камиль Зайнутдинович Хайрнасов<sup>1</sup> , Антон Михайлович Сокольский<sup>2</sup>, Владимир Владимирович Исаев<sup>3</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),

Москва, Россия

<sup>1</sup> kamilh@mail.ru 

**Аннотация.** Разработана методика расчета напряженно-деформированного состояния робототехнической конструкции из композиционного материала при динамическом воздействии. В качестве робототехнического комплекса рассматривался стенд, предназначенный для моделирования характеристик полета в лабораторных условиях. Было проведено моделирование и аппроксимация стенда конечными элементами. Робототехнические комплексы оснащены элементами, приводящими в движение каналы: подшипниками, зубчатыми венцами, редукторами, двигателями. В настоящей работе в конечно-элементной модели они заменены системой стержневых элементов одинаковой жесткости. Проведен расчет и анализ конструкции стенда на динамическую нагрузку, получено напряженно-деформированное состояние стенда при различном расположении слоев композиционного материала.

**Ключевые слова:** композиционный материал, стенд полунатурного моделирования, метод конечных элементов, динамическое нагружение, напряженно-деформированное состояние

**Финансирование:** работа выполнена при поддержке РНФ по научному проекту № 22-29-20299, <https://rscf.ru/project/22-29-20299/>

**Для цитирования:** Хайрнасов К.З., Сокольский А.М., Исаев В.В. Несущая способность робототехнической конструкции из композиционного материала при динамическом нагружении // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 4. С. 210–219. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177622>

## MACHINE-BUILDING ENGINEERING AND MACHINE SCIENCE

Original article

### LOAD-BEARING CAPACITY OF A ROBOTIC STRUCTURE FROM COMPOSITE MATERIAL UNDER DYNAMIC LOADING

Kamil' Z. Khairnasov<sup>1</sup> , Anton M. Sokol'skii<sup>2</sup>, Vladimir V. Isaev<sup>3</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> Moscow Aviation Institute (National Research University),

Moscow, Russia

<sup>1</sup> kamilh@mail.ru 

#### Abstract

The authors have developed a technique for the stress-strain state computing of a robotic structure made of a composite material under dynamic impact. The load-bearing capacity of multilayer composite materials is affected by the arrangement of the warp threads of the composite material. The load-bearing capacity of the composite material can be altered by the layers orientation changing. Thus, it is important to study the effect of the arrangement of a composite material threads on its load-bearing capacity. The authors conducted the said study for a robotic

© Хайрнасов К.З., Сокольский А.М., Исаев В.В., 2023

system made of composite material under dynamic loading. An eight-layer composite material with various layer orientations was under consideration. Carbon fiber formed its base. A multilayer composite material destruction criteria were considered. A test bench intended for flight characteristics simulation under laboratory conditions was considered as a robotic complex. This work bench simulation was performed. The work bench was approximated by finite elements. The results convergence of the finite element of the work bench model was being checked by the finite element mesh condensing and comparing the obtained results. Robotic systems are equipped with elements setting the channels in motion, such as bearings, gears, gearboxes and motors. In this work, they are replaced in the finite element model by a system of rod elements of the same stiffness. The test bench design represented a three-layer structure consisting of external load-bearing layers of eight-layer composite material and a layer of filler between the load-bearing layers of lightweight material in the form of foam plastic, which serves for the shear absorbing. The test bench design was computed and analyzed for dynamic loading, and its stress-strain state was obtained for various layers arrangements of composite material.

**Keywords:** composite material, semi-natural modeling test rig, finite element method, dynamic loading, stress-strain state

**Funding:** the work was supported by the Russian Science Foundation under scientific project No. 22-29-20299, <https://rscf.ru/project/22-29-20299/>

**For citation:** Khairnasov K.Z., Sokol'skii A.M., Isaev V.V. Load-Bearing Capacity of a Robotic Structure from Composite Material under Dynamic Loading. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no. 4, pp. 210-219. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=177622>

## Введение

В литературе методы расчета динамических конструкций из композиционного материала (КМ), содержащих подшипники, зубчатые венцы, редукторы, двигатели, и адекватный их учет в расчетной схеме в основном освещаются в примерах расчета отдельных элементов конструкций в системах автоматизированного проектирования. Поэтому разработка методов расчета таких широко распространенных конструкций имеет большое значение в системах автоматизированного проектирования. Существующие подходы учитывают жесткость подшипников в плоскости вращения, в то время как подшипник работает и в направлении из плоскости вращения. Полный учет конструкции редукторов при расчете робототехнических систем приводит к неоправданному увеличению числа конечных элементов, что сказывается на погрешности вычислений и не в полной мере идентифицирует жесткость редуктора.

В настоящем исследовании применен метод расчета жесткости подшипников и учет жесткости в стержневой системе, заменяющей подшипники и зубчатые венцы, а также учет жесткости редукторов в стержневой системе; это касается и жесткости двигателей. Расчет прочности и колебаний динамических конструкций без адекватного учета таких элементов практически невозможен. Для учета жесткостей этих элементов были разработаны алгоритм и программа расчета жесткости подшипников, редукторов и зубчатых венцов.

Разработка методов расчета динамических робототехнических систем, широко применяемых во многих областях, является важной и актуальной.

Кроме того, с учетом высоких удельных характеристик прочности композиционных материалов, было рассмотрено применение КМ в робототехнических конструкциях; предложен метод обеспечения максимальной жесткости и прочности конструкций путем расположения основы композита в слоях многослойного композиционного материала по линиям максимальных напряжений. Проведен анализ напряжений слоев многослойного композиционного материала в зависимости от ориентации основы слоев; рассмотрен восьмислойный КМ с различной ориентацией слоев. В качестве основы использовано углеродное волокно.

Цель исследования – разработка методов проектирования, расчета и анализа роботизированных систем. Роботизированные конструкции находят все большее применение в различных областях [1–5]; это связано с развитием компьютерного зрения, позволяющего идентифицировать объекты при операциях сборки конструкции, сортировки продукции и т. д. Чтобы получить оптимальные характеристики робототехнических систем по жесткости, прочности, инерционным характеристикам и точности позиционирования, необходимо разработать методы расчета таких конструкций под действием эксплуатационных нагрузок: статического и динамического нагружения. Для этого применяют материалы с высокими удельными прочностными характеристиками – многослойные композиционные материалы. В настоящее время композиционные материалы успешно заменяют традиционные гомогенные материалы в авиации, машиностроении, ракетной и космической технике [6–8] благодаря высоким удельным прочностным

характеристикам и способности изменять характеристики материала в зависимости от ориентации слоев в многослойной композитной структуре, поэтому важно изучить влияние ориентации слоев на прочностные характеристики материалов в исследуемой конструкции. Исследованию конструкций из КМ посвящено значительное количество работ, но в них в основном рассматриваются отдельные элементы конструкции [9–15].

Научная новизна исследования: разработка методов расчета робототехнических систем широкого класса, имеющих подвижные каналы, подшипники, зубчатые венцы, редукторы; учет таких элементов в расчетных схемах в виде стержневых систем идентичной жесткости; разработка методов расположения основы КМ по траекториям максимальных напряжений, расчет влияния ориентации слоев на напряженное состояние конструкции с целью получения максимальной прочности и жесткости робототехнической системы влияющей на точность позиционирования.

## Материалы и методы

### Критерии отказа

При исследовании напряженно-деформированного состояния конструкции, особенно при определении ее несущей способности, определяют запасы прочности: отношение допустимого напряжения к действующему или отношение действующего напряжения к его допустимому значению. Последнее соотношение используется в критериях прочности по отношению к многослойным материалам с различной несущей способностью слоев. Существует несколько проверенных критериев прочности, названных по именам их авторов: Цай-Ву, Цай-Хилла, Хоффмана, Хашина, Пака, критерии, используемые в НАСА: LaRC и Кунсе. Критерии имеют свои преимущества и недостатки и применяются для различных типов композиций многослойных материалов. По этим критериям рассчитывается многослойный композиционный материал. Рассмотрим более подробно критерии, использованные в данном исследовании, – критерии максимальных напряжений и деформаций Цай-Ву, Цай-Хилла, Хоффмана [16–19].

Критерий максимальных напряжений и деформаций основан на превышении одного из отношений действующего напряжения к допустимому напряжению или эффективной деформации к допустимой деформации материала:

$$\max \left\{ \left| \frac{\sigma_x}{[\sigma_x]} \right|, \left| \frac{\sigma_y}{[\sigma_y]} \right|, \left| \frac{\sigma_z}{[\sigma_z]} \right|, \left| \frac{\tau_{xy}}{[\tau_{xy}]} \right|, \left| \frac{\tau_{xz}}{[\tau_{xz}]} \right|, \left| \frac{\tau_{yz}}{[\tau_{yz}]} \right| \right\} \leq 1;$$

$$\max \left\{ \left| \frac{\varepsilon_x}{[\varepsilon_x]} \right|, \left| \frac{\varepsilon_y}{[\varepsilon_y]} \right|, \left| \frac{\varepsilon_z}{[\varepsilon_z]} \right|, \left| \frac{\gamma_{xy}}{[\gamma_{xy}]} \right|, \left| \frac{\gamma_{xz}}{[\gamma_{xz}]} \right|, \left| \frac{\gamma_{yz}}{[\gamma_{yz}]} \right| \right\} \leq 1.$$

Здесь обозначено:  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  – нормальные напряжения;  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  – нормальные деформации;  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  – касательные напряжения в соответствующей плоскости;  $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$  – сдвиговые деформации в соответствующих плоскостях, выражения в квадратных скобках означают допустимые значения соответствующих деформаций и напряжений.

Критерии Цай-Ву, Цай-Хилла, Хоффмана являются квадратичными критериями и рассчитываются на основе полинома второго порядка в зависимости от типа коэффициентов  $A_{ij}$  и  $A_i$ .

Когда значение этого полинома меньше или равно единице, предполагается, что разрушения многослойного материала не происходит:

$$F = A_{11}\sigma_x^2 + A_{22}\sigma_y^2 + A_{33}\sigma_z^2 + \\ + A_{44}\tau_{xy}^2 + A_{55}\tau_{xz}^2 + A_{66}\tau_{yz}^2 + \\ + 2A_{xy}\sigma_x\sigma_y + 2A_{xz}\sigma_x\sigma_z + 2A_{yz}\sigma_y\sigma_z + \\ + A_1\sigma_x + A_2\sigma_y + A_3\sigma_z \leq 1.$$

Для плоского напряженного состояния в этом многочлене необходимо считать, что  $\sigma_z = 0$ .

### Критерий Цай-Ву

Коэффициенты в этом критерии рассчитываются из соотношений

$$A_{11} = \frac{1}{[\sigma_{xt}][\sigma_{xc}]}; A_{22} = \frac{1}{[\sigma_{yt}][\sigma_{yc}]}; A_{66} = \frac{1}{[\tau_{yz}^2]}; \\ A_1 = \frac{1}{[\sigma_{xt}] - [\sigma_{xc}]}; A_2 = \frac{1}{[\sigma_{yt}] - [\sigma_{yc}]},$$

где индекс  $t$  означает растяжение,  $c$  – сжатие.

Здесь  $\sigma_x = \sigma_y = P$ , остальные выражения равны нулю.

$$A_{xy} = \frac{1}{2P^2} \left[ 1 - P \left( \frac{1}{[\sigma_{xt}]} - \frac{1}{[\sigma_{xc}]} + \frac{1}{[\sigma_{yt}]} - \frac{1}{[\sigma_{yc}]} \right) - \right. \\ \left. - P^2 \left( \frac{1}{[\sigma_{xt}][\sigma_{xc}]} + \frac{1}{[\sigma_{yt}][\sigma_{yc}]} \right) \right].$$

### Критерий Хоффмана

Для этого критерия коэффициент  $A_{ij}$  определяется из соотношения

$$A_{12} = \frac{1}{[\sigma_{xt}][\sigma_{xc}]},$$

а критерий разрушения Хоффмана принимает вид

$$\frac{\sigma_x^2}{[\sigma_{xt}][\sigma_{xc}]} + \frac{\sigma_y^2}{[\sigma_{yt}][\sigma_{yc}]} - \frac{\sigma_x\sigma_y}{[\sigma_{xt}][\sigma_{xc}]} + \\ + \frac{\sigma_x}{[\sigma_{yt}][\sigma_{yc}]} + \frac{\sigma_y}{[\sigma_{yt}][\sigma_{yc}]} \leq 1.$$

### Критерий Цай-Хилла

Коэффициенты рассчитываются из соотношений

$$A_{11} = \frac{1}{[\sigma_x]^2}; A_{22} = \frac{1}{[\sigma_y]^2}; A_1 = 0; A_2 = 0,$$

а критерий отказа имеет вид

$$\frac{\sigma_x^2}{[\sigma_x]^2} + \frac{\sigma_y^2}{[\sigma_y]^2} + \frac{\tau_{xy}^2}{[\tau_{xy}]^2} - \frac{\sigma_x\sigma_y}{2[\sigma_x]^2} \leq 1.$$

Критерии, использованные в настоящем исследовании, являются наиболее общими и широко применяются при исследовании несущей способности многослойных композитных конструкций. К недостаткам критерия Цай-Хилла относится то, что он не учитывает различные значения прочности материала на растяжение и сжатие. Все представленные критерии разрушения предполагают, что если слой выходит из строя по соответствующему критерию, то выходит из строя весь многослойный материал. Рассмотренные критерии разрушения используются в различных расчетных программах.

### Определение характеристик многослойного композиционного материала

Определение характеристик многослойного композиционного материала проводится двумя методами. При использовании первого метода характеристики каждого слоя определяются в отдельности, и число разрешающих уравнений больше, чем при использовании второго метода – определения приведенных характеристик многослойного КМ, в  $k$  раз, где  $k$  – число слоев.

Для определения приведенных характеристик многослойного композиционного материала, оси которого совпадают с ортотропными осями композиционного материала, рассмотрим соотношение напряжений и деформаций для плоского напряженного состояния:

$$\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\}; \quad (1)$$

$$[E] = \begin{Bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{Bmatrix};$$

$$\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_s, \varepsilon_\theta, \varepsilon_{s\theta}\}; \quad \{\sigma\}^T = \{\sigma_s, \sigma_\theta, \sigma_{s\theta}\};$$

$$Q_{11} = \frac{E_s}{1 - \nu_{s\theta}\nu_{\theta s}}; \quad Q_{12} = \frac{\nu_{s\theta}E_s}{1 - \nu_{s\theta}\nu_{\theta s}}; \quad Q_{66} = G_{66};$$

$$Q_{21} = \frac{\nu_{\theta s}E_s}{1 - \nu_{s\theta}\nu_{\theta s}}; \quad Q_{22} = \frac{E_\theta}{1 - \nu_{s\theta}\nu_{\theta s}}.$$

Здесь  $\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_s, \varepsilon_\theta, \varepsilon_{s\theta}\}$  – вектор деформации;  $\varepsilon_s, \varepsilon_\theta$  – деформации в направлении оси  $s, \theta$  и в плоскости  $s\theta$ ;  $\{\sigma\}^T = \{\sigma_s, \sigma_\theta, \sigma_{s\theta}\}$  – вектор напряжений в соответствующих направлениях и плоскости;  $E_s, E_\theta, \nu_{s\theta}, \nu_{\theta s}$  – модуль упругости, коэффициенты Пуассона;  $G_{66}$  – модуль сдвига.

При повороте осей координат на угол  $\theta$  матрица зависимости «напряжение-деформация» преобразуется к виду

$$[\bar{E}] = \begin{Bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{Bmatrix}; \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= c^4 Q_{11} - s^4 Q_{22} + 2(Q_{12} + 2Q_{66})s^2c^2; \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})s^2c^2 + (s^2 + c^2)Q_{22}; \\ \bar{Q}_{16} &= [c^2 Q_{11} - s^2 Q_{22} + (Q_{12} + 2Q_{66})(s^2 - c^2)]sc; \\ \bar{Q}_{22} &= s^4 Q_{11} - c^4 Q_{22} + 2(Q_{12} + 2Q_{66})s^2c^2; \\ \bar{Q}_{26} &= [s^2 Q_{11} - c^2 Q_{22} - (Q_{12} + 2Q_{66})(s^2 - c^2)]sc; \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} - 2Q_{12} + Q_{22})s^2c^2 + (s^2 - c^2)Q_{66}; \\ s &= \sin \theta; \quad c = \cos \theta. \end{aligned} \quad (3)$$

Для слоя, расположенного на расстоянии  $z$  от срединной поверхности, деформации определяются из уравнений

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^o\} + z\{\chi^o\},$$

где  $\{\varepsilon^o\}$  – деформации срединной поверхности;  $\{\chi^o\}$  – деформации кривизны срединной поверхности.

Связь между напряжениями и деформациями в этом случае имеет вид

$$\{\sigma\} = [\bar{Q}]\{\varepsilon^o\} + z[\bar{Q}]\{\chi^o\}. \quad (4)$$

Выражения нормальных сил  $N$  и изгибающих моментов  $M$  в зависимости от напряжений записываются как

$$\begin{aligned} \{N\} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{\sigma\} dz; \{N\}^T = (N_s, N_\theta, N_{s\theta}); \\ \{M\} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{\sigma\} dz; \{M\}^T = (M_s, M_\theta, M_{s\theta}). \end{aligned} \quad (5)$$

В результате получаем соотношения

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = [E] \begin{bmatrix} \varepsilon^o \\ \chi^o \end{bmatrix}; [E] = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix}; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} [A] &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} \end{bmatrix}; \\ [B] &= \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} \end{bmatrix}; \\ [D] &= \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\{A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}(1, z, z^2) dz; (i, j = 1, 2, 3). \quad (8)$$

Таким образом, приведенные характеристики многослойного композиционного материала записываются в виде

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}(h_k - h_{k-1}); i, j = 1, 2, 6; \\ B_{ij} &= \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}(h_k^2 - h_{k-1}^2); i, j = 1, 2, 6; \\ D_{ij} &= \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}(h_k^3 - h_{k-1}^3); i, j = 1, 2, 6, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$ ,  $D_{ij}$  – мембранные, изгибо-мембранные и изгибные жесткости.

На рис. 1 приведены обозначения, используемые в формуле (9).

### Трехслойная оболочка

В целом смежные слои многослойного композиционного материала можно рассматривать как структуру, состоящую из несущих слоев и заполнителя между ними. В расчетах основную нагрузку испытывают несущие слои, а заполнитель главным образом воспринимает напряжения сдвига и пре-

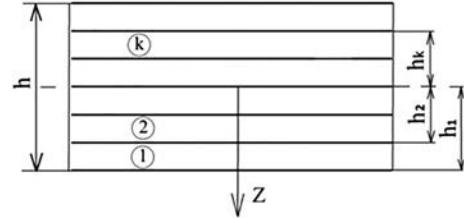


Рис. 1. Обозначения в многослойном композиционном материале

пятствует сближению соседних несущих слоев. Для учета поперечных сдвиговых деформаций в заполнителе матрица поперечного сдвига дополняется матрицей сдвиговой жесткости

$$\begin{bmatrix} \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & 0 \\ 0 & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\epsilon}_4 \\ \bar{\epsilon}_5 \end{bmatrix}^{(k)}. \quad (10)$$

Здесь  $\bar{Q}_{44} = G_{13}$ ;  $\bar{Q}_{55} = G_{23}$ ;  $G_{13}$ ,  $G_{23}$  – модули сдвига.

Обозначив общую толщину трехслойного материала через  $t$ , толщины наружных несущих слоев  $t_1$  и  $t_3$  и толщину заполнителя  $t_2$ , получим перемещения и угол поворота нормали заполнителя для нейтральной оси в зависимости от смещения и углов поворота несущих слоев:

$$v_2 = \frac{\bar{v}_1 + \bar{v}_3}{2}; \varphi_2 = \frac{\bar{v}_1 - \bar{v}_3}{t}; \quad (11)$$

$$\bar{v}_1 = v_1 - \frac{t_1 e_{13}}{2}; \bar{v}_3 = v_3 - \frac{t_3 e_{23}}{2}.$$

Смещение заполнителя на расстоянии от нейтральной плоскости имеет вид

$$\begin{aligned} v_2(z) &= v_1 + z\varphi_2 = 0,5 \left( v_1 - \frac{t_1 e_{13}}{2} + \frac{t_3 e_{23}}{2} \right) + \\ &\quad + z \frac{v_1 - \frac{t_1 e_{13}}{2} - v_3 - \frac{t_3 e_{23}}{2}}{t_2}; \\ v_2(z) &= v_1 + z\varphi_2 = 0,5 \left( v_1 - \frac{t_1 e_{13}}{2} + v_3 + \frac{t_3 e_{23}}{2} \right) + \\ &\quad + z \frac{v_1 - \frac{t_1 e_{13}}{2} - v_3 - \frac{t_3 e_{23}}{2}}{t_2}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} u_2(z) &= u_1 + z\varphi_2 = 0,5 \left( u_1 - \frac{t_1 e_{13}}{2} + u_3 + \frac{t_3 e_{23}}{2} \right) + \\ &\quad + z \frac{u_1 - \frac{t_1 e_{13}}{2} - u_3 - \frac{t_3 e_{23}}{2}}{t_2}; \end{aligned}$$

$$w_z(z) = w_2 + z \frac{w_3 - w_1}{t_2}.$$

Рассматриваемый стенд представляет собой трехслойную конструкцию. Способ получения трехслойной подставки заключается в следующем: создаем модель стенд; присваиваем модели характеристики заполнителя; создаем поверхности на модели и присваиваем поверхностям характеристикам несущих слоев многослойного КМ.

### Моделирование стендов максимальной жесткости и аппроксимация подвижных элементов

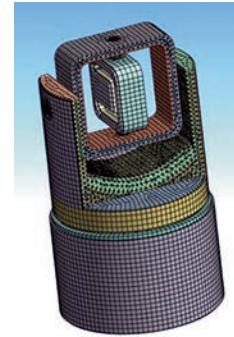
Робототехнические системы имеют в своей конструкции элементы, осуществляющие движения. К таким элементам относятся подшипники, зубчатые венцы, редукторы, двигатели [20–26]. Идентификация таких элементов – сложная задача, требующая теоретических и экспериментальных исследований в процессе разработки и изготовления.

При расчете робототехнических систем необходимо учитывать жесткость этих элементов. В настоящем исследовании жесткость элементов определялась с помощью алгоритма и разработанной программы. Учет этих элементов в конструкции осуществлялся путем замены их стержневыми системами одинаковой жесткости. Правомерность замены подтверждена экспериментальными и теоретическими расчетами.

Для исследования конструкций из композиционных материалов с целью создания конструкции максимальной жесткости необходимо расположить основу слоев КМ по траекториям максимальных напряжений, полученных при решении задачи для однородного материала, и скорректировать траекторию при решении задачи для композиционного материала. В настоящей работе исследовалось влияния ориентации слоев многослойного композиционного материала. Результаты исследования приведены в таблице. От жесткости стендов зависит точность позиционирования – одна из основных его эксплуатационных характеристик.

### Расчет

Назначение трехступенчатого динамического стендов – перемещение исследуемого объекта по трем степеням свободы, с помощью которого имитируются летные характеристики изделия в лабораторных условиях. Стенд состоит из основания, соединенного посредством зубчатого венца с курсовой вилкой. В курсовой вилке на подшипниковых опорах расположен тангажный канал, внутри которого на подшипниках вращается креновой канал, в котором находится испытуемый объект (рис. 2). В расчетах в качестве граничных условий использовалось жесткое защемление основания стендов.



а



б

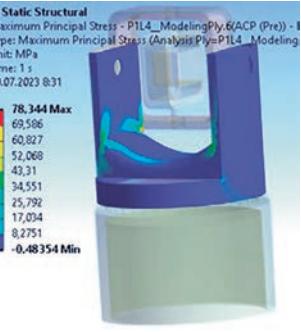
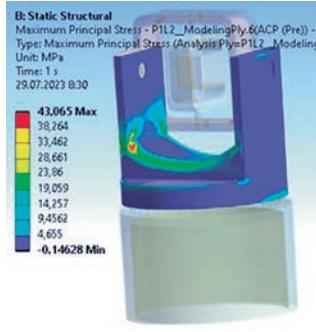
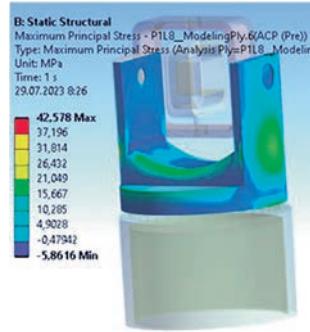
Рис. 2. Стенд, аппроксимированный конечными элементами: а – модель стендов; б – изолинии напряжений в первом слое композита с ориентацией 0/15/30/-45/90/45/-30/0

На рис. 2 показан стенд, аппроксимированный конечными элементами [27–32].

Для аппроксимации элементов, обеспечивающих движение каналов стендов: подшипников, зубчатых венцов, редукторов, двигателей – разработан алгоритм и составлена программа расчета жесткости таких элементов, а также произведена замена их стержневыми системами идентичной жесткости. Сходимость результатов расчета конечно-элементной аппроксимации определялась сгущением сетки конечных элементов.

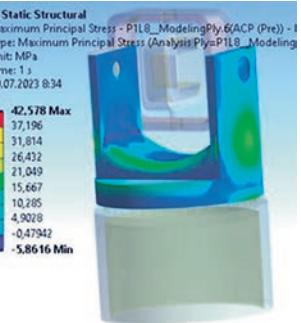
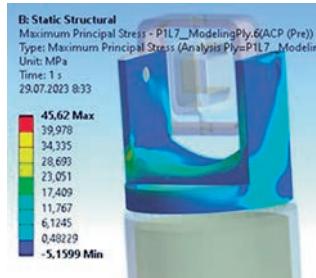
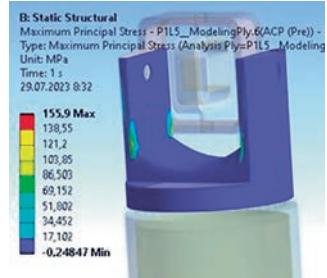
При динамическом воздействии на стенд эксплуатационная скорость курсовой вилки вокруг вертикальной оси составляла 500 рад/с. В результате расчета получено напряженное состояние восьмислойного КМ послойно (рис. 3) с различной ориентацией слоев (см. таблицу).

Анализ напряженного состояния восьмислойного композиционного материала, представленный в таблице, показывает, что наиболее



Напряженное состояние в первом и втором слое

Напряженное состояние в третьем и четвертом слое



Напряженное состояние в пятом и шестом слое

Напряженное состояние в седьмом и восьмом слое

Рис. 3. Напряженное состояние в восьмислойном композиционном материале, послойно, МПа

### Напряжение в каждом слое восьмислойного композиционного материала в зависимости от ориентации слоев, МПа

Ориентация слоев, градусы	Слои							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0/0/0/90/90/0/0/0	60,0	50,1	40,3	118	107	96,9	20,2	20,5
0/0/90/90/90/0/0/0	68,5	57,8	117	107	97,5	22,2	20,8	19,5
45/0/-45/0/0/-45/0/45	108	57,2	96,9	45,4	41,1	59,9	32,9	79,4
45/-45/90/45/0/-45/-45/45	69,1	82,9	131	43,7	88,0	39,0	51,8	65,7
0/0/0/45/-45/0/0/0	57,9	47,4	37,2	101	99,5	31,6	34,4	77,4
45/-45/3/45/-45/-3/-5/45	87,0	98,4	83,0	58,9	50,8	69,4	56,0	68,6
45/-45/5/45/-45/-5/-45/45	86,9	98,5	82,2	58,6	50,8	69,0	55,6	68,8
45/-45/10/-45/45/10/-45/45	86,3	98,8	79,4	57,6	50,5	67,2	54,7	68,0
0/15/30/-45/90/45/-30/0	64,0	43,1	51,6	78,3	156	73,9	45,6	42,6

**Примечание.** В таблице указана ориентация слоев относительно траектории максимальных напряжений, косая черта означает смену слоя.

неблагоприятное соотношение ориентации слоев по напряжениям соответствует расположению слоев с ориентацией  $45/-45/90/-45/0/-45/-45/45$ . А ориентация слоев  $45/-45/10/-45/45/10/-45/45$  соответствует минимальным напряжениям при той же нагрузке. Учитывая, что большинство критерии разрушения основано на том, что разрушение одного слоя приводит к разрушению многослойного КМ в целом, можно сказать, что ориентация слоев  $45/-45/10/-45/45/10/-45/45$  является самой прочной и жесткой. Более точные результаты можно получить, используя критерии отказа, обсуждаемые в начале настоящей статьи.

## Выводы

Создан трехслойный стенд полунатурного моделирования. Проведен расчет послойного напряженного состояния слоев восьмислойного композиционного материала, что позволило применить критерии разрушения к композиционному материалу в целом. Для получения композиционного материала наиболее высокой прочности и жесткости, проведен анализ ориентации слоев в восьмислойном КМ. Согласно результатам расчета конструкция стенд имеет наименьшие напряжения и, следовательно, наивысшую жесткость и прочность при расположении слоев  $45/-45/10/-45/45/10/-45/45$ , где цифры показывают расположение слоя под углом к траектории максимальных напряжений, в градусах, косая черта означает разделение слоев. Расположение траекторий максимальных напряжений было получено в результате расчета напряженно-деформированного состояния стенд, изготовленного из однородного материала. Далее слои располагались по траекториям максимальных значений, полученных при решении задачи о стенде из однородного материала. В дальнейшем траектория максимальных значений была скорректирована по результатам расчета стенд из композиционного материала. Достоверность полученных результатов обеспечивается сходимостью конечно-элементного разбиения и программы ANSYS, подтвердившей свою достоверность решением большого количества тестовых случаев. Поскольку стенд относится к робототехническим системам (в его конструкции имеются подшипники, зубчатые венцы, редукторы, двигатели), разработанные методы и решения применимы к большому классу робототехнических систем.

## Список источников

1. Tao B., Feng Y., Fan X. et al. Accuracy of dental implant surgery using dynamic navigation and robotic systems: An in vitro study // Journal of Dentistry. 2022. Vol. 123. No. 5: 104170. DOI: 10.1016/j.jdent.2022.104170
2. Yongding T., Chen C., Sagoe-Crentsil K. et al. Intelligent robotic systems for structural health monitoring: Applications and future trends // Automation in Construction. 2022. Vol. 139. No. 5: 104273. DOI: 10.1016/j.autcon.2022.104273
3. Xu X., Chen Y., Zou B. et al. Assignment of parcels to loading stations in robotic sorting systems // Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review. 2022. Vol. 164: 102808. DOI: 10.1016/j.tre.2022.102808
4. Boschetti G., Faccio M., Minto R. 3D collision avoidance strategy and performance evaluation for human–robot collaborative systems // Computers & Industrial Engineering. 2023. Vol. 179: 109225. DOI: 10.1016/j.cie.2023.109225
5. Lindqvist B., Karlsson S., Koval A. et al. Multimodality robotic systems: Integrated combined legged-aerial mobility for subterranean search-and-rescue // Robotics and Autonomous Systems. 2022. Vol. 154: 104134. DOI: 10.1016/j.robot.2022.104134
6. Гавва Л.М., Фирсанов В.В. Математические модели и методы расчета напряженно-деформированного состояния панелей летательных аппаратов из композиционных материалов с учетом технологии изготовления // Известия РАН. Механика твердого тела. 2020. Т. 55. № 3. С. 122–133. DOI: 10.31857/S057232992003006X
7. Pogosyan M., Nazarov E., Bolshikh A. et al. Aircraft composite structures integrated approach: a review // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 1925. 19th International Conference “Aviation and Cosmonautics” (AviaSpace-2020, 23–27 November 2020, Moscow, Russia). DOI: 10.1088/1742-6596/1925/1/012005
8. Vasiliev V.V., Morozov E.V. Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures. - 4th Edition. - Elsevier, 2018. - 882 p.
9. Manes A., Gilioli A., Sbarufatti C., Giglio M. Experimental and numerical investigations of low velocity impact on sandwich panels // Composite Structures. 2013. Vol. 99, pp. 8-18. DOI: 10.1016/j.compstruct.2012.11.031
10. Богоева Л.А., Балданов А.Б., Чермошенцева А.С. Разработка оптимальной конструкции многослойной консоли крыла беспилотного летательного аппарата с экспериментальным подтверждением // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 1. С. 65–75. DOI: 10.34759/vst-2020-1-65-75
11. Kim H.-G., Wiebe R. Numerical investigation of stress states in buckled laminated composite plates under dynamic loading // Composite Structures. 2020. Vol. 235: 111743. DOI: 10.1016/j.compstruct.2019.111743
12. Phadnis V., Silberschmidt V.V. Composites Under Dynamic Loads at High Velocities // In book: Reference Module in Materials Science and Materials Engineering. 2018. Vol. 8, pp. 262–285. DOI: 10.1016/B978-0-12-803581-8.09967-7
13. Chao Correas A., Ghasemnejad H. Analytical development on impact behavior of composite sandwich laminates by differentiated loading regimes // Aerospace Science and Technology. 2022. Vol. 126: 107658. DOI: 10.1016/j.ast.2022.107658

14. *Norman A.A., Shohel S.M., Gupta S.S., Riyad S.H.* Investigate the mechanical strength of laminated composite carbon fiber with different fiber orientations by numerically using finite element analysis // Materials Today Proceedings. 2023. DOI: 10.1016/j.matpr.2023.02.132
15. *Lin J.-P., Liu X., Wang Y.* et al. Static and dynamic analysis of three-layered partial-interaction composite structures // Engineering Structures. 2022. Vol. 252: 113581. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.113581
16. *Zhang B., Ge J., Cheng F.* et al. Failure prediction for fiber reinforced polymer composites based on virtual experimental tests // Journal of Materials Research and Technology. 2023. Vol. 24, pp. 8924-8939. DOI: 10.1016/j.jmrt.2023.05.123
17. *Daniel I.M.* Yield and failure criteria for composite materials under static and dynamic loading // Progress in Aerospace Sciences. 2015. Vol. 81. No 3, pp. 18-25. DOI: 10.1016/j.paerosci.2015.11.003
18. *Gu J., Chen P., Su L., Li K.* A theoretical and experimental assessment of 3D macroscopic failure criteria for predicting pure inter-fiber fracture of transversely isotropic UD composites // Composite Structures. 2021. Vol. 259. No. 20-21: 113466. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.113466
19. *Sun Q., Zhou G., Meng Z.* et al. Failure criteria of unidirectional carbon fiber reinforced polymer composites informed by a computational micromechanics model // Composites Science and Technology. 2019. Vol. 172. No. 3–4, pp. 81-95. DOI: 10.1016/j.cmpscitech.2019.01.012
20. *Guo Y., Parker R.G.* Stiffness matrix calculation of rolling element bearings using a finite element/contact mechanics model // Mechanism and Machine Theory. 2012. Vol. 51, pp. 32-45. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2011.12.006
21. *Hutchings I., Shipway P.* Tribology: Friction and Wear of Engineering Materials. - 2<sup>nd</sup> ed. – Butterworth-Heinemann, 2017. – 412 p.
22. *Семенова А.С., Кузьмин М.В.* Подбор дискретности конечно-элементной сетки для вращающихся деталей межроторного подшипника газотурбинного двигателя с учетом шероховатости поверхности // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 1. С. 171–179. DOI: 10.34759/vst-2020-1-171-179
23. *Семенова А.С., Кузьмин М.В.* Отработка методики численного анализа напряжений смятия в роликовых подшипниках // Вестник Московского авиационного института. 2022. Т. 29. № 3. С. 180–190. DOI: 10.34759/vst-2022-3-180-190
24. *Childs P.R.N.* Rolling Element Bearings // In book: Mechanical Design. 3rd ed. 2021, pp. 69-111. DOI:10.1016/B978-0-12-821102-1.00003-2
25. *Dewangan P., Parey A., Hammami A.* et al. Dynamic characteristics of a wind turbine gearbox with amplitude modulation and gravity effect: Theoretical and experimental investigation // Mechanism and Machine Theory. 2021. Vol. 167: 104468. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2021.104468
26. *Liu L., Zhu L., Gou X.* Modeling and analysis of load distribution ratio and meshing stiffness for orthogonal spur-face gear drive under point contact // Mechanism and Machine Theory. 2023. Vol. 182. No. 3: 105239. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2023.105239
27. *Barbero E.J.* Finite Element Analysis of Composite Materials Using ANSYS. - 2<sup>nd</sup> ed. - CRC Press, 2013. - 366 p.
28. *Латышев О.Г., Веремейчик А.Б., Жуков Е.А.* Применение композиционных материалов в стендах динамического нагружения. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Е. Баумана. 2011. – 233 с.
29. *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z.* The finite element method: its basis and fundamentals. - 7th ed. - Butterworth-Heinemann, Oxford, 2013. – 756 p.
30. *Moaveni S.* Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS. - 2nd ed. - Prentice Hall, 2002. – 822 p.
31. *Koutromanos I.*, Applied Fundamentals of Finite Element Analysis: Linear Finite Element Analysis. - John Wiley & Sons, New York, 2018. – 736 p.
32. *Bathe K.-J.* Finite element procedures. – 2nd ed. – Prentice Hall, New Jersey, 2014. – 1043 p.

## References

1. Tao B., Feng Y., Fan X. et al. Accuracy of dental implant surgery using dynamic navigation and robotic systems: An in vitro study. *Journal of Dentistry*, 2022, vol. 123, no. 5: 104170. DOI: 10.1016/j.jdent.2022.104170
2. Yongding T., Chen C., Sagoe-Crentsil K. et al. Intelligent robotic systems for structural health monitoring: Applications and future trends. *Automation in Construction*, 2022, vol. 139, no. 5: 104273. DOI: 10.1016/j.autcon.2022.104273
3. Xu X., Chen Y., Zou B. et al. Assignment of parcels to loading stations in robotic sorting systems, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2022, vol. 164: 102808. DOI: 10.1016/j.tre.2022.102808
4. Boschetti G., Faccio M., Minto R. 3D collision avoidance strategy and performance evaluation for human–robot collaborative systems. *Computers & Industrial Engineering*, 2023, vol. 179: 109225. DOI: 10.1016/j.cie.2023.109225
5. Lindqvist B., Karlsson S., Koval A. et al. Multimodality robotic systems: Integrated combined legged-aerial mobility for subterranean search-and-rescue. *Robotics and Autonomous Systems*. 2022, vol. 154: 104134. DOI: 10.1016/j.robot.2022.104134
6. Gavva L.M., Firsanov V.V. Izvestiya RAN. *Mekhanika tverdogo tela*, 2020, vol. 55, no. 3, pp. 122-133. DOI: 10.31857/S057232992003006X
7. Pogosyan M., Nazarov E., Bolshikh A. et al. Aircraft composite structures integrated approach: a review. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1925. 19th International Conference “Aviation and Cosmonautics” (AviaSpace-2020, 23-27 November 2020, Moscow, Russia). DOI: 10.1088/1742-6596/1925/1/012005

8. Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures*. 4th Edition. Elsevier, 2018, 882 p.
9. Manes A., Gilioli A., Sbarufatti C., Giglio M. Experimental and numerical investigations of low velocity impact on sandwich panels. *Composite Structures*, 2013, vol. 99, pp. 8-18. DOI: 10.1016/j.compstruct.2012.11.031
10. Bokhoeva L.A., Baldanov A.B., Chermoshentseva A.S. Optimal structure of multi-layer wing console of unmanned aerial vehicle with experimental validation. *Aerospace MAI Journal*, 2020, vol. 27, no. 1, pp. 65-75. DOI: 10.34759/vst-2020-1-65-75
11. Kim H.-G., Wiebe R. Numerical investigation of stress states in buckled laminated composite plates under dynamic loading. *Composite Structures*, 2020, vol. 235: 111743. DOI: 10.1016/j.compstruct.2019.111743
12. Phadnis V., Silberschmidt V.V. Composites Under Dynamic Loads at High Velocities. In book: *Reference Module in Materials Science and Materials Engineering*, 2018, vol. 8, pp. 262-285. DOI: 10.1016/B978-0-12-803581-8.09967-7
13. Chao Correas A., Ghasemnejad H. Analytical development on impact behavior of composite sandwich laminates by differentiated loading regimes. *Aerospace Science and Technology*, 2022, vol. 126: 107658. DOI: 10.1016/j.ast.2022.107658
14. Noman A.A., Shohel S.M., Gupta S.S., Riyad S.H. Investigate the mechanical strength of laminated composite carbon fiber with different fiber orientations by numerically using finite element analysis. *Materials Today Proceedings*, 2023. DOI: 10.1016/j.matpr.2023.02.132
15. Lin J.-P., Liu X., Wang Y. et al. Static and dynamic analysis of three-layered partial-interaction composite structures. *Engineering Structures*, 2022, vol. 252: 113581. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.113581
16. Zhang B., Ge J., Cheng F. et al. Failure prediction for fiber reinforced polymer composites based on virtual experimental tests. *Journal of Materials Research and Technology*, 2023, vol. 24, pp. 8924-8939. DOI: 10.1016/j.jmrt.2023.05.123
17. Daniel I.M. Yield and failure criteria for composite materials under static and dynamic loading. *Progress in Aerospace Sciences*, 2015, vol. 81, no 3, pp. 18-25. DOI: 10.1016/j.paerosci.2015.11.003
18. Gu J., Chen P., Su L., Li K. A theoretical and experimental assessment of 3D macroscopic failure criteria for predicting pure inter-fiber fracture of transversely isotropic UD composites. *Composite Structures*, 2021, vol. 259, no. 20-21: 113466. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.113466
19. Sun Q., Zhou G., Meng Z. et al. Failure criteria of unidirectional carbon fiber reinforced polymer composites informed by a computational micromechanics model. *Composites Science and Technology*, 2019, vol. 172, no. 3-4, pp. 81-95. DOI: 10.1016/j.compscitech.2019.01.012
20. Guo Y., Parker R.G. Stiffness matrix calculation of rolling element bearings using a finite element/contact mechanics model. *Mechanism and Machine Theory*, 2012, vol. 51, pp. 32-45. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2011.12.006
21. Hutchings I., Shipway P. *Tribology: Friction and Wear of Engineering Materials*. 2<sup>nd</sup> ed. Butterworth-Heinemann, 2017, 412 p.
22. Semenova A.S., Kuz'min M.V. Finite element grid discreteness selecting for rotating parts of inter-rotor bearing of a gas turbine engine considering surface roughness. *Aerospace MAI Journal*, 2020, vol. 27, no. 1, pp. 171-179. DOI: 10.34759/vst-2020-1-171-179
23. Semenova A.S., Kuz'min M.V. Development of a method for numerical analysis of contact stresses in roller bearings. *Aerospace MAI Journal*, 2022, vol. 29, no. 3, pp. 180-190. DOI: 10.34759/vst-2022-3-180-190
24. Childs P.R.N. Rolling Element Bearings. In book: *Mechanical Design*. 3rd ed. 2021, pp. 69-111. DOI: 10.1016/B978-0-12-821102-1.00003-2
25. Dewangan P., Parey A., Hammami A. et al. Dynamic characteristics of a wind turbine gearbox with amplitude modulation and gravity effect: Theoretical and experimental investigation. *Mechanism and Machine Theory*, 2021, vol. 167: 104468. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2021.104468
26. Liu L., Zhu L., Gou X. Modeling and analysis of load distribution ratio and meshing stiffness for orthogonal spur-surface gear drive under point contact. *Mechanism and Machine Theory*, 2023, vol. 182, no. 3: 105239. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2023.105239
27. Barbero E.J. *Finite Element Analysis of Composite Materials Using ANSYS*. 2nd ed. CRC Press, 2013, 366 p.
28. Latyshev O.G., Veremeichik A.B., Zhukov E.A. *Primenenie kompozitsionnykh materialov v stendakh dinamicheskogo нагрузкенини* (Application of composite materials in dynamic loading test rigs), Moscow, MGTU im. N.E. Baumana, 2011, 233 p.
29. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. *The finite element method: its basis and fundamentals*. 7th ed. Butterworth-Heinemann, Oxford, 2013, 756 p.
30. Moaveni S. *Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS*. 2nd ed. Prentice Hall, 2002, 822 p.
31. Koutromanos I., *Applied Fundamentals of Finite Element Analysis: Linear Finite Element Analysis*. John Wiley & Sons, New York, 2018, 736 p.
32. Bathe K.-J. *Finite element procedures*. 2nd ed. Prentice Hall, New Jersey, 2014, 1043 p.

Статья поступила в редакцию 11.09.2023; одобрена после рецензирования 22.09.2023; принята к публикации 28.09.2023.

The article was submitted on 11.09.2023; approved after reviewing on 22.09.2023; accepted for publication on 28.09.2023.