

Разработка регрессионной модели для расчёта площади печатной платы функциональной ячейки

Зыонг Дык Ха, Фам Вьет Ань

Аннотация

Работа посвящена разработке регрессионной математической модели для оценочных расчетов площади печатной платы функциональной ячейки. В работе произведено статистическое исследование параметров функциональных ячеек на ограниченной выборке и построены статистические ряды распределения площади печатных плат, суммарного количества выводов интегральных микросхем и суммарной установочной площади радиоэлементов, размещаемых на печатной плате. В результате обработки статистики методом регрессионного анализа построена математическая модель в виде уравнения регрессии, связывающая оценку площади печатной платы функциональной ячейки с количеством выводов корпусов интегральных микросхем и суммарной установочной площадью радиоэлементов.

Ключевые слова

Моделирование, статистика, регрессия, корреляция

Актуальность исследования.

При разработке радиоэлектронных средств на ранних стадиях решаются задачи оценки массогабаритных показателей. К числу таких задач относится определение на основе соответствующих исходных данных прогнозных значений массы, объёма, площади и размеров коммутационных оснований (печатных плат).

Для решения перечисленных задач широко используются относительные параметры конструкции: плотность, плотность упаковки элементов, коэффициент дезинтеграции массы, объёма и площади.[3]

Однако приведенные в литературных источниках значения относительных параметров определены для изделий, выполненных на корпусированных интегральных микросхемах (ИС) малой и средней степени интеграции.

Это относится и к коэффициенту дезинтеграции площади q_s , который используется при прогнозных расчетах площади печатной платы

$$S_{ПП} = q_s S_{Эл}, \quad (1)$$

где $S_{Эл}$ – суммарная установочная площадь радиоэлементов.

Как следует из (1) основным фактором, определяющим площадь печатной платы (ПП), является суммарная установочная площадь элементов $S_{Эл}$. Совершенствование элементной базы и технология производства РЭС способствуют уменьшению влияния на площадь и размеры ПП названного фактора. Относительная установочная площадь радиоэлементов (коэффициент использования площади), определяется как

$$K_s = q_s^{-1} = \frac{S_{Эл}}{S_{ПП}}$$

имеет устойчивую тенденцию к снижению. Это обстоятельство иллюстрируется рисунком 1, на котором в виде зависимости от состава элементной базы и технологии изготовления изделий приведены средние значения коэффициентов использования площади для цифровых функциональных ячеек.

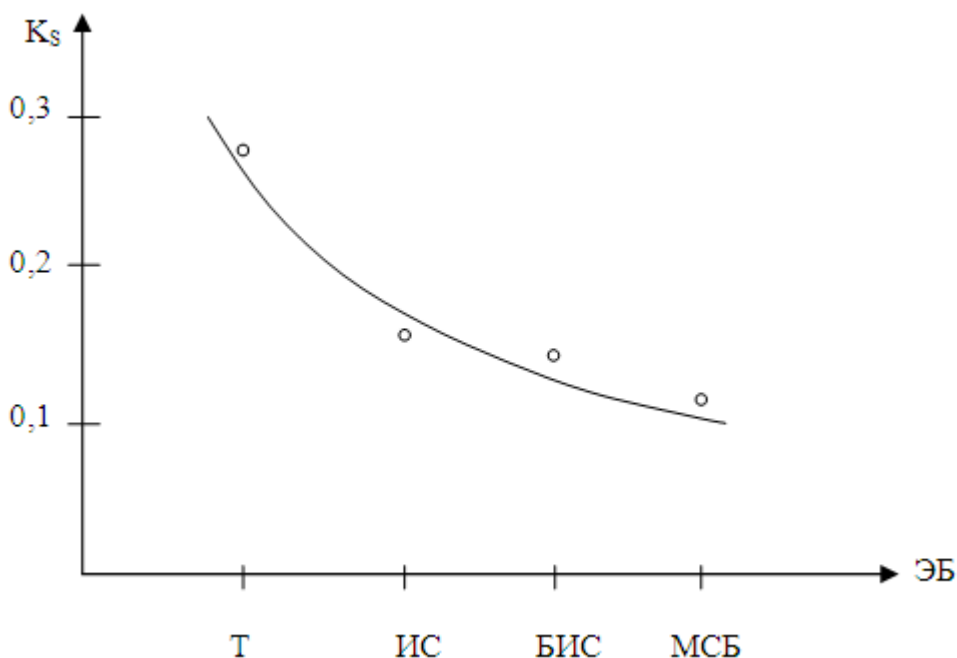


Рис 1.

На рисунке 1 приняты следующие обозначения: Т – транзиторная техника; ИС – корпусированные интегральные микросхемы малой и средней степени интеграции с традиционным монтажом; БИС – большие интегральные микросхемы, монтаж радиоэлементов на поверхность; МСБ – бескорпусные гибридные тонкопленочные микросборки.

Одной из причин уменьшения коэффициента использования площади для изделий, выполненных на современной элементной базе, служит увеличение площади плат, занимаемой разводкой. Отсюда правомочно предположение, что площадь ПП функциональной ячейки зависит не только от суммарной установочной площади элементов $S_{Эл}$, но и от числа печатных проводников, соединяющих радиоэлементы. В свою очередь число проводников и, следовательно, площадь платы, занимаемой проводниками, зависит от количества выводов корпусов интегральных микросхем. Поэтому актуальной является

задача построения модели, устанавливающей аналитическую связь площади ПП с суммарным количеством выводов корпусов ИС и суммарной установочной площадью размещаемых на печатной плате радиоэлементов. Введение в модель двух влияющих факторов позволит с большей по сравнению с (1) точностью прогнозировать размеры ПП функциональных ячеек.

Регрессионный метод построения модели.

В настоящее время для решения различных задач, возникающих при исследовании, моделировании технологических процессов производства РЭС и выборе технических решений широкое применение находят статистические методы. Обработка статистических данных, полученных в результате постановки пассивного или активного эксперимента позволяет построить статистические модели, которые эффективно используются при управлении технологическими процессами и их оптимизации. С помощью статистических моделей устанавливается связь между параметрами конструкции и факторами, определяющими значение этих параметров.

Достаточно широкое распространение получили модели, которые на основе экспериментальных данных строятся с помощью методов регрессионного анализа. Основой для построения регрессионной модели является метод наименьших квадратов. Регрессионная модель для k факторов при бесконечно большом числе наблюдений записывается в виде:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k, \quad (2)$$

где β_i – коэффициенты уравнения регрессии, x_i – факторы, не являющиеся случайными величинами.

Неизвестные коэффициенты β_i в регрессионной модели (2) определяют методом наименьших квадратов по результатам бесконечно-большого числа наблюдений над величинами y, x_1, x_2, \dots, x_k .

На практике коэффициенты уравнения регрессии определяют по выборочным данным. Поэтому регрессионная модель представляют в виде:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_k x_k \quad (3)$$

где b – оценка коэффициентов уравнения регрессии β , y – точки, лежащие на некоторой поверхности.

Неизвестные в (3) оценки коэффициентов уравнения регрессии b находят через оценки среднеквадратических отклонений S параметра y и факторов x_1, x_2, \dots, x_k и коэффициенты парной и множественной корреляции r . Для двух факторов ($k=2$) оценки коэффициентов b_1, b_2 и b_0 вычисляют по формулам:

$$b_1 = \frac{S_y r_{yx1} - r_{yx2} r_{x1x2}}{S_{x1} (1 - r_{x1x2}^2)} \quad (4)$$

$$b_2 = \frac{S_y r_{yx2} - r_{yx1} r_{x1x2}}{S_{x2} (1 - r_{x1x2}^2)} \quad (5)$$

$$b_0 = y - b_1 x_1 - b_2 x_2 \quad (6)$$

Коэффициенты парной корреляции в уравнениях (4) и (5) при числе опытов n определяют по формулам:

$$r_{yx1} = \frac{\sum_{i=1}^k (y_i - \bar{y})(x_{1i} - \bar{x}_1)}{(n-1)S_y S_{x1}};$$

$$r_{yx2} = \frac{\sum_{i=1}^k (y_i - \bar{y})(x_{2i} - \bar{x}_2)}{(n-1)S_y S_{x2}};$$

$$r_{x1x2} = \frac{\sum_{i=1}^k (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2i} - \bar{x}_2)}{(n-1)S_{x1} S_{x2}};$$

При расчете коэффициентов уравнения регрессии предполагается, что наблюдения распределены по нормальному закону, поэтому и коэффициенты регрессии имеют нормальное распределение.

После получения регрессионной модели необходимо оценить ее значимость. Для этого вычисляют F-критерий

$$F = \frac{\sum_{i=1}^k (y_i - \bar{y})^2}{S_y^2} \quad (7)$$

При $F > F_{\text{табл}}$ уравнение считают значимым и проводят проверку значимости коэффициентов регрессии с помощью t – критерия:

$$t_i = \frac{b_i}{S_{b_i}} \quad (8)$$

При $t_i > t_{\text{табл}}$ коэффициенты регрессии признаются значимыми.

Уравнение множественной регрессии позволяет вычислить среднее значение исследуемого параметра после подстановки в выражение средних значений факторов x_1 и x_2 . Кроме того, для значений факторов x_1 и x_2 на границах области определения ($x_{1\min}$ и $x_{1\max}$, $x_{2\min}$ и $x_{2\max}$), можно получить граничные значения исследуемого параметра y_{\min} и y_{\max} .

Среднее значение y и предельные значения y_{\min} и y_{\max} должны учитывать рассеяние точек корреляционного поля относительно плоскости регрессии. Среднеквадратическое отклонение параметра y в этом случае определяется через коэффициент множественной корреляции R как:

$$\gamma = S_y \sqrt{(1 - R^2)},$$

а коэффициент множественной корреляции находят по формуле:

$$R = \sqrt{\frac{r_{yx1}^2 + r_{yx2}^2 - 2r_{yx1}r_{yx2}r_{x1x2}}{1 - r_{x1x2}^2}}$$

При ограниченном числе наблюдений в расчете среднеквадратических отклонений возникают ошибки. Поэтому производится коррекция коэффициента множественной корреляции по формуле:

$$R^* = \sqrt{1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k}}$$

Среднеквадратическая ошибка коэффициента R определяется из выражения

$$\sigma_R = \frac{1 - R^2}{\sqrt{n}}$$

Достоверность множественной корреляционной зависимости выявляется с помощью соотношения

$$\frac{|R^*|}{\sigma_R} \geq t \quad (9)$$

Где t – аргумент функции распределения, характеризующий уровень доверительной вероятности. Для доверительной вероятности $P = 0,95$ значение аргумента функции $t = 1,96$.

Предельные верхнее и нижнее значения исследуемого параметра рассчитываются по формулам:

$$y_{\text{в}} = y_{\text{max}} + \gamma t, y_{\text{н}} = y_{\text{min}} - \gamma t$$

Изложенные основы регрессионного анализа позволяют представить последовательность действий при построении регрессионной модели:

- в результате постановки n опытов формируются статистические ряды исследуемого параметра y и факторов x_1, x_2, \dots, x_k ;
- исходя из предпосылки нормального распределения исследуемого параметра и факторов производится статистическая обработка данных, в результате чего вычисляются средние значения, дисперсии, среднеквадратические отклонения и коэффициенты парной корреляции;
- по формулам (4), (5) и (6) находят оценки коэффициентов уравнения регрессии;
- с помощью соотношения (7), (8) или (9) производится проверка значимости коэффициентов.

Объект исследования. Формирование экспериментально-статистических данных

Объектом исследования в работе служит функциональной ячейки (платы) персональных компьютеров.

Функциональной ячейки выполнены на двухсторонних печатных платах преимущественно при одностороннем расположении радиоэлементов. Среди радиоэлементов, установленных на платах, присутствуют радиоэлементы с монтажом выводов в металлизированные отверстия контактных площадок и радиоэлементы с монтажом на поверхность. Причем для большей части плат характерно преобладание последних.

Перечень плат, включенных в исследование, приведен в таблице 1,

Таблица 1

Номер платы	Функциональное назначение
1	Контроллер порта LPT под разъем ISA
2	Сетевая плата PCI коаксиальная
3	Коаксиальная сетевая плата
4	Контроллер жесткого диска IDE
5	Контроллер привода CD-ROM
6	Контроллер привода CD-ROM
7	Сетевая плата PCI
8	Видеокарта НМС под разъем ISA
9	Преобразователь звукового сигнала

10	Контроллер жесткого диска SATA
11	Контроллер устройства чтения/записи (5 дюймов)
12	Видеокарта REALTEK под разъем ISA
13	Видеокарта GUI 3200
14	Сетевая плата PCI
15	Звуковая карта ISA
16	Контроллер обмена данными HDD-FLOPPY разъем ISA

Внешний вид одной из плат (плата видеокарты персонального компьютера) представлена на фото рисунка 2.

Статистическое исследование параметров плат проведено с целью построения регрессионной модели, использование которой позволит выполнить оценочные расчеты площади печатных плат $S_{ПП}$ функциональных ячеек. К влияющим на площадь печатной платы факторам отнесены суммарное число выводов интегральных микросхем $N_{ВЫВ}$ и суммарная установочная площадь радиоэлементов $S_{ЭЛ}$



Рис 2. Плата видеокарты

Таким образом, уравнение регрессии представляется в виде:

$$S_{ПП} = b_0 + b_1 N_{ВЫВ} + b_2 S_{ЭЛ} \quad (10)$$

Для построения статистических рядов исследуемого параметра и влияющих факторов были проведены измерения площадей печатных плат 16 функциональных ячеек, установочных площадей радиоэлементов, размещенных на печатной плате, и установлено количество выводов корпусов интегральных микросхем.

Исходные статистические данные для платы видеокарты, как пример, приведены в таблице 2.

Обобщенные статистические данные, полученные на 16 функциональных ячейках, приведены в таблице 3.

Обработка статистических данных таблицы 3 с целью определения оценок коэффициентов уравнения регрессии приводится ниже.

Статистические данные для видеокарты

Таблица 2

Наименование радиоэлементов	Количество выводов ИС $N_{\text{выв}}$	Установочная площадь радиоэлементов $S_{\text{эл}}$ (мм ²)	Количество радиоэлементов $N_{\text{эл}}$
Микросхема ET4000/W32P	206	27*26	1
Микросхема SN8398 IM192D	77	24*23	1
Микросхема MCM34280AJ80	40	26*10	2
Микросхема P9318АН 74F374PC	20	25*6	9
Микросхема P9448TN 74F374PC	20	25*6	1
Микросхема T2В 330J	10	25*1	2
Микросхема T2В 222J	8	20*1	1
Кварцевый резонатор		9*3	1
Вход		31*22	1
Вилка соединителя 1		33*5	1
Вилка соединителя 2		63*5	1
Вилка соединителя 3		7*2	2
Резистор 0805		2*1	50
Резистор 5025		4*2	1
Конденсатор электролитический		7*4	2
Конденсатор электролитический		8.5*5	1
Конденсатор 0805		2*1	32

Обобщенные статистические данные ФЯ

Таблица 3

Номер платы	Площадь печатной платы ($S_{\text{ПП}}$, см ²)	Суммарное число выводов ИС ($N_{\text{выв}}$)	Суммарная установочная площадь радиоэлементов ($S_{\text{эл}}$, см ²)
1	67.58	124	19.57
2	67.52	177	32.41
3	123.76	243	38.85
4	69.14	426	21.23
5	107.92	380	41.1
6	113.16	352	23.84
7	72	178	38.23
8	77	256	38.35

9	56	142	13.21
10	53.36	235	10.71
11	137.75	322	42.27
12	111.6	290	36.28
13	142.5	591	48.31
14	73.8	182	17.15
15	154.44	298	50.45
16	191.7	355	72.18

Проверка гипотезы о нормальном законе распределения параметров функциональных ячеек.

Регрессионный анализ статистических данных базируются на предпосылке о нормальном законе распределения параметров функциональных ячеек. Поэтому необходимо выполнить проверку гипотезы о нормальном распределении параметров $S_{ПП}$, $N_{выв}$ и $S_{ЭЛ}$. Для решения задачи необходимо построить гистограммы распределения параметров и произвести обработку данных по методу Колмогорова-Смирнова [5].

С учетом ограниченной выборки данные параметры функциональных ячеек разделены на 5 интервалов. Построение интервального ряда для каждого из параметров состоит в определении размах варьирования и ширины интервала.

Для площади печатной платы $S_{ПП}$ размах варьирования $R(S_{ПП}) = S_{ППmax} - S_{ППmin} = 192,7 - 53,36 = 138,34 \text{ см}^2$, ширина интервала $\Delta S_{ПП} = \frac{R(S_{ПП})}{l-1} = 34,59 \text{ см}^2$.

Данные для построения гистограммы распределения $S_{ПП}$ приведены в таблице 4, гистограмма распределения дана на рисунки 3.

Таблица 4

Номер	Границы интервалов см^2	Середины интервалов см^2	Частота	Частость
1	36,07 – 70,65	53.36	5	0.31
2	70,65 – 105,24	87.95	3	0.19
3	105,24 – 139,82	122.53	5	0.31
4	139,82 – 174,41	157.12	2	0.13
5	174,41 – 208,99	191.70	1	0.06

По данным таблицы 4 определены среднее значение площади печатной платы $S_{ПП}^* = 103,08 \text{ см}^2$, и среднеквадратическое отклонение: $s = 39,36 \text{ см}^2$.

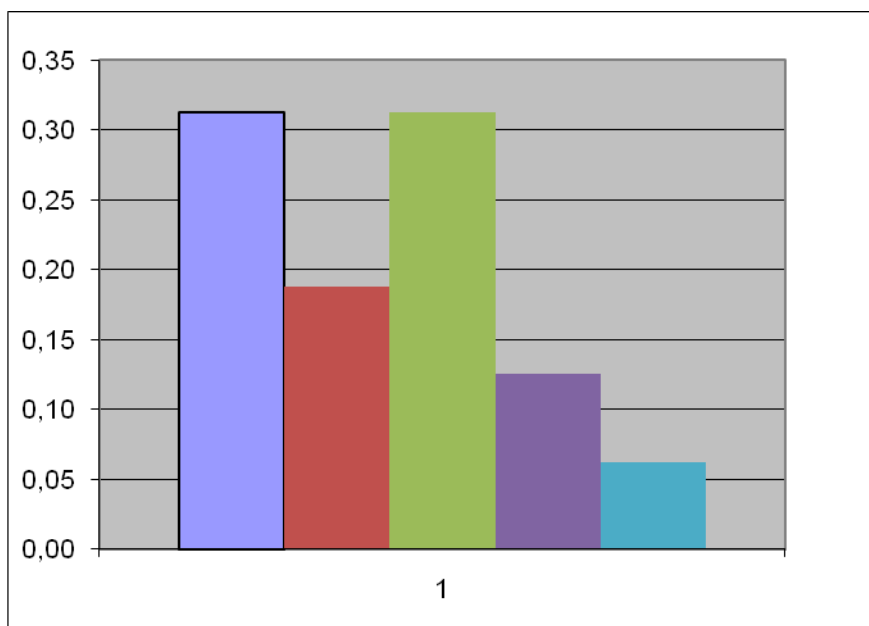


Рис 3

Для суммарной установочной площади радиоэлементов $S_{ЭЛ}$ размах варьирования $R(S_{ЭЛ}) = S_{ЭЛ\max} - S_{ЭЛ\min} = 72,18 - 10,71 = 61,47 \text{ см}^2$, ширина интервала $\Delta S_{ЭЛ} = \frac{R(S_{ЭЛ})}{l-1} = 15,37 \text{ см}^2$

Данные для построения гистограммы распределения $S_{ЭЛ}$ приведены в таблице 5, гистограмма распределения дана на рисунки 4.

Таблица 5

Номер	Границы интервалов см^2	Середины интервалов см^2	Частота	Частость
1	3,03 – 18,39	10.71	3	0.19
2	18,39 – 33,76	26.08	4	0.25
3	33,76 – 49,13	41.45	7	0.44
4	49,13 – 64,50	56.81	1	0.06
5	64,50 – 79,86	72.18	1	0.06

Среднее значение суммарной установочной площади радиоэлементов $S_{ЭЛ}^* = 34,72 \text{ см}^2$, и среднеквадратическое отклонение: $s = 23,15 \text{ см}^2$.

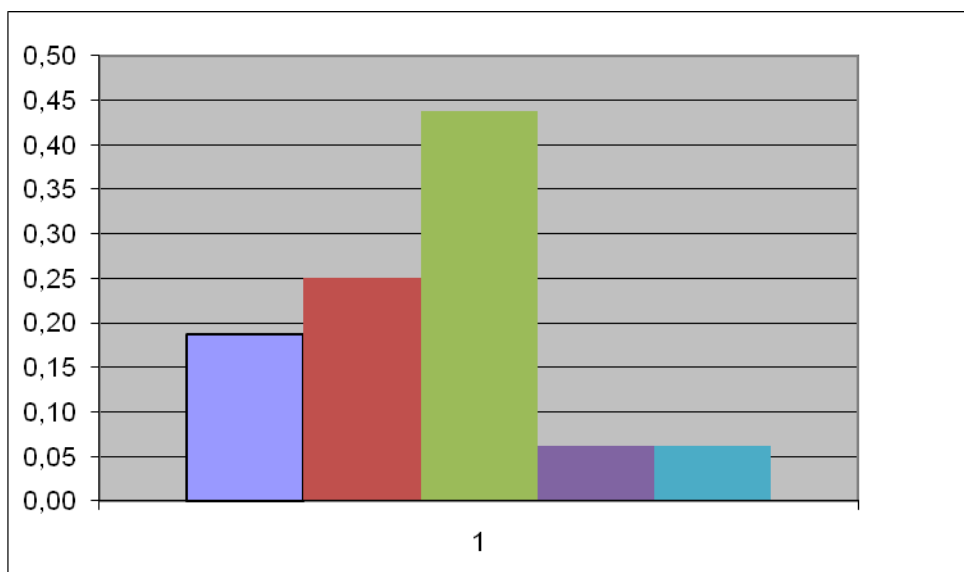


Рис 4

Для суммарного числа выводов корпусов интегральных микросхем $N_{\text{ВЫВ}}$ размах варьирования $R(N_{\text{ВЫВ}}) = N_{\text{ВЫВ max}} - N_{\text{ВЫВ min}} = 591 - 124 = 467$, ширина интервала $\Delta N_{\text{ВЫВ}} = \frac{R(N_{\text{ВЫВ}})}{l-1} = 116,75$

Данные для построения гистограммы распределения $N_{\text{ВЫВ}}$ приведены в таблице 6, гистограмма распределения дана на рисунки 5.

Таблица 6

Номер	Границы интервалов	Середины интервалов	Частота	Частость
1	65,63 – 182,38	124	5	0.313
2	182,38 – 299,13	240.75	5	0.313
3	299,13 – 415,88	357.5	4	0.250
4	415,88 – 532,63	474.25	1	0.063
5	532,63 – 649,38	591	1	0.063

Среднее значение суммарного числа выводов корпусов интегральных микросхем $N_{\text{ВЫВ}} = 269,94$, среднеквадратическое отклонение: $s = 56,42$.

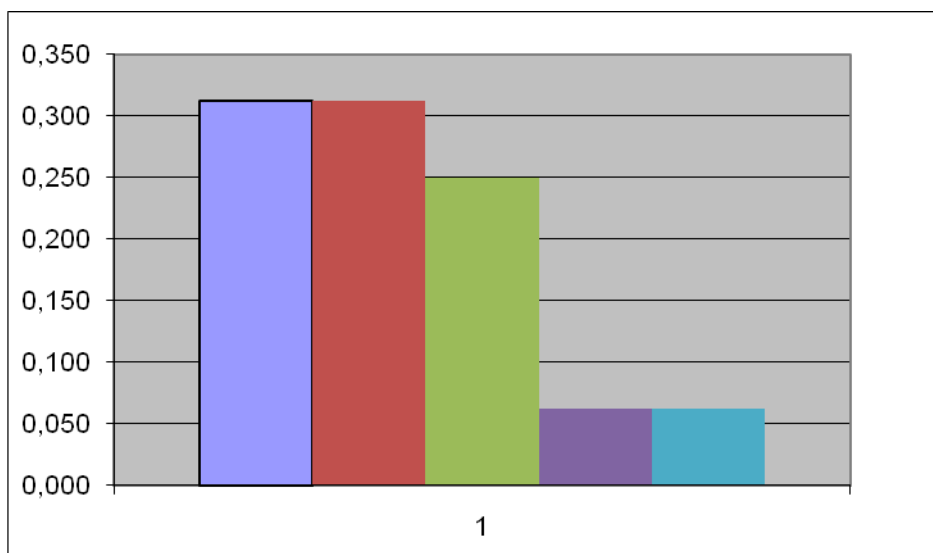


Рис 5

Как было отмечено выше, для проверки гипотезы о нормальном законе распределения параметров функциональных ячеек использован критерий Колмогорова-Смирнова. Для оценки расхождения между экспериментальным и теоретическим распределениями производится расчет критериальной оценки Λ , значение которой для заданных уровней значимости приведены в таблице 7:

Таблица 7

Уровень значимости $\alpha, \%$	10	5	1	0,1
Λ	1,22	1,36	1,63	1,95

Расчет критерия значимости производится в следующем порядке. По данным экспериментального распределения находят накопленные частоты Σh , нормированные отклонения $\lambda = (x - \bar{x})/s$, по которым из таблицы плотности нормального распределения [5] находят ординаты $\varphi(\lambda)$ нормального распределения. Накопленные значения ординат находим путем последовательного их сложения и, разделив их на $\Sigma \varphi(\lambda)$, получим расчетные значения интегральной функции (теоретическое распределение). По значениям обоих распределений находим абсолютные величины отклонений Δ . Умножая наибольшее отклонение на \sqrt{n} , получим значение Λ , которое сравниваем с критическими значениями в приведенной таблице 7.

Расчет критического значения Λ критерия Колмогорова-Смирнова для площади печатных плат функциональных ячеек приведен в таблице 8.

Таблица 8

x_m	h	Σh	$\frac{\Sigma h}{n}$	$x - \bar{x}$	$\frac{x - \bar{x}}{s}$	$\varphi(\lambda)$	$\Sigma \varphi(\lambda)$	$\frac{\Sigma \varphi(\lambda)}{1.09}$	Δ
53.36	5	5	0.31	-49.72	-1.26	0.18	0.18	0.16	0.148

87.95	3	8	0.50	-15.13	-0.38	0.37	0.55	0.50	0.004
122.53	5	13	0.81	19.45	0.49	0.35	0.91	0.83	0.015
157.12	2	15	0.94	54.04	1.37	0.16	1.06	0.97	0.033
191.70	1	16	1.00	88.62	2.25	0.03	1.09	1.00	0.000

По данным таблицы 8 определяем $\Lambda = \Delta \cdot \sqrt{n} = 0,148 \cdot \sqrt{16} = 0,59$.

Расчет критического значения Λ для суммарной установочной площади радиоэлементов приведен в таблице 9.

Таблица 9

x_m	h	Σh	$\frac{\Sigma h}{n}$	$x - \bar{x}$	$\frac{x - \bar{x}}{s}$	$\varphi(\lambda)$	$\Sigma \varphi(\lambda)$	$\frac{\Sigma \varphi(\lambda)}{1.09}$	Δ
10.71	3	3	0.19	-24.01	-1.04	0.23	0.23	0.17	0.016
26.08	4	7	0.44	-8.64	-0.37	0.37	0.61	0.45	0.011
41.45	7	14	0.88	6.72	0.29	0.38	0.99	0.73	0.143
56.81	1	15	0.94	22.09	0.95	0.25	1.24	0.92	0.017
72.18	1	16	1.00	37.46	1.62	0.11	1.35	1.00	0.000

По данным таблицы 9 определяем $\Lambda = \Delta \cdot \sqrt{n} = 0,143 \cdot \sqrt{16} = 0,57$.

Расчет критического значения Λ для суммарного числа выводов корпусов интегральных микросхем приведен в таблице 10.

Таблица 10

x_m	h	Σh	$\frac{\Sigma h}{n}$	$x - \bar{x}$	$\frac{x - \bar{x}}{s}$	$\varphi(\lambda)$	$\Sigma \varphi(\lambda)$	$\frac{\Sigma \varphi(\lambda)}{1.09}$	Δ
124	5	5	0.31	-145.94	-2.59	0.01	0.01	0.03	0.283
240.75	5	10	0.63	-29.19	-0.52	0.35	0.36	0.75	0.125
357.5	4	14	0.88	87.56	1.55	0.12	0.48	1.00	0.124
474.25	1	15	0.94	204.31	3.62	0.00	0.48	1.00	0.062
591	1	16	1.00	321.06	5.69	0.00	0.48	1.00	0.000

По данным таблицы 10 определяем $\Lambda = \Delta \cdot \sqrt{n} = 0,283 \cdot \sqrt{16} = 1,13$.

Согласно таблице 7 для уровня значимости 5% $\Lambda = 1,36$.

Таким образом гипотеза о нормальном законе распределения площади печатной платы, суммарной установочной площади радиоэлементов и суммарного количества выводов корпусов интегральных микросхем подтверждается.

Обработка статистических данных.

Расчет коэффициентов уравнения регрессии (10) производится в соответствии с методикой, изложенной в разделе 2.

Находят математические ожидания площади печатных плат, количества выводов ИС и суммарной установочной площади радиоэлементов.

$$S_{\text{ПП}}^* = \frac{\sum_{i=1}^n S_{\text{ПП}i}}{n} = \frac{1619,23}{16} = 101,20, \text{ см}^2$$

$$N_{\text{ВЫВ}}^* = \frac{\sum_{i=1}^n N_{\text{ВЫВ}i}}{n} = \frac{4551}{16} = 284,44$$

$$S_{\text{ЭЛ}}^* = \frac{\sum_{i=1}^n S_{\text{ЭЛ}i}}{n} = \frac{544,14}{16} = 34,01, \text{ см}^2$$

Определяют суммы квадратов отклонения площади печатных плат, суммарного количества выводов ИС и суммарной установочной площади радиоэлементов от средних значений:

$$\sum_{i=1}^n (S_{\text{ПП}i} - S_{\text{ПП}}^*)^2 = 24684,89, \text{ см}^4$$

$$\sum_{i=1}^n (N_{\text{ВЫВ}i} - N_{\text{ВЫВ}}^*)^2 = 218685,94$$

$$\sum_{i=1}^n (S_{\text{ЭЛ}i} - S_{\text{ЭЛ}}^*)^2 = 3853,05, \text{ см}^4$$

Приводится оценка дисперсий площади печатных плат, суммарного количества выводов ИС и суммарной установочной площади радиоэлементов:

$$\sigma_{S_{\text{ПП}}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (S_{\text{ПП}i} - S_{\text{ПП}}^*)^2}{n-1} = 1645,659, \text{ см}^4$$

$$\sigma_{N_{\text{ВЫВ}}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (N_{\text{ВЫВ}i} - N_{\text{ВЫВ}}^*)^2}{n-1} = 14579,06$$

$$\sigma_{S_{\text{ЭЛ}}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (S_{\text{ЭЛ}i} - S_{\text{ЭЛ}}^*)^2}{n-1} = 256,8701, \text{ см}^4$$

Среднеквадратические отклонения площади печатных плат, суммарного количества выводов ИС и суммарной установочной площади радиоэлементов:

$$\sigma_{S_{\text{ПП}}} = 40,57, \quad \sigma_{N_{\text{ВЫВ}}} = 120,74, \quad \sigma_{S_{\text{ЭЛ}}} = 16,03.$$

Определяют значения коэффициентов парной корреляции:

$$r_{S_{\text{ПП}}N_{\text{ВЫВ}}} = \frac{\sum_{i=1}^n (S_{\text{ПП}i} - S_{\text{ПП}}^*)(N_{\text{ВЫВ}i} - N_{\text{ВЫВ}}^*)}{(n-1)\sigma_{S_{\text{ПП}}}\sigma_{N_{\text{ВЫВ}}}} = 0,566$$

$$r_{S_{\text{ПП}}S_{\text{ЭЛ}}} = \frac{\sum_{i=1}^n (S_{\text{ПП}i} - S_{\text{ПП}}^*)(S_{\text{ЭЛ}i} - S_{\text{ЭЛ}}^*)}{(n-1)\sigma_{S_{\text{ПП}}}\sigma_{S_{\text{ЭЛ}}}} = 0,873$$

$$r_{N_{\text{ВЫВ}}S_{\text{ЭЛ}}} = \frac{\sum_{i=1}^n (N_{\text{ВЫВ}i} - N_{\text{ВЫВ}}^*)(S_{\text{ЭЛ}i} - S_{\text{ЭЛ}}^*)}{(n-1)\sigma_{N_{\text{ВЫВ}}}\sigma_{S_{\text{ЭЛ}}}} = 0,46$$

Вычисляются коэффициенты уравнения регрессии :

$$b_1 = \frac{\sigma_{S_{\text{ПП}}} r_{S_{\text{ПП}}N_{\text{ВЫВ}}} - r_{S_{\text{ПП}}S_{\text{ЭЛ}}} r_{N_{\text{ВЫВ}}S_{\text{ЭЛ}}}}{\sigma_{N_{\text{ВЫВ}}} (1 - r_{N_{\text{ВЫВ}}S_{\text{ЭЛ}}}^2)} = 0,07$$

$$b_2 = \frac{\sigma_{S_{\text{ПП}}} r_{S_{\text{ПП}}S_{\text{ЭЛ}}} - r_{S_{\text{ПП}}N_{\text{ВЫВ}}} r_{N_{\text{ВЫВ}}S_{\text{ЭЛ}}}}{\sigma_{S_{\text{ЭЛ}}} (1 - r_{N_{\text{ВЫВ}}S_{\text{ЭЛ}}}^2)} = 1,97$$

$$b_0 = S_{\text{ПП}} - b_1 N_{\text{ВЫВ}} - b_2 S_{\text{ЭЛ}} = 14,37$$

На основании полученных результатов записываем уравнение плоскости множественной регрессии:

$$S_{\text{ПП}} = 14,37 + 0,07 N_{\text{ВЫВОД}} + 1,97 S_{\text{ЭЛ}} \quad (11)$$

Подстановкой в (11) средних значений числа выводов корпусов микросхем и установочной площади радиоэлементов можно получить среднее значение площади печатной платы.

Оценка достоверности коэффициентов уравнения регрессии.

Оценка достоверности коэффициентов уравнения регрессии производится в результате расчета параметра распределения по формуле (9). Для этого необходимо определить коэффициент множественной корреляции через коэффициент парной корреляции

$$R = \sqrt{\frac{r_{S_{\text{ПП}}N_{\text{ВЫВ}}}^2 + r_{S_{\text{ПП}}S_{\text{ЭЛ}}}^2 - 2r_{S_{\text{ПП}}N_{\text{ВЫВ}}}r_{S_{\text{ПП}}S_{\text{ЭЛ}}}r_{N_{\text{ВЫВ}}S_{\text{ЭЛ}}}}{1 - r_{N_{\text{ВЫВ}}S_{\text{ЭЛ}}}^2}} = 0,893$$

С учетом корректировки на ограниченную выборку скорректированное значение коэффициента множественной корреляции составит

$$R^* = \sqrt{1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k}} = 0,885$$

Среднеквадратическая ошибка коэффициента множественной корреляции

$$\sigma_R = \frac{1 - R^2}{\sqrt{n}} = 0,05$$

Расчетное значение аргумента t для условия поставленного эксперимента

$$\frac{|R^*|}{\sigma_R} = 17,44$$

Для доверительной вероятности $P=0,95$ и числа опытов 16 аргумент функции распределения $t = 1,96$, что свидетельствует от достоверности множественной корреляции и коэффициентов уравнения регрессии.

Оценка влияния факторов регрессионной модели.

Для оценки влияния суммарного числа выводов корпусов интегральных микросхем $N_{\text{ВЫВ}}$ и суммарной установочной площади радиоэлементов $S_{\text{ЭЛ}}$ были рассчитаны относительные коэффициенты влияния по формулам:

$$B_{N_{\text{ВЫВ}}} = \frac{\partial S_{\text{ПП}}}{\partial N_{\text{ВЫВ}}} \frac{N_{\text{ВЫВ}}}{S_{\text{ПП}}}, \quad B_{S_{\text{ЭЛ}}} = \frac{\partial S_{\text{ПП}}}{\partial S_{\text{ЭЛ}}} \frac{S_{\text{ЭЛ}}}{S_{\text{ПП}}},$$

где $S_{\text{ПП}}$, $N_{\text{ВЫВ}}$ и $S_{\text{ЭЛ}}$ – средние значения площади печатных плат и факторов.

Подстановка в приведенные выше формулы средних значений площади печатных плат, суммарного числа выводов корпусов интегральных микросхем и суммарной установочной площади радиоэлементов дает следующие значения относительных коэффициентов влияния:

$$B_{N_{\text{ВЫВ}}} = 0,07 \cdot \frac{284,44}{101,2} = 0,2, \quad B_{S_{\text{ЭЛ}}} = 1,97 \cdot \frac{34,01}{101,2} = 0,66.$$

Полученные результаты свидетельствуют о большем влиянии на площади печатных плат функциональных ячеек данного класса суммарной установочной площади радиоэлементов по сравнению с суммарным числом выводов интегральных микросхем.

Оценка точности регрессионной модели.

Для оценки точности построенной регрессионной модели был произведен расчет площадей печатных плат функциональных ячеек для которых значения суммарного числа выводов корпусов интегральных микросхем и суммарной установочной площади радиоэлементов были взяты из таблицы 3. Результаты расчета площади печатных плат с оценками погрешности расчета приведены в таблице 11.

Анализ данных таблицы показывает, что абсолютные значения погрешностей расчета площади печатных плат находятся в пределах от $-30,76 \text{ см}^2$ до $+27,25 \text{ см}^2$, что соответствует погрешностям, выраженным в процентах от $-41,76\%$ до $24,08\%$. Среднее арифметическое значение относительной погрешности составляет $3,1\%$.

Приведенные оценки точности регрессионной модели свидетельствуют о необходимости уточнее модели постановкой больше числа опытов.

Таблица 11

Номер ФЯ	Измеренные значения $S_{ПП}, \text{ см}^2$	Расчетные значения $S'_{ПП}, \text{ см}^2$	Ошибки расчета $(S_{ПП} - S'_{ПП}), \text{ см}^2$	Ошибка в процентах, %
1	67.58	61.56	6.02	8.91
2	67.52	90.54	-23.02	-34.09
3	123.76	107.83	15.93	12.87
4	69.14	85.95	-16.81	-24.31
5	107.92	121.84	-13.92	-12.90
6	113.16	85.91	27.25	24.08
7	72	102.07	-30.07	-41.76
8	77	107.76	-30.76	-39.95
9	56	50.30	5.70	10.18
10	53.36	51.88	1.48	2.76
11	137.75	120.09	17.66	12.82
12	111.6	106.06	5.54	4.96
13	142.5	150.79	-8.29	-5.82
14	73.8	60.85	12.95	17.54
15	154.44	134.51	19.93	12.90
16	191.7	181.27	10.43	5.44

Выводы

1. Проведено статистическое исследование параметров 16 функциональных ячеек, выполненных на двухсторонних печатных платах с смешанным монтажом радиоэлементов.
2. На основе данных полученной статистики построена математическая регрессионная модель, позволяющая на ранних стадиях разработки через суммарное количество выводов корпусированных интегральных микросхем и суммарную установочную площадь радиоэлементов определить ожидаемую площадь печатной платы функциональной ячейки.
3. Произведена оценка значимости коэффициентов уравнения регрессии и оценка точности расчета площади печатной платы функциональной ячейки по регрессионной модели. Показано что точность расчета может быть повышена с увеличением выборки, по которой формируется статистика.
4. Произведена оценка влияния суммарного числа выводов корпусов интегральных микросхем и суммарной установочной площади радиоэлементов на площадь печатной платы функциональной ячейки. Показано что для данного класса функциональных ячеек преобладает влияние суммарной установочной площади радиоэлементов.

Библиографический список

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей/ Е. С. Вентцель.- М.: ГИФМЛ, 1958. - 464 с.
2. Сыпчук П. П. Методы статистического анализа при управлении качеством изготовления элементов РЭА/ П. П. Сыпчук, А. М. Талалай.- М.: Советское радио, 1979.- 168 с.
3. Назаров А.С. Конструирование радиоэлектронных средств/ А.С. Назаров.- М.:Издательство МАИ, 1996.- 380 с.
4. Сахаров М. А. Расчетно-аналитический и корреляционный методы анализа производственных погрешностей изготовления радиоэлектронных изделий/ М. А. Сахаров, Л. М. Федотов.-М.: Изд-во МАИ, 1995.- 36 с.
5. Шиндовский Э. Статистические методы управления качеством/ Э. Шиндовский, О. Шюрц.- М.: Изд-во Мир, 1976.- 596 с.

Сведения об авторах.

Зыонг Дык Ха, Московский авиационный институт (государственный технический университет)

студент группы: 04-504. ducha1986@mail.ru (8964-715-94-96)

Фам Вьет Ань, Московский авиационный институт (государственный технический университет)

студент группы: 04-404. phamvietanh87@mail.ru (8964-713-92-15)