УДК 539.3

Кинетические характеристики полимеров с трещинами при механических и тепловых нагрузках

Э.М. Карташов, И.Р. Тишаева, Е.В. Соломонова

МИРЭА – Российский технологический университет
(Институт тонких химических технологий имени М.В. Ломоносова), Москва, 119571, Россия
e-mail: kartashov@mitht.ru

DOI: 10.34759/tpt-2021-13-5-206-219

Поступила в редакцию 29.04.2021
После доработки 20.05.2021
Принята к публикации 21.05.2021

Представлены теоретические соотношения важных кинетических характеристик для хрупких полимеров с трещинами при механических и тепловых воздействиях, лежащие в основе исследования термокинетики процесса разрушения полимеров в терминах теории временной зависимости прочности–долговечности. Рассмотрены трещины прямолинейные (внутренние и поверхностные) в образцах типа пластины и внутренние круговые (дискооообразные) в полимерных волокнах. Рассмотрены последовательно два режима испытаний: постоянное напряжение растяжения, постоянная абсолютная температура, неменяющаяся структура, инактивная среда, а также более сложный режим чисто теплового нагружения (случай, наименее разработанный в теории разрушения). Приведены расчетные соотношения ряда предельных характеристик и параметров процесса разрушения: безопасное и критическое напряжение; начальная длина микротрещины и ее относительная критическая длина; безопасное и критическое напряжение; локальное напряжение в вершине трещины (во флуктуационном объеме); величина свободной поверхностной энергии. Приведенные соотношения являются основой для развития теории временной зависимости прочности–долговечности. Сформулированы перспективы для дальнейшего развития соответствующих теорий с учетом релаксационных процессов в полимерах, а также их химического строения и надмолекулярной организации.

Ключевые слова: хрупкие полимеры; трещины разрушения; кинетические характеристики прочности; долговечность.

Введение

Современные конструкционные и функциональные полимерные материалы, представляющие собой совокупность микро- или наноструктурных элементов, называются структурно-чувствительными материалами [1]. Их создание на основе нанотехнологий – важное направление развития современного материаловедения. Структурно-чувствительные материалы, получаемые различными методами (компактированием нанопорошков, осаждением на подложку, кристаллизацией аморфных сплавов и др.), обладают уникальными механическими и теплофизическими свойствами, позволяющими их использовать в конструкциях, подверженных разнообразным внешним воздействиям. Важным этапом в создании и использовании указанных материалов является разработка соответствующих математических моделей для описания их поведения в широком диапазоне изменения внешних эксплуатационных факторов.

Несмотря на достигнутые успехи в этой области [2–5], общая методология построения таких моделей еще далека от завершения. В первую очередь это относится к моделям, описывающим термокинетику процесса разрушения твердых тел (в частности, твердых хрупких полимеров) при их испытании на долговечность. Основная трудность в разработке таких моделей заключается в необходимости математически описать взаимное влияние макро- и микростадий процесса разрушения, определить основные параметры и предельные характеристики процесса разрушения, установить связь между молекулярными константами, характеризующими структуру материалов с одной стороны и макроскопическими характеристиками прочности с другой, и, наконец, развить методику расчета долговечности образца в тех или иных условиях испытаний. Здесь уместно заметить, что традиционный подход к инженерной оценке механической работоспособности (т.е. прочностных свойств) полимерных материалов предполагает проведение испытаний образца на растяжение или сжатие (или кручение) вплоть до разрушения. Напряжение, при котором происходит разрушение, и является мерой прочности полимерных тел. Но при этом не учитывается временной фактор, т.е. конечное время жизни материалов при действии напряжения, меньшего предела прочности. По-видимому, целесообразно задаваться не напряжением, при котором должна работать конструкция, а временем ее жизни, т.е. долговечностью $\tau = \tau(\sigma, T)$ [2, 3], и из этого соотношения рассчитывать то напряжение, которое может выдержать данная конструкция в течение заданного промежутка времени (при температуре испытания T). Поясняющим эту точку зрения является тот факт, что в реальных полимерных материалах имеются микродефекты (трещины), которые являются ответственными за преждевременное разрушение. После приложения нагрузки, превышающей безопасную (напряжение) σ_0, разрушение полимеров происходит путем роста одной, реже нескольких наиболее опасных трещин от начальной длины l_0 до некоторой критической длины l_k, при которой происходит атермическая (быстрая) стадия процесса разрушения с критической скоростью v_k, величина которой определяется скоростью распространения упругого возмущения в твердом теле (в результате чего происходит потеря несущей способности детали или конструкции). Для органических полимеров $v_k = (5-8)10^2$ м/с, для полиметилметакрилата (ПММА) – $v_k = (700-800)$ м/с, для неорганического стекла – $v_k = 2000$ м/с [2]. Для оценки этой величины может быть использована формула Робертса–Уэллса [2]:

$$v_k = 0.38\sqrt{E/\rho}\,, \qquad (1)$$

где E – модуль Юнга материала; ρ – плотность. В процессе роста трещины разрушение материала локализовано в малой окрестности ее вершины V_a (флуктуационный объем), где локальные напряжения σ^*, активирующие процесс разрыва напряженных связей (химических или межмолекулярных), значительно превышают напряжения в остальном объеме образца. Нахождение расчетных инженерных соотношений указанных кинетических характеристик для хрупких полимеров – одна из важнейших задач полимерного материаловедения [6]. Этим вопросам и посвящена настоящая публикация. Ее цель – систематизировать важнейшие кинетические характеристики хрупких полимеров с трещинами при механических и тепловых воздействиях.

Идеологическая схема исследования

Регистрация субмикроскопических трещин дифракционными методами позволила в реальных полимерах установить их размеры (продольные и поперечные), форму (в виде разреза в образцах типа пластины, круговые дискообразные в полимерных волокнах), положение в образце (поверхностные, внутренние). Для интерпретации трещины в рамках механических моделей, рассматриваемых ниже, обосновывающим экспериментальным результатом являются весьма малые размеры начальных микротрещин l_0 при ширине (или диаметре) образца L в несколько миллиметров, которые составляют для ПММА 1700 A°, поливинилбутираля – 3000 A°, полиэтилена – 170 A°, полипропилена – 320 A°, поливинилхлорида – 3000 A°, капрона – 90 A°. К этому следует добавить данные фрактографических исследований поверхности разрушения полимеров о независимости критической длины l_k от величины поперечного сечения образца, которое менялось более чем в 100 раз [3]. Во всех случаях трещины разрушения растут из дефекта начальной длины l_0 вдоль нормали к направлению максимального растягивающего напряжения, и для характеристики трещины (учитывая, что раскрытие трещины мало по сравнению с ее продольными размерами) применимо соотношение

$$\lambda << l_0 \le l(\tau) \le l_k << L,$$
$$0 \le \tau \le \tau_\varphi, \tag{2}$$

где λ – флуктуационное продвижение трещины при разрыве одной или группы связей (для органических полимеров $\lambda = 12\ \text{A}^\circ$); $\tau_\varphi(\sigma, T)$ – долговечность на флуктуационной стадии при росте трещины от начальной до критической длины. На основании (2) образец в виде пластины (или цилиндрического штабика) интерпретируется как упругая плоскость (x, y) с внутренней трещиной $|x| < l_0, y = 0$, или как упругая полуплоскость $x > 0, |y| < \infty$ с поверхностной трещиной $0 < x < l_0, y = 0$, или как упругое пространство (x, y, z) с внутренней круговой осесимметричной трещиной $z = 0$, $0 \le r < R_0$.

В математической модели термокинетики процесса разрушения в конкретных случаях нагружения полимерного образца важная роль отводится аналитической формуле скорости роста трещины как функции текущей длины $l(t)$, поля напряжений σ^* в области дефекта V_a, температуры $T_\text{в}(l,t)$ в вершине трещины и молекулярных констант, характеризующих структуру полимера, а также элементарный акт разрыва напряженных связей:

$$V = V(l; \sigma^*; T_\text{в}; V_a; U; ...), \tag{3}$$

где $U = U_0 - qT_\text{в}$ – энергия активации процесса разрушения, линейно уменьшающаяся с повышением температуры; U_0 – энергия активации процесса разрыва, экстраполированная к абсолютному нулю; q – коэффициент температурной зависимости энергии активации (для полимерных органических стекол $q \sim (15-20)\ \text{Дж / мольК}$); σ_0^* – термофлуктуационный порог разрушения (безопасное перенапряжение в вершине трещины). Флуктуационный объем – важная молекулярно-структурная характеристика полимеров – рассчитывается на основании предположений о строении полимеров и механизма их разрушения [4]:

$$V_a = \lambda \lambda_\pi \lambda_m,$$

где λ_π – элементарный периметр фронта трещины, состоящий из одной или нескольких связей, одновременно охваченных флуктуацией; λ_m – предразрывное удлинение связи. Для неориентируемых полимеров (полимерные стекла, образованные линейными полимерами) $V_a = 6\lambda_0^2\lambda_m = 1.4 \cdot 10^{-28}\ \text{м}^3$, для ориентированных (волокна) – $V_a = \lambda_0^2\lambda_m = 2.4 \cdot 10^{-29}\ \text{м}^3$; ($\lambda_m = 1.5\ \text{A}^\circ$, $\lambda_0 = 4\ \text{A}^\circ$ – среднее межмолекулярное расстояние в полимере). Локальное напряжение в (3) $\sigma^* = \varphi(\sigma, \beta, l...)$ – одна из важнейших локально-кинетических характеристик прочности. Величина σ^* зависит от приложенного к образцу (внешнего) напряжения σ, коэффициента концентрации напряжения β в вершине трещины, играющего исключительно важную роль в исследовании дефектности материалов, текущей длины трещины $l(t)$, геометрии образца, конфигурации трещины и ее расположения в образце (поверхностная или внутренняя). Величина σ^* рассчитывается методами механики хрупкого разрушения на основе решения краевых задач математической теории трещин. Рассчитанные значения величины σ^* при механических и тепловых нагрузках позволяют записать ряд предельных характеристик и параметров хрупких полимеров с трещинами в общей картине термокинетики процесса разрушения. Для напряжений σ, не слишком близких к безопасному и не превышающих критические $\sigma_0 < \sigma < \sigma_k$, вероятность восстановления связей в вершине трещины пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью их разрыва, и средняя скорость роста трещины исходя из ее молекулярной модели [2, 4] может быть записана в следующем виде:

$$V(l, \sigma^*, T_\text{в}...) = \lambda \nu_0 \exp\left[-\frac{(U - V_a\sigma^*)}{kT_\text{в}(l,t)}\right], \tag{4}$$

где ν_0 – частота тепловых колебаний кинетических единиц, участвующих в разрыве и восстановлении связей ($\nu_0 \sim 10^{-13}\ \text{с}^{-1}$); k – постоянная Больцмана. Долговечность $\tau = \tau(\sigma, T)$ (T – температура испытания, в общем случае отличная от температуры в вершине трещины $T_\text{в}$) образца в виде пластины шириной L складывается из времен процесса разрыва на первой (флуктуационной) стадии $\tau_\varphi(\sigma, T)$ при росте трещины со скоростью (3) от начальной длины l_0 до критической l_k и второй (атермической) τ_k с предельной скоростью v_k (1):

$$\tau = \tau_\varphi + \tau_k = \int_{l_0}^{l_k} \frac{dl}{V(l, \sigma^*, T_\text{в}...)} + \frac{L - l_k}{\nu_k}. \tag{5}$$

Обобщенное соотношение для коэффициентов интенсивности напряжений при механических и тепловых нагрузках

Как указывалось, разрушение хрупких полимеров локализовано в малой окрестности вершины трещины (в объеме V_a) и для нахождения в (1) локального напряжения σ^* необходимо привлечь методы математической теории трещин. Это позволит изучить асимптотическое распределение напряжений вблизи вершины трещины (как разреза в однородном и упругом изотропном континууме). Рассмотрим напряженно-деформируемое состояние в окрестности вершины трещины $|x| < l, y = 0$ в упругой плоскости (x, y) при заданных произвольных нагрузках, действующих на берегах трещины, и постоянных нагрузках на бесконечности. Одновременно имеет место термонапряженное состояние, вызванное стационарным потоком теплоты, параллельным плоскости симметрии образца. При плоском растяжении распределение напряжений в окрестности вершины трещины по Ирвину имеет вид [7]:

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= \frac{K_1}{\sqrt{2r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1+\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)+ \\
&\quad +\frac{K_2}{\sqrt{2r}}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}; \\
\sigma_{yy} &= \frac{K_1}{\sqrt{2r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)- \\
&\quad -\frac{K_2}{\sqrt{2r}}\sin\frac{\theta}{2}\left(2+\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\right); \\
\sigma_{xy} &= \frac{K_1}{\sqrt{2r}}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}+ \\
&\quad +\frac{K_2}{\sqrt{2r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right),
\end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

где (r, θ) – полярные координаты с полюсом в вершине трещины; K_1, K_2 – коэффициенты интенсивности напряжений, которые находятся из решения задачи теории упругости как функции нагрузки и параметров, характеризующих конфигурацию тела, форму трещины и расположение ее в образце, а также упругих и теплофизических постоянных материала. Как следует из (6), величины K_1 и K_2 представляют собой асимптотику компонент напряжения в окрестности вершины трещины (т.е. в конечном счете – локальные напряжения σ^* в соотношении (3)). Соответствующая задача в частных случаях рассматривалась в работе [8] (постоянное напряжение растяжения, изотермические условия нагружения, отсутствие нагрузок на бесконечности), ряд частных случаев при (только) тепловых нагрузках рассматривался в [9]. В данном случае предлагается вывод обобщенного соотношения для коэффициентов интенсивности напряжений при наличии спектра механических и тепловых нагрузок на берегах трещины и вне ее. Развивается самостоятельный подход, основанный на комплексных потенциалах Мусхелишвили [10], и, как оказалось, весьма эффективный для указанного случая достаточно сложной задачи математической теории трещин.

Сформулируем задачу в напряжениях, используя известные соотношения для плоских статических задач термоупругости [11]. Задача заключается в определении коэффициентов интенсивности напряжений в асимптотическом поведении тензора напряжений $\sigma_{ij}(x, y)$ в (6) при $z \to \pm l (z = x + iy)$ на основе решения уравнений:

– равновесия

$$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y}=0; \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y}=0; \qquad (7)$$

– совместности

$$\Delta(\sigma_{xx}+\sigma_{yy}) = -\frac{2\beta_T G}{(\chi-1)(\lambda^*+2G)}\Delta T(x,y) = 0; \quad (8)$$

– связи напряжений и перемещений

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= \lambda^* e + 2G\frac{\partial U}{\partial x} - \beta_T(\chi-1)T(x,y); \\
\sigma_{yy} &= \lambda^* e + 2G\frac{\partial V}{\partial y} - \beta_T(\chi-1)T(x,y); \\
\sigma_{xy} &= G\left(\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial x}\right),\ e = \left(\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}\right),
\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

в области $D \setminus B$, где $D = (|x, y| < \infty)$, $B = (|x| < l, y = 0)$.

Здесь $U(x, y)$, $V(x, y)$ – компоненты вектора перемещения; $\lambda^* = \nu E(1-\nu^2)$, $\beta_T = 2\alpha E(1+\nu)^{-1}$, $\chi = (3-\nu)/(1+\nu)$ – для плосконапряженного состояния; $\lambda^* = \nu E / \left[(1+\nu)(1-2\nu)\right]$, $\beta_T = 2\alpha E$, $\chi(3-4\nu)$ – для плоской деформации; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль Юнга; α – коэффициент линейного теплового расширения;

$G = E/[2(1+\nu)]$; температурная функция $T(x,y)$ удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta T(x,y) = 0$ в области $D \setminus B$ с разрывными граничными условиями на линии $|x| < y,\ y = 0$ (на верхнем и нижнем ее берегах). На берегах трещины (при $|x| < l,\ y = 0$) и на бесконечности заданы компоненты напряжений $\sigma_{xx}^{\pm}(x,0)$, $\sigma_{xy}^{\pm}(x,0)$, $\sigma_{yy}^{\pm}(x,0)$ и $\sigma_{xy}^{\infty} = \text{const}$, $\sigma_{yy}^{\infty} = \text{const}$; граничные условия на берегах трещины запишем в виде

$$\left.\begin{array}{c} 2p(x) = (\sigma_{yy}^{+} + \sigma_{yy}^{-}) - i(\sigma_{xy}^{+} + \sigma_{xy}^{-}), \\ 2q(x) = (\sigma_{yy}^{+} - \sigma_{yy}^{-}) - i(\sigma_{xy}^{+} - \sigma_{xy}^{-}), \\ |x| < l,\ y = 0, \end{array}\right\} \qquad (10)$$

где $p(x)$ и $q(x)$ – заданные (по условиям задачи) функции, удовлетворяющие условию Гельдера при $|x| < l$. Здесь знак "+" относится к верхнему берегу трещины $(y \to 0+, |x| < l)$, знак "–" – к нижнему берегу трещины $(y \to 0-, |x| < l)$.

Пусть $F(z)$ – аналитическая функция комплексного переменного $z = x + iy$ с действительной частью $T(x,y): F(z) = T(x,y) + iW(x,y)$, где $W(x,y)$ – функция, сопряженная с $T(x,y)$ и определяемая с точностью до произвольной постоянной соотношением:

$$W(x,y) = \int\limits_{M_0M} (\partial T/\partial n)ds\,.$$

С помощью тождественных преобразований

$$\left.\begin{array}{c} U = U' + \beta_T U^*/2(\lambda^* + G)(\chi - 1); \\ V = V' + \beta_T V^*/2(\lambda^* + G)(\chi - 1); \\ U^* + iV^* = \int F(z)dz \end{array}\right\} \qquad (11)$$

уравнения закона Гука в (9) приводятся к виду, не содержащему $T(x,y)$:

$$\left.\begin{array}{c} \sigma_{xx} = \lambda^* e' + 2G\partial U'/\partial x, \\ \sigma_{xy} = G(\partial U'/\partial y + \partial V'/\partial x), \\ \sigma_{yy} = \lambda^* e' + 2G\partial V'/\partial y, \\ (e' = \partial U'/\partial x + \partial V'/\partial y). \end{array}\right\} \qquad (12)$$

Таким образом, при определении $(\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{yy})$ в условиях изотермической плоской задачи теории упругости могут быть использованы известные соотношения теории функция комплексного переменного [10], принимающие с учетом (11) следующий вид:

$$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} = 4\,\mathrm{Re}[\Phi(z)], \qquad (13)$$

$$\begin{gathered} \sigma_{yy} - i\sigma_{xy} = \Phi(z) + \Omega(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi}'(z), \\ (\bar{z} = x - iy), \end{gathered} \qquad (14)$$

$$\begin{gathered} 2G(U' + iV') = \chi\varphi(z) - \omega(\bar{z}) - \\ -(z - \bar{z})\overline{\Phi(z)} + \beta^*\Theta(z). \end{gathered} \qquad (15)$$

Здесь $\Phi(z)$ и $\Omega(z)$ – комплексные потенциалы Мусхелишвили;

$$\varphi(z) = \int \Phi(z)dz; \quad \omega(\bar{z}) = \int \Omega(\bar{z})d\bar{z};$$

$$\Theta(z) = \int F(z)dz;$$

$\beta^* = \alpha E/(1+\nu)$ – для плосконапряженного состояния и $\beta^* = \alpha E$ – для плоской деформации. Из (13) и (6) следует, что в малой окрестности левой и правой вершин трещины имеют место соответственно следующие соотношения [12]:

– для правой вершины

$$K_1^{+} - iK_2^{+} = 2\sqrt{2}\lim_{z \to l}\sqrt{z - l}\,\Phi(z), \qquad (16)$$

– для левой вершины

$$K_1^{-} - iK_2^{-} = -i2\sqrt{2}\lim_{z \to -l}\sqrt{z + l}\,\Phi(z). \qquad (17)$$

Из соотношений (16) и (17) следует, что коэффициенты интенсивности напряжений определяются достаточно быстро после нахождения комплексного потенциала $\Phi(z)$. Мусхелишвили получены следующие выражения для комплексных потенциалов $\Phi(z)$ и $\Omega(z)$ при растяжении упругой плоскости с разрезом $|x| < l,\ y = 0$:

$$\Phi(z) = \Phi_0(z) + P(z)/X(z) - \overline{\Gamma}'/2; \qquad (18)$$

$$\Omega(z) = \Omega_0(z) + P(z)/X(z) + \overline{\Gamma}'/2\,, \qquad (19)$$

где

$$\begin{gathered} \Phi_0(z) = \frac{1}{2\pi i X(z)}\int_{-l}^{+l}\frac{X(t)p(t)}{t - z}dt + \\ + \frac{1}{2\pi i}\int_{-l}^{+l}\frac{q(t)}{t - z}dt; \end{gathered} \qquad (20)$$

$$\begin{gathered} \Omega_0(z) = \frac{1}{2\pi i X(z)}\int_{-l}^{+l}\frac{X(t)p(t)}{t - z}dt - \\ - \frac{1}{2\pi i}\int_{-l}^{+l}\frac{q(t)}{t - z}dt. \end{gathered} \qquad (21)$$

Здесь $P(z) = c_0 z + c_1$ – многочлен первой степени с неопределенными (комплексными в общем случае) коэффициентами, которые подлежат нахождению; $\overline{\Gamma} = (\sigma_{yy}^{(\infty)} - \sigma_{xx}^{(\infty)})/2 - i\sigma_{xy}^{(\infty)}$

(предполагается, что на бесконечности напряжения ограничены); $X(z)=\sqrt{z^2-l^2}$ – функция Племеля, причем выбирается та ее ветвь, для которой $X(z)/z\to 1$ при $|z|\to\infty$; $X(z)$ – значение этой ветви на верхнем берегу трещины, так что $X^+(x)=X(x)$ и $X^-(x)=-X^+(x)=-X(x)$. Выражение (18) перепишем в виде

$$\Phi(z)=Q(z)/\sqrt{z-l},$$

где

$$Q(z)=\frac{1}{\sqrt{z+l}}\left\{\frac{1}{2\pi i}\int_{-l}^{+l}\frac{X(t)p(t)}{t-z}dt+\right.$$

$$+\frac{\sqrt{z^2-l^2}}{2\pi i}\int_{-l}^{+l}\frac{q(t)}{t-z}dt+(c_0z+c_1)- \tag{22}$$

$$\left.-\frac{\sqrt{z^2-l^2}}{4(\sigma_{yy}^{(\infty)}-\sigma_{xx}^{(\infty)}-2i\sigma_{xy}^{(\infty)})^{-1}}\right\}.$$

В соответствии с (16) и (22), находим для правой вершины трещины:

$$K_1^+-iK_2^+=$$

$$=\frac{2}{\sqrt{l}}\left[\frac{1}{2\pi i}\int_{-l}^{+l}p(t)\frac{\sqrt{t^2-l^2}}{t-l}dt+c_0l+c_1\right]. \tag{23}$$

При больших $|z|$ потенциал $\Phi(z)$ имеет вид [10]:

$$\Phi(z)=\Gamma+(X+iY)/2\pi(1+\chi)z+O(1/z^2), \tag{24}$$

где (X,Y) – главный вектор внешних усилий, приложенных к берегам трещины; $\Gamma=(\sigma_{yy}^{(\infty)}+\sigma_{xx}^{(\infty)})/4$. Из (18) и (24) следует при $|z|\to\infty: c_0=(\sigma_{yy}^{(\infty)}-i\sigma_{xy}^{(\infty)})/2$. Коэффициент c_1 находится из условий однозначности перемещений. На основании (15), это условие заключается в том, что выражение $\chi\varphi(z)-\omega(\bar{z})-\beta^*\Theta(z)$ должно возвратиться к своему первоначальному значению, когда точка z описывает замкнутый контур Λ, охватывающий трещину. Стягивая контур Λ к L (где L – контур, состоящий из нижнего и верхнего берегов трещины), находим условие:

$$2(\chi+1)\int_{-l}^{+l}\frac{c_0x+c_1}{\sqrt{x^2-l^2}}dx+\chi\int_{-l}^{+l}\left[\Phi_0^+(x)-\Phi_0^-(x)\right]dx+$$

$$+\int_{-l}^{+l}\left[\Omega_0^+(x)-\Omega_0^-(x)\right]dx+$$

$$+\beta^*\int_{-l}^{+l}\left[T^+(x)-T^-(x)\right]dx+ \tag{25}$$

$$+i\int_{-l}^{+l}\left[W^+(x)-W^-(x)\right]dx=0,$$

которое представляет собой алгебраическое уравнение относительно c_1 (здесь $T(x)=T(x,0)$; $W(x)=W(x,0)$). Используя (20), (21) и равенство

$$\int_{-l}^{+l}\left[W^+(x)-W^-(x)\right]dx=$$

$$=-\int_{-l}^{+l}(l-x)\left(\frac{\partial T^+}{\partial y}-\frac{\partial T^-}{\partial y}\right)dx, \tag{26}$$

которое следует из определения функции $W(x,y)$ через $T(x,y)$, получим

$$c_1=-\left[i(\chi-1)\int_{-l}^{+l}q(x)dx+\right.$$

$$i\beta^*\int_{-l}^{+l}\left[T^+(x)-T^-(x)\right]dx+$$

$$\left.+\beta^*\int_{-l}^{+l}(l-x)(\partial T^+/\partial y-\partial T^-/\partial y)dx\right]/2\pi(\chi+1).$$

Аналогичным образом могут быть проведены рассуждения и для левой вершины трещины. Окончательный результат имеет следующий вид:

$$K_1^\pm-iK_2^\pm=$$

$$=-\frac{1}{\pi\sqrt{l}}\left\{\int_{-l}^{+l}\sqrt{\frac{l\mp x}{l\mp x}}p(x)dx\pm\right.$$

$$\left.\pm i\frac{\chi-1}{\chi+1}\int_{-l}^{+l}q(x)dx-\left[\sigma_{yy}^{(\infty)}-i\sigma_{xy}^{(\infty)}\right]\pi l\right\}\mp \tag{27}$$

$$\mp\frac{\beta^*}{\pi(\chi+1)\sqrt{l}}\left\{\int_{-l}^{+l}(l-x)\left(\frac{\partial T^+}{\partial y}-\frac{\partial T^-}{\partial y}\right)_{y=0}dx\pm\right.$$

$$\left.\pm i\int_{-l}^{+l}\left[T^+(x)-T^-(x)\right]dx\right\}.$$

Здесь $\beta^*=\alpha E/(1+\nu)$ и $\beta^*=\alpha E$ соответственно для плосконапряженного состояния и плоской деформации; $(\partial T/\partial y)_{y=0}^{\pm}, T^{\pm}(x)$ – тепловой поток и температура на берегах трещины соответственно; знак "+" слева относится к правой вершине трещины, знак "–" – к левой. При изотермических условиях нагружения (в (27) следует положить $T=0$) и при отсутствии нагрузок на бесконечности ($\sigma_{yy}^{(\infty)}=\sigma_{xy}^{(\infty)}=0$) приходим к выражению, полученному в [8]. Полагая берега трещины свободными от напряжений $(p(x)=q(x)=0)$, а также отсутствие напряжений на бесконечности, находим из (27) коэффициенты интенсивности для чисто температурных напряжений. Следует еще раз подчеркнуть, что соотношение (27) представляет собой принципиальный результат математической теории трещин, отсутствующий в известных руководствах по данным вопросам. Соотношение (27) содержит многочисленные частные случаи механического и теплового нагружения, каждый из которых может служить предметом самостоятельного исследования при изучении кинетики разрушения хрупких полимеров.

Перейдем теперь к приложению соотношения (27) при выводе ряда важных кинетических характеристик для полимеров с трещинами. Вначале рассмотрим чисто механическое нагружение при постоянной температуре. При одноосном растяжении образца постоянным напряжением $\sigma_{yy}^{(\infty)}=\sigma, \sigma_{xy}^{(\infty)}=0$ находим из (27) $K_1=\sigma\sqrt{l}$, $K_2=0$, а из соотношения (6) – максимальное растягивающее напряжение в окрестности (для определенности правой) вершины трещины, достигаемое в плоскости трещины:

$$\left[\sigma_{yy}(x,0)\right]_{\max}=\sigma\sqrt{l}\,/\sqrt{2(x-l)}(x>l).$$

Прямые опыты (методом ИК-спектрометрии) по измерению истинных напряжений на отдельных химических связях для твердых полимеров показали, что по мере приближения к кончику трещины на максимально напряженных связях нагрузка увеличивается вплоть до некоторого значения, после чего остается практически постоянной и превосходит среднее напряжение на связях в объеме образца на несколько порядков. Такие связи сильно деформируются и разрываются в первую очередь; их разрыв обусловлен напряжением, приходящимся на связь, отстоящую от вершины трещины на расстоянии ее флуктуационного продвижения λ. Таким образом, искомое локальное напряжение в вершине трещины можно описать выражением

$$\sigma^*=\sigma\sqrt{l/2\lambda},$$

а в окончательной форме

$$\sigma^*=\sigma\beta(l_0)\sqrt{l/l_0}, \tag{28}$$

где появляется коэффициент концентрации напряжения для внутренней прямолинейной трещины начальной длины $2l_0$, равный

$$\beta(l_0)=0.71\sqrt{l_0/\lambda}. \tag{29}$$

В экспериментах по ползучести (при $\sigma=\text{const}$) показано, что коэффициент β за время жизни образца практически не изменяется и определяется длиной начального дефекта в образце. Из (29) находится величина (полудлина) начальной микротрещины

$$l_0=2\lambda\beta^2. \tag{30}$$

Численные расчеты на основе соотношений (28)–(30) дают результаты, близкие к экспериментальным [2, 3].

Перейдем к рассмотрению поверхностных трещин. Такие трещины являются наиболее распространенными и растут с края образца, где имеются наиболее опасные дефекты. При расчете σ^* образец, согласно (2), рассматривается как упругая полуплоскость (x,y) с краевой трещиной $0<x<l, y=0$. Указанный случай относится к числу достаточно сложных в математической теории трещин. Решением задачи (7)–(10) при различных видах нагрузки на берегах краевой трещины (линейная, неоднородная, общего вида, сосредоточенная) занимались многие исследователи [13]. Развитый автором настоящей статьи подход [2] (для случая растяжения образца постоянным напряжением при постоянной температуре) позволил получить следующее выражение для локального напряжения в вершине трещины:

$$\sigma^*=\sigma\beta(l_0)\sqrt{l/l_0};\quad \beta(l_0)=0.79\sqrt{l_0/\lambda}. \tag{31}$$

Отсюда длина начальной поверхностной трещины равна

$$l_0=1.6\lambda\beta^2. \tag{32}$$

Так, для ПММА $\lambda=12\,\text{A}^\circ$ [4], $\beta=11$ [3] и $l_0=2.3\cdot10^{-7}$ м, что близко к оценке начальной (исходной) краевой микротрещины, приведенной в [3] ($l_0=1.5\cdot10^{-7}$ м); для неорганического стекла $\lambda=5.4\,\text{A}^\circ$ [4], $\beta=60$ [4], и из (32) имеем $l_0=4$ мкм, что совпадает с экспериментальными данными в [3].

Следующий предмет рассмотрения – круговые трещины. Как указывалось, наряду с линейными субмикротрещинами в полимерах обнаружены дискообразные субмикротрещины, ориентированные перпендикулярно растягивающей силе. Образец цилиндрического типа интерпретируется упругим пространством (x,y,z) с внутренней осесимметричной трещиной $0\le r<R, z=0$. Пусть $U(r,z)$, $W(r,z)$ – компо-

ненты вектора перемещения в цилиндрических координатах, $T(r,z)$ – температурная функция, удовлетворяющая уравнению Лапласа $\Delta T(r,z)=0$ вне плоскости $z=0$, содержащей трещину; пусть $\Theta(r,z)$ – объемное расширение. Задача заключается в нахождении коэффициентов интенсивности напряжений $K_1^{(\text{м})}$ механической и $K_1^{(\text{т})}$ тепловой нагрузок в асимптотическом представлении осевого (разрывающего связи) напряжения $\sigma_{zz}(r,0)=K_1/\sqrt{2(R-r)}$ $(r>R)$ из основных уравнений термомеханики [11], записанных в перемещениях в условиях осевой симметрии:

$$\left.\begin{aligned} &\Delta U-\frac{1}{r^2}U+\frac{1}{1-2\nu}\frac{\partial\Theta}{\partial r}-\frac{2(1+\nu)}{1-2\nu}\alpha\frac{\partial T}{\partial r}=0;\\ &\Delta W+\frac{1}{1-2\nu}\frac{\partial\Theta}{\partial z}-\frac{2(1+\nu)}{1-2\nu}\alpha\frac{\partial T}{\partial z}=0;\\ &\Delta\Theta(r,z)=0,\ \Delta T(r,z)=0; \end{aligned}\right\} \quad (33)$$

при следующих граничных условиях

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_{zz}(r,0)=-\sigma_0(r),\ \ 0\le r<R;\\ &\sigma_{zz}(r,0)=0,\ W(r,0)=0,\ \ r\ge R;\\ &\left|\sigma_{ij}(r,z),U(r,z),W(r,z)\right|<+\infty,\ \ z\ge 0; \end{aligned}\right\} \quad (34)$$

$$T(r,z)\big|_{z=0}=T_0(r), 0\le r<R, (\partial T/\partial z)\big|_{z=0}=0,\quad r>R \quad (35)$$

либо

$$(\partial T/\partial z)\big|_{z=0}=\Theta(r), 0\le r<R, T(r,z)\big|_{z=0}=0,\quad r>R. \quad (36)$$

Сформулированная задача также относится к числу достаточно сложных в математическом плане. Нахождением ее приближенного решения занимались многие исследователи, указанные в [13]. Автор настоящей статьи в [2] предложил свой подход для ее решения и получил удобные для расчета соотношения для коэффициентов интенсивности напряжений при механических и тепловых нагрузках:

$$\begin{aligned} &K_1^{(\text{м})}=\frac{2}{\pi\sqrt{R}}\int_0^R\frac{y\sigma_0(y)dy}{\sqrt{R^2-y^2}};\\ &K_1^{(\text{т})}=\frac{2(1+\nu)\alpha G}{\pi(1-\nu)\sqrt{R}}\int_0^R\frac{yT_0(y)dy}{\sqrt{R^2-y^2}}. \end{aligned} \quad (37)$$

Здесь $T_0(r)$ – температура на трещине $0\le r<R,\ \ z=0$; она либо задается, либо находится из решения соответствующей тепловой задачи. При постоянной внешней нагрузке $\sigma_0(r)=\sigma=\text{const}$ и изотермических условиях испытаний из (37) следует $K_1=(2/\pi)\sigma\sqrt{R}$ и локальное напряжение в λ окрестности круговой трещины имеет вид

$$\begin{aligned} &\sigma^*=\sigma\beta(R_0)\sqrt{R/R_0};\\ &\beta(R_0)=0.5\sqrt{R_0/\lambda}, \end{aligned} \quad (38)$$

где R – переменный радиус растущей трещины; $2R_0$ – диаметр начальной круговой трещины. Из (38) следует

$$R_0=4\lambda\beta^2. \quad (39)$$

Так, для ориентированных волокон (полиэтилен, полипропилен, поликапроамид), согласно [4], $\lambda=4\,\text{A}^\circ$, $\beta\sim(4-7)$. Отсюда и из (39) радиус начальной микротрещины $R_0\approx(10^{-8}-10^{-7})$ м, что подтверждено экспериментами в [3].

Таким образом, получен ряд важных кинетических характеристик: коэффициент концентрации напряжения $\beta(l_0)=\chi\sqrt{l_0/\lambda}$ и величина начального дефекта в образце $l_0=\chi^{-2}\lambda\beta^2$, где $\chi=0.79;\ 0.71;\ 0.5$ для трещин поверхностной, внутренней прямолинейной и внутренней круговой (дискообразной) соответственно.

К этим соотношения следует добавить ряд важных параметров и предельных характеристик процесса разрушения. Особого рассмотрения требует характеристика σ_0. В кинетической теории [14] безопасное напряжение вводится соотношением $\sigma_0=\alpha_{\text{пов}}/(\beta\lambda_m)$, где $\alpha_{\text{пов}}$ – свободная поверхностная энергия материала (в вакууме). В работе [15] термодинамически и путем точного расчета показано, что величина σ_0 совпадает с порогом разрушения Гриффита $\sigma_0=\sigma_{G_0}=\sqrt{2E\alpha_{\text{пов}}/\pi l_0}$, т.е. термодинамический и кинетический подходы согласуются между собой. Таким образом, из приведенных выше соотношений вытекают следующие расчетные характеристики кинетики процесса хрупкого разрушения полимеров:

– безопасное напряжение

$$\sigma_{G_0}=\sqrt{2E\alpha_{\text{пов}}}\cdot l_0^{-1/2}; \quad (40)$$

– начальная длина (полудлина или радиус) микротрещины

$$l_0=\chi^{-2}\lambda\beta^2; \quad (41)$$

– коэффициент концентрации напряжения

$$\beta(l_0)=\chi\sqrt{l_0/\lambda}; \quad (42)$$

Таблица 1. Локальное напряжение в вершине трещины

Полимер (ориентированный)	Внешнее напряжение σ, МПа	$V_a\beta\cdot10^{-29}$, м^3	$V_a\cdot10^{-29}$, м^3	β	σ^*, МПа	
					Эксперимент [4]	Расчет
Полипропилен	800	28	2.4	12	12000	11500
Капрон	840	38	2.4	16	20000	16000
Полиакрилонитри	120	60	2.4	25	7000	4000
Полиэтилентеррефталат	800	60	2.4	25	20000	24000

Таблица 2. Расчетные и экспериментальные значения свободной поверхностной энергии

Полимер	λ_m	λ	$E\cdot10^7$, Н/м^2	$\alpha_{\text{пов}}\cdot10^{-2}$, Дж/м^2	
	10^{-4}, мкм			Расчет	Эксперимент
ПММА	1.5	12	500	38	39
ПЭ	1.5	12	250	19	21
ПС	1.5	12	420	30	33
ПП	1.5	12	150	12	28
ПВХ	1.5	12	500	38	40
ПЭТФ	1.5	12	520	39	41
КАПРОН (неориентированный)	1.5	4	200	45	46

– критическое напряжение

$$\sigma_k = \frac{U_0 - qT}{V_a\beta} = \frac{(U_0 - qT)\sqrt{\lambda}}{\chi V_a} l_0^{-1/2}; \qquad (43)$$

– относительная критическая длина трещины

$$\sqrt{l_k / l_0} = \frac{U_0 - qT}{V_a\beta\sigma}; \qquad (44)$$

– локальное напряжение в вершине трещины

$$\sigma^* = \sigma\beta(l_0)\sqrt{l / l_0}. \qquad (45)$$

В табл. 1 в качестве иллюстрации соотношения (45) дана оценка величины σ^* для ряда полимеров на основе экспериментальных данных по долговечности [3].

Приведем еще одну расчетную формулу для важной прочностной характеристики – свободной поверхностной энергии $\alpha_{\text{пов}}$, вытекающую из равенства указанных выше соотношений σ_0 и σ_{G_0} для безопасного напряжения в кинетическом и термодинамическом подходах:

$$\alpha_{\text{пов}} = (\lambda_m^2 / 2.5\lambda)E, \qquad (46)$$

дающую хорошую корреляцию между расчетными и экспериментальными значениями $\alpha_{\text{пов}}$ ряда полимеров (табл. 2).

Расчеты локальных напряжений при чисто тепловых нагрузках – практически неразработанные вопросы теории хрупкого разрушения. Наибольший интерес представляют случаи установившегося теплового состояния $T(x, y, z)$ в твердых телах с трещиной. Экспериментальные данные в [16] показывают, что при установившемся тепловом потоке в теле с трещиной происходит значительное увеличение температурных напряжений, вызванное локальным возрастанием величины температурного градиента в окрестности вершины трещины. Можно полагать, что термоупругие поля расширения (как и их механические аналоги) увеличивают интенсивность напряжений в вершине трещины, заставляя ее расти. Эксперименты подтверждают это предположение [16]. Пластину из полимерного материала с внутренней сквозной трещиной, расположенной в центре, растягивали до напряжения, не вызывающего разрушения. Плоское установившееся температурное поле $T(x, y)$ с вектором $\text{grad}T$, параллельным плоскости симметрии образца, наводили ортогонально трещине специальным нагревателем. По мере нагрева напряженное состояние образца изменялось: увеличивалась концентрация напряжения в вершине трещины, и через некоторое время образец разрушался. Так как во время опыта механическая нагрузка оставалась неизменной, то фактором, определяющим разрушение, было термоупругое поле. Таким образом, здесь также необходимо рассчитывать локальное напряжение, вычислять предельные характеристики и основные параметры процесса при тепловом разрушении, зависящие от вида тепловой нагрузки, физико-механических и теплофизических характеристик материала, его структуры с целью разработки способов локализации, интенсификации и управления кинетикой роста трещины. Рассмотрим математическую модель указанного эксперимента с доведением расчетов до указанной величины σ^*. Итак, полимерный образец в виде тонкой пластины с внутренней конечной трещиной (упругая плоскость с разрезом) подвергается воздействию однородным тепловым потоком перпендикулярно трещине (нагревание). Предполагается, что по нормали к плоскости образца температура не имеет градиента и кроме того через берега трещины тепловой поток не идет. Рассматривается также случай, когда переносом теплоты через трещину можно пренебречь, что справедливо для не слишком высоких температур. В этих условиях температурная функция $T(x,y)$ в области $D\setminus B$, где $D=\{(x,y):|x|<\infty,|y|<\infty\}$, $B=\{(x,y):|x|<l,y=0\}$, является решением тепловой задачи:

$$\Delta T(x,y)=0,(x,y)\in D\setminus B, \tag{47}$$

$$\frac{\partial T^+(x,y)}{\partial y}\Big|_{y=0}=\frac{\partial T(x,y)}{\partial y}\Big|_{y=0}=0,\ \ |x|<l, \tag{48}$$

$$\frac{\partial T(x,y)}{\partial y}\Bigg|_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty(y=\pm\infty)}=q_T/\lambda_T, \tag{49}$$

где λ_T – теплопроводность материала; q_T – величина теплового потока, поступающего в образец через единицу площади границы за единицу времени. Обычно для решения подобного рода задач используются линейные задачи сопряжения, основанные на комплексных потенциалах Мусхелишвили [10] либо метод сингулярных интегральных уравнений [8]. И в том и в другом случаях это приводит к длительным и громоздким вычислениям. Рассмотрим для решения задачи самостоятельный подход. Учитывая симметрию исходной задачи, запишем для функции $\Theta(x,y)=T(x,y)-(q_T/\lambda_T)y$:

$$\frac{\partial^2\Theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Theta}{\partial y^2}=0,\ |x|<\infty,\ y>0, \tag{50}$$

$$(\partial\Theta/\partial y)^+_{y=0}=-q_T/\lambda_T,\ |x|<l, \tag{51}$$

$$\Theta\big|_{y=0}=0,|x|>l, \tag{52}$$

$$(\partial\Theta/\partial y)_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty}=0,\ |x|<\infty. \tag{53}$$

Задача (50)–(53) носит название внешней задачи Неймана для уравнения Лапласа на плоскости. Необходимым и достаточным условием существования решения этой задачи, обращающегося на бесконечности в нуль, является условие $\int_L(\partial\Theta/\partial n)\,ds=0$ [17], которое выполняется в случае (49). Отсюда следует, что для нахождения функции $\Theta(x,y)$ может быть использовано экспоненциальное преобразование Фурье по x:

$$\overline{\Theta}(\eta,y)=(1/\sqrt{2\pi})\int_{-\infty}^{+\infty}\Theta(x,y)\exp(i\eta x)dx. \tag{54}$$

Решение преобразованного уравнения (50) запишем в виде:

$$\overline{\Theta}(\eta,y)=\left|\eta^{-1}\right|\overline{q_1}(\eta)\exp(-|\eta|y),$$

где неизвестная функция $\overline{q}_1(\eta)$ должна быть найдена из (51), (52).

Имеем для $\Theta(x,y)$ с учетом четности по x:

$$\Theta(x,y)=\sqrt{2/\pi}\int_0^\infty\eta^{-1}\overline{q}_1(\eta)\exp(-\eta y)\cos\eta x d\eta. \tag{55}$$

Удовлетворяя условиям (51), (52), приходим к дуальному интегральному уравнению

$$\left.\begin{aligned}&\sqrt{2/\pi}\int_0^\infty\overline{q}_1(\eta)\cos\eta x d\eta=q_T/\lambda_T,\ x<l,\\&\int_0^\infty\eta^{-1}\overline{q}_1(\eta)\cos\eta x d\eta=0,\ x>l,\end{aligned}\right\}$$

которое может быть решено методом, развитым автором статьи в [18]. Находим $\overline{q}_1(\eta)=\sqrt{\pi/2}(q_Tl/\lambda_T)J_1(\eta l)$ (где $J_1(z)$ – функция Бесселя) и вместе с этим из (55) функцию

$$\Theta(x,y)=$$

$$=(q_Tl/\lambda_t)\,\mathrm{Re}\int_0^\infty\eta^{-1}J_1(\eta l)\exp(-\eta z)d\eta=$$

$$=(q_T/\lambda_T)\,\mathrm{Re}\left(\sqrt{l^2-z^2}-z\right).$$

После выделения действительной части для $T(x,y)$ получим:

$$\begin{gathered}T(x,y)=(q_T/\lambda_T)\sqrt{2}\,\mathrm{sign}y\times\\\times\Big[\sqrt{y^4+2(x^2+l^2)y^2+(x^2-l^2)^2}+\\+y^2-(x^2-l^2)\Big]^{1/2}.\end{gathered} \tag{56}$$

Из (56) следует, что $T^\pm(x)=\pm(q_T/\lambda_T)\sqrt{l^2-x^2}$, и далее из (27) находим интересующий нас коэффициент интенсивности термоупругих напряжений $K_1=0, K_2=(\alpha q_TE/4\lambda_T)l^{3/2}$ (плосконапряженное состояние) и затем искомое локальное термонапряжение в вершине трещины

$$\sigma_T^* = \beta\sigma_T (l / l_0)^{3/2}, \qquad (57)$$

где

$$\sigma_T = \alpha E q_T l_o / 4\lambda_T, \quad \beta(l_0) = 0.71\sqrt{l_0 / \lambda}. \qquad (58)$$

Полученное соотношение для σ_T в (58) представляет собой принципиальный результат для теории теплового разрушения: σ_T – есть механический аналог при тепловом нагружении, который связывает между собой теплофизические, упругие и структурные характеристики полимеров, что позволяет проследить влияние каждого фактора на тепловую реакцию полимерного материала с начальной микротрещиной. Добавим к приведенным соотношениям еще ряд интересных характеристик, начиная с температуры $T_{\text{в}}$ в вершине трещины. Вначале найдем асимптотическое распределение температуры вблизи вершины в координатах (r,θ) (как и в (6)) в виде

$$T(r,\theta) = \sqrt{2} l (q_T / \lambda_T) r^{1/2} \sin\theta / 2. \qquad (59)$$

Отсюда в качестве $T_{\text{в}}$ примем среднюю интегральную величину в λ окрестности правой вершины начальной микротрещины, что дает

$$T_{\text{в}} = \beta\lambda q_T / \lambda_T . \qquad (60)$$

Здесь так же, как и в (58), прослеживается связь макро- и микропараметров и их влияние на тепловое состояние полимерного материала в вершине трещины. Теперь, согласно (4) и (58), можно записать скорость роста трещины в виде

$$V(l, \sigma_T^*, T_{\text{в}}, ...) = \lambda\nu_0 \exp\left(-\frac{U - V_a\sigma_T^*}{kT_{\text{в}}}\right), \qquad (61)$$

где все основные величины рассчитаны. Основным внешним фактором, вызывающим рост трещины со скоростью (61), является тепловая нагрузка мощностью q_T – одна из составляющих напряжения. Соотношения (40) и (43) (при $T = T_{\text{в}}$) определяют интервал напряжений σ_T от безопасного $\sigma_T^{(0)}$ до критического $\sigma_T^{(k)}$, что позволяет выявить характеристические значения внешнего теплового нагружения от безопасного

$$q_T^{(0)} = \frac{3.2\lambda_T \sqrt{\alpha_{\text{пов}} / E}}{\alpha} l_0^{-3/2} \qquad (62)$$

до критического

$$q_T^{(k)} = \frac{5.6\lambda_T \sqrt{\lambda}(U_0 - qT_в)}{\alpha E V_a} l_0^{-3/2}. \qquad (63)$$

Аналогичным образом могут быть рассмотрены и другие частные случаи, содержащиеся в (27).

Заключение

В заключение следует упомянуть о других важных аспектах исследований проблемы прочности и разрушения полимерных материалов, которые не затрагивались, так как требуют отдельного подробного изложения. Это, прежде всего, связь между релаксационными явлениями, по данным релаксационной спектрометрии [4, 19], и процессами разрушения полимеров. Релаксационные процессы (переходы) связаны с различными формами теплового движения в полимере, характеризуемого спектром молекулярной подвижности структурных элементов (кинетических единиц) различной природы (атомов, боковых и концевых групп, звеньев макромолекул, свободных и связанных сегментов, элементов надсегментальной и надмолекулярной структуры, физических и химических узлов сетки, частиц наполнителя). Это приводит к большому разнообразию форм молекулярной подвижности и соответствующих им релаксационных процессов, которые наблюдаются при действии на полимер механических, электрических или магнитных полей. По мере перехода от низкотемпературных областей при испытании к высокотемпературным роль молекулярной подвижности и теплового движения в процессе разрушения приобретает все большее значение. При этих условиях происходит смена механизма разрушения от термофлуктуационного разрыва ковалентных связей, который при низких температурах является главным, к вязко-локальному механизму преодоления межмолекулярных связей, контролирующему процесс разрушения при высоких температурах. При этом вклад разрыва химических связей отступает на второй план. Таким образом, термофлуктуационный разрыв ковалентных связей сопряжен с химическими процессами релаксации, а вязко-локальный процесс разрушения, характерный для эластомеров, с физическими процессами релаксации.

Важными факторами, влияющими на прочность полимеров, являются их химическое строение и надмолекулярная организация, а именно степень полимеризации и ориентация, влияние молекулярного взаимодействия, влияние молекулярной и надмолекулярной организации, влияние степени поперечного сшивания и типа поперечных связей, влияние пластификаторов и наполнителей, влияние радиационных и электрических полей, экстремальных климатических воздействий. Здесь также накоплен обширный экспериментальный материал, систематическое изложение которого составит содержание самостоятельной статьи. К этому следует добавить практически открытую проблему связи теплового удара при резких нагревах (охлаждениях) полимерных тел с временной зависимостью прочности [20, 21]. Развитие соответствующих феноменологических (механических) теорий разрушения, учитывающих влияние указанных факторов на кинетику роста трещин в полимерах (в рамках теории временной зависимости прочности) требует большой изобретательности и необходимости привлечения различных подходов: физики и химии полимеров; молекулярной физики и термодинамики; механики разрушения; теории тепло- и массопереноса; прикладной математики. Приведенные в статье кинетические характеристики для хрупких полимеров с трещинами при механических и тепловых нагрузках являются основой теоретических исследований на первых этапах (первые результаты в этом направлении изложены в [2–4] и в данной статье не затрагиваются). Что касается более сложных случаев, указанных выше, то создание такого рода теорий – дело ближайшего будущего. Авторы желает читателю успеха на этом пути!

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Аскадский А.А., Хохлов А.Р.** Введение в физико-химию полимеров. М.: Научный мир, 2009. 380 с.
2. **Карташов Э.М.** Современные представления кинетической термофлуктуационной теории прочности полимеров. Итоги науки и техники. Серия химия и технология высокомолекулярных соединений. М.: ВИНИТИ, 1991. Т. 27. С. 3–111.
3. **Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е.** Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука, 1974. 560 с.
4. **Бартенев Г.М.** Прочность и механизмы разрушения полимеров. М.: Химия, 1984. 280 с.
5. **Валишин А.А., Карташов Э.М.** Энергетические эффекты в кинетике разрушения твердых тел // Известия АН. Серия Энергетика. 2006. № 4. С. 150–160.
6. **Гуль В.Е., Кулезнев В.Н.** Структура и механические свойства полимеров. М.:Высшая школа, 1976. 352 с.
7. **Irwin G.R.** Analysis of stresses and strains near the and of a crack traversinq a plate // Appl. Mech. 1957. V. 24. N 3. P. 361–364.
8. **Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацишин А.П.** Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. Киев: Наукова Думка, 1976. 446 с.
9. **Си.** О сингулярном характере температурных напряжений у вершины трещины // Прикладная механика (переводной). 162. Т. 29. № 3. С. 157–159.
10. **Мусхелишвили Н.И.** Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 708 с.
11. **Карташов Э.М., Кудинов В.А.** Аналитическая теория теплопроводности и прикладной термоупругости. М.: URSS, 2012. 655 с.
12. **Си, Парис, Эрдоган.** Коэффициенты концентрации напряжений у вершины трещины при плоском растяжении и изгибе пластин // Прикладная механика (перевод Трудов Американского общества инженеров-механиков). 1962. Т29-Е. № 2. С. 101–108.
13. **Саврук М.П.** Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. Механика разрушения. Т. 2. Киев: Наукова Думка, 1988. 620 с.
14. **Бартенев Г.М.** Состояние и перспективы развития физической теории хрупкой прочности полимеров // Механика полимеров. 1966. № 5. С. 700–721.
15. **Карташов Э.М.** Энергетическая проблема Гриффита для хрупких полимеров // Инженерно-физический журнал. 2007. Т. 80. № 1. С. 156–165.
16. **Финкель В.М.** Физические основы торможения разрушения. М.: Металлургия, 1977. 360 с.
17. **Карташов Э.М.** Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 2001. 540 с.
18. **Карташов Э.М., Кудинов В.А.** Аналитические методы теории теплопроводности и ее приложений. М.: URSS, 2017. 1080 с.
19. **Бартенев Г.М., Зеленев Ю.В.** Релаксационные явления в полимерах. Л.: Химия, 1972. 376 с.
20. **Карташов Э.М.** Модельные представления теплового удара в динамической термоупругости // Российский технологический журнал. 2020. Т. 8. № 2. С. 85–108.
21. **Карташов Э.М.** Оригиналы операционных изображений для обобщенных задач нестационарной теплопроводности // Тонкие химические технологии. 2019. Т. 14. № 4. С. 77–86.

Kinetic characteristics of polymers with cracks under mechanical and thermal loads

E.M. Kartashov, I.R. Tishaeva, E.V. Solomonova

MIREA – Russian Technological University
(Lomonosov Institute of Fine Chemical Technologies),
Moscow, 119571, Russia
e-mail: kartashov@mitht.ru

The article presents theoretical relationships of important kinetic characteristics for brittle polymers with cracks under mechanical and thermal impacts, being fundamental of thermokinetics studies of polymer destruction process in terms of the time dependence theory of strength-durability. Straight (internal and surface) cracks in plate-type samples and internal circular (disc-shaped) cracks in polymer fibers were considered. Two test modes were considered sequentially: constant tensile stress, constant absolute temperature, the unchanging structure, inactive medium, as well as a more complex mode of purely thermal loading, namely the least developed case in the theory of fracture. Calculated ratios of a number of limiting characteristics and parameters of the destruction process are given. They are safe and critical stress; the initial length of a micro-crack and its relative critical length; safe and critical tension; local stress at the crack tip (in the fluctuation volume); the amount of free surface energy. The above mentioned relations are the basis for the development of the theory of time dependence of strength-durability. Prospects for the further development of the corresponding theories were formulated, with account for the relaxation processes in polymers, as well as their chemical structure and supermolecular organization.

Keywords: brittle polymers; fracture cracks; kinetic characteristics of strength; durability.

REFERENCES

1. **Askadsky A.A., Khokhlov A.R.** *Introduction to Physical Chemistry of Polymers.* Moscow: Scientific World, 2009, 380 p. In Russ.
2. **Kartashov E.M.** Modern concepts of the kinetic thermofluctuation theory of polymer strength. Results of Science and Technology. A series of chemistry and technology of macromolecular compounds. Moscow: VINITI, 1991, vol. 27, pp. 3–111. In Russ.
3. **Regel V.R., Slutsker A.I., Tomashevsky E.E.** *The kinetic nature of the strength of solids.* Moscow: Nauka, 1974, 560 p. In Russ.
4. **Bartenev G.M.** *Strength and degradation mechanisms of polymers.* Moscow: Chemistry, 1984. 280 p. In Russ.
5. **Valishin A.A., Kartashov E.M.** Energy effects in the kinetics of fracture of solids. *Izvestiya RAN. Energetika – Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering*, 2006, no. 4, pp. 150–160.
6. **Gul V.E., Kuleznev V.N.** *Structure and mechanical properties of polymers.* Moscow: Higher school, 1976. 352 p.
7. **Irwin G.R.** Analysis of stresses and strains near the and of a crack traversinq a plate. *Appl. Mech*., 1957, vol. 24, no. 3, pp. 361–364.
8. **Panasyuk V.V., Savruk M.P., Datsishin A.P.** *Stress distribution around cracks in plates and shells.* Kiev: Naukova Dumka, 1976. 446 p.
9. **C.** On the singular character of temperature stresses at the crack tip. *Applied Mechanics*, 1962, vol. 29, no. 3, pp. 157–159.
10. **Muskhelishvili N.I.** *Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity*. Moscow: Nauka, 1966. 708 p.
11. **Kartashov E.M., Kudinov V.A.** *Analytical theory of thermal conductivity and applied thermoelasticity*. Moscow: URSS, 2012. 655 p.
12. **Si, Paris, Erdogan.** Coefficients of stress concentration at the crack tip under plane tension and bending of plates. *Applied Mechanics (translated by the Proceedings of the American Society of Mechanical Engineers)*, 1962, T29-E, no. 2, pp. 101–108.
13. **Savruk M.P**. *Stress intensity factors in bodies with cracks. Fracture Mechanics*, vol. 2. Kiev: Naukova Dumka, 1988. 620 p.
14. **Bartenev G.M.** State and prospects for the development of the physical theory of the brittle strength of polymers. *Mechanics of polymers,* 1966, no. 5, pp. 700–721.
15. **Kartashov E.M.** Griffith's Energy Problem for Brittle Polymers. *Engineering Physics Journal*, 2007, vol. 80, no. 1, pp. 156–165.
16. **Finkel V.M.** *Physical bases of inhibition of destruction*. Moscow: Metallurgy, 1977. 360 p.
17. **Kartashov E.M.** *Analytical methods in the theory of thermal conductivity of solids*. Moscow: Higher school, 2001. 540 p.

18. **Kartashov E.M., Kudinov V.A.** *Analytical methods of the theory of heat conduction and its applications*. Moscow: URSS, 2017. 1080 p.
19. **Bartenev G.M., Zelenev Yu.V.** *Relaxation Phenomena in Polymers.* Leningrad: Khimiya, 1972. 376 p.
20. **Kartashov E.M.** Model representations of thermal shock in dynamic thermoelasticity. *Russian technological journal*, 2020, vol. 8, no. 2, pp. 85–108.
21. **Kartashov E.M.** Originals of operational images for generalized problems of unsteady heat conduction. *Fine chemical technologies*, 2019, vol. 14, no. 4, p. 77–86.