УДК: 539.123.17

Поглощение света в электропроводящей среде

Р. И. Храпко

Представлен расчет поглощения электромагнитного луча круговой поляризации без фазовой структуры в электропроводнике. Расчет показывает, что такой луч несет вдвое больший момент импульса, чем значение, которое предсказывает современная электродинамика и которое используют все современные экспериментаторы. Этот момент импульса состоит из двух равныхчастей, орбитальной и спиновой. В работе использован классический тензор спина электромагнитных волн и выражение для вращающего момента сил, которое является аналогом силы Лоренца. Обе величины отсутствуют в современной электродинамике, которая поэтому не полна.

1. Введение.

Как было отмечено в недавней работе [1], принципиальное значение имеет величина момента импульса, который несет электромагнитный луч. В настоящее время все специалисты разделяют мнение [2 – 6], что полный момент импульса светового луча круговой поляризации без азимутальной фазовой структуры дается формулой

$$J = U/\omega, \tag{1}$$

где U - энергия этого луча, и этот момент импульса вычисляется согласно

$$\mathbf{J} = \int [\mathbf{r}[\mathbf{EH}]]dV. \tag{2}$$

Соотношение (1) приводилось неоднократно. Например, Джексон [5] использовал выражение для луча круговой поляризации в виде

$$\breve{\mathbf{E}} = \exp[i(kz - t)][\mathbf{x} + i\mathbf{y} + \mathbf{z}\frac{1}{k}(i\partial_x - \partial_y)]E_0(x,y), \quad \breve{\mathbf{B}} = -ik\breve{\mathbf{E}}, \qquad k^2 = \varepsilon. \tag{3}$$

Здесь $E_0(x,y) -$ произвольный профиль луча в поперечном сечении, например $E_0(x,y) = \exp(-x^2 - y^2)$, ε - диэлектрическая постоянная. Для простоты записи полагаем скорость света $c = 1$ и частота $\omega = 1$. Комплексные вектора и числа мы отмечаем значком breve.

Формула (2) непосредственно дает для такого луча в пространстве $(\varepsilon = 1)$

$$J = \int E_0^2 dV,$$

тогда как энергия луча очевидно равна

$$U = \int E_0^2 dV,$$

Таким образом, отношение $U/J = 1$ равно отношению $U/S = 1,$ т.е. отношению энергия/спин для фотона. Из-за этого момент импульса (1), (2) считается спином луча.

Мы многократно критиковали эту концепцию, доказывая, что в действительности момент импульса такого луча вдвое больше, $J = 2U$, а величина (2) является орбитальным моментом импльса луча. В статье [1] этот факт был доказан непосредственным подсчетом вращающего момента сил, действующего на диэлектрик при поглощении луча. В настоящей статье мы получаем тот же результат, рассматривая поглощение луча Джексона в проводнике. Вращающий момент сил состоит из двух равных частей. Первая часть локализована вблизи поверхности луча и возникает частично благодаря силе Лоренца. Вторая часть распределена по телу луча, описывается непосредственно бивектором, и возникает из-за поглощения спина луча. Эта часть отсутствует в современной теории электромагнетизма.

2. Цилиндрические координаты

Ввиду цилиндрической симметрии луча в статье используются цилиндрические координаты r, φ, z,

$$x = r\cos\varphi, \quad y = r\sin\varphi,$$

с метрикой

$$dl^2 = dr^2 + r^2 d\varphi^2 + dz^2, \quad g_{rr} = 1, \quad g_{\varphi\varphi} = r^2, \quad g_{zz} = 1, \quad \sqrt{g}_{\wedge} = r, \quad g^{\varphi\varphi} = 1/r^2.$$

Корень из определителя метрического тензора является скалярной плотностью веса +1, это отмечено значком wedge на уровне нижних индексов. Элемент объема является плотностью веса -1 и отмечается значком wedge на уровне верхних индексов, $dV^{\wedge} = drd\varphi dz,$ так же, как абсолютно антисимметричная плотность, равная $\pm 1, 0:$ $e_{ijk}^{\wedge}$. (Заметим, что в действительности $e_{ijk}^{\wedge}$ является псевдо плотностью, однако мы проигнорируем этот факт.)

Преобразование *ковариантных* компонентов векторов $\mathbf{E}, \mathbf{B}$ в формуле (3) дает

$$\underset{\to}{\breve{E}} = \exp[i(\breve{k}x - t + \varphi)](\underset{\to}{r} + ir\underset{\to}{\varphi} + \underset{\to}{z}\frac{i}{\breve{k}}\partial_r)E_0(r), \qquad \underset{\to}{\breve{B}} = -i\breve{k}\,\underset{\to}{\breve{E}}. \tag{4}$$

Здесь стрелка, расположенная под символом, обозначает ковариантные вектора или ковариантные координатные вектора. Мы полагаем $E_0 = Const$ при $r < R,$ $E_0 = 0$ при $r > R,$ за исключением поверхности луча радиуса *R.* В статье рассматриваются проводники или поглощающие диэлектрики. Поэтому диэлектрическая постоянная и волновое число тоже являются комплексными числами:

$$\breve{\varepsilon} = \varepsilon' + i\varepsilon'', \quad \breve{k} = \sqrt{\breve{\varepsilon}} = k' + k'', \quad k'^2 + k''^2 = k^2.$$

3. Диэлектрик

В этом разделе мы приведем результаты работы [1]. Для того чтобы луч (4) распространялся в некотором диэлектрике при $z > 0$, диэлектрик надо освещать. При этом в области $z < 0$, кроме падающего луча $\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_1$, возникает отраженный луч $\mathbf{E}_2, \mathbf{B}_2$. По обычным формулам можно получить

$$\underset{\rightarrow}{\breve{E}_1} = \exp[i(z - t + \varphi)](\breve{k} + 1)(\underset{\rightarrow}{r} + ir\underset{\rightarrow}{\varphi} + \underset{\rightarrow}{z}\, i\partial_r)E_0(r)/2, \qquad \underset{\rightarrow}{\breve{B}_1} = -i\underset{\rightarrow}{\breve{E}_1}. \tag{5}$$

$$\underset{\rightarrow}{\breve{E}_2} = \exp[i(-z - t + \varphi)](\breve{k} - 1)(-\underset{\rightarrow}{r} - ir\underset{\rightarrow}{\varphi} + \underset{\rightarrow}{z}\, i\partial_r)E_0(r)/2, \qquad \underset{\rightarrow}{\breve{B}_2} = i\underset{\rightarrow}{\breve{E}_2}. \tag{6}$$

На границе $z = 0$ все компоненты **B** и касательные компоненты **E** непрерывны, а нормальная компонента, E_z, как и должно быть, уменьшается в $\breve{\varepsilon}$ раз при переходе из пространства в диэлектрик. Это, естественно, означает присутствие на поверхности заряда, плотность которого равна

$$\breve{\sigma} = [\breve{E}_z - \breve{E}_{1z} - \breve{E}_{2z}]_{z=0} = -i\exp[i(-t + \varphi)](\breve{\varepsilon} - 1)\partial_r E_0/\breve{k}.$$

Этот заряд будет испытывать со стороны электрического поля касательные силы σE_φ, момент которых является поверхностным орбитальным вращающим моментом, приложенным к диэлектрику. Проводя интегрирование с перебросом производной и усредняя по времени, мы получаем (черта отмечает комплексно сопряженное комплексное число):

$$\underset{\sigma}{\tau} = \int r\Re(\breve{\sigma}\overline{E}_\varphi)drd\varphi/2 = -\pi\int r^2\partial_r(E_0^2/2)\Re[(\breve{\varepsilon} - 1)/\breve{k}]dr = \pi R^2 E_0^2 k'(k^2 - 1)/(2k^2). \tag{7}$$

При прохождении электромагнитной волны сквозь диэлектрик электрическое поле поляризует его. Вектор поляризации, его производная по времени, представляющая собой ток смещения, и плотность силы Лоренца, действующая на этот ток, даются выражениями:

$$\mathbf{P} = (\varepsilon - 1)\mathbf{E}, \quad \mathbf{j} = \partial_t\mathbf{P}, \quad \mathbf{f} = [\mathbf{jB}]. \tag{8}$$

Кроме того, круговая поляризация волны вызывает объемную плотность вращающего момента [7]

$$\mathbf{M} = [\mathbf{PE}]. \tag{9}$$

Обратимся сначала к величине (8), вернее, к интересующей нас z-компоненте векторного произведения $[\mathbf{rf}]_z$. Вращающий момент $\underset{f}{\tau_z}$, вызываемый силой **f,** мы интерпретируем как объемный орбитальный вращающий момент, действующий в районе поверхности луча. Он получается интегрированием величины

$$d\underset{f}{\tau_z} = rf_{zr}\sqrt{g}_{\wedge}dV^{\wedge}. \tag{10}$$

по всему объему диэлектрика $(z > 0)$ с усреднением по времени.

Мы должны подставить в формулу (10) комплексные значения $\breve{E}_r, \breve{E}_z, \breve{B}_r, \breve{B}_z$ из (4)

При усреднении по времени и интегрировании получаем:

$$\underset{f}{\tau_z} = \pi\int r^2 \Re[(\breve{\varepsilon}-1)(\partial_t \breve{E}_z \overline{B}_r - \partial_t \breve{E}_r \overline{B}_z)]drdz = -\pi R^2 E_0^2 \Re[i(\breve{\varepsilon}-1)(\overline{k}/\breve{k}+1)]/4k'' =$$

$$= \pi R^2 E_0^2 k'(k^2+1)/(2k^2). \qquad (11)$$

Таким образом, суммарный поверхностный вращающий момент, действующий на границе $z = 0$ (7) и на поверхности $r = R$ (11) равен

$$\underset{\sigma}{\tau} + \underset{f}{\tau} = \pi R^2 E_0^2 k'.$$

Вычислим теперь интеграл от плотности (9), который мы интерпретируем как поглощенный средой спин.

$$\tau^z = \int \Re(\breve{P}_r \overline{E}_\varphi - \breve{P}_\varphi \overline{E}_r) \underset{\wedge}{e}^{r\varphi z}(drd\varphi dz)^\wedge/2 = \pi R^2 E_0^2 k'. \qquad (12)$$

Видно, что суммарный орбитальный вращающий момент (7) + (11) оказался равен спиновому вращающему моменту (12):

$$\underset{f}{\tau} + \underset{\sigma}{\tau} = \tau = \pi R^2 E_0^2 k', \qquad (13)$$

так что полный вращающий момент, испытываемый диэлектриком, равен удвоенной величине

$$\underset{tot}{\tau} = \underset{f}{\tau} + \underset{\sigma}{\tau} + \tau = 2\pi R^2 E_0^2 k'. \qquad (14)$$

Этот вращающий момент обеспечивается потоком момента импульса из пространства. Вращающий момент, соответствующий выражению (2), вычисляется по формуле:

$$\underset{L}{\tau_z} = \int r \underset{\wedge}{T}^{\varphi z} d\underset{z}{\hat{a}} \underset{r\varphi z}{\hat{e}} \underset{\wedge}{\sqrt{g}} = \int r^2 \underset{\wedge}{T}^{\varphi z} drd\varphi.$$

где использована тензорная плотность напряжений Максвелла-Минковского

$$\underset{\wedge}{T}^{\varphi z} = -\Re[(\breve{E}_{1\varphi}+\breve{E}_{2\varphi})(\overline{E}_{1z}+\overline{E}_{2z}) + (\breve{B}_{1\varphi}+\breve{B}_{2\varphi})(\overline{B}_{1z}+\overline{B}_{2z})]g^{\varphi\varphi}\underset{\wedge}{\sqrt{g}}/2 = -k'\partial_r E_0^2/2.$$

Выполняя здесь интегрирование, находим орбитальный поток момента импульса в пространстве.

$$\underset{L}{\tau_z} = \pi R^2 E_0^2 k'/\omega^2. \qquad (15)$$

Как мы ожидали, это выражение совпало с орбитальным вращающим моментом, действующим на диэлектрик, (13).

Естественно, для обеспечения спинового вращающего момента (12) в пространстве должен присутствовать поток спина. Мы вычислим его, используя компоненту тензора спина, выражение для которого содержалось в статье, направленной в <ЖЭТФ> 27 января 1999 года,

$$\Upsilon_{r\varphi z} = A_{[r}\partial_{|z|}A_{\varphi]} + \Pi_{[r}\partial_{|z|}\Pi_{\varphi]}, \qquad (16)$$

где

$$\underset{\to}{\breve{A}} = -\int(\underset{\to}{\breve{E}_1} + \underset{\to}{\breve{E}_2})dt = -i(\underset{\to}{\breve{E}_1} + \underset{\to}{\breve{E}_2}), \qquad \underset{\to}{\breve{\Pi}} = \int(\underset{\to}{\breve{B}_1} + \underset{\to}{\breve{B}_2})dt = i(\underset{\to}{\breve{B}_1} + \underset{\to}{\breve{B}_2}).$$

магнитный и электрический векторные потенциалы.

Поток спина в луче, то есть спиновый вращающий момент, рассчитывается интегрированием по сечению луча в пространстве:

$$\underset{S}{\tau}{}_z = \int \Upsilon_{r\varphi z}\, dr d\varphi = \pi R^2 E_0^2 k'. \tag{17}$$

Эта величина совпадает с потоком орбитального момента импульса (15) в пространстве. Таким образом, имеется равенство суммарного потока момента импульса в пространстве и суммы всех вращающих моментов в диэлектрике:

$$\underset{L}{\tau}{}_z + \underset{S}{\tau}{}_z = \underset{f}{\tau}{}_z + \underset{\sigma}{\tau}{}_z + \tau = 2\pi R^2 E_0^2 k'. \tag{18}$$

причем орбитальные и спиновые части равны между собой попарно.

4. Проводник

Для замены диэлектрика на проводник с электропроводностью γ мы положим

$$\breve{\varepsilon} = (1 + i\gamma), \quad k'^2 - k''^2 = 1, \quad 2k'k'' = \gamma, \quad 2k'^2 = k^2 + 1, \quad 2k''^2 = k^2 - \tag{19}$$

Выражения (15) и (17) для потока момента импульса в пространстве, $\underset{L}{\tau} + \underset{S}{\tau}$, остаются в силе, так же, как и (7) для вращающего момента сил $\underset{\sigma}{\tau}$ на поверхности $z = 0$. Однако ток смещения в (8) должен быть заменен на ток проводимости $\mathbf{j} = \gamma\mathbf{E}$. Поэтому интегрирование величины (10), приводящее к орбитальному вращающему моменту силы на поверхности $r = R$, в случае проводника выглядит иначе:

$$\underset{f}{\tau}{}_z = \int r f_{zr} \sqrt{g}\,{}_\wedge dV^\wedge = \pi\gamma \int r^2 \Re(\breve{E}_z \overline{B}_r - \breve{E}_r \overline{B}_z) drdz =$$

$$= \pi\gamma R^2 E_0^2 \Re(\overline{k} / \breve{k} + 1) / 4k'' = \pi\gamma R^2 E_0^2 k'^2 /(2k'' \tag{20}$$

Замечательно, однако, что в силу условий (19) это выражение оказывается равно соответствующему выражению (11) для диэлектрика. Таким образом, для проводника, как и для диэлектрика, поток орбитального момента импульса из пространства оказывается равен суммарному вращающему моменту силы, приложенному к поверхностям $z = 0,\ r = R$:

$$(15) = (7) + (20) = (7) + (11), \quad \text{т.е. } \underset{L}{\tau} = \underset{\sigma}{\tau} + \underset{f}{\tau}{}_z = \pi R^2 E_0^2 k'$$

Займемся теперь самым интересным, именно, поглощением спиновой части (16) потока момента импульса $\underset{S}{\tau}$, поступающего из пространства. Механизм его поглощения не может быть связан с поляризацией, как это было в диэлектрике (6). Бивектор вращающего момента сил, воздействующий на проводник в процессе поглощения спина, τ, не известен в современной электродинамике. Выражение для него

$$d\tau^{ij} / dV = 2 j^{[i} A^{j]} \tag{21}$$

было дано в статье, направленной в журнал «Письма в ЖЭТФ» 14 мая 1998 года. Здесь A^j – векторный магнитный потенциал.

Вращающий момент сил (21) является аналогом силы Лоренца. Сила Лоренца действует на среду при поглощении импульса. Оказывается, при поглощении спина на среду действует вращающий момент сил (21).

Подставляя $\mathbf{j} = \gamma\mathbf{E}, \quad \mathbf{A} = -\int \mathbf{E}dt = -i\mathbf{E}$ в (21), найдем, аналогично (12),

$$\tau^z = \gamma\int \Re[\breve{E}_r(i\overline{E}_\varphi) - \breve{E}_\varphi(i\overline{E}_r)]e^{r\varphi z}_{\wedge}(drd\varphi dz)^{\wedge} / 2 = \pi R^2 E_0^2 \gamma / 2k''.$$

И снова, ввиду условий (19), получаем выражение (12):

$$\tau^z = \pi R^2 E_0^2 k'.$$

Значит, для проводника, как и для диэлектрика, поток спина из пространства (17) равен вращающему моменту спиновых сил

5. Заключение

Таким образом, еще раз показано, что момент импульса электромагнитного луча круговой поляризации без фазовой структуры несет удвоенное значение момента импульса, по сравнению с предсказанием современной электродинамики. При этом, момент импульса (2), равный U / ω, признаваемый физиками в настоящее время, является не спином, а орбитальным моментом импульса луча, т.е. $L = U / \omega,$ и он не связан с энергией *U*. луча. Поток энергии луча *U* сопровождается потоком спина $S = U / \omega,$ который вычисляется по формуле (16), отсутствующей в современной электродинамике, которая поэтому не полна. Орбитальный момент импульса (2) просто равен этому спину. В результате, момент импульса луча круговой поляризации без фазовой структуры, оказывается, равен

$$J = L + S = 2U / \omega.$$

Физики-экспериментаторы должны учитывать этот факт .

Плодотворным оказалось использование выражения для вращающего момента сил (21), который является аналогом силы Лоренца. Этот момент действует на среду при поглощении спина и отсутствует в современной электродинамике.

Приходится признать, что максвелловская электродинамика не полна. Мы вводим тензор спина в современную электродинамику. Теоретики не заметили классического спина электродинамики из-за отрицания локального смысла тензора энергии-импульса. Значение лагранжевого формализма оказывается преувеличенным.

Материал статьи направлялся 100 раз в 25 научных журналов и был отклонен или проигнорирован свыше 200-х раз. Подробности см. в [1].

Настоящая статья направлена в «ЖЭТФ», «Письма в ЖЭТФ», «УФН» в декабре 2003 г.

Я глубоко благодарен профессору Роберту Ромеру за публикацию моего вопроса [8], а также профессору Тимо Ниеминену за плодотворную дискуссию в интернете (Newsgroups: sci.physics.electromag). Я также благодарен редакции журнала «Измерительная техника», свободной от номенклатурных физиков, за публикацию [9].

Список литературы

1. Р.И. Храпко. Световой луч круговой поляризации несет удвоенный момент импульса. // Электронный журнал “Труды МАИ” выпуск 14 – http://www.mai.ru (26.12.2003)
2. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. – М.: ИЛ, 1956.- 451 с.
3. Ohanian H.C., What is spin? // American Journal of Physics. – 1986, **54**.- p.500.
4. Simmonds J.W. and Gutman M.J. States, Waves and Photons. – Mass.: Addison, 1970.- 456 p.
5. Джексон Дж. Классическая электродинамика. - М.: Мир, 1965.- 524 с.
6. Allen L., Padgett M.J. Does a plane wave carry spin angular momentum? // American Journal of. Physics. – 2002, **70**.- p.567.
7. Beth R.A. Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light. // Physical. Review. – 1936, **50.** – с.115-125.
8. Khrapko R.I. Does plane wave not carry a spin? //Amer. J. of Physics. – 2001, **69.-** p.405.
9. Храпко Р.И. Экспериментальная проверка электродинамики Максвелла.// Измерительная техника. – 2003, № 4.- с.3-5. Khrapko R. I. Experimental verification of Maxwellian electrodynamics.// Measurement Techniques – 2003, Vol. 46, No 4.- p.317-321.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Храпко Радий Игоревич, доцент кафедры физики Московского авиационного института (Государственного технического университета), к.ф.-м.н. E-mail: *khrapko_ri@hotmail.com*

121433, Москва, Б. Филевская, 43 – 92, т. 1446312

R. I. Khrapko

Absorption of light by electric conductive medium

Absorption of a circularly polarized light beam by electric conductive medium is considered. It is confirmed that the beam carries the double angular momentum in comparison with the prediction of the standard Maxwell electrodynamics. So, the electrodynamics is not complete. A spin tensor and a torque bivector are used. The torque bivector is an analog of Lorentz force. The both quantities are absent in the modern electrodynamics.