

# МЕТОД УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ МАЛЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НАДУВНЫХ ТОРМОЗНЫХ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ТОРМОЖЕНИЯ ПРИ ОРБИТАЛЬНОМ ПОЛЕТЕ ДО ВХОДА В АТМОСФЕРУ

Кульков В.М.\*, Юн Сон Ук\*\*, Фирсюк С.О.\*\*\*

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),  
МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, 125993, Россия

\* e-mail: vmk\_1@mail.ru,

\*\* e-mail: wook4573@naver.com,

\*\*\* e-mail: iskramai@gmail.com

Статья поступила в редакцию 21.05.2020

Рассматриваются режимы управления торможением малых космических аппаратов (МКА) типа CubeSat с использованием аэродинамических тормозных устройств. Проведен баллистический анализ для определения траекторных параметров движения МКА с использованием надувных тонкопленочных оболочек на этапе орбитального движения до входа в атмосферу. Выполнен анализ возможных режимов управления торможением МКА с использованием двухэтапного закона управления с учетом уровня солнечной активности.

**Ключевые слова:** оптимальное управление, малый космический аппарат, надувные конструкции, увод с орбиты, космический мусор, режим управления, баллистический анализ.

## Введение

С ростом количества запускаемых на орбиты ИСЗ объектов накопление техногенного «мусора» приобретает катастрофические масштабы, и очистка этого пространства становится актуальной проблемой [1, 20]. Одним из возможных инструментов решения этой проблемы могут служить раскрываемые в космосе конструкции, входящие в состав космических аппаратов (КА), а именно надувные элементы конструкции КА, которые позволяют увеличить площадь поверхности КА с целью увеличения его аэродинамического сопротивления и уменьшения времени его существования [1–11]. Способ применения КА с надувными тормозными устройствами (НТУ) может быть разнообразным. Надувные конструкции можно использовать для увода объектов космического мусора (КМ) или отработавших свой срок аппаратов с орбиты. Такой подход к решению задачи увода с орбиты КМ требует разработки режимов оптимального управления, обеспечивающих попадание в заданный район земной поверхности

для безопасного падения фрагментов КМ при гарантированном сгорании КМ в плотных слоях атмосферы.

Исследуется возможность применения технологии надувных конструкций при торможении космических объектов в космосе, в окрестности орбиты Международной космической станции (МКС). Одной из проблем является построение закона управления движением в условиях неопределенности плотности атмосферы и других возмущающих факторов [3–5, 9]. В статье приведен баллистический анализ с использованием различных законов управления малым космическим аппаратом (МКА) с аэродинамическим тормозным устройством (АТУ) с учетом вариаций плотности атмосферы из-за изменения уровня солнечной активности. Формируется двухэтапный закон управления траекторным движением МКА с АТУ с прогнозированием плотности атмосферы в заданном периоде полета с уточнением на основе текущих измерений.

## Аэродинамическое тормозное устройство наноспутников Cubesat

В МАИ проводятся исследования разработки технологий «деорбитинга» — увода исчерпавших ресурс КА с орбиты [1–5, 9]. С помощью сферического НТУ в МАИ планируется провести космический эксперимент (КЭ) «Аэрокосмос-МАИ» в рамках программы экспериментов на базе МКС [2, 3]. Целью КЭ «Аэрокосмос-МАИ» является экспериментальная отработка и получение данных об особенностях функционирования малоразмерных космических аппаратов с использованием надувных конструкций при торможении в условиях космоса. На рис. 1 показаны внешний вид АТУ при выдвижении из контейнера (этап выдвижения АТУ) и процесс испытания системы наддува тонкопленочного шара.

Сферическое тормозное устройство обладает наиболее простым по конструктивному исполнению решением, легко изготавливается и имеет неизменное значение тормозящей силы вне зависимости от ориентации корпуса спутника. АТУ сферической формы имеет диаметр 2 м, выполнено из полиимидной пленки толщиной 12 мкм. Основное преимущество надувных конструкций заключается в возможности их укладки в компактном объеме. В качестве форм-фактора устройства аэродинамического торможения задан геометрический стандарт наноспутников типа CubeSat. АТУ в сложенном виде размещается в объеме CubeSat 1U в специальном контейнере. Развертывание шара производится подачей газа из баллона.

В том же контейнере можно разместить несколько шаров. Оценка объема сложенного шара показывает возможность сокращения вертикального размера АТУ до 0,5U. Теоретически можно разместить два двухметровых шара в 1U CubeSat.

Такая схема позволяет последовательно разворачивать двухшаровое АТУ.

## Математическая модель управления траекторией движения МКА с АТУ

Расчет траектории орбитального движения МКА с АТУ производится в системе уравнений в оскулирующих элементах. Система дифференциальных уравнений возмущенного движения в равноденственных элементах [12] определяется следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp}{dt} = \frac{p^{3/2}}{b_1} \cdot T^\Sigma; \\ \frac{de_x}{dt} = \frac{p^{1/2}}{b_1} \left( ((1+b_1)\cos(l) + e_x)T^\Sigma + \right. \\ \left. + b_1 \sin(l)S^\Sigma - e_y b_2 W^\Sigma \right); \\ \frac{de_y}{dt} = \frac{p^{1/2}}{b_1} \left( ((1+b_1)\sin(l) + e_y)T^\Sigma - \right. \\ \left. - b_1 \cos(l)S^\Sigma + e_x b_2 W^\Sigma \right); \\ \frac{di_x}{dt} = \frac{1}{2} \frac{p^{1/2}}{b_1} b_3 \cos(l)W^\Sigma; \\ \frac{di_y}{dt} = \frac{1}{2} \frac{p^{1/2}}{b_1} b_3 \sin(l)W^\Sigma; \\ \frac{dl}{dt} = \frac{b_1^2}{p^{3/2}} + p^{1/2} \frac{b_2}{b_1} W^\Sigma, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $p = p$ ,  $e_x = e \cos(\Omega + \omega)$ ,  $e_y = e \sin(\Omega + \omega)$ ,  
 $i_x = \tan(i/2)\cos(\Omega)$ ,  $i_y = \tan(i/2)\sin(\Omega)$ ,  $l = \Omega + \omega + \nu$   
— равноденственные элементы;  $p$  — фокальный па-

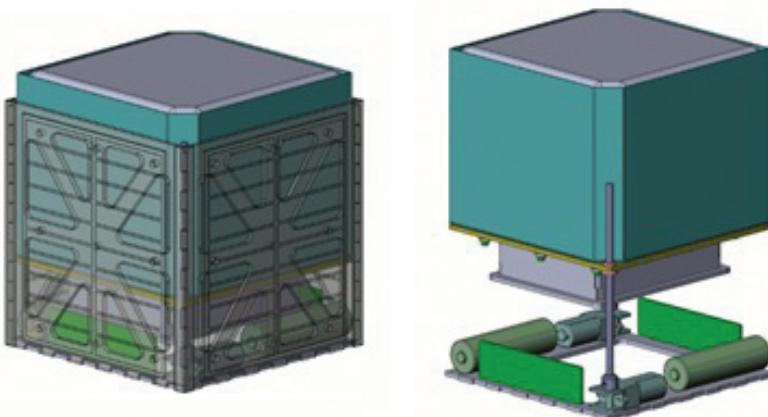


Рис. 1. Этап выдвижения АТУ (слева) и процесс испытания системы наддува АТУ (справа)

параметр орбиты;  $e$  – эксцентриситет;  $i$  – наклонение;  $\Omega$  – долгота восходящего узла;  $\omega$  – аргумент перигея;  $\nu$  – истинная аномалия;  $b_1, b_2, b_3$  определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} b_1 &= 1 + e_x \cos(l) + e_y \sin(l); \\ b_2 &= i_x \sin(l) - i_y \cos(l); \\ b_3 &= 1 + i_x^2 + i_y^2. \end{aligned}$$

Компоненты вектора суммарного возмущающего ускорения, действующего на КА в орбитальной системе координат, определяются как

$$S^\Sigma = S_a + S_\Phi, \quad T^\Sigma = T_a + T_\Phi, \quad W^\Sigma = W_a + W_\Phi,$$

где  $S_a, T_a, W_a$  – соответственно радиальная, трансверсальная и бинормальная компоненты вектора аэродинамического ускорения в рассматриваемой орбитальной системе координат [13, 14, 19];  $S_\Phi, T_\Phi, W_\Phi$  – соответственно радиальная, трансверсальная и бинормальная компоненты векторной суммы ускорений, приобретаемых МКА от действия возмущающих сил, к которым будем причислять все активные внешние силы, за исключением аэродинамической силы  $i$ , естественно, центральной составляющей силы притяжения гравитирующего центра (Земли):

$$S_\Phi = \sum_{j=1}^m S_\Phi^{(j)}, \quad T_\Phi = \sum_{j=1}^m T_\Phi^{(j)}, \quad W_\Phi = \sum_{j=1}^m W_\Phi^{(j)}.$$

Инструменты и методы, применяемые для их определения, подробно описаны в работе [13]. Определим компоненты вектора аэродинамического ускорения следующими функциями истинной аномалии  $\nu$ :

$$\begin{aligned} S_a &= -\Phi_a \frac{e \sin \nu}{\sqrt{1 + e^2 + 2e \cos \nu}}; \\ T_a &= -\Phi_a \frac{1 + e \sin \nu}{\sqrt{1 + e^2 + 2e \cos \nu}}; \\ W_a &= 0. \end{aligned}$$

Аэродинамическое ускорение  $\Phi_a$  можно записать в виде

$$\Phi_a = \sigma_x q,$$

где  $\sigma_x = c_x S_m / m$  – баллистический коэффициент;  $q = \rho V^2 / 2$  – скоростной напор ( $\rho$  – плотность атмосферы,  $V$  – скорость МКА);  $c_x$  – коэффициент лобового сопротивления;  $S_m$  – площадь миделя МКА с АТУ;  $m$  – масса МКА с АТУ.

В случае увода МКА с орбиты основная часть траектории МКА с АТУ как по протяжённости, так и по продолжительности будет приходиться на движение в разреженной среде (свободномолекулярное обтекание). В режиме свободномолекулярного обтекания коэффициент лобового сопротивления тормозного устройства сферической формы определяется следующим образом [15]:

$$c_x = 2 + \frac{4}{3S} \left( \frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} + \frac{1}{S^2},$$

где  $S = V / v_T$  – отношение скорости набегающего потока к наиболее вероятной скорости теплового движения;  $T_\infty, T_r$  – температура газа соответственно в набегающем и отраженном потоках. Температурное соотношение было принято  $T_r/T_\infty \approx 0,4$ . Изменение параметров  $S$  и  $v_T$  в условиях орбитального движения космических аппаратов оценивается с использованием данных модели CIRA [17].

Коэффициент лобового сопротивления МКА типа CubeSat без шара в режиме свободномолекулярного обтекания  $c_x = 2,2$  [6].

На высоте МКС плотность атмосферы определяется солнечной активностью и другими факторами (КОСПАР Международная справочная Атмосфера (CIRA) [17] и ГОСТ Р 25645.166-2004 «Атмосфера Земли верхняя» [16]).

Фазовый вектор  $x$  и вектор неизвестных параметров управления  $u$  системы дифференциальных уравнений управляемого движения МКА с АТУ представляются в виде

$$\mathbf{x} = (p, e_x, e_y, i_x, i_y, l)^T, \quad u = (t_1, \dots, t_f)^T. \quad (2)$$

Закон управления движением МКА с АТУ определяется изменением его баллистического коэффициента  $\sigma_x(t)$ . При этом эффективный баллистический коэффициент может изменяться в пределах

$$0 < \sigma_{x\text{эфф}} < \sigma_{x\text{max}}. \quad (3)$$

Согласно технической постановке задачи, критерий оптимальности представляется в виде:

$$J = \int_0^T dt. \quad (4)$$

С учетом введенной математической модели постановка задачи оптимального увода МКА с орбиты может быть сформулирована следующим образом: требуется с учетом ограничения (3) определить зависимости от времени компоненты вектора управления  $u$ , переводящего систему (1) из заданного начального состояния  $x(0)$  в конечное  $x(t_f)$  с минимальным значением критерия оптимальности (4).

Для решения задачи используется принцип максимума. Гамильтониан в данном случае имеет вид

$$H = \Psi^T \dot{x} - 1, \quad (5)$$

где  $\dot{x}$  — вектор правых частей уравнения (1);  $\Psi^T$  — транспонированный вектор сопряженных переменных, определяемых уравнениями,  $\dot{\psi}_i = -\partial H / \partial x_i$ .

Вопросы, связанные с рассмотрением решения задачи оптимального межорбитального перелета, подробно рассмотрены в работах [13, 14].

Для определения траекторных параметров МКА в атмосфере Земли система уравнений движения записана следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = -\frac{c_x S_m \rho V^2}{2m} - \frac{g_0 R_0^2}{r^2} \sin \theta; \\ \frac{d\theta}{dt} = \left( \frac{V}{r} - \frac{g_0 R_0^2}{V r^2} \right) \cos \theta; \\ \frac{dr}{dt} = V \cdot \sin \theta; \\ \frac{dL}{dt} = \frac{V \cdot \cos \theta}{r} \cdot R_0, \end{cases} \quad (6)$$

где  $V$  — скорость движения центра масс МКА;  $\theta$  — угол наклона вектора скорости к местному горизонту;  $r$  — расстояние от центра Земли;  $L$  — даль-

ность полета;  $g_0$  — ускорение свободного падения;  $R_0$  — радиус Земли;  $\rho$  — плотность атмосферы,

$\rho = \rho_0 \exp(-\beta(r - R_0))$  ( $\rho_0$  — плотность атмосферы при  $r = R_0$ ,  $\beta$  — логарифмический градиент плотности атмосферы).

С помощью гамильтониана

$$\begin{aligned} H = & \Psi_1 \frac{dV}{dt} + \Psi_2 \frac{d\theta}{dt} + \Psi_3 \frac{dr}{dt} + \Psi_4 \frac{dL}{dt} = \\ = & -\Psi_1 \left( \frac{c_x S_m \rho V^2}{2m} + \frac{g_0 R_0^2}{r^2} \sin \theta \right) - \\ & -\Psi_2 \left( \frac{g_0 R_0^2 \cos \theta}{r^2} - \frac{V \cos \theta}{r} \right) + \Psi_3 V \sin \theta + \\ & + \Psi_4 \frac{VR_0 \cos \theta}{r} \end{aligned} \quad (7)$$

уравнения для сопряженных переменных записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_1}{dt} = & -\frac{dH}{dV} = \Psi_1 \frac{c_x S_m \rho V}{m} U(t) - \\ & -\Psi_2 \left( \frac{g_0 R_0^2}{V^2} \frac{\cos \theta}{r^2} + \frac{\cos \theta}{r} \right) - \Psi_3 \sin \theta - \Psi_4 \frac{R_0 \cos \theta}{r^2}; \\ \frac{d\Psi_2}{dt} = & -\frac{dH}{d\theta} = \Psi_1 \frac{g_0 R_0^2 \cos \theta}{r^2} - \\ & -\Psi_2 \left( \frac{g_0 R_0^2 \sin \theta}{r^2 V} - \frac{V \sin \theta}{r} \right) - \Psi_3 V \cos \theta + \Psi_4 \frac{VR_0 \sin \theta}{r}; \\ \frac{d\Psi_3}{dt} = & -\frac{dH}{dr} = \\ = & -\Psi_1 \left( \frac{c_x S_m \rho V^2}{2m} \beta U(t) + \frac{2g_0 R_0^2 \sin \theta}{r^3} \right) + \\ & + \Psi_2 \left( -\frac{2g_0 R_0^2 \cos \theta}{V r^3} + \frac{V \cos \theta}{r^2} \right) + \Psi_4 \frac{VR_0 \cos \theta}{r^2}; \\ \frac{d\Psi_4}{dt} = & -\frac{dH}{dL} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Задача максимизации зоны маневра МКА заключается в максимизации диапазона  $[L_{\min}, L_{\max}]$  при выполнении краевых условий для параметров движения.

На участке основного аэродинамического торможения требуется определить программу управления  $\sigma_{x\text{эфф}}$ , макси-, минимизирующую функционал

$$J = L_f$$

при ограничении на управление (3) и на фазовые переменные  $\mathbf{x} = (V, \theta, r, L)^T$ .

Необходимым условием макси-, минимума функционала  $J = L_f$  является условие макси-, минимума функции  $H$  (7) как функции управления  $\sigma_{x\text{эфф}}$  ( $U(t) \in [0,1]$ ).

Система уравнений движения (6) автономна и время  $t_f$  свободно, следовательно,  $H(t_f) = 0$ . Поскольку функция  $H$  явно не зависит от времени, а конечный момент времени  $t_f$  не задан, имеет место первый интеграл  $H = 0$ .

Из условий трансверсальности и произвола вариаций  $\delta V$  и  $\delta\theta$  в конце траектории получим:  $\psi_{1f} = 0$ ,  $\psi_{2f} = 0$ . Из уравнений (8) видно, что  $\psi_4 = \text{const}$  на всей траектории.

Оптимальное управление является граничным:

$$\psi_4(t_f) = -1 \text{ при минимизации } L,$$

$$\psi_4(t_f) = +1 \text{ при максимизации } L.$$

Тогда  $\psi_{3f}$  определяется из уравнения (7) при условии  $H = 0$ .

Для систем (6), (8) заданы:

начальные условия

$$V_0, \theta_0, r_0, L_0, \psi_{10}, \psi_{20}, \psi_{30}, \psi_{40};$$

в конце траектории

$$h = h_f, \psi_{1f}, \psi_{2f}, \psi_{3f}, \psi_{4f}.$$

Экстремальная задача сводится к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (6), (8).

Оптимальной программой управления, обеспечивающей минимальную дальность траекторий, является программа с переключением  $\sigma_{x\text{эфф}} = \sigma_{x\text{max}}$  при  $t = t_0$ , максимальную дальность траекторий — с переключением  $\sigma_{x\text{эфф}} = 0$  при  $t = t_0$ .

В режиме управления на заключительном участке основного аэродинамического торможения с гарантированным сгоранием фрагментов КМ требуется определить программу управления  $\sigma_{x\text{эфф}}$ , максимизирующую функционал  $J = \theta_f$ , при ограничении на управление (3) и на фазовые переменные  $\mathbf{x} = (V, \theta, r)^T$ .

Необходимым условием максимума функционала  $J = \theta_f$  является условие максимума функции  $H$  как функции управления  $\sigma_{x\text{эфф}}$ .

Границные условия для сопряженных переменных:  $\psi_{1f} = 0$ ,  $\psi_{2f} = +1$ ,  $\psi_{3f}$  = свободно, определяются с учетом уравнения (7) при условии  $H = 0$ .

Начальные условия

$$V_0, \theta_0, r_0, \psi_{10}, \psi_{20}, \psi_{30};$$

в конце траектории

$$h = h_f, \psi_{1f}, \psi_{2f}, \psi_{3f}.$$

Решая краевую задачу для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (6), (8), находим оптимальное управление  $\sigma_{x\text{эфф}}$  ( $U(t) \in [0,1]$ ).

Оптимальной программой управления, обеспечивающей максимальный угол наклона траектории  $\theta_f$ , является программа с переключением  $\sigma_{x\text{эфф}} = \sigma_{x\text{max}}$  при  $t = t_0$ .

#### Анализ возможных режимов управления торможением МКА типа CubeSat с использованием надувных тонкопленочных шаров

Рассматривается схема управления движением МКА типа CubeSat с АТУ, включающая несколько этапов [5, 9]. За счет управляемого торможения МКА с АТУ возможна доставка аппаратов в заданную область земной поверхности в пределах расположения трасс полета МКС. Такой подход к решению задачи спуска отработавших свой срок аппаратов с орбиты позволяет обеспечить их управляемый и безопасный спуск в заданный район, тем самым снизив риск возникновения аварийных ситуаций. Оценка области управляемости для попадания в любую точку входа в атмосферу является важной для задачи утилизации КМ (рис. 2).

Рассматриваем области управляемости для попадания в любую точку входа в атмосферу с использованием краевого условия для угловой дальности и угла входа. При использовании аэrodинамической системы торможения следует стремиться получить значение угловой дальности, обеспечивающей попадание в заданный район земной поверхности для безопасного падения фрагментов КМ, и угла входа, обеспечивающего

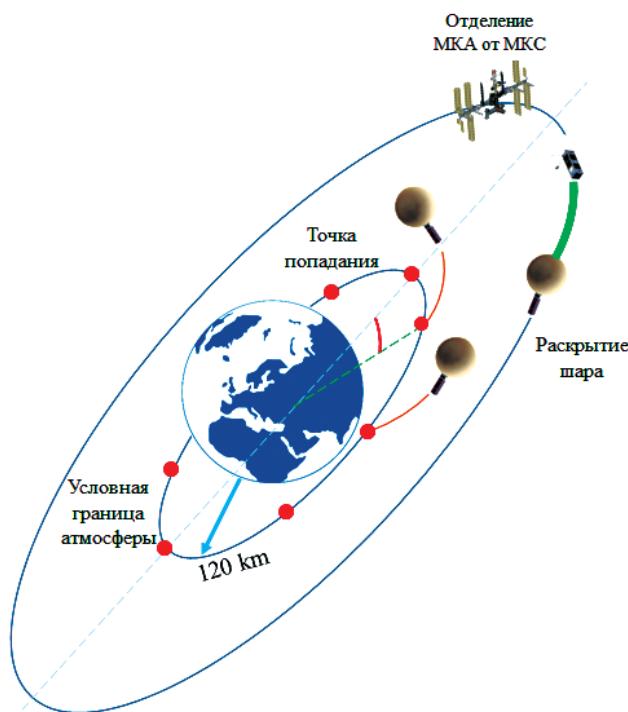


Рис. 2. Режим работы АТУ с 3U CubeSat при КЭ «Аэрокосмос-МАИ»

гарантированное сгорание КМ в плотных слоях атмосферы.

Задачу об отыскании оптимального управления МКА с АТУ можно решать поэтапно. Сначала решим задачу минимизации времени перехода с начальной орбиты до границы атмосферы (задача быстродействия). Затем определим требования к конечным значениям параметров траектории участка аэродинамического торможения. После этого найдем такой закон управления  $\sigma_x(t)$ , который обеспечивает попадание МКА в заданную область фазовых координат.

В результате предлагаемого подхода комплексная задача оптимизации траектории МКА сводится к решению двух задач – сначала на участке межорбитального перехода до входа в атмосферу, а затем на участке основного аэродинамического торможения. Это позволяет избавиться от разрывов правых частей в сформулированной задаче и существенно ее упростить без нарушения общности.

Управляющие функции, рассматриваемые при проведении анализа, включают режимы управления торможением МКА с АТУ: увод МКА с начальной орбиты до границы атмосферы за минимальное время со свободными фазовыми коорди-

натами  $x_f$  на границе атмосферы при  $r = r_f$  (режим 1); с учетом ограничения по угловой дальности  $l = l_f$  на границе атмосферы при  $r = r_f$  (режим 2); с учетом ограничения по угловой дальности  $l = l_f$  и углу  $\theta_{\text{вх}} = \theta_{\text{вх}f}$  на границе атмосферы при  $r = r_f$  (режим 3); двухэтапное торможение МКА с АТУ (режим 4).

В результате решения задачи оптимизации (режим 1) находим управляющую функцию (функцию переключения) при максимальном значении баллистического коэффициента  $\sigma_{x\max}$ , при которой шар надувается сразу после запуска с МКА и работает до момента попадания в точку входа на границе атмосферы. Анализ проводится с учетом максимального и минимального уровней солнечной активности, соответствующих минимуму индекса активности  $F_0 = 66 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{Гц})$  и максимуму индекса активности  $F_0 = 237 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{Гц})$  [18]. Расчет произведен для МКА класса CubeSat 3U без АТУ с предельной по стандарту массой 3 кг и с АТУ диаметром 2 м.

Начальные условия для расчета движения МКА определяются в соответствии с параметрами орбиты МКС. Результат расчета траектории движения МКА при управляющей функции (режим 1) при максимальном и минимальном уровнях солнечной активности представлен на рис. 3.

Данные результаты показывают, что с уменьшением величины солнечной активности от максимального до минимального значений время существования увеличится в  $\sim 7$  раз. Число витков при максимальной солнечной активности составляет порядка 20, при минимальной — 146 витков. Угол входа составляет  $-0.75^\circ$  при максимальной солнечной активности и  $-0.63^\circ$  при минимальной. Имеется большой разброс по времени существования и угловой дальности из-за изменения плотности атмосферы с учетом текущей солнечной активности. Такой разброс требует построить закон управления МКА с АТУ с учетом неопределенности прогноза плотности атмосферы.

В режиме управляющей функции (режим 2) рассматриваем области управляемости для попадания в любую точку входа атмосферы с использованием краевого условия для угловой дальности.

Решение задачи можно получить, используя принцип максимума с гамильтонианом (5). Основное соотношение для краевых условий задачи: угловая дальность  $l_f = l(t_f) - (l(t_0) + 2\pi N)$ , где

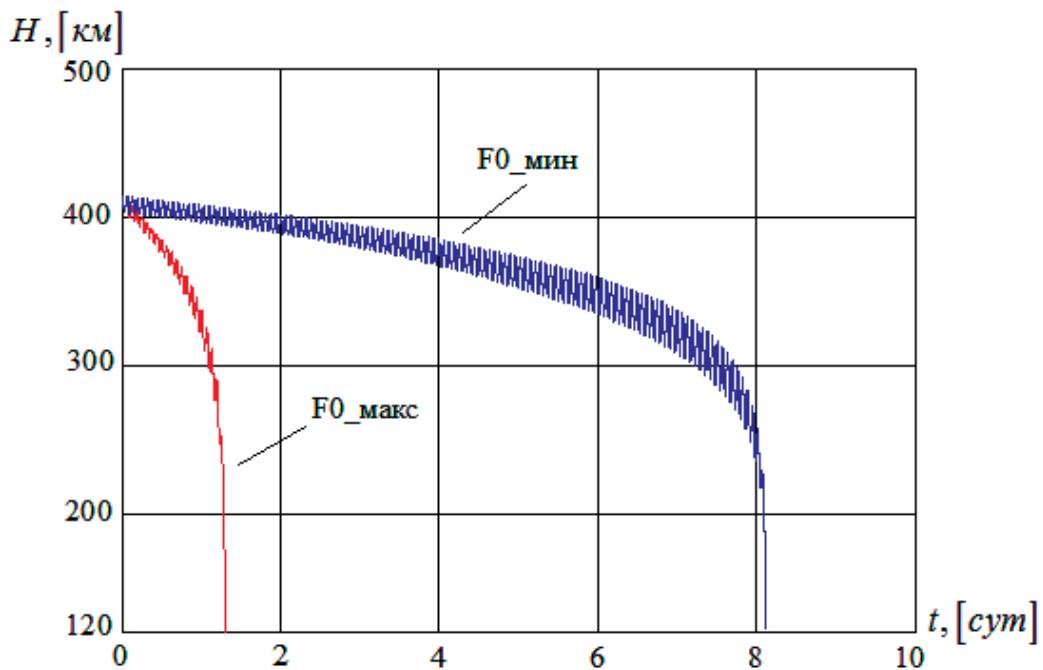


Рис. 3. Изменение высоты орбиты от времени полета МКА с АТУ с помощью управляющей функции 1 при максимальном и минимальном уровнях солнечной активности

$N$  — число витков. В режиме управляющей функции (режим 2) варьируется момент времени задержки раскрытия шара ( $t_1$ ) и АТУ работает до конца — до момента попадания в точку входа на границе атмосферы.

На рис. 4 приведены результаты расчета области управляемости с применением управляющей функции 2.

КЭ «Аэрокосмос-МАИ» планируется провести в 2021—2023 гг. В этот период индекс солнеч-

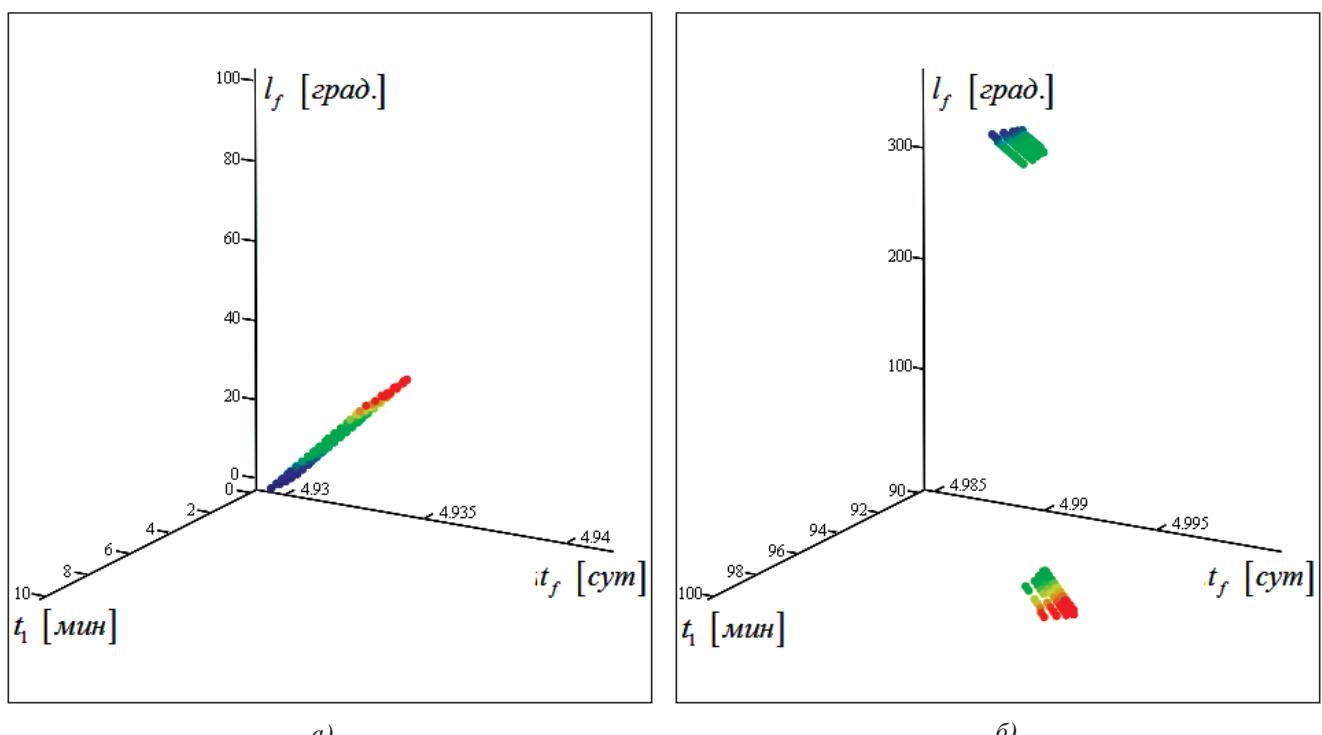


Рис. 4. Результаты расчета области управляемости с применением управляющей функции 2 (угловая дальность при моменте раскрытия шара:  $a$  —  $t_1 = 0 \dots 10$  мин;  $b$  —  $t_1 = 90 \dots 100$  мин)

ной активности оказывается на низком уровне. Поэтому расчеты проводятся с учетом условий низкой солнечной активности ( $F_0 = 91.41 \cdot 10^{-22}$  Вт/(м<sup>2</sup>·Гц)).

Анализ чувствительности конечных траекторных параметров (угла входа и угловой дальности) к изменению управляющих параметров (моменты  $t_1$ ,  $t_f$ ) показывает, что при изменении  $t_1$  в диапазоне  $\Delta t \approx 100$  мин возможно обеспечить попадание в любую точку атмосферы по угловой

дальности ( $\Delta l \sim \omega_0 \cdot \Delta t$ ,  $\omega_0 = \sqrt{\mu / (r_{\oplus} + H)^3}$  — угловая скорость). Вне зависимости от момента времени задержки раскрытия шара  $t_1$  угол входа поддерживается около  $0,8^\circ$ . С учетом изменения солнечной активности диапазон изменения по дальности, соответствующий диапазону изменения  $t_f$ , практически не изменится [5].

В режиме управляющей функции 3 наряду с управлением по времени раскрытия шара  $t_1$  вводится управление по моменту сбрасывания шара  $t_2$ .

Основные соотношения для краевых условий задачи:

- угловая дальность

$$l_f = l(t_f) - (l(t_0) + 2\pi N),$$

где  $N$  — число витков;

- угол входа

$$\theta_{\text{вх}}(x(t_f)) = \arctan\left(\frac{V_r}{V_n}\right),$$

где  $V_r = V_r(x(t_f))$  — радиальная скорость;

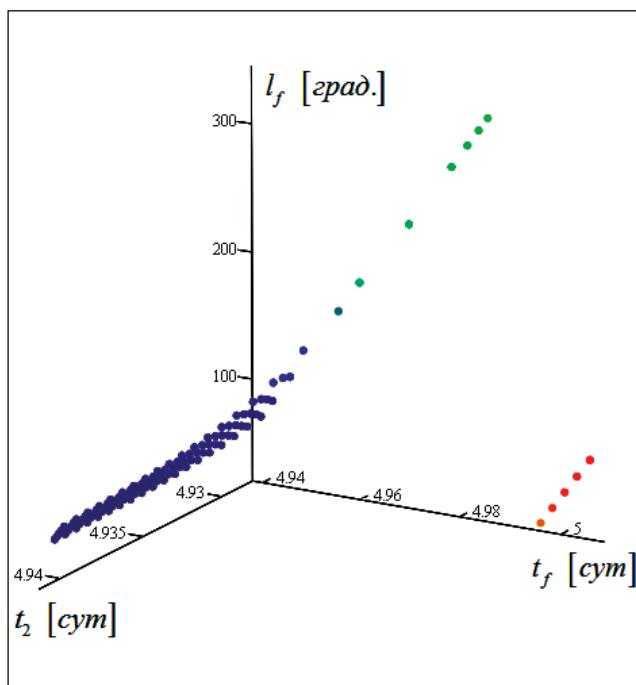
$V_n = V_n(x(t_f))$  — трансверсальная скорость.

На рис. 5 представлены зависимости угловой дальности и угла входа от момента времени сбрасывания шара  $t_2$  при фиксированном моменте времени  $t_1 = 10$  мин.

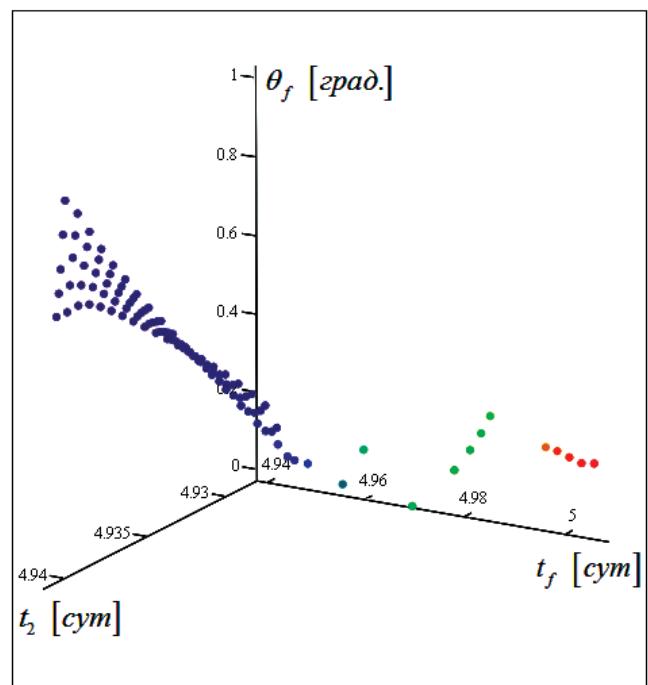
По сравнению с управляющей функцией (режим 2) можно получить больший диапазон области по угловой дальности с использованием управления по моменту сбрасывания шара  $t_2$ . Однако с увеличением интервала времени  $t_2 - t_f$  угол входа существенно снижается — до  $\sim 0,04^\circ$ .

При управлении в режиме 2 (рис. 6, а) задержке по времени  $t_1$  на 70 мин будет соответствовать угловая дальность  $243^\circ$ . При управлении в режиме 3 (рис. 6, б) угловой дальности  $243^\circ$  при  $t_1 = 10$  мин соответствует управление по моменту сбрасывания шара  $t_2$  на 63 мин раньше момента  $t_f$ .

С помощью сбрасывания шара в момент  $t_2$  можно компенсировать отклонение по угловой



a)



б)

Рис. 5. Результаты расчета области управляемости с применением управляющей функции 3: а — угловая дальность; б — угол входа

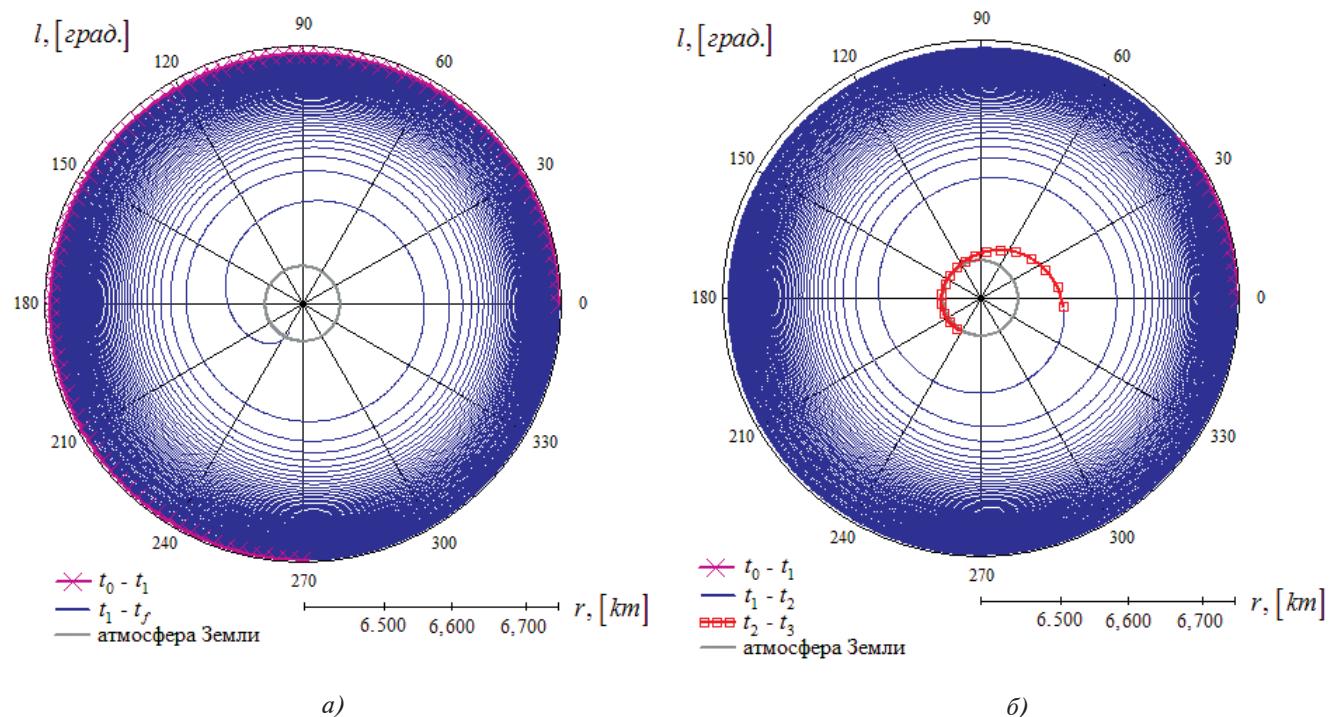


Рис. 6. Траектория движения МКА с АТУ с учетом управления: *а* — по времени  $t_1$  при  $t_1 = 70$  мин; *б* — по времени  $t_1, t_2$  при  $t_1 = 10$  мин

дальности для обеспечения успешного попадания в точку на заданной угловой дальности.

На рис. 7, 8 показаны изменения широты и долготы по высоте на интервале от 250 до 9 км при

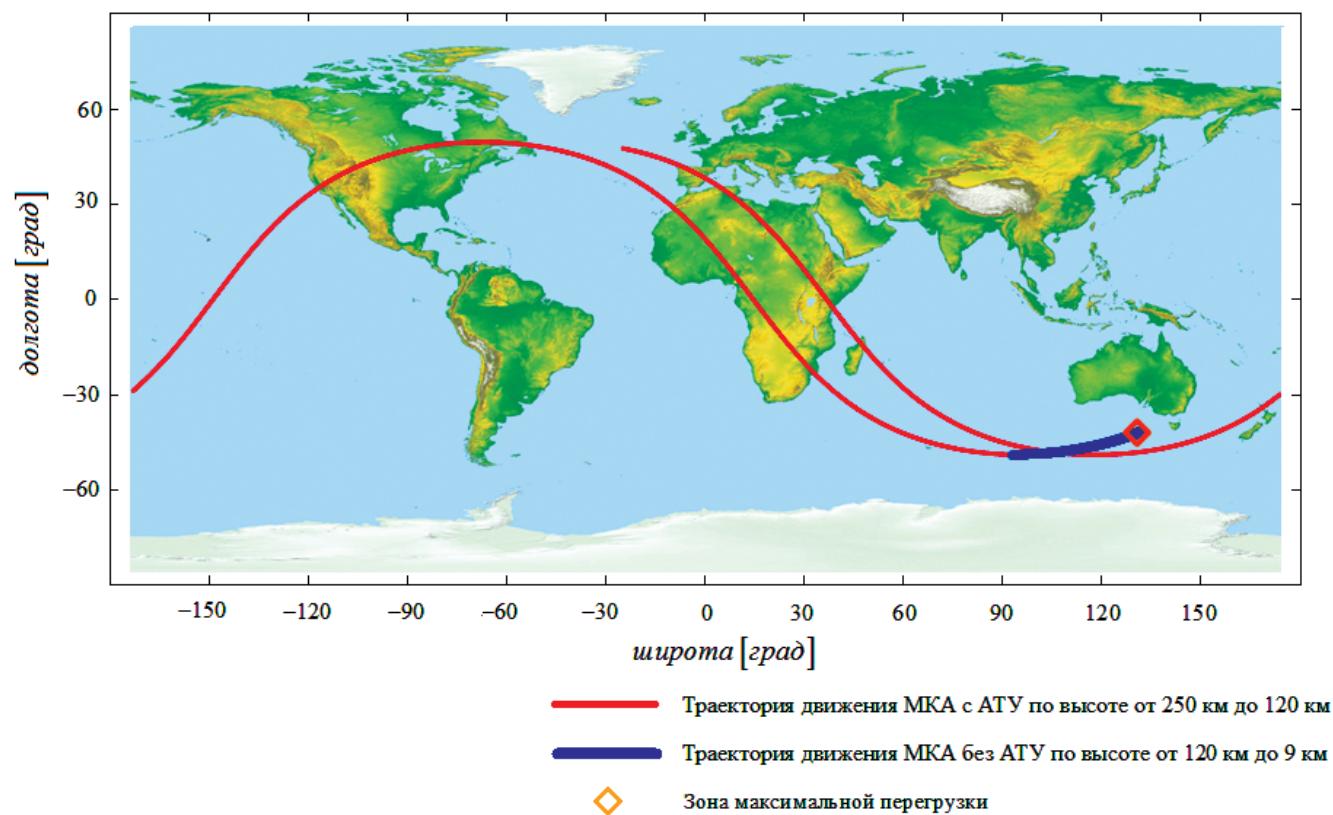


Рис. 7. Изменение широты и долготы по высоте на интервале от 250 до 9 км при использовании управляющего параметра  $t_1$  ( $t_1 = 70$  мин)

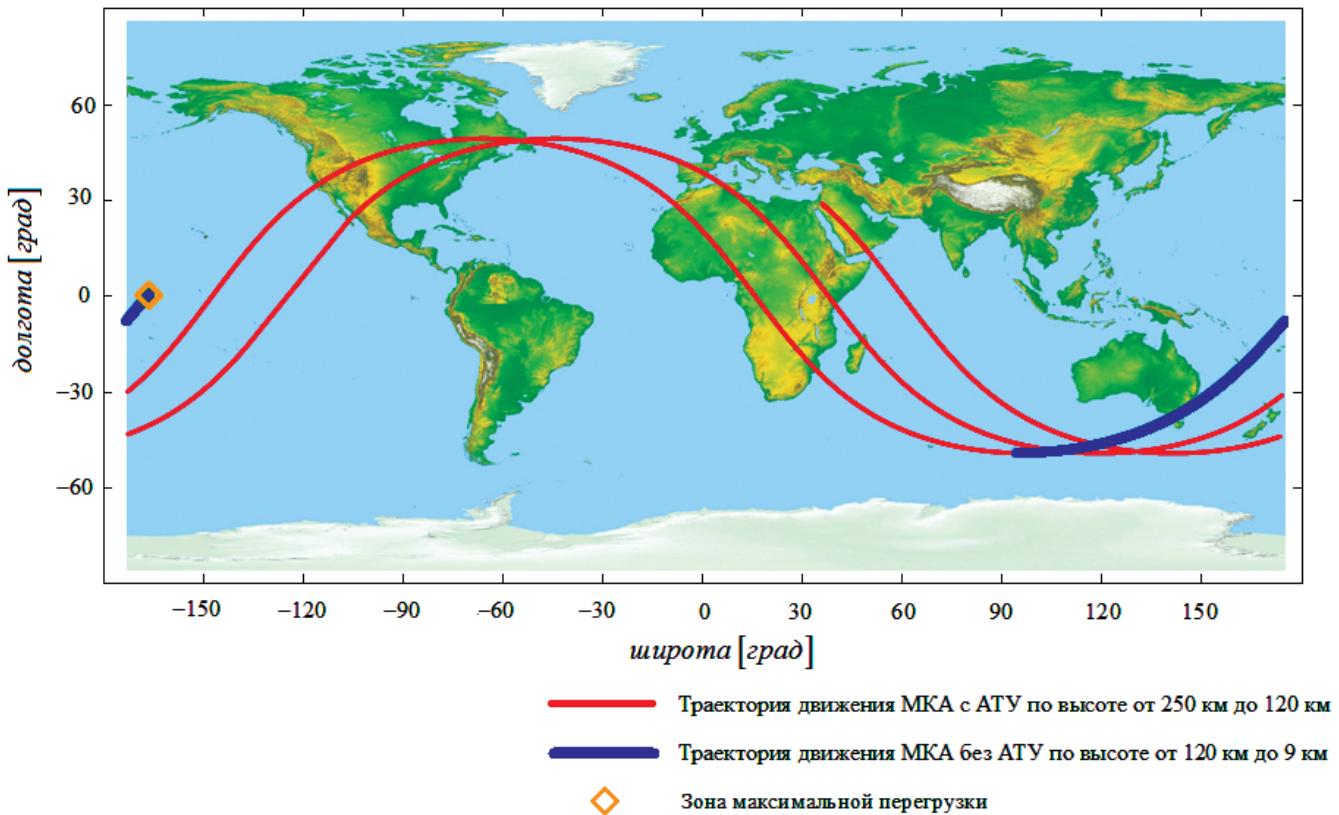


Рис. 8. Изменение широты и долготы по высоте на интервале от 250 до 9 км при использовании управляющих параметров  $t_1$ ,  $t_2$  ( $t_1 = 10$  мин,  $t_2 = 4,929$  сут.)

использовании управляющей функции (режимы 2 и 3).

Как видно, они обе обеспечивают попадание в заданную точку на границе атмосферы высотой около 120 км. Однако за счет разницы между углами входа для рассматриваемых вариантов (см. рис. 6,*a* и *b*), существует разброс по дальности полета. Данные результаты показывают, что с уменьшением угла входа дальность и время полета в атмосфере растут. С увеличением дальности полета эллипс рассеивания точек падения несгоревших остатков КМ увеличивается. Максимальная перегрузка составляет около  $n_x = 8$ . Фрагменты КМ обычно разрушаются и сгорают в атмосфере на высотах около 70 км. Однако с применением технологии утилизации КМ большего размера возможно попадание остатков на Землю. Следовательно, угол входа нужно выбирать с учетом гарантированного сгорания фрагментов КМ и уменьшения эллипса рассеивания точек падения несгоревших остатков.

Из предыдущего анализа следует, что целесообразно ввести двухэтапное управление торможением МКА с АТУ [5, 9]. В данной управляющей

функции имеются два последовательных этапа. Это означает развертывание двух последовательно работающих шаров в одном тормозном устройстве. Двухэтапная управляющая функция и схема управления торможением МКА с АТУ показаны на рис. 9.

Строится двухэтапный закон управления с прогнозированием плотности атмосферы и уточнением на основе текущих траекторных измерений.

На начальном участке управляем окулирующими элементами орбиты исходя из прогнозируемого уровня солнечной активности на момент проведения полета. На втором участке формируется закон управления с учетом более точного измеренного значения плотности атмосферы. На основе измерения траекторных параметров (окулирующих элементов орбиты) оцениваются параметры модели плотности атмосферы, что позволяет оценить разброс терминальных параметров траектории. Наблюдение за траекторией торможения осуществляется для определения параметров траектории КА с целью прогнозирования точных координат входа в атмосферу в заданном районе

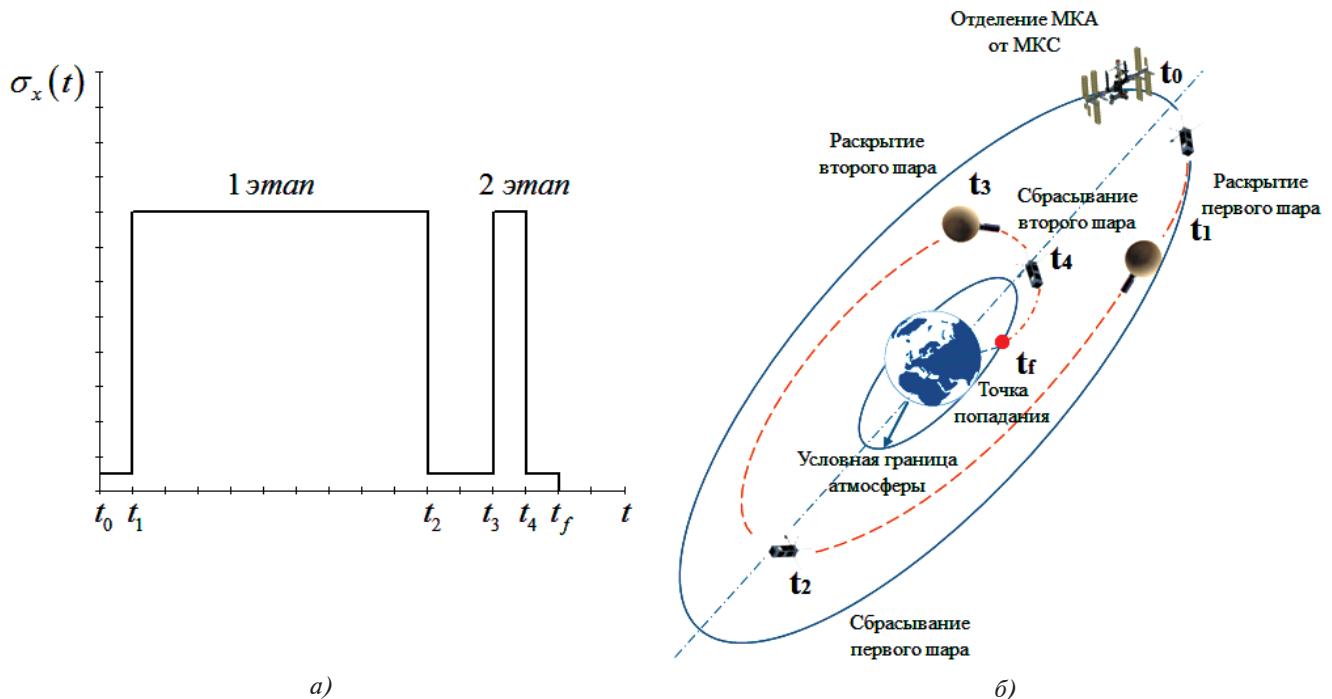


Рис. 9. Двухэтапная управляющая функция (а), схема управления торможением МКА с АТУ (б)

и уточнения времени раскрытия и сброса надувной оболочки с помощью бортовых средств, например, систем «ГЛОНАСС» или «GPS».

## Выводы

Показано конструктивное исполнение аэродинамического тормозного устройства, представлены технические решения АТУ для проведения космического эксперимента «Аэрокосмос-МАИ».

Исследовано влияние возмущающих факторов, действующих на МКА типа CubeSat с АТУ, показано влияние вариации плотности атмосферы.

Разработана математическая модель управления траекторией движения МКА с АТУ. Проведен баллистический анализ с использованием различных законов управления МКА с АТУ с 1–2 шарами при условии попадания в заданную область на границе атмосферы с учетом уровня солнечной активности. Выполнен расчет для различных программ управления. Проведен анализ возможности управления за счет изменения управляющей функции (баллистического коэффициента). Даны сравнительная оценка рассмотренных программ управления в зависимости от ряда основных условий и ограничений задачи управления движением МКА с АТУ. Выполнен анализ возможных режимов управления торможением МКА типа CubeSat с АТУ.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта RFMEFI60719X0308 по Соглашению № 075-15-2019-1845 от 04.12.2019 (внутренний номер Соглашения 05.607.21.0308).*

## Библиографический список

1. Нестерин И.М., Пичхадзе К.М., Сысоев В.К. и др. Предложение по созданию устройства для сходаnanoспутников CubeSat с низких околоземных орбит // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2017. № 3(37). С. 20–26.
2. Фирсюк С.О., Бирюкова М.В., Оделевский В.К., Юн С.У. Программа экспериментов на международной космической станции Московского авиационного института // Дорога в космос: Сборник тезисов Первой Всероссийской конференции по космическому образованию (1–4 октября 2019). — М.: ИКИ РАН, 2019. С. 349–350.
3. Кульков В.М., Глотов М.К., Юн С.У. Отработка перспективных технологий маневрирования МКА в космическом эксперименте «Аэрокосмос-МАИ» // Научное наследие и развитие идей К.Э. Циолковского: Сборник тезисов 54-х Научных чтений памяти К.Э. Циолковского (17–19 сентября 2019, Калуга). — Калуга: АКФ «Политоп», 2019. Ч. I, С. 94–96.
4. Юн С.У., Кульков В.М., Фирсюк С.О. Проблемы формирования схемно-технических решений малых космических аппаратов с надувными тормозными устройствами для деорбитинга с низких околозем-

- ных орбит // XLIV Академические чтения по космонавтике «Королёвские чтения» (28—31 января 2020): Сборник тезисов. — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2020. Т. 1. С. 100-101.
5. Кульков В.М., Юн С.У., Фирсюк С.О. Метод управления движением малых космических аппаратов типа CubeSat с использованием надувных тонкопленочных шаров для торможения при орбитальном полете до входа в атмосферу и в верхних ее слоях // 18-я Международная конференция «Авиация и космонавтика – 2019»: Сборник тезисов. — М.: Логотип, 2019. С. 140-141.
  6. Horn A.C. A Low Cost Inflatable CubeSat Drag Brake Utilizing Sublimation. — Master of Science (MS), Thesis, Mechanical & Aerospace Engineering, Old Dominion University, United States, Virginia, 2017. DOI: 10.25777/1xaw-be17
  7. Chandra A., Thangavelautham J. De-orbiting Small Satellites Using Inflatables // AMOS Conference, Maui, Hawaii, 2018. URL: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1809/1809.04459.pdf>
  8. Nakasuka S., Senda K., Watanabe A., Yajima T., Sahara H. Simple and Small De-Orbiting Package for Nano-Satellites Using an Inflatable Balloon // Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Space Technology Japan. 2009. Vol. 7. No. 26. DOI: 10.2322/tstj.7.Tf\_31
  9. Юн С.У., Кульков В.М., Фирсюк С.О., Корянов В.В., Недогарок А.А. Вопросы управления движением малых космических аппаратов с использованием надувных тонкопленочных оболочек для увода с орбиты космических объектов // XLIV Академические чтения по космонавтике «Королёвские чтения» (28—31 января 2020): Сборник тезисов. — М.: Издво МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2020. Т. 1. С. 731-732.
  10. Carendente V., Raffaele S. New Concepts of Deployable De-Orbit and Re-Entry Systems for CubeSat Miniaturized Satellites // Recent Patents on Engineering. 2014. Vol. 8. No. 1, pp. 2-12. DOI: 10.2174/1872212108666140204004335
  11. Nock K., Gates K., Aaron K., McDonald A. Gossamer Orbit Lowering Device (GOLD) for Safe and Efficient De-Orbit // AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference (02-05 August 2010, Toronto, Ontario, Canada). AIAA 2010-7824. DOI: 10.2514/6.2010-7824
  12. Brouke R.A., Cefola P.J. On the Equinoctial Orbital Elements // Celestial Mechanics. 1972. Vol. 5, pp. 303-310. DOI: 10.1007/BF01228432
  13. Николичев И.А. Оптимизация многовиткового межорбитального перелета космического аппарата с электроракетной двигательной установкой с учетом действия возмущений: дисс. ... канд. техн. наук. — М.: МАИ, 2017. — 283 с.
  14. Петухов В.Г. Оптимизация траекторий космических аппаратов с электроракетными двигательными установками методом продолжения: дисс. ... доктора техн. наук. — М.: МАИ, 2013. — 152 с.
  15. Ковтуненко В.М., Камеко В.Ф., Яскевич Э.П. Аэrodinamika orbitalnykh kosmicheskikh apparatov. — Kiev: Naukova dumka, 1977. — 156 c.
  16. ГОСТ Р 25645.166-2004 Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли. — М.: ИПК Издательство стандартов, 2004. — 28 с.
  17. Cole A.E., Groves G.V., Champin K.S.W., Jaccia L.G., Archangelsk V.N., Poloskov S.M., Marov M.Ya., Roemer M. CIRA 72: COSPAR International Reference Atmosphere 1972. — Berlin: Akademie-Verlag, 1972. — 450 p.
  18. Kelso T.S. Space Weather Data Documentation. URL: <https://www.celestrak.com/SpaceData/SpaceWx-format.php>
  19. Николичев И.А. Оптимизация многовитковых межорбитальных перелетов с двигателями малой тяги // Вестник Московского авиационного института. 2013. Т. 20. № 5. С. 66-76.
  20. Усовик И.В., Дарнопых В.В., Малышев В.В. Методика оценки эволюции техногенного засорения низких околоземных орбит с учетом взаимных столкновений и активного удаления космического мусора // Вестник Московского авиационного института. 2015. Т. 22. № 3. С. 54-62.

# A SMALL SPACECRAFT MOTION CONTROL METHOD EMPLOYING INFLATABLE BRAKING UNITS FOR DECELERATION WHILE ORBITAL FLIGHT PRIOR TO THE ATMOSPHERIC ENTRY

**Kul'kov V.M.\*, Yoon S.W.\*\*, Firsyuk S.O.\*\*\***

*Moscow Aviation Institute (National Research University),  
MAI, 4, Volokolamskoe shosse, Moscow, 125993, Russia*

\* e-mail: [vmk\\_1@mail.ru](mailto:vmk_1@mail.ru),

\*\* e-mail: [wook4573@naver.com](mailto:wook4573@naver.com),

\*\*\* e-mail: [iskramai@gmail.com](mailto:iskramai@gmail.com)

## **Abstract**

The article considers braking modes control of the small spacecraft (SS) of the CubeSat type by aerodynamic braking units. The controllability area for hitting any atmospheric entry point employing boundary condition for the range angle and angle of entrance is under consideration. When employing aerodynamic braking system, it is necessary to tend to obtain the range angle value ensuring hitting the specified region of the Earth surface for safe fall of SS fragments and the angle of entrance guaranteeing the SS burning out in the dense atmosphere.

The problem of finding optimal control of the SS with IAD can be solved stage-by-stage. Initially the problem of minimizing the flight time from the initial orbit to the atmospheric boundary is being solved. Then the requirements for the final values of the trajectory parameters of the aerodynamic braking section are being determined. Finally, the control law  $\sigma_x(t)$  should be found, which ensures the SS hitting the specified region of the phase coordinates.

As the result of the proposed approach, the complex task of optimizing the trajectory of SS is reduced to solving two problems: first, at the interorbital transfer section prior to atmospheric entry, and then at the section of main aerodynamic deceleration in the atmosphere. This allows eliminating the jumps of the right-hand parts in the formulated problem and simplifying it significantly without breaking the generality.

The study of the effect of perturbing factors acting on the SS of a CubeSat type with IAD was conducted, and the impact of variations in the atmospheric density was demonstrated. Ballistic analysis was performed using various control laws of the SS using IAD with 1–2 balloons, in condition of hitting the specified area at the boundary of the atmosphere with account for the levels of solar activity. Analysis of the possibility of control by the control function changing (ballistic

coefficient) was conducted. A comparative assessment of the considered control programs was performed, depending on a number of basic conditions for the restrictions of the motion control problem of the SS with IAD.

**Keywords:** optimal control, small spacecraft, inflatable structures, deorbiting, space debris, control mode, ballistic analysis.

## **References**

1. Nesterin I.M., Pichkhadze K.M., Sysoev V.K. et al. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina*, 2017, no. 3(37), pp. 20–26.
2. Firsyuk S.O., Biryukova M.V., Odelevskii V.K., Yoon S.W. *Materialy I Vserossiiskoi konferentsii po kosmicheskому образованию (1–4 October 2019) "Doroga v kosmos"*, Moscow, IKI RAN, 2019, pp. 349–350.
3. Kul'kov V.M., Glotov M.K., Yoon S.W. *Materialy 54 Nauchnykh chtenii pamyati K.E. Tsiolkovskogo (17–19 September 2019, Kaluga) "Nauchnoe nasledie i razvitiye idei K.E. Tsiolkovskogo"*, Kaluga, AKF "Politop", 2019. Part I, pp. 94–96.
4. Yoon S.W., Kul'kov V.M., Firsyuk S.O. *Materialy XLIV Akademicheskie chteniya po kosmonavtike "Korolevskie chteniya"* (28–31 January 2020), Moscow, MGTU im. N.E. Baumana, 2020, vol. 1, pp. 100–101.
5. Kul'kov V.M., Yoon S.W., Firsyuk S.O. *Materialy XVIII Mezhdunarodnoi konferentsii "Aviatsiya i kosmonavtika – 2019"*, Moscow, Logotip, 2019, pp. 140–141.
6. Horn A.C. *A Low Cost Inflatable CubeSat Drag Brake Utilizing Sublimation*. Master of Science (MS), Thesis, Mechanical & Aerospace Engineering, Old Dominion University, United States, Virginia, 2017. DOI: 10.25777/1xaw-be17
7. Chandra A., Thangavelautham J. De-orbiting Small Satellites Using Inflatables. *AMOS Conference, Maui, Hawaii, 2018*. URL: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1809/1809.04459.pdf>
8. Nakasuka S., Senda K., Watanabe A., Yajima T., Sahara H. Simple and Small De-Orbiting Package for Nano-Satellites Using an Inflatable Balloon.

- Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Space Technology Japan*, 2009, vol. 7, no. 26. DOI: 10.2322/tstj.7.Tf\_31
9. Yoon S.W., Kul'kov V.M., Firsuk S.O., Koryanov V.V., Nedogarov A.A. *Materialy XLIV Akademicheskie chteniya po kosmonavtike "Korolevskie chteniya" (28–31 January 2020)*, Moscow, MGTU im. N.E. Baumana, 2020, vol. 1, pp. 731–732.
  10. Carendente V., Raffaele S. New Concepts of Deployable De-Orbit and Re-Entry Systems for CubeSat Miniaturized Satellites. *Recent Patents on Engineering*, 2014, vol. 8, no. 1, pp. 2–12. DOI: 10.2174/1872212108666140204004335
  11. Nock K., Gates K., Aaron K., McDonald A. Gossamer Orbit Lowering Device (GOLD) for Safe and Efficient De-Orbit. *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference (02–05 August 2010, Toronto, Ontario, Canada)*. AIAA 2010-7824. DOI: 10.2514/6.2010-7824
  12. Brouke R.A., Cefola P.J. On the Equinoctial Orbital Elements. *Celestial Mechanics*, 1972, vol. 5, pp. 303–310. DOI: 10.1007/BF01228432
  13. Nikolichev I.A. *Optimizatsiya mnogovitkovogo mezhorbital'nogo pereleta kosmicheskogo appara s elektroraketnoi dvigatel'noi ustanovkoi s uchetom deistviya vozmushchenii* (Optimization of the multi-turn interorbital transfer of a spacecraft with electric rocket propulsion system with account for the effect of disturbances), Doctor's thesis, Moscow, MAI, 2017, 283 p.
  14. Petukhov V.G. *Optimizatsiya traektorii kosmicheskikh apparatov s elektroraketnymi dvigatel'nyimi ustanovkami metodom proadolzheniya* (Trajectories optimization of the spacecraft with electric rocket propulsion systems by the continuation method), Doctor's thesis, Moscow, MAI, 2013, 152 p.
  15. Kovtunenko V.M., Kameko V.F., Yaskevich E.P. *Aerodinamika orbital'nykh kosmicheskikh apparatov* (Orbital spacecraft aerodynamics), Kiev, Naukova dumka, 1977, 156 p.
  16. *Atmosfera Zemli verkhnyaya. Model' plotnosti dlya ballisticheskogo obespecheniya poletov iskusstvennykh sputnikov Zemli, GOST R 25645.166-2004* (Earth upper atmosphere. Density model for ballistic support of flights of artificial earth satellites, State Standard R 25645.166-2004), Moscow, Standart, 2004, 28 p.
  17. Cole A.E., Groves G.V., Champin K.S.W., Jaccia L.G., Archangelsk V.N., Poloskov S.M., Marov M.Ya., Roemer M. *CIRA 72: COSPAR International Reference Atmosphere 1972*. Berlin, Akademie-Verlag, 1972, 450 p.
  18. Kelso T.S. *Space Weather Data Documentation*. URL: <https://www.celestak.com/SpaceData/SpaceWx-format.php>
  19. Nikolichev I.A. Optimization of the multirevolutional non-coplanar low-thrust orbital transfers. *Aerospace MAI Journal*, 2013, vol. 20, no. 5, pp. 66–76.
  20. Usovik I.V., Darnopykh V.V., Malyshev V.V. Methodology of evolution of technogenic pollution assessment of low Earth orbits with regard to mutual collisions and active space debris removal. *Aerospace MAI Journal*, 2015, vol. 22, no. 3, pp. 54–62.