

Неизбежность тензора спина электродинамики

Р. И. Храпко

Результаты работ: Phys. Rev. A68 013806 (2003), Opt. Lett. 22 52 (1997), Optics Express 14 6963 (2006), Phys. Rev. Lett. 91 093602 (2003), Phys. Rev. 50 115 (1936) доказывают, что поток момента импульса в световом луче круговой поляризации без азимутальной фазовой структуры равен удвоенной мощности луча, деленной на его частоту. Этот факт означает, что стандартная электродинамика не полна, поскольку стандартная электродинамика предсказывает, что такой поток равен мощности луча, деленной на частоту. Для исправления электродинамики мы вводим тензор спина. Тензор спина, в частности, объясняет странности излучения вращающегося диполя.

1. Существует ли тензор спина электродинамики?

Как хорошо известно, фотон несет спин, энергию, импульс и момент этого импульса относительно некоторой точки или оси. Энергия и импульс электромагнитных волн описываются максвелловским тензором энергии-импульса

$$T^{\lambda\mu} = -g^{\lambda\alpha} F_{\alpha\nu} F^{\mu\nu} + g^{\lambda\mu} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} / 4, \quad (1.1)$$

где $F^{\mu\nu} = -F^{\nu\mu}$, $F_{\mu\nu} = F^{\alpha\beta} g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta}$ есть электромагнитный тензор. Например, $P^i = \int_V T^{i0} dV$

представляет импульс волн внутри объема V , и $dW = \int_a T^{0i} da_i dt$ является энергией, которая протекает через площадку a за время dt . Момент импульса может быть определен как [1]

$$L^j = \int_V 2x^{[i} T^{j]0} dV = \int_V \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV, \quad (1.2)$$

и эта конструкция известна как орбитальный момент импульса. Однако в современной электродинамике отсутствует описание спина. Иногда физики рассматривают канонический тензор спина

$$Y_c^{\lambda\mu\nu} = -2A^{[\lambda} \delta_\alpha^{\mu]} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\nu A_\alpha)} = -2A^{[\lambda} F^{\mu]\nu}, \quad (1.3)$$

где $\mathcal{L}_c = -F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} / 4$ есть канонический лагранжиан, и A^λ есть магнитный векторный потенциал,

$2\partial_{[\mu} A_{\nu]} = F_{\mu\nu}$. Но тензор спина (1.3) противоречит опыту, и физики элиминируют его посредством процедуры Белинфанте-Розенфельда [2, 3]. В результате, электродинамика оказывается лишена тензора спина или, точнее, тензор спина современной классической электродинамики равен нулю.

При этом физики понимают, что они не могут закрывать глаза на существование спина в электродинамике. И они заявляют, что спин содержится в моменте импульса (1.2). Т.е., орбитальный момент импульса представляет полный момент импульса, включающий в себя орбитальный момент импульса плюс спин [4 – 14]:

$$J^{ij} = L^{ij} + S^{ij} = \int_V 2x^{[i} T^{j]0} dV = \int_V \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV, \quad (1.4)$$

В отличие от этой парадигмы, мы вводим тензор спина $Y^{\lambda\mu\nu}$ в современную электродинамику [15 – 28], т.е. дополняем электродинамику тензором спина, т.е. мы заявляем, что полный тензор момента импульса состоит из орбитального момента импульса (1.2) и спинового члена, т.е. мы заявляем, что уравнение (1.4) ошибочно, т.е. мы утверждаем, что орбитальный момент импульса не содержит спина:

$$J^{ij} = L^{ij} + S^{ij} = \int_V (2x^{[i} T^{j]0} + Y^{ij0}) dV = \int_V \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV + \int_V Y^{ij0} dV, \quad (1.5)$$

Смысл тензора спина $Y^{\lambda\mu\nu}$ заключается в следующем. Компонента Y^{ij0} является объемной плотностью спина. Это означает, что $dS^{ij} = Y^{ij0} dV$ есть спин электромагнитного поля внутри пространственного элемента объема dV . Компонента Y^{ijk} является плотностью потока, протекающего в направлении оси x^k . Например, $dS_z / dt = dS^{xy} / dt = d\tau^{xy} = Y^{xyz} da_z$ есть z-компонента потока спина, прошедшего через элемент поверхности da_z за единицу времени, т.е. момент силы, действующий на этот элемент. Вот явное выражение для тензора спина

$$Y^{\lambda\mu\nu} = A^{[\lambda} \partial^{|\nu|} A^{\mu]} + \Pi^{[\lambda} \partial^{|\nu|} \Pi^{\mu]}. \quad (1.6)$$

Здесь A^λ и Π^λ суть магнитный и электрический векторные потенциалы, удовлетворяющие $2\partial_{[\mu} A_{\nu]} = F_{\mu\nu}$, $2\partial_{[\mu} \Pi_{\nu]} = -e_{\mu\nu\alpha\beta} F^{\alpha\beta}$, где $F^{\alpha\beta} = -F^{\beta\alpha}$, $F_{\mu\nu} = F^{\alpha\beta} g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta}$ тензор свободного электромагнитного поля. Соотношение между Π и F может быть легко получено в векторной форме следующим образом.

Если $\text{div}\mathbf{E} = 0$, то $\mathbf{E} = \text{curl}\Pi$. И если $\partial\mathbf{E} / \partial t = \text{curl}\mathbf{H}$, то $\partial\Pi / \partial t = \mathbf{H}$. Это рассуждение аналогично обычному рассуждению: если $\text{div}\mathbf{B} = 0$, то $\mathbf{B} = \text{curl}\mathbf{A}$. И если $\partial\mathbf{B} / \partial t = -\text{curl}\mathbf{E}$, то $\partial\mathbf{A} / \partial t = -\mathbf{E}$.

Разница между нашим утверждением (1.5) и обычным равенством (1.4) проверяется экспериментально. Кардинальным вопросом является, какой поток момента импульса, т.е. момент силы, τ , несет луч круговой поляризации мощности P без азимутальной фазовой структуры? Обычным ответом, согласно (1.4), является

$$\tau = dJ / dt = P / \omega; \quad (1.7)$$

наш ответ, согласно (1.5), есть

$$\tau = dJ / dt = 2P / \omega. \quad (1.8)$$

Утверждение (1.8) справедливо также в случае плоских волн или в случае луча, ширина которого много больше размера частицы, находящейся под его воздействием, при условии, что P есть мощность, поглощаемая этой частицей.

Для проверки наших утверждений (1.5), (1.8), мы использовали закон сохранения момента импульса. Мы подсчитали момент импульса, действующего на диэлектрик, поглощающий такой луч. Мы использовали стандартную формулу

$$\tau = \int [\mathbf{r} \times (\mathbf{P} \cdot \nabla) \mathbf{E} + \mathbf{r} \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) + \mathbf{P} \times \mathbf{E}] dV \quad (1.9)$$

[см., например, [11], формулы (5.1) & (7.18)]. Здесь $\mathbf{P} = (\varepsilon - 1)\mathbf{E}$ есть вектор поляризации, $\mathbf{j} = \partial_t \mathbf{P}$ есть ток смещения, $\mathbf{r} \times (\mathbf{P} \cdot \nabla) \mathbf{E} + \mathbf{r} \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B})$ есть момент объемной плотности силы Лоренца, и $\mathbf{P} \times \mathbf{E}$ есть момент силы, действующий на электрические диполи в единице объема [29]. В результате мы получили, что аккуратный подсчет дает наше значение для момента силы (1.8) [24]. Кроме того, мы получили для двух первых и для последнего членов справа важное соотношение

$$\int [\mathbf{r} \times (\mathbf{P} \cdot \nabla) \mathbf{E} + \mathbf{r} \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B})] dV = \int \mathbf{P} \times \mathbf{E} dV = P/\omega \cdot \quad (1.10)$$

Лоудон [11] также подсчитывал момент силы, с которым световой луч действует на диэлектрик. Он также использовал формулу (1.9), и он получил, как и мы,

$$\int [\mathbf{r} \times (\mathbf{P} \cdot \nabla) \mathbf{E} + \mathbf{r} \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B})] dV = P/\omega \quad (1.11)$$

[см. Его формулы (7.19) – (7.24)]. Однако он опустил член $\mathbf{P} \times \mathbf{E}$ без объяснения причины, и величина P/ω оказалась его конечным результатом для момента силы. При учете члена $\mathbf{P} \times \mathbf{E}$ он должен получить наш конечный результат $2P/\omega$.

2. Экспериментальные подтверждения

Работа Симпсона и др. [30] также подтверждает наш результат (1.5), (1.8). Авторы удерживали тефлоновую частицу диаметром $\sim 2 \cdot 10^{-6}$ м с помощью $LG_{p=0}^{l=1}$ луча с $\lambda = 1064$ нм мощностью $P = 25$ мВт. Если этот $LG_{p=0}^{l=1}$ луч линейно поляризован, он несет поток орбитального момента импульса $P/\omega = 1.3 \cdot 10^{-17}$ Дж. В этом случае удерживаемая частица вращалась с частотой ~ 1 Гц. Это означает, что момент силы, действовавший на частицу, равнялся $\tau = 8\pi\eta r^3 \Omega = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Дж (формула (3) из [30], здесь $\eta = 10^{-3}$ кг/м сек есть коэффициент вязкости, $r = 10^{-6}$ м есть радиус частицы, и $\Omega = 2\pi/\text{сек}$). Поскольку, как видно, $\tau = 0.012P/\omega$, авторы сделали вывод, что частица поглощает примерно 1.2% луча. Однако, этот вывод, вероятно, должен быть поправлен. Дело в том, что Лагерр-Гауссовый луч может оказывать момент силы на частицу не только при поглощении, но также при конвертировании в Эрмит-Гауссовый луч.

Аллен и др. показывают, что момент силы

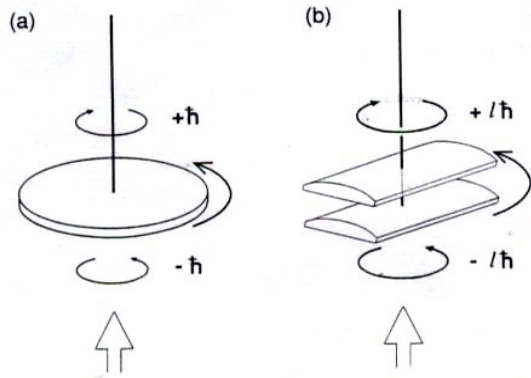


FIG. 1. (a) A suspended $\lambda/2$ birefringent plate undergoes torque in transforming right-handed into left-handed circularly polarized light. (b) Suspended cylindrical lenses undergo torque in transforming a Laguerre-Gaussian mode of orbital angular momentum $-l\hbar$ per photon, into one with $+l\hbar$ per photon.

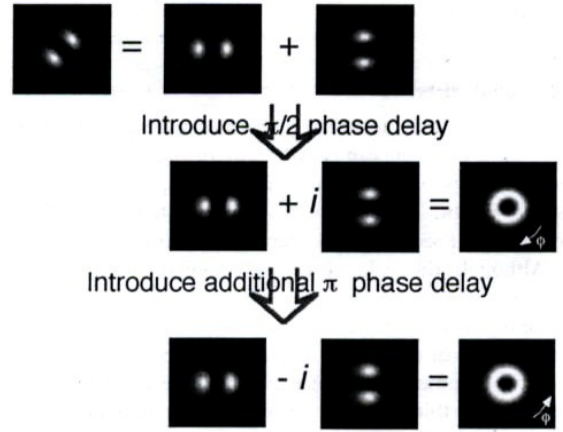


Figure 13. Two orthogonal Hermite-Gaussian modes can be added to give a Hermite-Gaussian mode at 45° or added with a phase delay to give a Laguerre-Gaussian mode.

воздействует на **Рис. 1** конвертер Лагерр-

Гауссова луча при конвертировании (Рис. 1 из [31])¹, потому что конвертер изменяет разность фаз между Эрмит-Гауссовыми составляющими Лагерр-Гауссова луча (Рис. 2 из [32])². Из-за

неправильной формы нашей частицы и из-за того, что $\sim 99\%$ $LG_{p=0}^{l=1}$ луча проходит сквозь частицу, очень возможно, что, по меньшей мере, 0.6% $LG_{p=0}^{l=1}$ луча были конвертированы в Эрмит-Гауссовый тип. В этом случае, поглощение только 0.6% , вместо 1.2% , может обеспечить момент силы, равный $\tau = 1.6 \cdot 10^{-19}$ J.

Главным пунктом эксперимента Симпсона [30] являлось прекращение вращения частицы, когда линейно поляризованный $LG_{p=0}^{l=1}$ луч заменялся лучом круговой поляризации, направление которой противоположно направлению вращения. Мы должны сделать вывод из этого, что момент силы, вызываемый круговой поляризацией, равен $2P/\omega$ потому, что $\tau = 0.006 \cdot 2P/\omega$. Во всяком случае, из-за возможного конвертирования $LG \rightarrow HG$, мы должны заключить, что круговая поляризация

связана с потоком момента импульса, который больше, чем P/ω .

Недавняя работа [33] также подтверждает формулу (1.5). В этой работе

$LG_{p=0}^{l=2}$ луч с $\lambda = 1064$ nm и мощностью $P = 20$ mW вращает

удерживаемую частицу с частотой 2.4 Hz при линейной поляризации и с

частотой 2.9 Hz при круговой поляризации. Такое увеличение угловой

скорости, $\Delta\Omega = 2\pi \cdot 0.5/\text{sec}$, вызывает соответствующее увеличение момента силы трения, действующего на вращающуюся частицу (формула (3) из [33]):

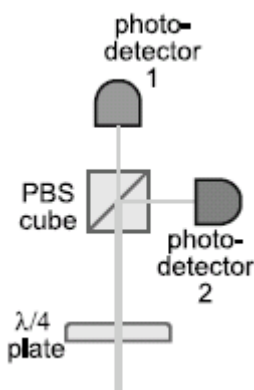


Рис. 3

¹ Фиг. 1. (a) Двойко преломляющая пластина испытывает момент силы при преобразовании правой круговой поляризации света в левую круговую поляризацию. (b) Цилиндрические линзы испытывают момент силы при преобразовании Лагерр-Гауссова типа с орбитальным моментом импульса $-l\hbar$ на фотон в такой же тип с $+l\hbar$ на фотон.

² Фиг. 13. Два ортогональных Эрмит-Гауссовых луча могут быть сложены для получения Эрмит-Гауссова луча, повернутого на 45° , или сложены с задержкой по фазе для получения Лагерр-Гауссова луча.

$\Delta\tau = 12\pi\eta a^3 \Delta\Omega = 1.2 \cdot 10^{-19}$ J (здесь $a = 10^{-6}$ m есть параметр частицы). С другой стороны, это увеличение момента силы трения обеспечивается изменением степени круговой поляризации σ луча при его прохождении через частицу. Это изменение определялось фотодетекторами 1 и 2 (см. фрагмент рисунка из [33] на Рис. 3). Дело в том, что эллиптически поляризованный луч содержит составляющие правой и левой круговых поляризации. Поле эллиптической поляризации может иметь вид

$$\mathbf{E} = \exp(ikz - i\omega t)[r(\mathbf{x} + iy) + l(\mathbf{x} - iy)]E_0 / \sqrt{2}, \quad (2.1)$$

где $rE_0 / \sqrt{2}$ и $lE_0 / \sqrt{2}$ есть амплитуды составляющих круговой поляризации. Степень круговой поляризации луча определяется как

$$\sigma = \frac{r^2 - l^2}{r^2 + l^2}. \quad (2.2)$$

Для определения r и l , авторы направляли луч на фотодетекторы через $\lambda/4$ пластинку и разделительный куб. $\lambda/4$ пластинка превращает круговую поляризацию в плоскую с помощью введения фазового сдвига $\pi/2$ для y -компоненты, т.е. посредством умножения y -компоненты в (2.1) на i .

$$\mathbf{E} = \exp(ikz - i\omega t)[r(\mathbf{x} + iy) + l(\mathbf{x} - iy)]E_0 / \sqrt{2} \rightarrow \mathbf{E} = \exp(ikz - i\omega t)[r(\mathbf{x} - y) + l(\mathbf{x} + y)]E_0 / \sqrt{2}. \quad (2.3)$$

Согласно Рис. 4 из [33], входная степень

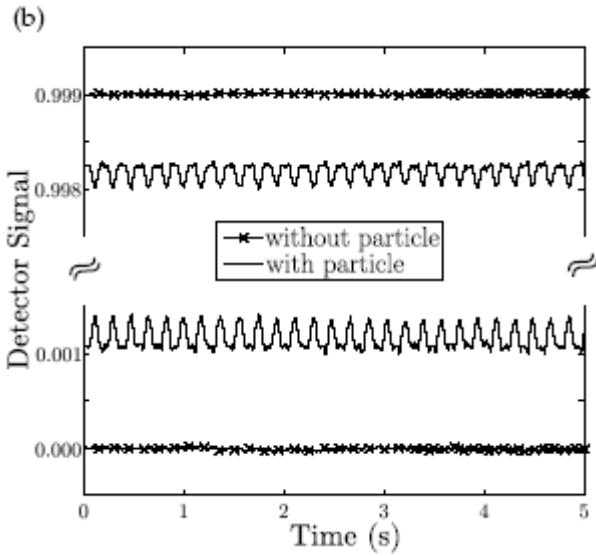


Рис. 4

круговой поляризации равна 0.999, и выходная

степень равна $0.9982 - 0.0012 = 0.997$. Таким образом, $\Delta\sigma = 0.002$. Эти результаты означают, что $\Delta\sigma P / \omega \cong 0.2 \cdot 10^{-19}$ J (здесь $P = 20$ mW и $\omega = 2\pi c / \lambda = 1.9 \cdot 10^{15}$ /sec). Значит, мы имеем, согласно [33], $\Delta\tau \cong 6\Delta\sigma P / \omega$, вместо $\Delta\tau = 2\Delta\sigma P / \omega$ по нашей формуле (1.8) и вместо $\Delta\tau = \Delta\sigma P / \omega$, согласно (1.7). Такой значительный поляризационный вклад в общий момент силы подтверждает формулу (1.8).

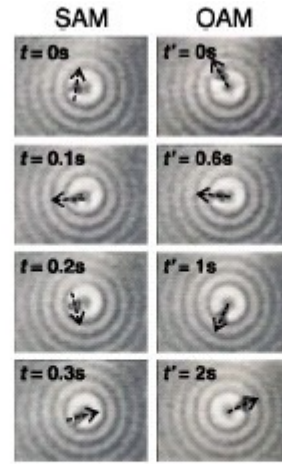


Рис. 5
FIG. 1 (color online). A birefringent particle trapped in the first ring of a HOBB rotates simultaneously (i) around its own axis (due to SAM) and (ii) around the beam's axis (due to OAM). The frames were taken from a video at the time indicated in each box.

Мы интересуемся работами, в которых одновременно наблюдается вращение частиц вокруг собственной оси (за счет поглощения спина) и вокруг оси луча (за счет поглощения орбитального момента импульса). Поэтому мы рассматриваем статью [34]. Как показано на Рис. 5, взятом из этой статьи,³ частица радиусом $r = 1 \mu\text{m}$ вращается вокруг своей оси с угловой скоростью $\Omega_{\text{spin}} = 18/\text{sec}$ и вокруг оси луча с угловой скоростью $\Omega_{\text{orbit}} = 2.4/\text{sec}$ вдоль окружности радиуса $R = 2.9 \mu\text{m}$. В работе используется Бесселевый луч J_2 ($l = 2$) высокого порядка. Угловая компонента плотности импульса, $\omega l u^2 / R$, создает угловую силу, действующую на частицу $F_\phi = \omega l u^2 \pi r^2 / R$. Если мы применим формулу Стокса, $D = 6\pi\eta r v$, для частицы, мы получим $\Omega_{\text{orbit}} = \omega l u^2 r / 6\eta R^2$.

В то же время, величина (1.7) для спинового момента импульса равна $\tau = P/\omega = \omega u^2 \sigma \pi r^2$. Если мы используем формулу (3) из [30], $\tau = 8\pi\eta r^3 \Omega$, мы получим $\Omega_{\text{spin}} = \omega u^2 \sigma / 8\eta r$. Значит, мы получим теоретическое отношение $\Omega_{\text{spin}} / \Omega_{\text{orbit}} = 3R^2 / 8r^2 = 3.2$, но в действительности это отношение равно $\Omega_{\text{spin}} / \Omega_{\text{orbit}} = 18 / 2.4 = 7.5$. Однако, если мы используем нашу формулу (1.8), $\tau = 2P/\omega$, вместо (1.7), мы получим теоретическое значение $\Omega_{\text{spin}} / \Omega_{\text{orbit}} = 6.4$, которое ближе к наблюдаемому значению, что и подтверждает нашу теорию.

Мы старались подтвердить нашу теорию (1.5), (1.8) с помощью работы [14], но мы не смогли найти достаточно данных в этой статье. Например, FIG. 2 этой статьи показывает, что угловая скорость удерживаемых частиц была $\Omega = 94 \cdot 2\pi = 590/\text{sec}$ при выходной степени поляризации луча $\sigma = 0.9 - 0.1 = 0.8$, т.е. $\Delta\sigma = 0.2$, однако радиус частиц и мощность луча в статье не даны.

Кроме того, вызывает удивление тот факт, что “вращение может быть остановлено введением перед объектом $\lambda/4$ пластины, которая делает поляризацию линейной”. Представляется, что если двояко преломляющая частица превращает свет круговой поляризации в частично линейно поляризованный свет и оттого вращается, та же частица должна превращать линейно поляризованный свет в эллиптически поляризованный и, опять же, вращаться. К сожалению, авторы не измеряли степень круговой поляризации выходного луча при линейной поляризации входного луча.

Ввиду всех этих результатов, мы предприняли другую проверку стандартного соотношения (1.4). Мы применили равенство (1.4) к классическому эксперименту Бета [29] и немедленно обнаружили, что утверждение (1.4) предсказывает нулевой результат этого эксперимента [17,18,23].

³ Фиг. 1. Двояко лучепреломляющая частица, удерживаемая на первом кольце Бесселего луча высокого порядка, вращается одновременно (i) вокруг своей собственной оси (благодаря спину) и (ii) вокруг оси луча (благодаря орбитальному моменту импульса). Кадры взяты из видеofilма и соответствуют указанным моментам времени.

3. Знаменитый оптический эксперимент Бета является загадкой в рамках стандартной электродинамики.

В эксперименте Бета [29] полуволновая пластина была подвешена горизонтально на кварцевой нити, и луч круговой поляризации проходил через нее снизу вверх. Из-за того, что пластина изменяла направление круговой поляризации луча на обратное, в соответствии с уравнением (1.7), момент силы, действующий на пластину, должен быть равен $\tau = 2P/\omega$. Однако, и это является главным пунктом, для удвоения этого момента импульса, прошедший луч отражался и проходил через пластину вторично на обратном пути. Для этого, на расстоянии примерно 4 миллиметра над пластиной была установлена четверть волновая кварцевая пластина. Верхняя сторона этой пластины была покрыта отражающим слоем алюминия. В этих условиях, действительно, момент силы, действующий на полу волновую пластинку, оказался равным

$$\tau = 4P/\omega . \quad (3.1)$$

Между тем, этот результат противоречит уравнению (1.4). Это очевидно, поскольку отраженный луч ликвидирует поток энергии в аппаратуре Бета. Т.е. вектор Пойнтинга равен нулю в этом эксперименте, $\mathbf{E} \times \mathbf{B} = 0$. Сложите падающий, $\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_1$, и отраженный, $\mathbf{E}_2, \mathbf{B}_2$ лучи, $\mathbf{E}_1 = e^{iz-it} [\mathbf{x} + iy + \mathbf{z}(i\partial_x - \partial_y)]E_0$, $\mathbf{E}_2 = e^{-iz-it} [\mathbf{x} - iy + \mathbf{z}(-i\partial_x - \partial_y)]E_0$, $\mathbf{B} = -i\mathbf{E}$. Вы получите полное электромагнитное поле:

$$\mathbf{E}_{tot} = 2[(\mathbf{x} \cos z - \mathbf{y} \sin z) - \mathbf{z}(\sin z \partial_x + \cos z \partial_y)]E_0 \cos t , \quad (3.2)$$

$$\mathbf{B}_{tot} = -2[(\mathbf{x} \cos z - \mathbf{y} \sin z) - \mathbf{z}(\sin z \partial_x + \cos z \partial_y)]E_0 \sin t . \quad (3.3)$$

Полные поля, $\mathbf{E}_{tot}, \mathbf{B}_{tot}$, параллельны друг другу всюду. Так что, вектор Пойнтинга есть ноль! Так что, согласно уравнениям (1.2), (1.4), нет никакого момента импульса в двойном луче Бета. Мы показываем, что двойной луч Бета содержит поток спина и энергию без потока энергии и спина [17, 18, 23]. Это естественно, потому что в опыте Бета складываются два одинаковых луча круговой поляризации, идущие в противоположных направлениях. На Рис. 6 мы складываем две винтовочные

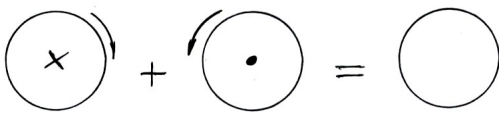


Рис. 6

пули или два фотона, летящие в противоположных направлениях и вращающиеся в противоположных направлениях. В результате мы получаем нулевой поток массы и отсутствие вращения.

4. Излучение вращающегося электрического диполя

Мы подсчитываем здесь угловое распределение потока момента импульса, излучаемого вращающимся электрическим диполем, согласно стандартному уравнению (1.4), и показываем, что такой диполь излучает момент импульса главным образом в экваториальную часть пространства, прилегающую к плоскости вращения диполя, туда, где поляризация излучения почти линейная.

Полярные области пространства, прилегающие к оси вращения, оказываются обедненными моментом импульса, хотя они интенсивно освещаются излучением почти круговой поляризации, которая несет спин. Мы заключаем, что экваториальный момент импульса (1.4) является орбитальным моментом импульса, не имеющим отношения к спину. Спин излучается в пространство, прилегающее к оси вращения, но стандартная электродинамика этого не видит.

E и **B** поля удовлетворяют уравнениям [35]:

$$4\pi E^i = 3p^k x_k x^i / r^5 - p^i / r^3 + 3\dot{p}^k x_k x^i / r^4 - \dot{p}^i / r^2 + \ddot{p}^k x_k x^i / r^3 - \ddot{p}^i / r, \quad (4.1)$$

$$4\pi B_{ik} = 2\dot{p}_{[i} x_{k]} / r^3 + 2\ddot{p}_{[i} x_{k]} / r^2. \quad (4.2)$$

Мы используем сферические координаты $x^1 = r$, $x^2 = \theta$, $x^3 = \phi$ с метрическим тензором

$$g_{11} = 1, \quad g_{22} = r^2, \quad g_{33} = r^2 \sin^2 \theta, \quad \sqrt{g} = r^2 \sin \theta. \quad (4.3)$$

Единичный дипольный вектор **p** имеет декартовы компоненты

$$p^x = \exp(-i\omega t), \quad p^y = i \exp(-i\omega t), \quad p^z = 0,$$

и сферические компоненты:

$$p^i = \{p^r = \sin \theta, p^\theta = (\cos \theta) / r, p^\phi = i / (r \sin \theta)\} \exp[i(\phi - \omega t)] \quad (4.4)$$

$$p_i = \{p_r = \sin \theta, p_\theta = r \cos \theta, p_\phi = i r \sin \theta\} \exp[i(\phi - \omega t)]. \quad (4.5)$$

Мы выписываем здесь компоненты **E** и **B** полей

$$E^r = (2 / r^3 - i2\omega / r^2) \sin \theta \exp[i\phi + i\omega(r - t)] / 4\pi, \quad (4.6)$$

$$E^\theta = (-1 / r^4 + i\omega / r^3 + \omega^2 / r^2) \cos \theta \exp[i\phi + i\omega(r - t)] / 4\pi, \quad (4.7)$$

$$E^\phi = (-i / r^4 - \omega / r^3 + i\omega^2 / r^2) \exp[i\phi + i\omega(r - t)] / (4\pi \sin \theta), \quad (4.8)$$

$$B_{r\theta} = (i\omega / r + \omega^2) \cos \theta \exp[i\phi + i\omega(r - t)] / 4\pi, \quad (4.9)$$

$$B_{\phi r} = (\omega / r - i\omega^2) \sin \theta \exp[i\phi + i\omega(r - t)] / 4\pi, \quad B_{\theta\phi} = 0. \quad (4.10)$$

Компонента $T^{\phi r}$ тензора Максвелла выглядит

$$T^{\phi r} = B_{r\theta} B^{\theta\phi} - E_r E^\phi = -E^r E^\phi. \quad (4.11)$$

При усреднении этой величины по времени, получаем

$$\langle T^{\phi r} \rangle = \Re\{-E^r \bar{E}^\phi\} / 2 = \omega^3 / (16\pi^2 r^4). \quad (4.12)$$

$2x^{[k} T^{i]j} da_j = dL^{ki} / dt$ есть поток момента импульса через da_j . Однако, нас интересует поток

момента импульса относительно оси z . Эта величина, dL_z / dt , является тривектором $3\hat{z}^{[l} dL^{ki]} / dt$,

который должен быть дуализирован [19]. В результате, мы получаем псевдоскаляр:

$$dL_z / dt = 3\hat{z}^l (dL^{ki} / dt) \sqrt{g} e_{lki} / 3! = \hat{z}^l x^{[k} T^{i]j} da_j \sqrt{g} e_{lki}. \quad (4.13)$$

Здесь

$$\hat{z}^r = \cos \theta, \quad \hat{z}^\theta = -(\sin \theta) / r, \quad \hat{z}^\phi = 0 \quad (4.14)$$

суть компоненты единичного вектора $\hat{\mathbf{z}}$, и $\sqrt{g} e_{lki}$ есть антисимметричный псевдотензор. Мы должны положить

$$j \rightarrow r, \quad i \rightarrow \phi, \quad k \rightarrow r, \quad l \rightarrow \theta, \quad \text{и} \quad da_r = r^2 \sin \phi d\theta d\phi.$$

В результате, имеем

$$dL_z/dt = \omega^3 \sin^3 \theta d\theta d\phi / 16\pi^2 = \omega^3 \sin^2 \theta d\Omega / 16\pi^2, \quad \text{или} \quad dL_z/dtd\Omega = \omega^3 \sin^2 \theta / 16\pi^2, \quad (4.15)$$

потому что $e_{\theta r \phi} = -1$. Это распределение, уравнение (4.15), изображено на Рис. 7 а. Это распределение существенно отличается от зависимости степени круговой поляризации $\sigma(\theta)$ от угла θ (Рис. 7 б). Эта зависимость получена следующим образом.

Эллиптически поляризованный луч (2.1) может быть выражен в терминах большой, $r+l$, и малой, $r-l$, полуосей эллипса

$$\mathbf{E} = \exp(ikz - i\omega t)[(r+l)\mathbf{x} - i(r-l)\mathbf{y}]E_0 / \sqrt{2}, \quad (4.16)$$

и отношение $(r-l)/(r+l)$ похоже на степень поляризации σ (2.2) не зависимо от профиля луча u :

$$\sigma = \frac{r-l}{r+l} \cdot \frac{(r+l)^2}{r^2+l^2}. \quad (4.17)$$

Однако, как хорошо известно, для излучения вращающегося диполя,

$$\frac{r-l}{r+l} = \cos \theta. \quad (4.18)$$

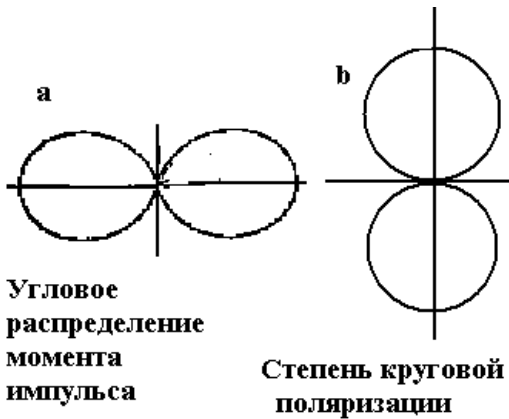


Рис. 7

Поэтому мы можем изобразить $\sigma(\theta)$ приблизительно так, как на Рис. 7 б. Рисунки 7 а и 7 б показывают, что момент импульса и спин суть разные вещи, излучаемые в разные стороны. Используя тензор спина (1.6), мы подсчитали излучение спина в [19].

5. Выводы, замечания и благодарности

Эта статья представляет новую физику. Мы рассматриваем публикации, касающиеся спина электродинамики, и обнаруживаем, что существующая теория не достаточна для разрешения проблемы спина ввиду отсутствия понятия спина в современной классической электродинамике. Мы показываем, как разрешить эту трудность введением тензора спина электродинамики. Наш тензор спина, в частности, удваивает предсказываемый момент импульса луча круговой поляризации без азимутальной фазовой структуры и объясняет опыт Бета.

Я глубоко благодарен профессору Роберту Ромеру за публикацию моего вопроса [36] в последнем номере журнала, который он редактировал перед уходом в отставку (вопрос был

направлен в редакцию 7 октября 1999 года). Я также благодарен профессору Тимо Ниеминену за содержательные дискуссии на сайте sci.physics.electromag.

Список литературы

1. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. – М.: ИЛ, 1956.- 459с.
2. Belinfante F.J. On the spin angular momentum of Meson. //Physica. – 1939, **6**.- p.887-98
3. Rosenfeld L. Sur le Tenseur d'Impulsion-Energie. //Memoires de l'Academie Royale des Sciences de Belgiques.-. 1940, **18** No. 6.- p.1-30
4. Jackson J. D. Classical Electrodynamics. - Wiley, 1999.- 808p.
5. Soper D. E. Classical Field Theory. – N.Y.: John Wiley, 1976.- 678p.
6. Rohrlich F. Classical Charged Particles. – Mass.: Addison-Wesley, 1965. –756p.
7. Humblet J. // Physica. – 1943, **10**.- p.585.
8. Crichton J. et al. // General Relativity and Gravitation. – 1990, **22**.- p.61.
9. Crichton J. H. and Marston P. L. The Measurable Distinction Between the Spin and Orbital Angular Momenta of Electromagnetic Radiation. //Electronic Journal of Differential Equations. – 2000, **Conf. 04**.- p.37.
10. Ohanian H.C. What is spin? //Amer. J. Phys. – 1986, **54**.- p.500-505
11. Loudon R. Theory of the forces by Laguerre-Gaussian light beams on dielectrics.//Phys. Rev. – 2003, **A68** 013806
12. Simmonds J.W. and Gutman M.J. States, Waves and Photons. – Mass.: Addison, 1970.- 456 p.
13. Allen L. et al. Progress in Optics XXXIX. – Elsevier: Amsterdam, 1999.- 384p.
14. Bishop A. I., Nieminen T. A., Heckenberg N. R., and Rubinsztein-Dunlop H. Optical Microrheology Using Rotating Laser-Trapped Particles. //Phys. Rev. Lett. –2004, **92**, 198104.
15. R.I. Khrapko. Violation of the gauge equivalence. - <http://arXiv.org/abs/physics/0105031> (11.12.2001)
16. R.I. Khrapko. True energy-momentum tensors are unique. Electrodynamics spin tensor is not zero. - <http://arXiv.org/abs/physics/0102084> (10.08.2001)
17. Khrapko R.I. Experimental verification of Maxwellian electrodynamics. // Measurement Techniques – 2003, **46**, No. 4.- p.317.
18. R.I.Khrapko. The Beth's experiment is under review // mp_arc@mail.ma.utexas.edu REQUEST: send papers NUMBER: 03-307 (2003)
19. R.I.Khrapko. Radiation of spin by a rotator. - mp_arc@mail.ma.utexas.edu REQUEST: send papers NUMBER: 03-315 (2003)
20. R.I.Khrapko. A circularly polarized beam carries the double angular momentum. - mp_arc@mail.ma.utexas.edu REQUEST: send papers NUMBER: 03-311

21. Khrapko R.I. Classical spin in space with and without torsion. // Gravitation & Cosmology – 2004, **10**, No. 1-2.- p.91.
22. R.I. Khrapko. Transfer of spin to a mirror2. – <http://www.sciprint.org> (2005)
23. Khrapko R. I. Origin of spin. //Unfolding the Labyrinth: Open Problems in Mathematics, Physics, Astrophysics, and Other Areas of Science. – 2006, 57-71. <http://xxx.lanl.gov/abs/math.GM/0609238>
24. R. I. Khrapko. Absorption of a circularly polarized beam in a dielectric, etc. www.sciprint.org (2006)
25. Храпко Р. И. Истинные тензоры энергии-импульса и спина среды однозначны. //Теоретические и экспериментальные проблемы общей теории относительности и гравитации. X Российская гравитационная конф., Владимир. 1999: Тез. докл. - Москва, 1999. - с.47.
26. Храпко Р. И. Экспериментальная проверка электродинамики Максвелла. //Измерительная техника. – 2003, № 4. с.3-6.
27. Храпко Р. И. Спин классической электродинамики. //Вестник Российского университета дружбы народов, Серия Физика. – 2002, № 10(1).- с.40-48.
28. Храпко Р. И. Локализация энергии-импульса и спин. //Вестник Российского университета дружбы народов, Серия Физика. – 2002, № 10(1).- с.35-39.
29. Beth R.A. Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light. //Phys. Rev. – 1936, **50**.- p.115-125.
30. Simpson N. B., Dholakia K., Allen L., and Padgett M. J. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner. //Opt. Lett. – 1997, **22**.- p.52-54
31. Allen L., Beijersbergen M. W., Spreeuw R. J. C., and Woerdman J. P. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian modes. //Phys. Rev. – 1992, **A45**.- p.8185
32. Padgett M., Allen L. Light with a twist in its tail. //Contemp. Phys. – 2000, **41**.- p.275-285
33. Parkin S, Knoner G, Nieminen T. A., et al. Measurement of the total optical angular momentum transfer in optical tweezers // Optics Express. – 2006, **14**.- p.6963
34. Garcés-Chavez V., McGloin D., Padgett M. J., et al. Observation of the Transfer of the Local Angular Momentum Density of a Multiringed Light Beam to an Optically Trapped Particle //Phys. Rev. Lett. – 2003, **91**, 093602
35. Corney A. Atomic and Laser Spectroscopy. – Oxford: University Press, 1977.- 567p.
36. Khrapko R.I. Does plane wave not carry a spin? //Amer. J. of Physics. – 2001, **69**.- p.405.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Храпко Радий Игоревич, доцент кафедры физики Московского авиационного института (государственного технического университета), к.ф.-м.н. E-mail: khrapko_ri@hotmail.com

121433, Москва, Б. Филевская, 43 – 92, т. 1446312