УДК 629.7.0187

Прямое решение задачи оптимизации управления пространственным движением легкого самолета при летных испытаниях

В.Н.Баранов, Зо Лин У

В статье решается задача синтеза безитерационного алгоритма управления легким самолетом при проведении летных испытаний.

Ключевые слова: безитерационный алгоритм управления, динамические уравнения, функционал, синтез оптимального управления.

В настоящее время большое внимание уделяется созданию легких самолётов, предназначенных для решения различных задач мониторинга природных и техногенных катастроф. Важным этапом создания такого самолета являются его летные испытания, одной из задач которых является уточнение его аэродинамических характеристик. Для эффективного решения данной задачи осуществляется выбор и реализация оптимальных траекторий полета. Предлается алгоритм решения задачи оптимального управления полетом легкого самолета с целью наиболее точной реализации выбранной программной траектории в условиях воздействия на самолет различных возмущений. Представлено решение указанной задачи с применением прямого решения оптимизационной задачи без привлечения сложных вычислительных процедур, свойственных точному решению проблемы оптимизации управления. Предложенное решение допускает несложную техническую реализацию с использованием ограниченных вычислительных средств ЭВМ.

1. Прямое решение задачи оптимизации управления (безитерационный алгоритм управления)

Летные испытания, как известно связаны со значительными материальными затратами даже при отработке легких самолетов [1]. В связи с этим возникает проблема оптимизации планирования экспериментальных исследований, включающая, в частности, задачу наиболее полной и точной реализации выбранных режимов и маршрутов полета самолета.

Отклонения от выбранной программы полета обусловлены в первую очередь воздействием различных возмущающих факторов. При этом основными из них являются атмосферные возмущения, а также отклонения начальных условий движения от расчетных значений.

В связи с этим актуальной задачей является разработка и реализация алгоритмов управления легким самолетом, которые могут парировать воздействие случайных возмущений и обеспечить реализацию выбранного исследовательского режима полета самолета с высокой точностью.

Условные обозначения

m, G – масса и вес самолета соответственно;

V_K, V - земная и воздушная скорость;

Θ - угол наклона траектории к горизонту;

Ψ - угол пути;

α, β - углы атаки и скольжения;

γ_a - скоростной угол крена;

P - тяга двигателя;

ρ - плотность воздуха;

L, z -продольная и боковая дальность полета;

y -высота полета;

C_{x_a} - коэффициент аэродинамической продольной силы;

C_{y_a}, C_{z_a} - коэффициент аэродинамической подъемной и боковой силы;

$C_{y_a}^{\alpha}, C_{z_\beta}^{\beta}$- частные производные коэффициентов аэродинамической нормальной и поперечной силы по углу атаки и скольжения соответственно;

R– расстояние между центром масс самолета на возмущенной и номинальной траектории;

J– оптимизирующий функционал;

X – фазовый вектор;

u – управление;

Математическая модель движения самолета может быть представлена в следующей форме [3]:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{dV_K}{dt} = \frac{1}{m}(P\cos\alpha\cos\beta - C_{x_a}\frac{\rho V^2}{2}S - G\sin\theta);\\
&mV_k\frac{d\theta}{dt} = (P\sin\alpha + C_y\frac{\rho V^2}{2}S)\cos\gamma_a + (P\cos\alpha\sin\beta - C_z\frac{\rho V^2}{2}S)\sin\gamma_a - G\cos\theta;\\
&-mV_k\cos\theta\frac{d\Psi}{dt} = (P\sin\alpha + C_y\frac{\rho V^2}{2}S)\sin\gamma_a - (P\cos\alpha\sin\beta - C_z\frac{\rho V^2}{2}S)\cos\gamma_a;\\
&\frac{dL}{dt} = V_K\cos\theta\cos\Psi;\\
&\frac{dy}{dt} = V_k\sin\theta;\\
&\frac{dz}{dt} = -V_K\cos\theta\sin\Psi.
\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

При решении поставленной задачи ограничимся рассмотрением лишь уравнений движения центра масс самолета, т.е. будем считать, что система угловой стабилизации работает идеально. При таком допущении можно в качестве компонент вектора управления считать суммарный угол атаки и угол крена.

Критерий оптимальности представляется в виде следующего оптимизирующего функционала [2]:

$$J = R = \left[(L_* - L)^2 + (y_* - y)^2 + (z_* - z)^2\right]^{\frac{1}{2}}, \qquad (2)$$

где L_*, y_*, z_* - координаты самолета, соответствующие заданной программной траектории полета. L, y, z - координаты самолета на возмущенной траектории реального полета.

В соответствии с полученными теоретическими результатами по выявлению структуры оптимального управления в статье В.Н.Баранов ,Зо Лин У« Решение задачи оптимизации управления пространственным движением легкого самолета на основе принципа минимума Понтрягина» угол атаки принимается предельно допустимым, а угол крена определяется, исходя из условия минимума функционала (2).

Для возможности получения решения в явном виде будем рассматривать следующую задачу, эквивалентную исходной задаче оптимизации управления:

$$\min_{\gamma_a} R = R_0 + \min_{\gamma_a}\int_{t_0}^{t_f}\frac{dR}{dt}(\tau)d\tau = R_0 + \dot{R}_0(t_f - t_0) + \min_{\gamma_a}\int_{t_0}^{t_f}\int_{t_0}^{t}\frac{d^2R(\tau)}{dt^2}d\tau dt;$$

Будем считать оптимальным углом крена

$$\gamma_{a\,опт} = \arg\min_{\gamma_a}\left(\frac{d^2R(t,\gamma_a)}{dt^2}\right) \qquad (3)$$

полагая что

$$\min_{\gamma_a}\int_{t_0}^{t_f}\int_{t_0}^{t}\frac{d^2R(\tau)}{dt^2}d\tau dt = \int_{t_0}^{t_f}\int_{t_0}^{t}\min_{\gamma_a}\frac{d^2R(\tau)}{dt^2}d\tau dt \quad .$$

Использование второй производной позволяет получить соотношения, содержащие непосредственно угол крена в явном виде и в конечном итоге определить $\gamma_{a\,опт}$.С этой целью составим выражения для $R'_t\,(t)$ и $R''_{t^2}(t)$, в которых в целях сокращения записи зависимость от времени не указывается

$$\dot{R} = \frac{\Delta L\Delta L' + \Delta y\Delta y' + \Delta z\Delta z'}{R}, \qquad (4)$$

Где:

$$\Delta L = (L_* - L), \Delta y = (y_* - y), \Delta z = (z_* - z);$$
$$\Delta L' = (L'_* - L'), \Delta y' = (y'_* - y'), \Delta z' = (z'_* - z');$$

$$\ddot{R} = \frac{R\left(\Delta L'^2 + \Delta L''\Delta L + \Delta y'^2 + \Delta y''\Delta y + \Delta z'^2 + \Delta z''\Delta z\right) - R'\left(\Delta L\Delta L' + \Delta y\Delta y' + \Delta z\Delta z'\right)}{R^2} \quad (5)$$

Где:

$$\Delta L'' = (L''_* - L''), \Delta y'' = (y''_* - y''), \Delta z'' = (z''_* - z'');$$

В выражении (5) от угла крена будет зависеть только часть этого выражения, содержащая вторые производные $\Delta L''$, $\Delta y''$, $\Delta z''$. Эту часть в целях упрощения дальнейших выкладок будем рассматривать отдельно, обозначив следующим образом

$$R''(\gamma_a) = \Delta L \Delta L'' + \Delta y \Delta y'' + \Delta z \Delta z'' \tag{6}$$

В этом случае условие оптимальности (3) можно записать в виде

$$\gamma_{опт} = \arg\min_{\gamma}(R''_{\gamma}) \tag{7}$$

Используя кинематические уравнения для L', y', z' из (1), получим:

$$\begin{aligned} L'' &= V_K \cos\Theta \cos\Psi - \left(V_K \sin\Theta \cos\Psi\big|_{\Theta} + V_K \sin\Psi \cos\Theta\big|_{\Psi}\right) \\ y'' &= V_K \sin\Theta + V_K \cos\Theta\big|_{\Theta} \\ z'' &= -V_K \cos\Theta \sin\Psi + \left(V_K \sin\Theta \sin\Psi\big|_{\Theta} - V_K \cos\Psi \cos\Theta\big|_{\Psi}\right) \end{aligned} \tag{8}$$

Используя динамические уравнения системы (1) для V', Θ', Ψ' и подставляя их в (8), можно получить выражения для L'', y'', z'', содержащие угол крена в явном виде:

$$R''(\gamma_a) = \cos\gamma_a \left(\Delta L \sin\Theta \cos\Psi - \Delta y \cos\Theta - \Delta z \sin\Theta \sin\Psi\right) - \sin\gamma_a \left(\Delta L \sin\Psi + \Delta z \cos\Psi\right) \tag{9}$$

Введем следующие обозначения

$$\begin{aligned} A_2 &= \left(\Delta L \sin\Theta \cos\Psi - \Delta y \cos\Theta - \Delta z \sin\Theta \sin\Psi\right) \\ B_2 &= -\left(\Delta L \sin\Psi + \Delta z \cos\Psi\right). \end{aligned} \tag{10}$$

Тогда: $R''(\gamma_a) = A_2 \cos\gamma_a + B_2 \sin\gamma_a$;

Оптимальный угол крена выбирается из условия $\dfrac{\partial R''(\gamma_a)}{\partial \gamma_a} = 0.$

Таким образом, прямое решение задачи оптимизации управления имеет следующий вид:

$$\gamma_{a_{опт}} = \begin{cases} \dfrac{\pi}{2} sign(B_2), & A_2 = 0; \\ arctg\left(\dfrac{B_2}{A_2}\right), & A_2 \neq 0. \end{cases} \tag{11}$$

Где:

$$\begin{aligned} A_2 &= -(L_* - L)\sin\Psi - (z_* - z)\cos\Psi \\ B_2 &= (L_* - L)\sin\Theta \cos\Psi - (y_* - y)\cos\Theta - (z_* - z)\sin\Theta \sin\Psi \end{aligned} \tag{12}$$

Выражения (11), (12), как нетрудно видеть, фактически соответствуют решению задачи синтеза оптимального управления, формируемому на основе знания лишь фазовых координат. С динамической точки зрения алгоритм (11) обеспечивает максимальное значение проекции вектора подъемной силы на вектор $\overline{R}(t)$, что фактически приводит к решению (3) .

Необходимо также отметить, что техническая реализация алгоритма (11) не вызывает существенных трудностей. В частности, входящие в (11) выражения тригонометрических функций углов и могут быть определены в условиях знания вектора скорости на основе информации, выдаваемой навигационной системой.

2. Моделирование безитерационного алгоритма управления

С целью проверки предложенного алгоритма управления (11) проводилось моделирование процесса управляемого полета самолета в условиях воздействия случайных возмущений. Рассматривались следующие три группы возмущений, обычно используемые в подобных задачах:

- атмосферные возмущения в виде ветра;

- случайные отклонения от расчетных значений начальных условий полета самолета;

-отклонения массово-инерционных и аэродинамических характеристик самолета от расчетных значений.

При моделировании возмущенного движения самолета использовались исходные уравнения движения (1). При этом считалось, что на каждом этапе принятия решения о выборе величины оптимального угла крена (через 0.1 сек.) в качетстве L_*, y_*, z_* брались точки на опорной траектории с интервалом в 1 сек. На рис.1 показаны динамические параметры движения самолета на опорной траектории и при использовании предлогаемого алгоритма управления. Результаты моделирования, характеризующие отклонения возмущенной траектории от номинальной при использовании алгоритма управления (11), показаны на рис.2.

При расчетах использовались следующие граничные условия:

$V_K(t_0) = 50(м/с)$

$\Theta(t_0) = 1(град)$

$\Psi(t_0) = -1(град)$

$L(t_0) = 0(м)$

$y(t_0) = 50(м)$

$z(t_0) = 0(м)$

$L(t_f) = 104(м)$

$y(t_f) = 50(м)$

$z(t_f) = 104(м)$

t_0 - начальный момент времени.

t_f - конечный момент времени.

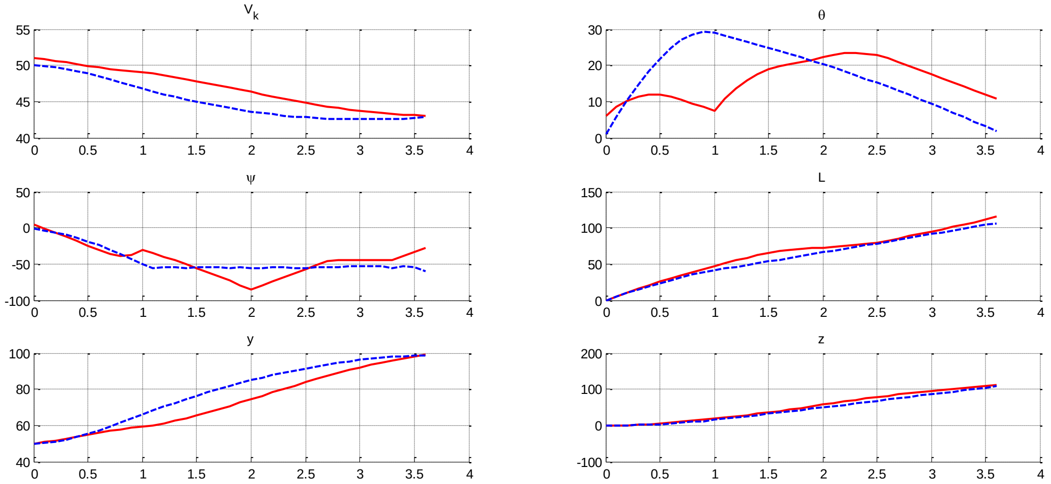

Рис.1

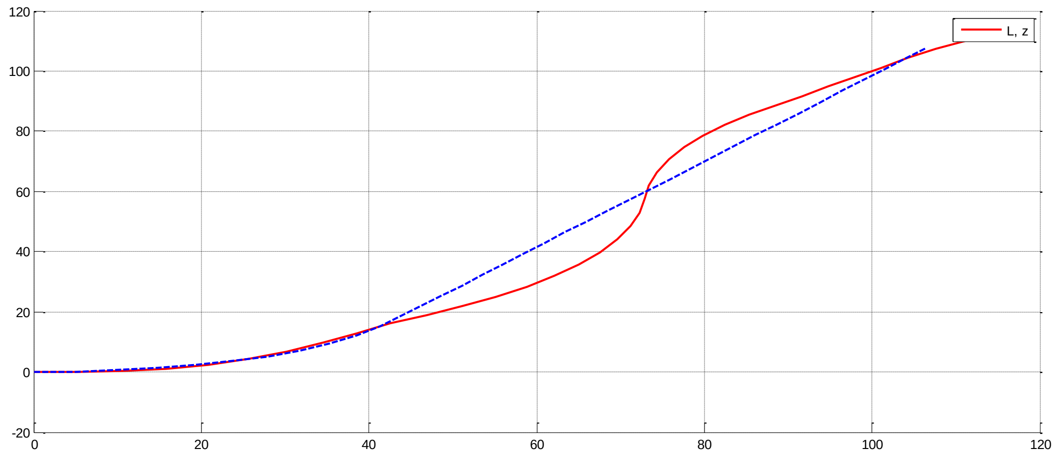

Рис.2

…………………. - полет по номинальной траектории.

———————— - полет по возмущенной траектории с использованием алгоритма управления (11).

Как следует из анализа полученных результатов, алгоритм прямого решения обеспечивает реализацию номинального полета самолета с высокой степенью точности.

Выводы

Разработан алгоритм оптимального управления самолетом при его летных испытаниях, основанный на прямом решении оптимизационной задачи. Предложенный алгоритм оптимального управления позволяет обеспечить необходимые точностные характеристики реализации траектории полета самолета при летных испытаниях, а также может быть применен для отработки заданного маршрута полета самолета при мониторинге районов возможных природных и техногенных катастроф. Полученное решение задачи оптимизации управления является достаточно универсальным для схем двухканального управления, характерных для атмосферных летательных аппаратов.

Библиографический список

1.Васильченко К.К., Леонов В.А., Пашковский И.М., Поплавский Б.К. Летные испытания самолетов. Учебник для студентов высших учебных заведений. -М.: Машиностроение, 1996-720 с.

2. Лебедев А.А., Красильщиков М.Н., Малышев В.В.. Оптимальное управление движением космических летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1974, 199 с.

3. Остославский И.В., Стражева И.В.. Динамика полета (траектории летательных аппаратов). М.: Машиностроение, 1969, 499 с.

Баранов Вячеслав Николаевич

Зо Лин У *, аспирант Московского авиационного института (государственного технического университета), e-mail: zaw.lin@mail.ru*