

## Отзыв официального оппонента

на диссертационную работу Морозова Александра Юрьевича «Алгоритмы адаптивной интерполяции для моделирования динамических систем с интервальными параметрами», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертационная работа посвящена созданию нового подхода к моделированию динамических систем с интервальными параметрами, основанном на адаптивном разбиении области неопределенности в пространстве параметров. Полученные результаты представляют интерес для широкого класса прикладных задач, включающего задачи небесной механики, механики сплошных сред и другие приложения. Разработка эффективной вычислительной методики для моделирования динамических систем с интервальными параметрами обуславливает актуальность диссертационной работы.

**Диссертация состоит** из введения, четырех глав, заключения и списка литературы.

Во введении описывается общая характеристика работы, актуальность темы исследования, цели и задачи диссертации, научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, методы исследования и основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе дано описание алгоритма адаптивной интерполяции на основе kd-дерева. Сначала сформулирована интервальная задача Коши для систем ОДУ, затем представлен алгоритм адаптивной интерполяции и доказаны утверждения относительно его условий применимости, сходимости и выполнен анализ погрешности получаемых результатов. Приведены результаты тестирования разработанного алгоритма на ряде модельных задач разной

размерности, содержащих различное количество интервальных параметров. Для наглядности выполнено сравнение с традиционными алгоритмами (с методом Монте-Карло).

Во второй главе рассмотрена возможность распараллеливания вычислений и реализация алгоритма адаптивной интерполяции с применением технологии CUDA. Дано описание используемых структуры данных и их особенностей в параллельном исполнении. Результаты вычислительных экспериментов продемонстрировали возможность эффективного распараллеливания алгоритма адаптивной интерполяции.

В третьей главе выполнен обзор наиболее распространённых библиотек, содержащих программы для моделирования динамических систем с интервальными параметрами, и проведён сравнительный анализ полученных автором результатов с результатами, полученными при помощи программных библиотек AWA, VNODE, COSY Infinity, RiOT и FlowStar. На примере тестовых задач показаны преимущества разработанного алгоритма с точки зрения точности и трудоёмкости.

В четвертой главе приведены результаты решения ряда научно-технических задач из небесной механики и механики сплошных сред при помощи разработанного комплекса программ. Выполнено сравнение полученных результатов с данными других авторов.

В заключении сформулированы основные результаты выполненной работы, рекомендации по их использованию и перспективы дальнейшей разработки темы исследования.

В диссертации присутствуют **оригинальные результаты** одновременно из трех областей: математического моделирования, численных методов и комплексов программ.

*В области математического моделирования:*

– разработана математическая модель неравновесных течений с учётом неопределенности значений констант скоростей реакций. С использованием разработанного программного комплекса проведены численные исследования

влияния неопределенностей параметров модели на структуру детонационной волны, а так же на время задержки воспламенения и концентрацию вредных веществ на выходе из сопла.

*2) В области численных методов:*

– теоретически обоснованы условия применимости, сходимости и точности алгоритма адаптивной интерполяции. Показано, что оценка глобальной погрешности прямо пропорциональна высоте kd-дерева.

– предложен новый алгоритм для моделирования динамических систем с интервальными параметрами, основанный на адаптивном разбиении области неопределенности в пространстве параметров. Разработана методика адаптивной интерполяции на основе kd-дерева для быстрого отыскания интервальной оценки решений с контролируемой точностью. Показана возможность эффективного распараллеливания вычислений.

*3) В области комплексов программ:*

– разработан программный комплекс с использованием технологии CUDA, включающий параллельную реализацию алгоритма адаптивной интерполяции и средств визуализации получаемых результатов. Продемонстрирована возможность эффективного распараллеливания вычислений.

**Научная новизна** работы заключается:

– в разработке новых математических методов моделирования объектов и явлений (математические модели неравновесных течений с учётом неопределенности значений констант скоростей реакций);

– в разработке, обосновании и тестировании эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий (алгоритм адаптивной интерполяции и алгоритм для моделирования динамических систем с интервальными параметрами);

– в разработке систем компьютерного и имитационного моделирования (программный комплекс с использованием технологии CUDA).

**Практическую значимость** представляют результаты решения ряда прикладных задач, возникающих в авиационных, ракетно-космических и

других приложениях, при помощи разработанного алгоритма для моделирования динамических систем с интервальными параметрами.

**Достоверность и обоснованность** полученных результатов подтверждается известными теоретическими и экспериментальными данными, а также корректным использованием предложенного математического аппарата, который включает комбинации традиционных методов, с успехом применявшихся ранее в других приложениях. Разработанные параллельные алгоритмы и программные решения верифицированы на широком круге модельных задач.

**Замечания:**

1) *Страница 14*

На стр. 14 сказано, что «Эффект обертывания, который возникает при использовании интервальных методов, является следствием из основной теоремы» и приведён соответствующий иллюстративный пример:

**Пример 1.2.**

Рассмотрим дискретную динамическую систему:

$$x^{k+1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} x^k, \quad x^0 = \begin{pmatrix} [-0.1, 0.1] \\ 1 + [-0.1, 0.1] \end{pmatrix}.$$

Из текста не понятно является ли эффект обёртывания «следствием из основной теоремы» или свойством самой задачи? В самом деле, давно известно, что итерационный метод вида

$$x^{(k+1)} = Ax^{(k)}$$

будет сходиться к неподвижной точке  $x = Ax$  с произвольно выбранного начального приближения  $x^{(0)}$  тогда и только тогда, когда собственные значения матрицы перехода  $A$  по модулю меньше единицы. В рассмотренном примере 1.2 одно из собственных значений больше единицы. Как влияет спектр матрицы перехода на эффект обёртывания?

2) *Страница 17*

Обозначим через  $y_k = y(y_0, t_k)$  решение системы (1.3) в момент  $t_k$ . Над пространством, образованным интервальными начальными условиями, построим равномерную регулярную интерполяционную сетку  $G_k^0$ , соответствующую корневой вершине дерева и представляющую собой табличную функцию:

- а) Справедливо ли утверждение, что интервальные начальные условия образуют функциональное пространство? Если да, то какое?
- б) Что такое интерполяционная сетка?
- в) Чем обусловлен выбор типа и порядка интерполяционного полинома?

### 3) Страница 20

Классическая оценка погрешности интерполяции включает в себя старшие производные интерполируемой функции, поэтому непонятно их отсутствие в оценке (1.5).

### 4) Страница 23

Раздел 1.6 озаглавлен «Построение интервальной оценки решения», однако сама интервальная оценка решения не приведена.

### 5) Страница 25

**Утверждение 1.** Если правая часть системы (1.6) непрерывно дифференцируема  $p+1$  раз, то для каждого фиксированного  $t_k$  можно построить кусочно-полиномиальную функцию степени  $p$ , которая интерполирует решение  $y(y_0, t_k)$  с заданной точностью.

В доказательстве Утверждения 1 использована кусочно-полиномиальная интерполяция. Из текста не ясно должны ли быть интерполяционные полиномы согласованы между собой или на границах областей? Какова должна быть гладкость составной интерполяционной функции? Не вполне ясно как перекликается Утверждение 1 и теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной на отрезке функции многочленами.

### б) Страница 66: Выводы к главе 2

Утверждение

«В целом при проведении расчетов даже с использованием не самой современной видеокарты получено ускорение вычислений практически на два порядка по сравнению с вычислениями на центральном процессоре.»

не вполне корректно. Параллельные алгоритмы характеризуют традиционными мерами параллелизма: ускорением и эффективностью. Поэтому результаты вычислительных экспериментов лучше представить в традиционном виде: количество независимых вычислителей ( $p$ ), ускорение параллельного алгоритма ( $S$ ) и его эффективность ( $E$ ). Практический интерес также представляет зависимость ускорения и эффективности от количества независимых вычислителей и размерности задачи.

### **Заключение**

Диссертационная работа А.Ю. Морозова является самостоятельным, завершённым научным исследованием в области математического моделирования, численных методов, алгоритмизации и создания компьютерных программ, выполненным автором на высоком научном уровне. В работе предложен, обоснован и реализован новый алгоритм адаптивной интерполяции на основе kd-дерева для моделирования динамических систем с интервальными параметрами. Основные результаты, приведенные в диссертации, получены впервые и лично автором. Основные положения диссертации докладывались на восьми научных семинарах, всероссийских и международных конференциях и опубликованы в трёх журналах, рекомендованных ВАК РФ (в том числе две статьи опубликованы в журналах, индексируемых в базах данных Scopus и Web of Science. Автореферат диссертации полностью отражает содержание диссертации. Отмеченные выше замечания не снижают общей высокой оценки результатов диссертации.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертация А.Ю. Морозова «Алгоритмы адаптивной интерполяции для моделирования динамических систем с интервальными параметрами» соответствует требованиям ВАК Российской Федерации (п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней»), предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», а ее автор А.Ю. Морозова заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Доктор физико-математических наук,  
научный сотрудник отдела

Мартыненко Сергей Иванович

«Специальные авиационные двигатели и химмотология»,  
ФГУП «ЦИАМ им. П.И. Баранова»

[Martynenko@ciam.ru](mailto:Martynenko@ciam.ru)

тел. 8(495) 362-00-23

специальность докторской диссертации – 05.13.18 («Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»)

**Подпись С.И. Мартыненко заверяю**

Учёный секретарь ФГУП «ЦИАМ им. П.И. Баранова»,  
доктор экономических наук, доцент  
Екатерина Викторовна Джамай



Федеральное государственное унитарное предприятие  
«Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова»  
111116 г. Москва, ул. Авиамоторная, 2.  
Тел. (495)-362-40-25  
[www.ciam.ru](http://www.ciam.ru)