

На правах рукописи



Конырбаев Нурбек Беркинбайулы

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАЮЩЕГО РОБОТА
МЕТОДОМ ВАРИАЦИОННОГО АНАЛИТИЧЕСКОГО
ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Специальность 05.07.09

«Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Москва–2018

Работа выполнена на кафедре 604 «Системный анализ и управление» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Научный руководитель: **Разумный Юрий Николаевич**, доктор технических наук, профессор кафедры 604 «Системный анализ и управление» Московского авиационного института (национального исследовательского университета)»

Официальные оппоненты: **Демидова Лилия Анатольевна**, доктор технических наук, профессор кафедры «Вычислительной и прикладной математики» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Рязанский государственный радиотехнический университет»

Кутоманов Алексей Юрьевич, кандидат технических наук, руководитель проектного офиса Федеральное государственное унитарное предприятие «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения» (ФГУП ЦНИИмаш).

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

Защита состоится «29» ноября 2018 года в 16:00 на заседании диссертационного совета Д212.125.12 в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт» (национальный исследовательский университет) МАИ по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ) по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4, а также на сайте института по адресу https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=96333

Отзывы, заверенные печатью, просим высылать по адресу: Волоколамское шоссе, д. 4, г. Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Ученый совет МАИ.

Автореферат разослан «___» _____ 2018 года.

Учёный секретарь диссертационного совета

Д 212.125.12 кандидат технических наук, доцент

Старков А.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Области исследования диссертационной работы являются методы и алгоритмы структурно-параметрического синтеза систем автоматического управления сложными динамическими объектами.

В диссертационной работе рассматривается прикладная задача мониторинга области с помощью группы квадрокоптеров. Условие задачи содержит множество точек, заданных в некоторой определенной области трехмерного пространства. Необходимо найти управление несколькими квадрокоптерами, чтобы они прошли все заданные точки, причем каждый квадрокоптер должен пройти свой набор точек, и два различных квадрокоптера не должны проходить одну и ту же точку. Считаем, что все квадрокоптеры начинают движение из одной точки пространства и завершают полет в той же начальной точке.

Задачу решаем в два этапа. Первоначально разбиваем множество заданных точек на приблизительно одинаковые по количеству точек подмножества для каждого квадрокоптера. Далее переопределяем номера точек во множестве так, чтобы суммарная длина путей движения всех квадрокоптеров была минимальной. Упорядочивание точек по минимальной длине пути является известной комбинаторной задачей коммивояжера и здесь она отличается от классической задачи наличием нескольких коммивояжеров, которые стартуют из одной и той же точки. Это приводит к тому, что суммарная длина пути движения одного квадрокоптера по всем точкам отличается от суммарной длины путей нескольких квадрокоптеров, так как после прохождения своего пути каждый квадрокоптер должен вернуться в исходную точку, а следующий квадрокоптер должен стартовать из этой начальной точки, поэтому к длине пути по точкам необходимо добавлять пути движения от стартовой точки к первой точке мониторинга и от последней точки - к стартовой.

Далее решаем задачу синтеза системы управления для каждого квадрокоптера. Если квадрокоптеры одинаковые, как в нашем случае, то задачу синтеза решаем для одного квадрокоптера. Задача синтеза состоит в том, чтобы найти функцию управления, которая обеспечивает устойчивое положение квадрокоптера в заданной точке пространства состояний. Функция управления использует в качестве своих аргументов отклонения значений компонент вектора состояний квадрокоптера от заданной точки пространства состояний. Блок управления квадрокоптером должен также включать систему переключения точек пространства состояний для обеспечения движения квадрокоптера по траектории.

Для решения расширенной задачи коммивояжера, рассматриваемой на первом этапе, используем вариационный генетический алгоритм. Задача первого этапа, нахождения траекторий движения квадрокоптеров, представляет собой расширение известной задачи коммивояжера в форме задачи поиска путей для группы коммивояжеров. В качестве малых вариаций применяем здесь операцию перестановки номера точки в новое положение.

Задача синтеза системы управления, решаемая на втором этапе, является главной задачей теории управления. Основным научным результатом, полученным в диссертации, относится к созданию и исследованию нового метода решения задачи синтеза управления. Для решения задачи синтеза в работе используем метод

вариационного аналитического программирования, который является развитием известного метода аналитического программирования, относящегося к классу методов символьной регрессии. Все методы символьной регрессии используются для поиска решения на нечисловом пространстве. В данном случае в задаче синтеза управления мы ищем математическое выражение для функции управления. Для поиска нечисловых решений методы символьной регрессии используют специальные формы кодирования возможных решений и эволюционный, как правило, генетический алгоритм для поиска оптимального кода возможного решения. Метод аналитического программирования имеет наиболее компактный код записи математического выражения. В отличие от известного метода аналитического программирования, метод вариационного аналитического программирования использует при поиске принцип малых вариаций базисного решения, суть которого заключается в том, что исследователь задает в форме кода одно базисное решение, которое желательно задать как можно ближе к искомому решению, а поиск оптимального решения осуществляется на множестве малых вариаций заданного базисного решения.

Разработка и исследование нового численного метода решения важнейшей задачи синтеза управления составляет содержание основного теоретического результата диссертационной работы. Использование методов символьной регрессии при поиске математического выражения позволяет находить не только параметры функции, но и ее структуру. В результате мы получаем структуру и параметры функции управления от координат пространства состояний квадрокоптера. Определяемые по искомому математическому выражению значения вектора управления должны обеспечивать достижение объектом заданной цели управления с оптимальным значением заданного критерия качества. Функцию управления, полученную в результате решения задачи синтеза, называем синтезирующей функцией. Данная функция должна по текущему состоянию объекта управления обеспечивать нахождение такого управления, которое позволяет достичь цель управления, в нашем случае заданной точки в трехмерном геометрическом пространстве, с оптимальным значением критерия качества, который в работе представляет собой время достижения цели и точность ее достижения.

Диссертация посвящена разработке и исследованию нового численного метода вариационного аналитического программирования для решения задачи синтеза управления. В качестве объекта управления рассматривается группа мобильных летающих роботов квадрокоптеров, решающих задачу мониторинга заданного района.

Цель диссертационного исследования заключается в разработке методики решения задачи мониторинга местности группой летающих роботов и в разработке и исследовании нового вычислительного метода вариационного аналитического программирования для решения задачи синтеза системы управления.

Для достижения поставленной цели в диссертационной работе решались следующие **задачи**:

- Решение задачи группы коммивояжеров в трехмерном пространстве для определения оптимальных траекторий для каждого летающего робота;

- Разработка метода вариационного аналитического программирования для синтеза системы управления;
- Применение метода вариационного аналитического программирования для решения задачи синтеза системы управления;
- Решение задачи синтеза системы управления летающим роботом методом вариационного аналитического программирования;
- Исследование качества синтезированной системы управления летающим роботом с целью определения сохранения свойств системы при изменении начальных условий и наличии внешних возмущений.

Объектом исследования является: система управления мобильным летающим роботом типа квадрокоптер.

Предметом диссертационного исследования является: система управления летающим роботом, определенная в форме математической модели объекта управления, летающего робота и требований постановки задачи синтеза: функционала качества, терминальных и начальных условий, ограничений на управление.

Метод проведения исследования. Для проведения исследований были использованы: методы теории управления, методы функционального анализа, методы многокритериальной оптимизаций, численный метод интегрирования дифференциальных уравнений, численные методы оптимизации, эволюционные вычислительные методы, методы символьной регрессии.

Методология и методы исследования состоят в проведении большого количества вычислительных экспериментов, выполняемых при синтезе систем автоматического управления для каждого возможного решения, генерируемого и модифицируемого эволюционным алгоритмом.

Достоверность полученных в диссертации результатов подтверждается программной реализацией разработанных алгоритмов и вычислительными экспериментами, проводимыми в процессе решения задач синтеза управления методом вариационного аналитического программирования.

Научная новизна диссертационной работы состоит:

- В разработке нового численного метода вариационного аналитического программирования, который отличается от известного метода символьной регрессии аналитического программирования, использованием принципа малых вариаций базисного решения.
- В разработке генетического алгоритма для решения задачи синтеза системы управления методом вариационного аналитического программирования.
- В решении задачи синтеза системы управления летающим роботом методом вариационного аналитического программирования.
- В решении задачи группы коммивояжеров вариационным генетическим алгоритмом.

Практическая значимость диссертационной работы состоит в разработке алгоритмов и комплекса программ для автоматического синтеза систем управления методом вариационного аналитического программирования. Работоспособность программного комплекса подтверждена вычислительными экспериментами. Полученные в результате автоматического синтеза математические выражения для

системы управления могут быть непосредственно использованы на бортовых компьютерах систем управления летающими роботами.

Теоретическая значимость диссертационной работы заключается в исследовании метода вариационного аналитического программирования, в частности, в исследовании и построении малых вариаций структуры данных, кодирующей искомое математическое выражение, а также в сравнительном анализе различных методов символьной регрессии, применяемых для решения задачи синтеза управления, метода сетевого оператора, метода аналитического программирования и метода вариационного аналитического программирования.

Внедрение результатов диссертационной работы.

Разработанные методы и алгоритмы использовались в учебном процессе Инженерной академии Российского Университета Дружбы Народов в департаменте «Механики и мехатроники» при подготовке магистрантов по направлению «Управление в технических системах», при чтении курсов «Современные инструментальные средства интеллектуальных систем», «Современные проблемы теории управления», «Автоматизированное проектирование средств и систем управления», а также в учебном процессе кафедры «Системный анализ и управление» Аэрокосмического института МАИ при чтении курсов «Динамическое проектирование системы управления летательного аппарата», «Оптимальное управление летательными аппаратами».

Внедрение результатов диссертационных исследований подтверждено соответствующими актами.

Апробация работы. Апробация результатов диссертационной работы состоит в применении разработанного нового численного метода для решения прикладной задачи мониторинга местности с помощью группы квадрокоптеров. В качестве объекта управления рассматривается модель реального летающего робота квадрокоптера. Научно-прикладные результаты диссертационных исследований докладывались на следующих конференциях:

XI Международная научно-практическая конференция «Инженерные системы - 2014» (г. Москва), Одиннадцатый международный симпозиум «Интеллектуальные системы INTELS'2014» (г. Москва, 2014), Международный симпозиум «Надежность и качество» (г. Пенза 2014), Школа-семинар молодых ученых «Фундаментальные проблемы системной безопасности», (г. Елец 2014 г), XII International Symposium «Intelligent Systems-2016» (INTELS'2016) (Moscow 2016), 2017 11th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT) (Moscow 2017), XXIII Международной научной конференции «Системный анализ, управление и навигация» (г. Евпатория, 2018 г.)

Публикации. Все полученные научные результаты диссертации были представлены в 22 научных публикациях, из которых 4 статьи опубликованы в журналах из списка рекомендованного Высшей аттестационной комиссией (ВАК) для специальности 05.07.09, и 4 статьи в трудах международных конференций, включенных в международные реферативные базы цитирования SCOPUS или Web of Science. В совместных работах результаты принадлежат соавторам в равных долях.

Положения, выносимые на защиту. На защиту выносятся полученные в процессе выполнения диссертационных исследований следующие научные результаты:

- Алгоритм синтеза системы автоматического управления методом вариационного аналитического программирования;
- Применение метода вариационного аналитического программирования для решения задачи синтеза системы управления;
- Решение задачи синтеза системы управления летающим роботом методом вариационного аналитического программирования;
- Решение задачи группы коммивояжеров вариационным генетическим алгоритмом.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, основных выводов по работе, списка цитируемой литературы, содержащего 87 наименований. Работа изложена на 109 листах, включая 31 рисунок.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении представлено обоснование актуальности темы, сформулированы цель, задачи и предмет исследований, методы проведения исследований, обоснована научная новизна результатов и их практическая значимость, перечислены основные положения, выносимые на защиту, представлены данные о структуре и объеме диссертационной работы.

В первой главе диссертации представлена постановка задачи синтеза управления группой летающих роботов и ее формальное описание, приведен обзор известных аналитических и численных методов ее решения, приведено описание численного метода сетевого оператора для решения задачи синтеза управления и метода аналитического программирования, приведено описание решения задачи для группы коммивояжеров вариационным генетическим алгоритмом.

Формальная постановка задачи

Рассмотрим задачу мониторинга местности группой квадрокоптеров. Для проведения мониторинга в трехмерном геометрическом пространстве задействовано некоторое количество квадрокоптеров, которые должны пройти заданное количество точек. Считаем, что точки, через которые должны пройти квадрокоптеры, определены, но какой из квадрокоптеров должен пройти через какие точки первоначально неизвестно. В каждой точке должен побывать хотя бы один из квадрокоптеров. Каждая точка определена тремя координатами. Предполагаем, что все квадрокоптеры стартуют из заданного начального состояния и после прохождения выбранных для него точек возвращается обратно в то же место, откуда он стартовал.

На первом этапе решаем задачу отбора точек для каждого квадрокоптера. Считаем, что все точки пронумерованы и каждый из квадрокоптеров должен пройти приблизительно одинаковое количество точек. Первый квадрокоптер проходит первые K точек, следующий другие K точек и т.д. Для оптимального поиска путей движения квадрокоптеров необходимо переставить порядок точек, чтобы суммарный путь всех квадрокоптеров был минимальным. Эта задача является разновидностью задачи коммивояжера и относится к трудным вычислительным

задачам, для которых неизвестны полиномиальные алгоритмы решения. Для решения этой задачи используем эволюционный генетический алгоритм, которые не находят гарантированно оптимального решения, но позволяет за конечное количество итераций найти близкое к оптимальному решению.

Второй этап посвящен решению задачи синтеза системы управления квадрокоптером. В задаче синтеза управления находим нелинейную обратную связь в виде многомерной функции, аргументами которой являются компоненты вектора отклонения состояния квадрокоптера от заданной точки в пространстве состояний. Решение задачи синтеза приводит к созданию блока стабилизации квадрокоптера относительно заданной точки в пространстве состояний. Для поиска решения задачи синтеза используем новый численный метод символьной регрессии, метод вариационного аналитического программирования, который является основным теоретическим результатом настоящей работы.

Приведем математические формулировки постановок решаемых задач, поиска оптимальных траекторий движения квадрокоптеров, и синтеза оптимальной системы управления.

В задаче синтеза **оптимальных пространственных траекторий** задано первоначальные положения квадрокоптеров

$$P_0 = \{\mathbf{p}^{0,1}, \dots, \mathbf{p}^{0,N}\}, \quad (1)$$

где $\mathbf{p}^{0,i}$ - вектор координат точки трехмерного пространства, $\mathbf{p}^{0,i} = [x^{0,i} \ y^{0,i} \ z^{0,i}]^T$, $i = 1, \dots, N$, N - количество квадрокоптеров.

Задано множество координат точек мониторинга в трехмерном пространстве

$$P = \{\mathbf{p}^1, \dots, \mathbf{p}^M\}, \quad (2)$$

где $\mathbf{p}^i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$, $i = 1, \dots, M$, $M > N$.

Необходимо найти N подмножеств точек из (2)

$$P_1 \cup \dots \cup P_N = P, \quad (3)$$

где

$$P_1 = (\mathbf{p}^{\alpha_{1,1}}, \dots, \mathbf{p}^{\alpha_{1,K_1}}), \dots, P_N = (\mathbf{p}^{\alpha_{N,1}}, \dots, \mathbf{p}^{\alpha_{N,K_N}}), \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N K_i = M. \quad (5)$$

Разбиение множеств (2) выполняем по условию минимума функционала

$$\sum_{i=1}^N |P_i| \rightarrow \min, \quad (6)$$

где

$$|P_i| = \sqrt{x_{\alpha_i,1}^2 + y_{\alpha_i,1}^2 + z_{\alpha_i,1}^2} +$$

$$+ \sum_{j=1}^{K_i-1} \| \mathbf{p}^{\alpha_i, j+1} - \mathbf{p}^{\alpha_i, j} \|_2 + \sqrt{x_{\alpha_i, K_i}^2 + y_{\alpha_i, K_i}^2 + z_{\alpha_i, K_i}^2} \rightarrow \min, \quad (7)$$

$$\| \mathbf{p}^A - \mathbf{p}^B \|_2 = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}. \quad (8)$$

В задаче синтеза управления задана математическая модель объекта управления

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (9)$$

где \mathbf{x} - вектор состояния объекта управления, $\mathbf{x} = [x_1 \dots x_n]^T$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, \mathbf{u} - вектор управления, $\mathbf{u} = [u_1 \dots u_m]^T$, $\mathbf{u} \in U \subseteq \mathbb{R}^m$, $m \leq n$, U - ограниченное замкнутое множество.

Задано множество начальных значений

$$X_0 \subseteq \mathbb{R}^n. \quad (10)$$

Заданы терминальные условия или цель управления

$$\varphi_i(\mathbf{x}) = 0, \quad i = \overline{1, r}. \quad (11)$$

Задан критерий качества управления в виде функционала

$$J = \int_0^{t_f} f_0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt \rightarrow \min, \quad (12)$$

где t_f - время управления, которое может быть не задано и определяться по условию (11) достижения цели управления.

Необходимо найти управление в виде многомерной функции от компонент вектора пространства состояний

$$\mathbf{u} = \mathbf{h}(\mathbf{x}). \quad (13)$$

Функция $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ должна обладать следующими свойствами. Функция $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ должна удовлетворять ограничениям на управление

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) \subseteq U, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n. \quad (14)$$

При подстановке функции $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ в модель объекта управления (9) получаем систему дифференциальных уравнений $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{h}(\mathbf{x}))$.

Полученная система уравнений для любого начального значения из заданной области (10) начальных значений $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 \in X_0$ имеет решение в форме векторной функции времени $\mathbf{x}(t, \mathbf{x}^0)$. Данное решение за конечное время $t_f < \infty$ достигает цели управления (11)

$$\varphi_i(\mathbf{x}(t_f, \mathbf{x}^0)) = 0, \quad i = \overline{1, r}, \quad \mathbf{x}^0 \in X_0, \quad (15)$$

и обеспечивает минимум функционалу (12) качества управления на множестве всех допустимых управлений $\tilde{U} = \{\tilde{\mathbf{u}}(\cdot)\}$ с учетом ограничений $\tilde{\mathbf{u}}(t) \subseteq U$, $0 \leq t \leq t_f$,

$$\int_0^{t_f} f_0(\mathbf{x}(t), h(\mathbf{x}(t))) dt = \min_{\mathbf{u} \in \bar{U}} \int_0^{t_f} f_0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt. \quad (16)$$

Решение задачи (9) - (16) синтеза управления требует нахождения многомерной синтезирующей функции управления (13), вычисление значения функционала (12) и проверку выполнения терминальных условий (11). Для любого начального состояния из заданной области (10) величина функционала (12) должна быть наименьшей и терминальные условия (11) должны выполняться.

Во второй главе диссертации приведено описание метода вариационного аналитического программирования, приведено описание структуры данных для кодирования математического выражения, приведено описание малых вариаций структуры данных, приведено описание генетического алгоритма поиска решения с использованием принципа малых вариаций базисного решения, приведен пример решения задачи синтеза системы управления для объекта управления третьего порядка с фазовыми ограничениями методом вариационного аналитического программирования.

Использование принципа малых вариаций кода базисного решения в известном методе аналитического программирования обеспечило создание нового метода символьной регрессии, который был назван методом вариационного аналитического программирования. Задача синтеза оптимальной системы управления состоит в нахождении многомерной функции, которая отображает пространство состояний объекта управления в пространство управлений. В результате найденная функция должна обеспечить для объекта управления достижение цели управления из разных его начальных состояний с оптимальным значением критерия качества.

Из методов символьной регрессии наиболее удачно решает задачу синтеза оптимальной системы управления метод сетевого оператора. Недостатком метода сетевого оператора является ограниченный набор используемых при построении математического выражения функций. При решении сложных задач управления для эффективной работы алгоритма исследователь должен подобрать хорошее базисное решение. Для сложных задач управления робототехническими объектами приходится использовать два сетевых оператора с арифметическими и логическими функциями.

Отличительной особенностью метода аналитического программирования является возможность использования функций с любым количеством аргументов. Новый метод вариационного аналитического программирования построен на основе применения принципа малых вариаций, используемого в методе сетевого оператора, в методе аналитического программирования.

Вариационное аналитическое программирование использует упорядоченное множество функций

$$F = (f_1 = f_{0,1}, f_2 = f_{0,2}, \dots, f_{m_0} = f_{0,m_0}, f_{m_0+1}(z) = f_{1,1}(z), \dots, f_{m_0+m_1}(z) = f_{1,m_1}(z), \\ f_{m_0+m_1+1}(z_1, z_2) = f_{2,1}(z_1, z_2), \dots, f_{m_0+\dots+m_n}(z_1, \dots, z_n) = f_{n,m_n}(z_1, \dots, z_n)), \quad (17)$$

где $f_{i,j}(z_1, \dots, z_i)$ - функция под номером j , $j = 1, \dots, m_i$, с количеством аргументов i , $i = 0, \dots, n$.

Определяем множество аргументов искомой функции, которые представляют собой переменные или параметры

$$F_0 = (f_{0,1}, \dots, f_{0,m_0}) = (x_1, \dots, x_N, q_1, \dots, q_p). \quad (18)$$

Для построения математического выражения по записи кода необходимо знать количество элементов в каждом из множеств функций: m_0, \dots, m_n , и количество используемых переменных и параметров N и p .

Для кодирования векторных математических выражений используем набор целых чисел с определенным количеством элементов для каждой компоненты векторного выражения. Допустим вектор математических выражений имеет m компонент. Определим под каждую компоненту вектора L позиций в записи кода. Код математического выражения каждой компоненты i векторного выражения содержит $k_i \leq L$ элементов, $i = \overline{1, m}$. Не используемым в формировании кода элементам задаем нулевые значения

$$C = (\underbrace{c_1, \dots, c_{k_1}}_L, 0, \dots, 0, \dots), \quad (19)$$

где L - длина кода одной компоненты векторного выражения, k_i - длина кода компоненты i векторного выражения, $i = \overline{1, m}$.

В коде записи векторного выражения значения для элементов выполняются условия $c_j = 0$, если $L(i-1) + k_i < j \leq Li$, $i = \overline{1, m}$.

Для расшифровки кода векторного выражения необходимо вместе с величинами m_i , $i = \overline{1, n}$, N и p дополнительно знать число позиций L и длины кодов компонент k_i , $i = \overline{1, m}$.

Для определения корректности записи кода математического выражения используем индекс элемента. Пусть в записи кода математического выражения элемент $c_j \neq 0$. Для векторного математического выражения определим его номер компоненты i из соотношения

$$i = \left\lfloor \frac{j-1}{L} \right\rfloor + 1. \quad (20)$$

Для корректной записи для индекса элемента $c_j \neq 0$ необходимо выполнение условий

$$T(j) > 0, \quad j \neq k_i, \quad (21)$$

$$T(k_i + L(i-1)) = 0, \quad (22)$$

где $T(j)$ индекс элемента j записи кода векторного математического выражения.

Для вычисления индекса $T(j)$ элемента j при условии $c_j \neq 0$ используем соотношение

$$T(j) = 1 - (j - L\beta) + \sum_{k=L\beta+1}^j i_k, \quad (23)$$

где

$$i_k = \begin{cases} 0, & \text{если } 0 \leq c_k \leq m_0 \\ \alpha, & \text{если } \sum_{r=0}^{\alpha-1} m_r \leq c_k \leq \sum_{r=0}^{\alpha} m_r, \alpha = \overline{1, m_n} \end{cases}, \quad (24)$$

$$\beta = \left\lfloor \frac{j-1}{L} \right\rfloor. \quad (25)$$

Индекс $T(j)$ элемента j указывает на минимальное число недостающих справа элементов. Невыполнение условий (21) или (22) указывает на неправильность записи математического выражения.

Малой вариацией кода аналитического программирования является изменение значения кода элемента $c_i \in \{1, \dots, M\}$. Одной малой вариации достаточно для получения любой записи пространства из одной заданной записи за конечное число вариаций. Для описания малой вариации используем вектор из двух компонент

$$\mathbf{w} = [w_1 \ w_2]^T, \quad (26)$$

где w_1 - номер позиции изменяемого кода элемента записи, w_2 - новое значение кода элемента.

В результате вариации кода возможно получить некорректную запись. Корректность кода проверяем по условиям (21), (22). В зависимости от полученного в результате вариации некорректного кода производим изменения кода для обеспечения ее корректности. Рассмотрим выполнение малой вариации записи аналитического программирования подробнее.

Пусть заданы код записи $C = (c_1, \dots, c_{LM})$ и вектор малой вариации $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2]^T$. В результате вариации получаем новое значение записи $\tilde{C} = (\tilde{c}_1, \dots, \tilde{c}_{LM})$ и новые значения количеств используемых позиций $\tilde{k}_i, i = \overline{1, m}$.

Определяем номер компоненты i векторного математического выражения

$$i = \lfloor (w_1 - 1) / L \rfloor + 1. \quad (27)$$

Определяем номер позиции j в коде записи. Номер позиции в коде компоненты i векторного выражения может попасть на неиспользуемую позицию или нулевой код элемента. Для исключения этого случая используем операцию вычисления остатка от деления

$$j = (w_1 - (i - 1)L - 1) \bmod k_i + L(i - 1) + 1. \quad (28)$$

По формуле (30) определяем варьируемую позицию j кода записи. Значение найденной позиции варьируемого кода не должно быть нулевым $c_j \neq 0$. Определяем арности элементов c_j и второй компоненты вектора вариаций w_2 .

Арность элемента указывает на количество аргументов кодируемой данным элементом функции. Обозначим $\gamma(a)$ арность кода a . Арность кода a определяем из соотношения

$$\gamma(a) = \begin{cases} 0, & \text{если } 0 < a \leq m_0 \\ k, & \text{если } \sum_{j=0}^{k-1} m_j < a \leq \sum_{j=0}^k m_j, k = \overline{1, m_n}. \end{cases} \quad (29)$$

После определения $\gamma(c_j)$ и $\gamma(w_2)$ возможны три случая.

Пусть арности кодов совпадают

$$\gamma(c_j) = \gamma(w_2). \quad (30)$$

В этом случае выполняем замену значения кода

$$\tilde{c}_j = w_2 \quad (31)$$

и завершаем вариацию.

Пусть арность кода заменяемого элемента превышает арность нового значения кода

$$\gamma(c_j) > \gamma(w_2). \quad (32)$$

В данном случае в коде записи для корректности необходимо обнулить значения части элементов. Заменяем значение кода $\tilde{c}_j = w_2$.

Определяем количество элементов в корректной записи кода. По формулам (23), (24) определяем индексы $T(j)$ элемента \tilde{c}_j с новым значением w_2 и последующих за ним элементов $c_{j+1}, c_{j+2} \dots$. Находим элемент c_{j+v} с нулевым значением индекса $T(j+v) = 0$. После вариации кода элемент c_j принял новое значение с меньшей величиной арности (29). Условие указывает на нахождение элемента с нулевым индексом среди используемых позиций кода

$$j + v - L(i-1) < k_i. \quad (33)$$

Обнуляем все последующие за c_{j+v} элементы в коде записи компоненты i векторного выражения

$$\tilde{c}_{j+v+\alpha} = 0, \alpha = \overline{1, L(i-1) + k_i - j - v}. \quad (34)$$

Вариацию завершаем изменением числа используемых позиций в коде записи

$$\tilde{k}_i = j + v - L(i-1). \quad (35)$$

Пусть арность кода заменяемого элемента меньше арности кода нового значения

$$\gamma(c_j) < \gamma(w_2). \quad (36)$$

В данном случае необходимо добавить к коду записи некоторое число ненулевых позиций. Количество минимально добавляемых позиций определим из соотношения

$$\Delta = \gamma(w_2) - \gamma(c_j). \quad (37)$$

Всего для записи кода компоненты i в выделенных L позициях используется k_i позиций. Дополнительно можно использовать $L - k_i$ позиций. Для корректировки кода необходимо выполнения условия

$$\gamma(w_2) - \gamma(c_j) \leq L - k_i. \quad (38)$$

При нарушении условия (39)

$$\gamma(w_2) - \gamma(c_j) > L - k_i \quad (39)$$

вариацию кода не выполняем.

При выполнении условия (36) заменяем значение элемента c_j новым значением w_2 , $\tilde{c}_j = w_2$. Из-за условия (38) индекс последнего элемента в записи будет иметь ненулевое значение

$$T(L(i-1) + k_i) = \Delta \quad (40)$$

Для корректировки записи заменяем Δ нулевых значений кодами элементов с нулевой арностью. Для определения значений кодов используем остаток от деления на мощность множества элементов с нулевой арностью

$$\tilde{c}_{L(i-1)+k_i+\alpha} = \delta_\alpha, \quad \alpha = \overline{1, \Delta}, \quad (41)$$

где

$$\delta_\alpha = (w_2 + \delta_{\alpha-1}) \bmod m_0 + 1, \quad \alpha = \overline{1, \Delta}, \quad \delta_0 = 0. \quad (42)$$

Завершаем вариацию изменением количества используемых позиций в записи кода

$$\tilde{k}_i = L(i-1) + k_i + \Delta. \quad (43)$$

Для организации поиска математического выражения с помощью метода вариационного аналитического программирования используем генетический алгоритм, который выполняет все основные генетические операции на наборах векторов малых вариаций.

В третьей главе приведено описание решения задачи мониторинга местности для группы летающих роботов. В главе приведено решение задачи группы коммивояжеров для 23 точек трехмерного пространства и двух квадрокоптеров. На первом этапе решена задача поиска оптимальных траекторий для каждого квадрокоптера с помощью вариационного генетического алгоритма. Сформулирована и с помощью разработанного в диссертации метода вариационного аналитического программирования решена задача синтеза оптимальной системы управления квадрокоптером. Решение задачи обеспечивает устойчивость квадрокоптера относительно точки в трехмерном пространстве. Представлены результаты вычислительного эксперимента синтеза управления движения двух квадрокоптеров по двум пространственным траекториям.

Рассмотрим задачу мониторинга области с помощью двух квадрокоптеров. Пусть для области заданы координаты 23-х точек в трехмерном геометрическом пространстве. В рассматриваемой прикладной задаче точки имели следующие координаты:

$$P_0 = ([8,5 \ 18 \ 3,5]^T, [8,5 \ 15 \ 8,5]^T, [6 \ 11 \ 8,5]^T, [1 \ 12 \ 7]^T, [2 \ 10 \ 4,5]^T, \\ [5,5 \ 12 \ 5,5]^T, [5,5 \ 15 \ 3]^T, [0 \ 18 \ 0]^T, [8 \ 16 \ 4]^T, [16 \ 10 \ 4]^T, [20 \ 10 \ 10]^T, \\ [20 \ 10 \ 16]^T, [16 \ 12 \ 12]^T, [12 \ 16 \ 8]^T, [8 \ 18 \ 4]^T, [4 \ 20 \ 0]^T, [8 \ 24 \ -4]^T, \\ [16 \ 30 \ -8]^T, [20 \ 30 \ -10]^T, [16 \ 28 \ -12]^T, [12 \ 26 \ -8]^T, [8 \ 22 \ -4]^T, [4 \ 20 \ 0]^T).$$

Специально с целью усложнения задачи во множество заданных точек включено не менее двух одинаковых точек. Задачу разбиваем на два этапа. Первоначально решаем задачу нахождения оптимальных траекторий, или в более точной формулировке задачу поиска путей движения двух квадрокоптеров в трехмерном пространстве.

Все квадрокоптеры начинают движение из начала координат или точки $[0 \ 0 \ 0]^T$. Каждому квадрокоптеру необходимо пройти около половины точек и вернуться обратно в исходную начальную точку. Пусть первый квадрокоптер проходит первые 12 точек из 23-х заданных, а второй квадрокоптер учитывает, что одна из точек повторяется и проходит остальные 11 точек.

Для решения задачи поиска оптимальных траекторий необходимо распределить заданные точки для каждого из квадрокоптеров. При случайном произвольном распределении точек в программе общая длина пути движения двух квадрокоптеров была равна величине 222,9 м. При этом первый квадрокоптер пролетел 114,3 м., а второй квадрокоптер пролетел 108,6 м.

Для оптимизации траекторий движения использовали вариационный генетический алгоритм. В результате работы алгоритма были получены траектории движения квадрокоптеров в форме упорядоченных множеств точек в трехмерном пространстве. Полученные множества имели следующий вид:

$$\tilde{P}_0 = ([8,5 \ 18 \ 3,5]^T, [8 \ 18 \ 4]^T, [8 \ 16 \ 4]^T, [5,5 \ 15 \ 3]^T, [5,5 \ 12 \ 5]^T, \\ [6 \ 11 \ 8,5]^T, [8,5 \ 15 \ 8,5]^T, [12 \ 16 \ 8]^T, [16 \ 12 \ 12]^T, [20 \ 10 \ 16]^T, [20 \ 10 \ 10]^T, \\ [16 \ 10 \ 4]^T, [2 \ 10 \ 4,5]^T, [1 \ 12 \ 7]^T, [0 \ 18 \ 0]^T, [4 \ 20 \ 0]^T, [4 \ 20 \ 0]^T, \\ [8 \ 22 \ -4]^T, [8 \ 24 \ -4]^T, [12 \ 26 \ -8]^T, [16 \ 30 \ -8]^T, [20 \ 30 \ -10]^T, [16 \ 28 \ -12]^T).$$

Согласно предположению об оптимальном распределении точек генетическим алгоритмом две одинаковые точки оказались расположены рядом, поскольку между ними было нулевое расстояние.

В результате общая длина оптимальных траекторий движения квадрокоптеров составила 178,4 м. Из множества точек упорядоченных оптимально по общей длине пути первые 11 точек относились к пути первого квадрокоптера, длина пути при этом для первого квадрокоптера составила 86,7 м. Длина пути для второго квадрокоптера составила 91,7 м.

Для устойчивого состояния квадрокоптера в установленной в пространстве состояний любой точке на втором этапе решали задачу синтеза системы управления. Для решения задачи использовали разработанный в диссертации метод вариационного аналитического программирования. Движение квадрокоптера по траектории осуществляется за счет переключения точек устойчивого состояния в системе его управления.

Задача синтеза оптимального управления летающим роботом

Математическая модель квадрокоптера в случае отсутствия вращения вокруг вертикальной оси описывается следующей системой дифференциальных уравнений

$$\ddot{x} = -\frac{T}{m} \sin \theta, \quad (44)$$

$$\ddot{y} = \frac{T}{m} \cos \gamma \cos \theta - g, \quad (45)$$

$$\ddot{z} = \frac{T}{m} \cos \theta \sin \gamma, \quad (46)$$

$$\ddot{\gamma} = \frac{M_x}{I_x}, \quad (47)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{M_z}{I_z}, \quad (48)$$

где $T = |u_1| + |u_2| + |u_3| + |u_4|$, $M_x = (u_1 + u_2 - u_3 - u_4)l$, $M_z = (u_1 - u_2 - u_3 + u_4)l$, u_i - сила тяги пропеллера i , $i = 1, 2, 3, 4$, $g = 9,81$ м/с², I_x - момент инерции по оси OX, $I_x = 0,03$ кг·м², I_z - момент инерции вокруг оси OZ, $I_z = 0,03$ кг·м², m - масса квадрокоптера, $m = 1$ кг, l - расстояние между противоположными пропеллерами, $l = 1$ м, M_x - момент вокруг оси OX, M_z - момент вокруг оси OZ, T - сила тяги всех пропеллеров квадрокоптера.

Целью управления являются координаты точек в пространстве состояний. Траектория движения квадрокоптера представляет собой упорядоченное множество векторов из значений трех компонент положения точек

$$P = ([x_1 \ y_1 \ z_1]^T, \dots, [x_M \ y_M \ z_M]^T). \quad (49)$$

В качестве критерия управления используем функционалы

$$J_1 = \sum_{i=1}^M \sqrt{(x(t_i) - x_i)^2 + (y(t_i) - y_i)^2 + (z(t_i) - z_i)^2} \rightarrow \min, \quad (50)$$

$$J_2 = t_M \rightarrow \min, \quad (51)$$

где

$$t_i = \begin{cases} t, & \text{если } (\sqrt{(x(t) - x_i)^2 + (y(t) - y_i)^2 + (z(t) - z_i)^2} < \delta) \wedge (t - t_{i-1} < \Delta t), \\ t_{i-1} + \Delta t, & \text{если } \Delta t \leq t - t_{i-1} \end{cases},$$

$$i \leftarrow i + 1, \text{ если } (i < M) \wedge (\sqrt{(x(t) - x_i)^2 + (y(t) - y_i)^2 + (z(t) - z_i)^2} < \delta) \vee (\Delta t \leq t - t_{i-1}),$$

$\Delta t = 8$ с., $\delta = 0,25$ м., $t_0 = 0$.

В прикладной задаче для системы установлены следующие начальные условия: $x(0) = \pm 1$ м, $\dot{x}(0) = 0$ м/с, $y(0) = 20 \pm 1$ м, $\dot{y}(0) = 0$ м/с, $z(0) = 0$ м, $\dot{z}(0) = 0$ м/с, $\gamma(0) = 0$ рад, $\dot{\gamma}(0) = 0$ рад/с, $\theta(0) = 0$ рад, $\dot{\theta}(0) = 0$ рад/с.

На управление были наложены ограничения

$$T^- \leq T \leq T^+, \quad M_x^- \leq M_x \leq M_x^+, \quad M_z^- \leq M_z \leq M_z^+, \quad (52)$$

где $T^- = 6$ Н, $T^+ = 16$ Н, $M_x^- = -0,1$ Нм, $M_x^+ = 0,1$ Нм, $M_z^- = -0,1$ Нм, $M_z^+ = 0,1$ Нм.

При решении задачи синтеза систем управления использовалось объединённое множество, включающее переменные, параметры и элементарные функции следующего вида

$$\begin{aligned}
 F = (f_1 = x_i^f - x, f_2 = y_i^f - y, f_3 = z_i^f - z, f_4 = \dot{x}, f_5 = \dot{y}, f_6 = \dot{z}, f_7 = \gamma, f_8 = \dot{\gamma}, \\
 f_9 = \theta, f_{10} = \dot{\theta}, f_{11} = q_1, f_{12} = q_2, f_{13} = q_3, f_{14} = q_4, f_{15} = q_5, f_{16} = q_6, f_{17} = q_7, \\
 f_{18} = q_8, f_{19} = q_9, f_{20} = q_{10}, f_{21} = q_{11}, f_{22}(a) = \text{sgn}(a)a^2, f_{23}(a) = a^2, f_{24}(a) = -a, \\
 f_{25}(a) = \text{sgn}(a)\sqrt{|a|}, f_{26}(a) = a^{-1}, f_{27}(a) = e^a, f_{28}(a) = \ln |a|, f_{29}(a) = \frac{1 - e^{-a}}{1 + e^{-a}}, \\
 f_{30}(a) = \begin{cases} 1, & \text{если } a \geq 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, f_{31}(a) = \text{sgn}(a), f_{32}(a) = \cos(a), f_{33}(a) = \sin(a), \\
 f_{34}(a) = \arctg(a), \quad f_{35}(a) = a^3, f_{36}(a) = \sqrt[3]{a}, \quad f_{37}(a) = \begin{cases} a, & \text{если } |a| \leq 1 \\ \text{sgn}(a), & \text{иначе} \end{cases}, \\
 f_{38}(a) = \text{sgn}(a) \ln(|a| + 1), f_{39}(a) = \text{sgn}(a)(e^{-|a|} - 1), f_{40}(a) = \text{sgn}(a)(1 - e^{-|a|}), \\
 f_{41}(a) = a/2, \quad f_{42}(a) = 2a, \quad f_{43}(a) = e^{|a|}, f_{44}(a) = a - a^3, f_{45}(a, b) = a + b, \\
 f_{46}(a, b) = ab, f_{47}(a, b) = \max\{a, b\}, f_{48}(a, b) = \min\{a, b\}, \quad f_{49}(a, b) = a + b - ab, \\
 f_{50}(a, b) = \text{sgn}(a + b)\sqrt{a^2 + b^2}, f_{51}(a, b) = \text{sgn}(a + b)(|a| + |b|), \\
 f_{52}(a, b) = \text{sgn}(a + b) \max\{|a|, |b|\}, f_{53}(a, b, c) = \begin{cases} b, & \text{если } a \leq 0 \\ c, & \text{иначе} \end{cases}, \\
 f_{54}(a, b, c) = \begin{cases} c, & \text{если } a \leq b \\ -c, & \text{иначе} \end{cases}, f_{55}(a, b, c) = \begin{cases} b, & \text{если } a < b \\ c, & \text{если } (a \geq b) \wedge (a > c), \\ a, & \text{если } (a \geq b) \wedge (a \leq c) \end{cases}, \\
 f_{56}(a, b, c) = \begin{cases} b - a, & \text{если } |a - b| < |a - c| \\ c - a, & \text{иначе} \end{cases}, \quad (53)
 \end{aligned}$$

Для решения задачи синтеза методом вариационного аналитического программирования необходимо знать количество функций с определенным числом аргументов в объединенном множестве. Для рассматриваемого примера объединенное множество (53) включало $m_0 = 21$ функций без аргументов или параметров и координат вектора состояний, функций с одним аргументом было $m_1 = 23$, функций с двумя аргументами $m_2 = 8$ и функций с тремя аргументами $m_3 = 4$.

Вычислительный эксперимент

Для решения задачи использовался генетический алгоритм со следующими параметрами: длина кода одной компоненты управления 32 позиции, количество возможных решений в начальном множестве решений 1024, количество поколений 128, количество предполагаемых скрещивании в одном поколении 64, число функционалов качества 2, количество малых вариаций в одном наборе для описания одного возможного решения 8, число бит под целую часть значения параметра 4, число бит под дробную часть параметра 12, число поколений между сменой эпохи или сменой базисного решения 24, количество элитарных возможных решения 8,

параметр, используемый для вычисления вероятности скрещивания 0,4, величина вероятности мутации 0,7.

В эксперименте требовалось обеспечить движение квадрокоптера по двум заданным пространственным траекториям. В результате применения вариационного аналитического программирования и выбора из множества Парето получено следующее оптимальное управление:

$$T = \begin{cases} T^+, & \text{если } \tilde{T} > T^+ \\ T^-, & \text{если } \tilde{T} < T^- \\ \tilde{T}, & \text{иначе} \end{cases}, M_z = \begin{cases} M_z^+, & \text{если } \tilde{M}_z > M_z^+ \\ M_z^-, & \text{если } \tilde{M}_z < M_z^- \\ \tilde{M}_z, & \text{иначе} \end{cases}, M_x = \begin{cases} M_x^+, & \text{если } \tilde{M}_x > M_x^+ \\ M_x^-, & \text{если } \tilde{M}_x < M_x^- \\ \tilde{M}_x, & \text{иначе} \end{cases},$$

где

$$\tilde{T} = \Delta_x + \sqrt[3]{\Delta_y} - \Delta_x \sqrt[3]{\Delta_y}, \quad (54)$$

$$\tilde{M}_z = \text{sgn}(\Delta_y) e^{-|\Delta_y|} \text{sgn}(\mu(2\Delta_x)) (\ln(|\mu(2\Delta_x)| + 1) - \ln^3(|\mu(2\Delta_x)| + 1)), \quad (55)$$

$$\tilde{M}_x = \frac{1 - e^{-A}}{1 + e^{-A}}, \quad \mu(a) = \begin{cases} a, & \text{если } |a| < 1 \\ \text{sgn}(a) - \text{иначе} \end{cases}, \quad (56)$$

$$A = \min\{\text{sgn}(\Delta_z) \ln(|\Delta_z| + 1), \min\{\max\{\text{sgn}(B) \ln(|B|), \Delta_x\}, q_{11}\}\},$$

$$B = f_{54}(\ln(q_{12} + 1), \Delta_z, \Delta_z) \ln(|f_{54}(\ln(q_{12} + 1), \Delta_z, \Delta_z)| + 1),$$

$$\Delta_y = -q_{10}\dot{y} - q_9(y - y_i) + g + \arctg(\dot{y}) + \sin(\dot{y}) + (q_6\theta)^2 - \text{sgn}(y - y_i)\sqrt{q_9|y - y_i|},$$

$$\Delta_x = -q_5\dot{\theta} - q_6\theta + q_7\dot{x} + q_8(x - x_i), \Delta_z = -q_1\dot{\gamma} - q_2\gamma - q_3\dot{z} - q_4(z - z_i), q_1 = 1,075,$$

$$q_2 = 3, q_3 = 0,527, q_4 = 0,324, q_5 = 1,075, q_6 = 3, q_7 = 0,527, q_8 = 0,324, q_9 = 15,51, q_{10} = 15,19, q_{11} = 3,234, q_{12} = 1,5625.$$

В первом вычислительном эксперименте использовалось $M = 12$ точек пространственной траектории

$$\tilde{P}_0 = ([8,5 \ 18 \ 3,5]^T, [8 \ 18 \ 4]^T, [8 \ 16 \ 4]^T, [5,5 \ 15 \ 3]^T, [5,5 \ 12 \ 5]^T, [6 \ 11 \ 8,5]^T, [8,50 \ 15 \ 8,5]^T, [12 \ 16 \ 8]^T, [16 \ 12 \ 12]^T, [20 \ 10 \ 16]^T, [20 \ 10 \ 10]^T, [16 \ 10 \ 4]^T).$$

Результаты моделирования для четырех начальных условий

$$1) x(0) = +1 \text{ м}, y(0) = 21 \text{ м};$$

$$2) x(0) = -1 \text{ м}, y(0) = 21 \text{ м};$$

$$3) x(0) = +1 \text{ м}, y(0) = 19 \text{ м};$$

$$4) x(0) = -1 \text{ м}, y(0) = 21 \text{ м};$$

представлены на рис. 1 – 4.

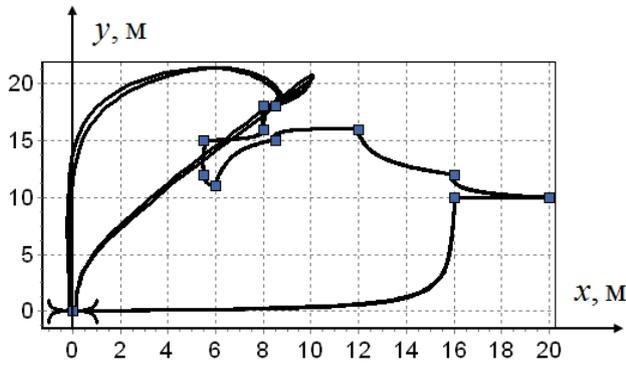


Рис. 1. Траектории движения в вертикальной плоскости $\{y, x\}$

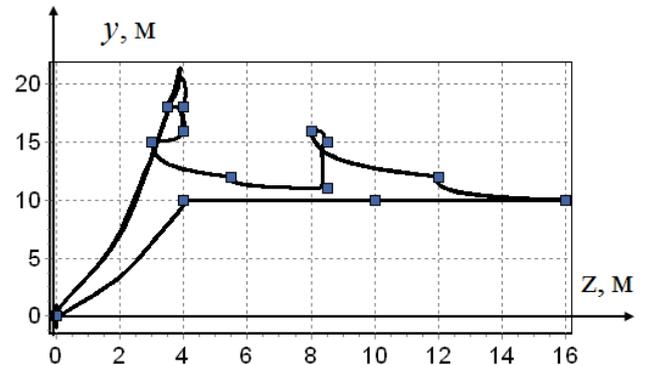


Рис. 2. Траектории движения в вертикальной плоскости $\{y, z\}$

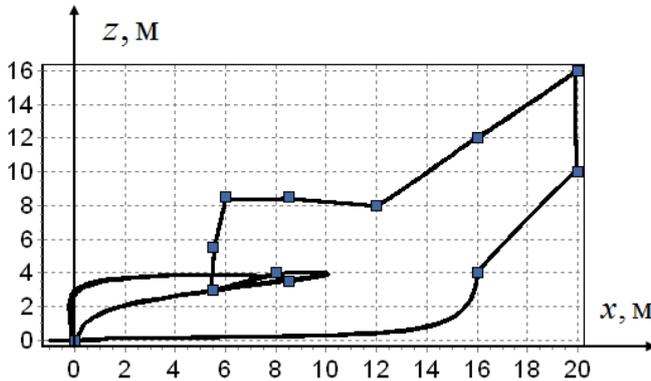


Рис. 3. Траектории движения в горизонтальной плоскости $\{z, x\}$

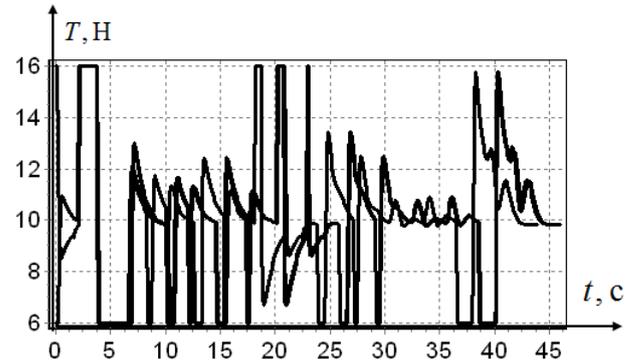


Рис. 4. Управляющая суммарная тяга T

Как видим из результатов экспериментов, представленных на рисунках, различные начальные значения влияют только на точность достижения первой точки. Характер изменения управления для всех начальных условий приблизительно одинаковый. Точность движения по траектории достаточно высока и не зависит от начальных условий.

Во втором вычислительном эксперименте рассматривалось движение второго квадрокоптера по остальным $M = 11$ точкам траектории

$$\tilde{P}_0 = ([2 \ 10 \ 4,5]^T, [1 \ 12 \ 7]^T, [0 \ 18 \ 0]^T, [4 \ 20 \ 0]^T, [4 \ 20 \ 0]^T, [8 \ 22 \ -4]^T, [8 \ 24 \ -4]^T, [12 \ 26 \ -8]^T, [16 \ 30 \ -8]^T, [20 \ 30 \ -10]^T, [16 \ 28 \ -12]^T).$$

Целью второго вычислительного эксперимента было обеспечение движения летающего робота по сложной пространственной траектории. Точки траектории располагались на различных высотах и характер траектории был симметричным относительно вертикальной и горизонтальной плоскостей.

Функционалы для отобранного решения и четырех начальных условий имеют следующие значения $J_1 = 14,857$ м, $J_2 = 206,83$ с.

Результаты моделирования синтезированной системы управления для тех же начальных условий приведены на рис. 5 - 7.

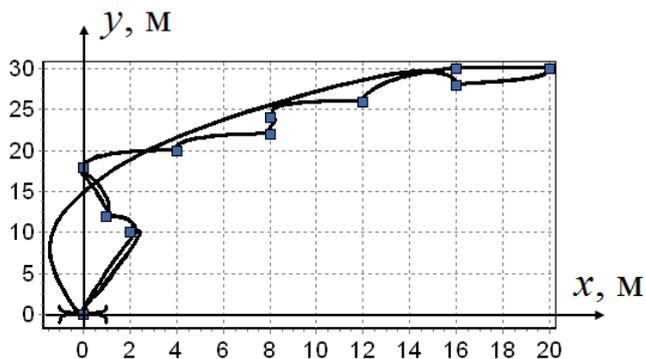


Рис. 5. Движение летающего робота в вертикальной плоскости $\{y, x\}$

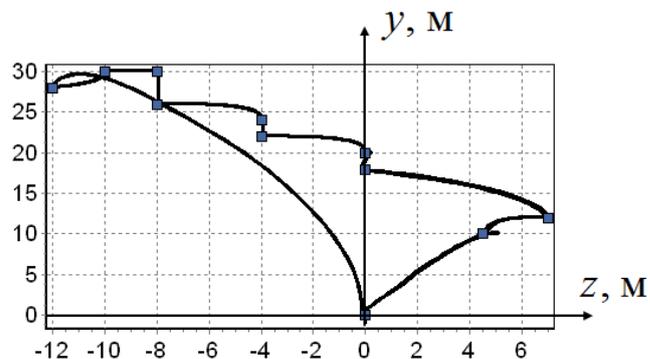


Рис. 6. Движение летающего робота в вертикальной плоскости $\{y, z\}$

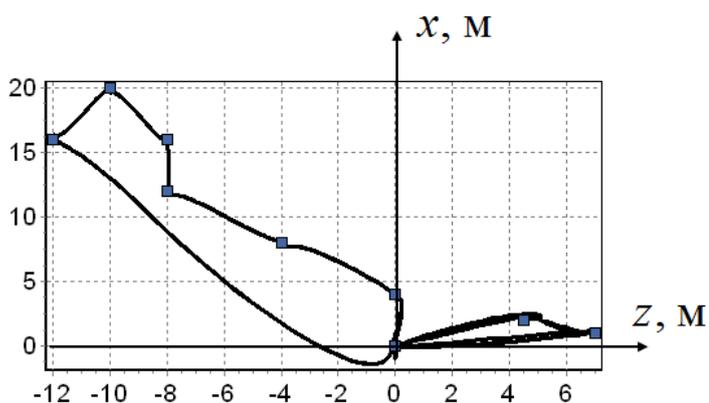


Рис. 7. Движение летающего робота в горизонтальной плоскости $\{x, z\}$

Результаты моделирования показали, что полученная с помощью автоматического синтеза система управления обеспечивает качественное движение объекта по пространственной траектории. Синтезированная методом вариационного аналитического программирования система управления пригодна для использования в практических системах и не уступает по качеству управления системам, полученным вручную на основе технического синтеза специалистами и разработчиками систем автоматического управления.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Основные результаты проведенного диссертационного исследования следующие:

1. Разработана методика решения задачи мониторинга местности группой летающих роботов, квадрокоптеров. Методика включает решение задачи для группы коммивояжеров в трехмерном пространстве для поиска оптимальных траекторий для каждого квадрокоптера и решение задачи синтеза управления квадрокоптером с целью обеспечения его устойчивого движения по заданным точкам пространственной траектории.

2. Разработан метод синтеза системы управления на основании нового метода символьной регрессии, метода вариационного аналитического программирования. Метод использует кодирование математических выражений методом

аналитического программирования и метод малых вариаций кода базисного решения, заимствованный из метода сетевого оператора. Реализация алгоритма заключается в том, что разработчик задает на основе анализа задачи и опыта проектирования базисное решение и организует поиск на множестве малых вариаций базисного решения.

3. На основании исследования применения метода вариационного аналитического программирования для решения задачи синтеза системы управления установлено, что метод позволяет находить численное решение задачи синтеза системы управления и при этом имеет наиболее компактные коды записи математического выражения и вектора малых вариаций базисного решения. Метод позволяет кодировать математические выражения, включающие функции с любым количеством аргументов. Для применения метода вариационного аналитического программирования необходимо задать закодированное базисное решение и осуществить с помощью эволюционного генетического алгоритма поиск оптимального решения на основе принципа малых вариаций базисного решения.

4. С помощью вариационного генетического алгоритма и разработанного метода вариационного аналитического программирования решена задача мониторинга местности группой летающих роботов и решена задача синтеза системы управления движением летающих роботов по пространственной траектории. Решением задачи синтеза является нелинейная обратная связь по всем переменным вектора состояния объекта управления.

4. Качество полученной системы автоматического управления летающим роботом исследовано с помощью моделирования. На основании анализа результатов моделирования установлено, что полученная система управления обеспечивает точное движение робота по пространственной траектории. Точность движения робота по траектории сохраняется для различных начальных условий.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в журналах из перечня ВАК РФ:

1. Дивеев А.И., Конырбаев Н.Б. Применение метода вариационного аналитического программирования для синтеза управления летающим роботом // *Фундаментальные исследования*. – 2015. – № 3.– С. 51–57. <https://www.fundamental-research.ru/ru/article/view?id=37083>
2. Дивеев А.И., Конырбаев Н.Б. Управление группой квадрокоптеров методом вариационного аналитического программирования // *Журнал «Труды МАИ»* - 2017. №96
3. Дивеев А.И., Конырбаев Н.Б. Численный метод вариационного аналитического программирования для структурно-параметрического синтеза системы управления // *Общероссийский научно-технический журнал «ПОЛЕТ»*.-2017.№11-12.-С. 31-37.
4. Дивеев А.И., Конырбаев Н.Б. Эволюционный метод решения задачи группы квадрокоптеров для повышения качества мониторинга области // *Надежность и качество сложных систем*. – 2017. № 4 (20). С. 64–72.

Статьи в базы данных Scopus и Web of science:

5. Diveev A.I., Konyrbaev N.B., Ibadulla S.I., Shmalko E.Yu. Variational Analytic Programming for Synthesis of Optimal Control for Flying Robot // Preprints of the 11th IFAC Symposium on Robot Control, Salvador, BA, Brazil, August 26-28, 2015.-PP. 82-87.
6. Diveev A.I., Ibadulla S.I., Konyrbaev N.B., Shmalko E.Yu. Variational Genetic Programming for Optimal Control System Synthesis of Mobile Robots // Preprints of the 11th IFAC Symposium on Robot Control, Salvador, BA, Brazil, August 26-28, 2015.-PP. 113-118.
7. Diveev A.I., Konyrbaev N.B., Sofronova E.A. Method of binary analytic programming to look for optimal mathematical expression / XIIth International Symposium «Intelligent Systems», INTELS'16, 5-7 October 2016, Moscow, Russia, Procedia Computer Science Volume 103, (2017), Pages 597-604
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050917300741>
8. Diveev A.I., Konyrbaev N.B., Ibadulla S.I., Shmalko E.Yu. Synthesis of Control for Group of Quadrotors in Task of Area Monitoring // 2017 11th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT) 20-22 September 2017, Moscow, Russia.-PP. 365-370.

Публикации в других изданиях:

9. Ибадулла С.И., Кобырбаев Н.Б. Технология нечеткой логики // VIII международная заочная научно-практическая конференция «Научная дискуссия: Вопросы технических наук» - Москва: - 04 апреля 2013. Изд. «Международный центр науки и образования». – 152 с.
10. Дивеев А.И., Ибадулла С.И., Кобырбаев Н.Б. Синтез системы управления методом символьной регрессии // Сборник трудов международной научно-практической конференции, посвященной научно-педагогической деятельности академика А.Д. Тайманова «Современная математика: проблемы и приложения» - Алматы. 24 - 26 октября 2013г.
11. Ибадулла С.И., Кобырбаев Н.Б., Дауренбеков К. Актуальность применения интеллектуальной системы в управлении роботом // Сборник трудов международной научно-практической конференции, посвященной научно-педагогической деятельности академика А.Д. Тайманова «Современная математика: проблемы и приложения» - Алматы. 24-26 октября 2013г.
12. Дивеев А.И., Кобырбаев Н.Б., Кравченя В.И. Метод вариационного аналитического программирования для синтеза системы управления мобильным роботом // Труды VII Международной научно-практической конференции «Инженерные системы - 2014». Москва, 16-18 апреля 2014 г.; под общ.ред. Н.К. Пономарева. – М.: РУДН. – 2014. – 134 с.
13. Дивеев А.И., Кобырбаев Н.Б. Метод вариационного аналитического программирования для решения проблемы синтеза системы управления // Труды Международного симпозиума Надежность и качество под ред. Н.К. Юркова. – Пенза. – 26 мая – 01 июня. – 2014. – Т. 1. – С. 188–193.
14. Дивеев А.И., Кобырбаев Н.Б. Метод вариационного аналитического программирования для синтеза систем управления // Труды одиннадцатого международного симпозиума Интеллектуальные системы INTELS'2014; под ред. К.А. Пупкова. – Москва. – 30 июня – 04 июля. – 2014. – С. 78–83.

15. Конырбаев Н.Б., Хамадиаров Д.Б. Сравнение метода вариационного аналитического программирования и метода сетевого оператора для управления колесным роботом // Труды V Республиканской научно-практической конференции Образование. Наука. Инновация: Актуальные проблемы и пути развития. – Казахстан. г. Кызылорда. – 2014. С. 330-337.
16. Конырбаев Н.Б. Метод вариационного аналитического программирования и его применение для синтеза оптимальной системы управления // Фундаментальные проблемы системной безопасности: материалы школы-семинара молодых ученых, Елец, 20-22 ноября 2014. –Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина. – 2014. – С. 104–108.
17. Дивеев А.И., Конырбаев Н.Б. Вычислительный метод вариационного аналитического программирования для синтеза системы управления // Современные проблемы науки и образования. 2014. – № 2. – Режим доступа: <http://www.science-education.ru/116-12401>
18. Дивеев А.И., Конырбаев Н.Б. Синтез системы управления летающего робота методом вариационного аналитического программирования// Научные технологии. – 2015. – №2. – Т. 16. – С. 47–52.
19. Дивеев А.И., Конырбаев Н.Б. Синтез системы управления движением летающего робота по пространственной траектории методом вариационного аналитического программирования // Труды VIII Международной научно-практической конференции «Инженерные системы 2015» Москва, 20-22 апреля 2015г. /под общ. ред. Н.К. Пономарева. Москва: РУДН. – 2015. – С. 123 – 127.
20. Дивеев А.И., Ибадулла С.И., Конырбаев Н.Б., Дауренбеков К.К. Эволюционные методы для создания искусственного интеллекта робототехнических систем // Материалы всемирного инженерного и научного «Энергия будущего: инновационные сценарии и методы их реализации» WSEC-2017 19-20 июня, 2017 г. Астана. Том I. С.216-220.
21. Дивеев А.И., Ибадулла С.И., Конырбаев Н.Б., Методы синтеза интеллектуальных систем управления робототехническими устройствами// «Актуальные проблемы и перспективы подготовки конкурентоспособных специалистов» Сборник трудов международной научно-практической конференции, посвященной 80-летию Кызылординского государственного университета имени КоркытАта. 16 ноября, 2017г. Казахстан. г.Кызылорда, С.15-21.
22. Дивеев А.И., Конырбаев Н.Б. Синтез системы управления группой квадрокоптеров методом символьной регрессии // Системный анализ, управление и навигация: Тезисы докладов. Сборник. - М.: МАИ, 2018. – 200 с. ISBN – 978-5-4465-1856-2. С. 134.