

---

**УДК-629.7.017.2+519.8**

## **Задача синтеза алгоритма максимального быстродействиюавтоматического причаливания речного судна в заданной точке**

Г.Н. Лебедев, Ву Суан Хыонг

### **Аннотация**

Рассматривается задача максимального быстродействия причаливания судна в заданной точке. Предложено комбинированное управление с помощью релейных и линейных регуляторов, обеспечивающих на конечном участке высокую терминальную точность положению и скорости.

### **Ключевые слова**

речное судно; оптимальное управление; линейный; релейный; регулятор.

### **1. Введение**

В настоящее время причаливание судов при ручном управлении обладает существенным недостатком – время, потраченное на остановку судна в нужном месте пристани слишком велико, либо при стремлении ускорить этот процесс возникают неизбежные терминальные ошибки, требующие дополнительного маневрирования у пристани.

Целью данной работы является оценка возможностей автоматического управления причаливанием, для которого прежде всего необходимо обеспечение требуемой измерительной информацией о движении судна относительно заданной терминальной точки на суше.

Главный замысел постановки задачи состоит в том, чтобы при нужной точности обеспечить максимальное быстродействие причаливания. Для достижения этой цели предлагается, с одной стороны, использовать в ряде случаев релейное управление, чтобы

сократить время отработки больших рассогласований по положению и скорости, и с другой стороны – линейное высокоточное управление близости от пристани.

Другой особенностью предлагаемого подхода является оперативный контроль необходимого времени до конца причаливания для выполнения как продольного, так и бокового движения. Затем после сравнения этих времен один из каналов, который отстает, принудительно переходит на релейное управление, чтобы за меньшее время свести к нулю обе координаты бокового и продольного пути одновременно.

## 2. Постановка задачи

Дано :

1. Управление судном осуществляется по двум каналам, продольному за счет изменения тяги двигателя и изменения скорости вращения гребного винта, и боковому путем изменения положения руля, чтобы обеспечить движение судна по траектории, примерный вид которой показан на рис. 1.

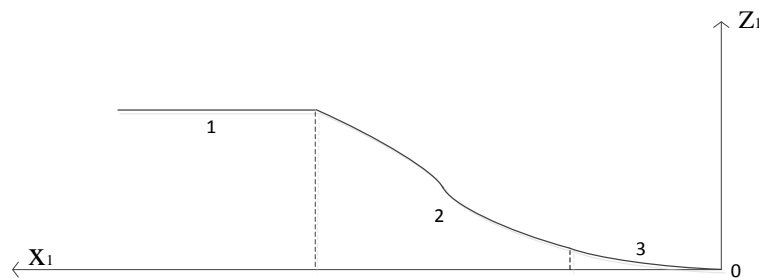


Рис. 1. Примерный вид траектории причаливания, на которой участок 1 – движение к пристани с максимальной скоростью; участок 2 – сближение с берегом с максимальным быстродействием; участок 3 – плавное приближение к заданной терминальной точке  $x_1 = z_1 = 0$ .

2. Продольное движение описывается дифференциальными уравнениями :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 = V \cos(\beta - \varphi) \\ \dot{V} = -\rho x_2^2 + x_3 + w \\ \dot{x}_3 = -a_1 x_3 + b_1 U_1 \end{cases} \quad (1)$$

где  $x_1$  – координата продольного пути;  $x_2$  – скорость продольного движения;  $V$  – скорость судна;  $w$  – внешнее возмущение (например скорость течения);  $\rho$  – коэффициент лобового

сопротивления;  $x_3$  – ускорение, возникающее по действием управления  $U_1$  тягой двигателя;  $\beta$  – угол дрейфа (скольжения);  $\varphi$  – угол рыскания;  $a_1$ ,  $b_1$  – заданные динамические коэффициенты.

Управление  $U_1$  тягой двигателя на участке 1 таково, что скорость  $V$  в установившемся режиме достигает своего максимального значения  $V_{\max}$ , и согласно уравнениям (1) это управление при  $\dot{x}_3 = \dot{x}_2 = w = 0$  равно:

$$U_{1\max} = \frac{a_1 \rho V_{\max}^2}{b_1}$$

На участке 2 управление релейное, и поэтому максимальное значение  $U_1 = \delta_1$ , где  $\delta_1 < U_{1\max}$  – заданная величина.

На участке 3 управление судном желательно иметь таковым, чтобы обеспечить равноускоренное движение :

$$x_2 \approx V_{\max} - at$$

где  $a$  – некоторое заданное значение, определяющее темп торможения.

3. Боковое движение подчиняется следующим дифференциальными уравнениям, для которых принято допущение, что креном судна можно пренебречь

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 = V \sin(\beta - \varphi) \\ \dot{\omega}_y = a_{22}\omega_y + a_{23}\beta + b_{21}U_2 \\ \dot{\beta} = a_{32}\omega_y + a_{33}\beta + a_0\beta|\beta| + b_{31}U_2 \\ \dot{\varphi} = \omega_y \end{cases} \quad (2)$$

где  $z_1$  – координата бокового пути;  $z_2$  – скорость бокового движения;  $\omega_y$  – угловая скорость вращения относительно вертикальной оси;  $a_0, a_{22}, a_{23}, a_{32}, a_{33}, b_{21}, b_{31}$  – заданные динамические коэффициенты.

Управления  $U_2$  – на участке 1 равно нулю, на участке 2 при заданном ограничении  $\delta_2$  по модулю должно быть релейным, либо линейным, при этом желательно, чтобы боковая скорость на участке 3 постепенно снижалась по линейному или экспоненциальному закону. При этом обязательно должно быть соблюдено условие  $z_1 \geq 0$ .

4. Критериями оптимальности движения судна являются

- на участке 1 решается задача максимального быстродействия;
- на участке 3 решается задача высокоточного движения по заданной траектории при следующих интегральных функционалах качества соответственно в продольном и боковом каналах :

$$\begin{aligned} J_1 &= \int_0^{t_k} [r_0 U_1^2 + r_1 (x_1 - m_1)^2 + r_2 (x_2 - V_{1m})^2] dt \rightarrow \min \\ J_2 &= \int_0^{t_k} [r_0 U_2^2 + r_1 (z_1 - m_2)^2 + r_2 (z_2 - V_{2m})^2] dt \rightarrow \min \end{aligned} \quad (3)$$

где  $m_1$  и  $m_2$  – заданные линии завершающего пути причаливания;  $V_{1m}$  и  $V_{2m}$  – заданные продольная и боковая скорости сближения с причалом;  $r_0$ ,  $r_1$ ,  $r_2$  – заданные весовые коэффициенты штрафов.

– на участке 2 осуществляется переменная стратегия управления, логику которой необходимо выбрать, в основном стремясь максимальному быстродействию по одному из каналов и высокоточному – по другому.

Требуется :

- синтезировать законы релейного и линейного управления для каналов продольного и бокового движения судна;
- определить логику компенсированного попеременного использования двух способов управления, чтобы с одной стороны за минимальное время приблизиться к причалу и с другой безошибочно попасть в заданную терминальную точку;
- промоделировать предложенные алгоритмы управления для последующего уточнения их параметров.

### **3. Выбор структуры законов линейного и релейного управления продольным и боковым движениям судна**

Рассмотрим вначале процесс релейного управления, характерный для участков 1 и 2. Согласно принципу максимума Понтрягина [1] для продольного канала можно записать правило для управления продольным движением, если упрощенно представить уравнение (1) в виде динамической системы второго порядка:

$$U_1 = -\delta_1 \operatorname{sign} \left[ x_1 - m_1 + \frac{x_2 |x_2|}{2\delta_1} \right] \quad (4)$$

Для бокового движения при том же упрощении можно записать :

$$U_2 = -\delta_2 \operatorname{sign} \left[ z_1 - m_2 + \frac{z_2 |z_2|}{2\delta_2} \right] \quad (5)$$

Линейное управление может быть реализовано с помощью оптимального регулятора, синтезированного на основе динамического программирования [2] с помощью аналитического конструирования оптимальных регуляторов [3]. В частности, если также допустить описание бокового движения через систему второго порядка :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1^* &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= -a_2 z_2 + b_2 U_2 \end{aligned}$$

где координата  $\dot{z}_1^* = \dot{z}_1 - m_2$  ,  $z_2 = x_2 \sin \psi$  ;  $a_2, b_2$  – некоторые эквивалентные динамические параметры, то можно получить структуру линейного регулятора, как это сделано в частности, в [3] :

$$U_2 = -[K_1(z_1 - m_2) + K_2(z_2 - V_{2m})] + K_3 \varphi \quad (6)$$

Можно заметить, что управление пропорциональное ошибкам по положению и скорости, является обще принятым в инженерной практике.

Аналогично можно записать формулу для линейного управления продольным движениям:

$$U_1 = -[K_1(x_1 - m_1) + K_2(x_2 - V_{1m})] \quad (7)$$

Представленные в формулах (4 – 7) значения  $m_1, m_2, V_{1m}, V_{2m}$  требуют уточнения.

#### **4. Выбор логики переключения релейного и линейного регуляторов при комбинированном управлении**

Очевидно, что релейное управление целесообразно для отработки значительных отклонений от заданной терминальной точки – при большом расстоянии  $x_1$  , от причала и удалении  $z_1$  от берега. Ясно, что вблизи причала на участках 2 и 3 более осторожное линейное управление, и обычно эта область определяется в пространстве координат  $z_1$  и  $x_1$  .

В данной работе предложен иной подход к определению этой области, учитывающий ещё и скорости приближения  $z_2$  и  $x_2$  , что можно объяснить рис. 2.

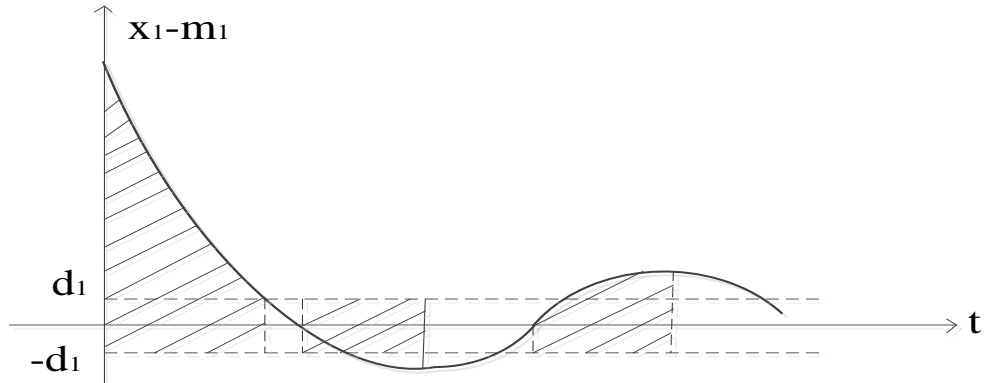


Рис. 2. График переходного процесса изменения ошибки приближения к причалу при продольном движении.

На изображенном рисунке показанная пунктиром полоса в интервале  $[-d, d]$  соответствует малым отклонениям по положению, а внутри этой полосы – заштрихованные участки, когда отклонения по положению и по скорости имеют одинаковый знак, и поэтому представляют наибольшую опасность.

В связи с этим на указанных участках предлагается использовать релейное управления вместо линейного и лишь на незаштрихованных участках – линейное управление, чему соответствуют следующие области переключения, показанные на рис. 3 в фазовой плоскости  $[x_1 - m_1, x_2]$ .

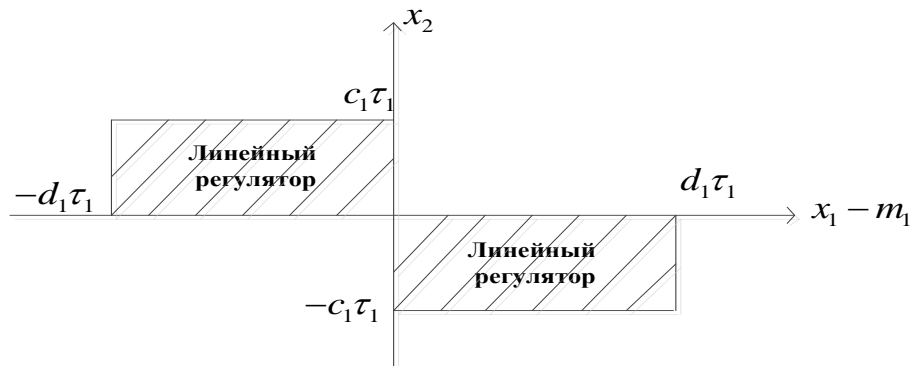


Рис. 3. Области переключения релейного регулятора продольного движения на линейный в фазовой плоскости  $(x_1 - m_1, x_2)$ .

Границы области  $c_1\tau_1, d_1\tau_1$ , в которой просматривается очевидное несоответствие между реальной динамикой объекта и системой второго порядка, должны быть уточнены.

Значение дополнительного множителя  $\tau_1$  будет объяснено ниже, а пока пусть  $\tau_1 = 1$  в результате моделирования.

Что касается бокового движения для координат  $z_1 - m_2$  и  $z_2$ , то кроме очевидных границ  $c_2\tau_2$  и  $d_2\tau_2$  нужно учесть усугубляющее обстоятельство, что из-за невозможности опасного приближению к берегу до подхода к причалу и ограничения  $z_1 > 0$  (значение дополнительного множителя  $\tau_2$  также будет пояснено ниже, а пока пусть в данных рассуждениях  $\tau_2 = 1$ ) нужно как можно энергичней (т.е. релейным способом) от него удалиться. В связи с этим нужно назначить одну область линейного управления вместо двух, как это показано на рис. 4.

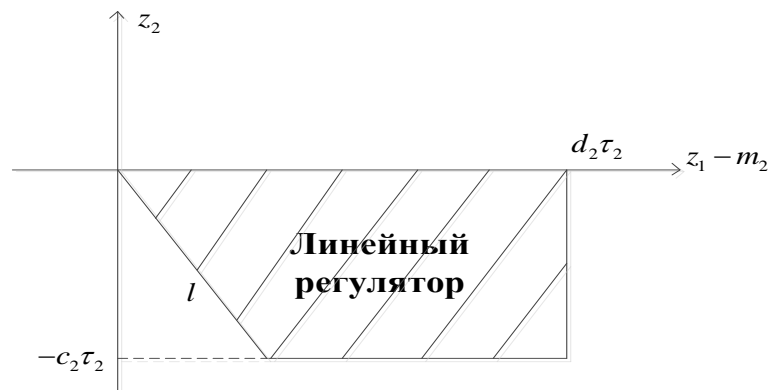


Рис. 4. Сокращенная область переключения релейного регулятора бокового движения на линейный в фазовой плоскости  $(z_1 - m_2, z_2)$ .

Кроме того, на рисунке вместо прямоугольника появилась сторона трапеции I, уменьшающая возможности линейного управления при опасном сближении с берегом. Границы области в виде параметров  $l, c_2\tau_2, d_2\tau_2$  также должны уточнены.

## 5. Логика контроля согласованности по времени выполнения операций управления боковым и продольным движениям судна при причаливании.

При несогласованном управлении боковым и продольным движениям может получиться так, что одна из двух координат  $z_1$  и  $x_1$  может достигнуть нуля, а другая в этом момент – нет, что потребует дополнительного маневрирования вблизи причала. Поэтому целесообразно оценить время  $t_1$  обнуления координаты  $x_1$  при продольном движении, время  $t_2$

обнуления координаты  $z_1$  при боковом движении, а затем по разности  $\Delta t = t_1 - t_2$  установить, нужно ли ускорить движение по одной из координат с помощью релейного управления, или в этом необходимости нет.

Однако сравнение времен  $t_1$  и  $t_2$  затруднительно из-за того, что их спрогнозированная оценка является неточной в первую очередь из-за того, что эти времена зависят от способа управления. Если управление релейное, то это соответствует минимальными значениям  $t_{1\min}$  и  $t_{2\min}$ , если линейное – то  $t_{1\max}$  и  $t_{2\max}$ . Тогда безоговорочно очевидными могут быть ситуации :

1.  $t_{1\min} > t_{2\max}$  – продольное движение отстает. Значит, необходимо релейное управление, от линейного управления нужно отказаться и поэтому нужно взять  $\tau_1 = 0$ , чтобы ликвидировать области, показанные на рис. 3. С другой стороны, в боковом канале спешить не нужно, поэтому имеет смысл использовать только линейное управления т.е.  $\tau_2 = \infty$ .
2.  $t_{2\min} > t_{1\max}$  – боковое движение отстает, поэтому по аналогии с предыдущими рассуждениями нужно потребовать  $\tau_2 = 0, \tau_1 = \infty$ .

В остальных более вероятных случаях интервалы  $[t_{1\min}, t_{1\max}]$  и  $[t_{2\min}, t_{2\max}]$  пересекаются, как это показано, в частности, на рис. 5 для случая  $t_{1\min} < t_{2\min} < t_{1\max}$ .

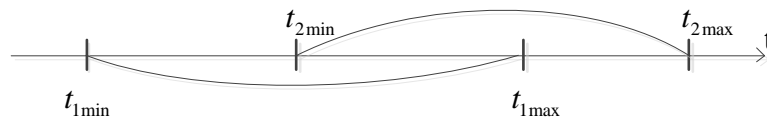


Рис. 5. Пример неопределенности в принятии решений о выборе способов управления боковым и продольным движениям судна.

В этих случаях логику согласованных действий стоит оставить соответствующей тем областям линейного управления, которые показаны на рис. 3 и рис. 4, т.е. нужно взять  $\tau_1 = \tau_2 = 1$ . Логике согласования действий можно реализовать с помощью показанной на рис. 6 структуры.



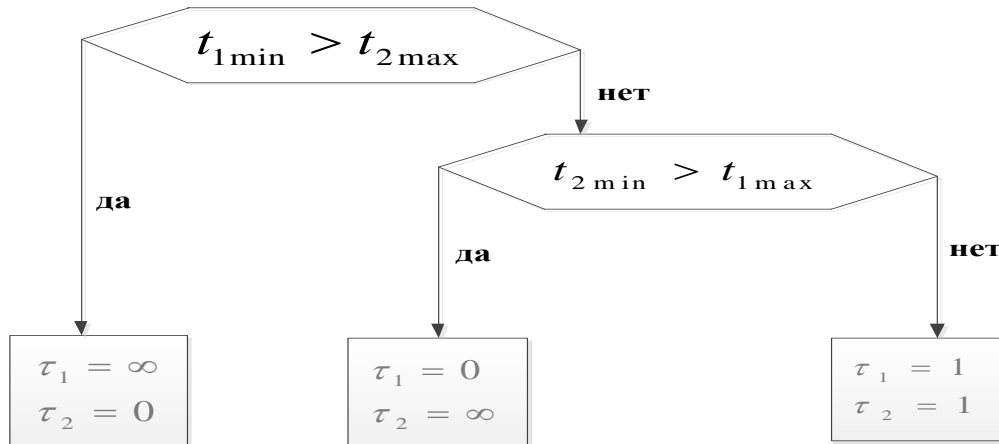


Рис. 6. Структуры принятия альтернативных решений по выбору способов управления боковым и продольным движениям судна.

Для реализации этой логики нужно иметь формулы расчета времени  $t_{1\min}$ ,  $t_{1\max}$ ,  $t_{2\min}$ ,  $t_{2\max}$ . Времена  $t_{1\min}$  и  $t_{2\min}$  соответствуют релейному управлению при равноускоренном движении, когда заданы ограничения  $\delta_1$  и  $\delta_2$  на допустимые постоянные ускорения. В этом случае нетрудно показать, что при текущих координатах положения и скорости в продольном и боковом каналах нужно воспользоваться формулами :

для бокового канала

$$0.5\delta_2 t_{2\min}^2 - z_2 x_2 t_{1\min} + z_1 = 0$$

для продольного канала

$$0.5\delta_1 t_{1\min}^2 - x_2 t_{1\min} + x_1 = 0 \quad (8)$$

Что касается времён  $t_{1\max}$ ,  $t_{2\max}$  для движения с линейным управлением, то их оценка весьма затруднительна в аналитической форме, и поэтому в первом приближении их можно взять вдвое больше, чем  $t_{1\min}$  и соответственно  $t_{2\min}$ . Последующее уточнение должно произойти в результате моделирования на ЭВМ.

## 6. Первые результаты моделирования причаливания судна.

Движение судна в процессе причаливания моделировалось в среде Matlab/Simulink в двух вариантах.

В первом варианте управление движением проводилось с помощью линейных регуляторов в обоих каналах :

$$\begin{aligned} U_1 &= -[K_1(x_1 - m_1) + K_2(x_2 - V_{1m})] \\ U_2 &= -[K_1(z_1 - m_2) + K_2(z_2 - V_{2m})] + K_3\varphi \end{aligned} \quad (9)$$

где  $K_1 = -0.12$ ;  $K_2 = 0.87$ ;  $K_3 = -180$   $m_1 = m_2 = 0$  , а желаемые скорости сближения  $V_{1m}, V_{2m}$  выбраны следующим образом :  $V_{1m} = -0.3x_1$  ,  $V_{2m} = 1.86z_1$  .

Начальные исходные данные таковы :

$$z_1(0) = 300\text{м}; x_1(0) = 50\text{м}; z_2(0) = 0; x_2(0) = 8\text{м/с}; \beta(0) = \varphi(0) = 0 \quad \omega_y(0) = 0.$$

Во втором варианте в продольном канале сначала использовался релейный регулятор, а потом – линейный. В боковом канале пока что использовалось линейное управление.

Результаты моделирования показаны на рис. 7 - 9.

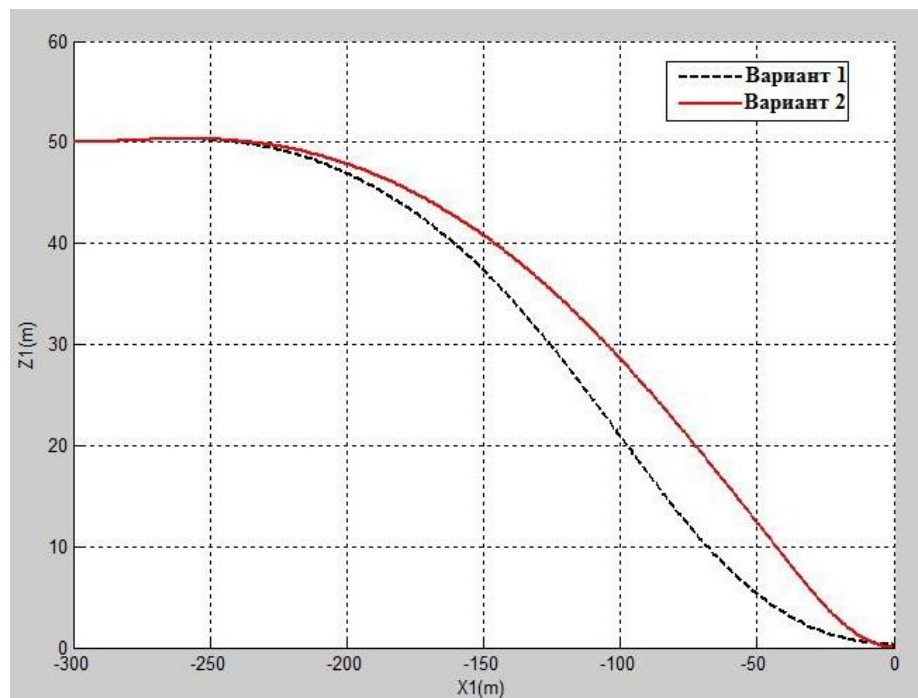


Рис. 7. Общие траектории движения судна в земной системе координат.

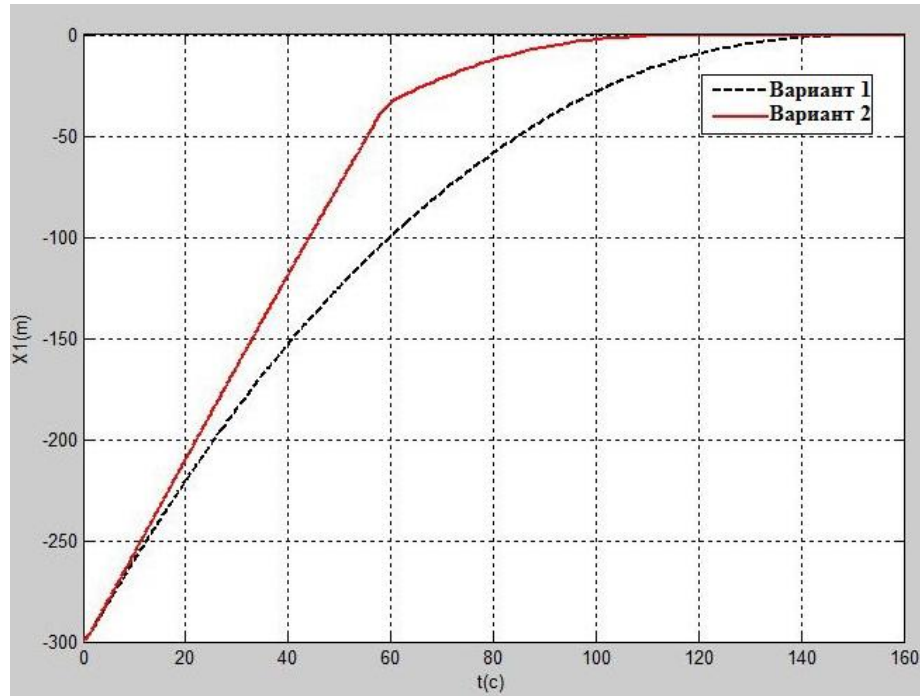


Рис. 8. Траектории движения судна в продольном канале в зависимости от времени.

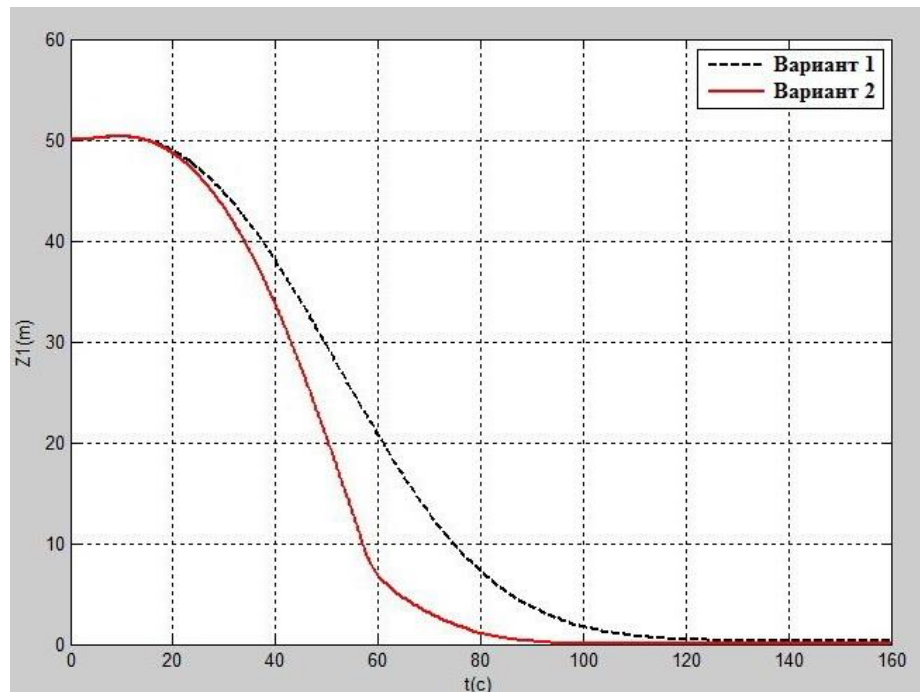


Рис. 9. Траектории движения судна в боковом канале в зависимости от времени.

Видно, что процесс причаливания носит экспоненциальный характер и время причаливания сократилось на 25%.

## Библиографический список

1. Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении. - М., Наука, 1989г.
2. Беллман Р. Динамическое программирование. - М., ИИЛ, 1961г.
3. Летов А.М. Математическая теория процессов управления. - М., Наука, 1981г.
4. Лебедев Г.Н., Чан Ван Туен, Ву Суан Хьюнг, «Контроль и управление безопасным движением транспорта при встречном движении». – Мехатроника, автоматизация, управление, №8, 2011, стр. 56-61.

## Сведения об авторах

Лебедев Георгий Николаевич, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), д.т.н., профессор.

МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993;

тел.: (499) 158-45-56, 8-916-306-92-84; e-mail: kaf301@mai.ru

Ву Суан Хьюнг, аспирант Московского авиационного института (национального исследовательского университета).

МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993;

тел.: 8-926-652-91-86; e-mail: vухuanhuong1984@gmail.com